

an Hebeln aufhängt, wobei die Stützpunkte so gewählt werden können, dass die Biegungen unter dem Eigengewicht zwischen den Stützpunkten ein Minimum werden. Tetmajer giebt (*L 142*, S. 22) eine Aufhängung in Federn an.

**198.** Bei den Knickversuchen wird meistens die grösste Durchbiegung unter einer vorgeschriebenen Probelast gemessen und festgestellt, ob bleibende Durchbiegungen vorhanden sind oder nicht. Wird der Versuch als Materialprüfung bis zur Zerstörung durchgeführt, so pflegt man die Durchbiegung für bestimmte Laststufen bis zur Erreichung der Grenzbelastung zu messen, bei welcher unaufhaltsames Ausweichen des Körpers oder der Bruch stattfindet.

Will man Schaubilder über die Grösse der Biegungen unter verschiedenen Lasten verzeichnen, so können hierzu natürlich nur die absoluten Biegungen benutzt werden. Man wird innerhalb der Proportionalitätsgrenze proportionale Biegungen finden, indessen meistens durch viele Zufälligkeiten getrübt.

## d. Verdrehungsfestigkeit.

### 1. Begriffsentwicklung.

**199.** Ebenso wie die Knickfestigkeit, wird die Verdrehungs- oder Verwindungsfestigkeit im eigentlichen Materialprüfungswesen selten festgestellt (*L 136*, 1896 S. 1381). Wenn dies geschieht, so pflegt es sich meistens um die Prüfung cylindrischer Stücke, namentlich von Wellen und Axen zu handeln. Die Prüfung von Konstruktionstheilen auf Festigkeit gegen Verdrehen kommt vor, ist aber dann nicht mehr Aufgabe des Materialprüfungswesens. Ich gebe deswegen nur die Gleichungen für den kreisförmigen Querschnitt und verweise auch hier wieder auf die Werke über Festigkeitslehre, z. B. von Bach, Grashof u. A. (*L 137* und *139*), sowie auf die eingehenden Arbeiten von Bauschinger (*L 145*) und Bach (*L 138*).

**200.** Ein gerader prismatischer Körper wird allein auf Verdrehung beansprucht, wenn die auf ihn wirkenden äusseren Kräfte in allen Querschnitten nur ein Kräftepaar erzeugen, dessen Ebene senkrecht zur Axe des Körpers steht.

Das Drehmoment  $M_d$  der Kräftepaare bewirkt eine Verdrehung des Endquerschnittes 2 gegen den Endquerschnitt 1 des Körpers Fig. 141. Die Erfahrung lehrt, dass hierbei die ursprünglich ebenen Querschnitte auch nach der Verdrehung eben sind, und dass die Grösse der Verdrehung des Stabes in allen Abschnitten die gleiche ist.

Ist nun die Verdrehung, die zwei im Abstände 1 von einander stehende Querschnitte 1 und 2, Fig. 142, gegen einander erfahren, die Schiebung  $\gamma$  senkrecht zu  $OA$  im Abstände  $r$  von der Axe  $O$  gemessen, so wird für den Punkt  $B$  im Abstände  $r'$  von der Axe die Schiebung:

$$\gamma' = \gamma \frac{r'}{r}$$

sein, d. h. die Schiebungen sind proportional dem Abstände  $r'$  an der Axe  $O$ ; ihre Grösse für verschiedene Abstände  $r'$  ist durch die Gerade  $A'O$  bestimmt.





$$M_d = \frac{\gamma}{r} \frac{1}{\beta} (\Theta_y + \Theta_z) = \tau \frac{(\Theta_y + \Theta_z)}{r} = \tau \frac{\Theta_p}{r}, \dots 30.$$

worin  $(\Theta_y + \Theta_z) = \Theta_p$  das polare Trägheitsmoment genannt wird.

Für den Kreisquerschnitt ergibt sich also:

$$\Theta_y = \Theta_z = \frac{\pi}{4} r^4 \text{ und}$$

dementsprechend:

$$M_d = \tau \frac{\Theta_p}{r} = \tau \frac{\pi}{2} r^3.$$

Die Verdrehung des Querschnittes 2 gegen Querschnitt 1, der kleine Verdrehungswinkel  $S$ , Fig. 142, ist:

$$\varphi = \frac{\gamma}{r} \text{ oder nach Gl. 30:}$$

$$\varphi = \frac{M_d \beta}{\Theta_y + \Theta_z} = \frac{2\beta}{\pi} \cdot \frac{M_d}{r^4}.$$

Für den Cylinder von der Länge  $l$  wird also der Verdrehungswinkel der beiden Endquerschnitte gegen einander:

$$\varphi_l = \frac{2\beta}{\pi} \cdot \frac{M_d}{r^4} l \dots 31.$$

**202.** Die Schubspannungen treten immer paarweise (*L 137*, § 30.32.) und senkrecht zu einander gerichtet auf. Dementsprechend ist die Spannung  $\tau$  auch senkrecht zur Querschnittsfläche in der Richtung der Axe vorhanden und nimmt auch hier proportional der Entfernung von der Axe zu, wenn  $\beta$  unveränderlich, oder wächst nach dem Gesetze von  $\beta$ , wenn dieses veränderlich. Die Folgen dieser Schubspannungen kann man an Körpern, deren Material nach den verschiedenen Richtungen verschiedene Schubfestigkeit hat, leicht erkennen. Walzeisen, Drähte u. s. w. zeigen beim Verdrehen leicht Verschiebungen des Materiales längs ihrer Fasern, die dann am verwundenen Stück oft sehr deutlich hervortreten.

## 2. Der Drehversuch.

**203.** Die Einspannung der Probekörper in die Maschine ist bei den Drehversuchen so auszuführen, dass der Körper nur ein Drehmoment erleidet und Nebenwirkungen möglichst ausgeschlossen sind; das ist meistens

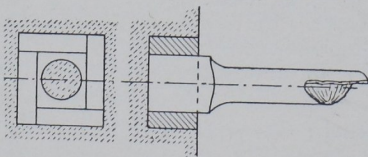


Fig. 143.

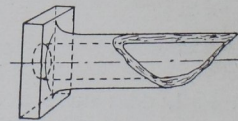


Fig. 144.

keine leichte Sache, und daher giebt es viele Arten der Einspannung, die ausführlicher bei Beschreibung der einzelnen Maschinen zu erörtern sind.

Bei Gusseisen und ähnlichen Materialien wird man den Probekörper in den meisten Fällen für den Versuch besonders giessen und kann dann