

an Hebeln aufhängt, wobei die Stützpunkte so gewählt werden können, dass die Biegungen unter dem Eigengewicht zwischen den Stützpunkten ein Minimum werden. Tetmajer giebt (*L 142*, S. 22) eine Aufhängung in Federn an.

198. Bei den Knickversuchen wird meistens die grösste Durchbiegung unter einer vorgeschriebenen Probelast gemessen und festgestellt, ob bleibende Durchbiegungen vorhanden sind oder nicht. Wird der Versuch als Materialprüfung bis zur Zerstörung durchgeführt, so pflegt man die Durchbiegung für bestimmte Laststufen bis zur Erreichung der Grenzbelastung zu messen, bei welcher unaufhaltsames Ausweichen des Körpers oder der Bruch stattfindet.

Will man Schaubilder über die Grösse der Biegungen unter verschiedenen Lasten verzeichnen, so können hierzu natürlich nur die absoluten Biegungen benutzt werden. Man wird innerhalb der Proportionalitätsgrenze proportionale Biegungen finden, indessen meistens durch viele Zufälligkeiten getrübt.

d. Verdrehungsfestigkeit.

1. Begriffsentwicklung.

199. Ebenso wie die Knickfestigkeit, wird die Verdrehungs- oder Verwindungsfestigkeit im eigentlichen Materialprüfungswesen selten festgestellt (*L 136*, 1896 S. 1381). Wenn dies geschieht, so pflegt es sich meistens um die Prüfung cylindrischer Stücke, namentlich von Wellen und Axen zu handeln. Die Prüfung von Konstruktionstheilen auf Festigkeit gegen Verdrehen kommt vor, ist aber dann nicht mehr Aufgabe des Materialprüfungswesens. Ich gebe deswegen nur die Gleichungen für den kreisförmigen Querschnitt und verweise auch hier wieder auf die Werke über Festigkeitslehre, z. B. von Bach, Grashof u. A. (*L 137* und *139*), sowie auf die eingehenden Arbeiten von Bauschinger (*L 145*) und Bach (*L 138*).

200. Ein gerader prismatischer Körper wird allein auf Verdrehung beansprucht, wenn die auf ihn wirkenden äusseren Kräfte in allen Querschnitten nur ein Kräftepaar erzeugen, dessen Ebene senkrecht zur Axe des Körpers steht.

Das Drehmoment M_a der Kräftepaare bewirkt eine Verdrehung des Endquerschnittes 2 gegen den Endquerschnitt 1 des Körpers Fig. 141. Die Erfahrung lehrt, dass hierbei die ursprünglich ebenen Querschnitte auch nach der Verdrehung eben sind, und dass die Grösse der Verdrehung des Stabes in allen Abschnitten die gleiche ist.

Ist nun die Verdrehung, die zwei im Abstände 1 von einander stehende Querschnitte 1 und 2, Fig. 142, gegen einander erfahren, die Schiebung γ senkrecht zu OA im Abstände r von der Axe O gemessen, so wird für den Punkt B im Abstände r' von der Axe die Schiebung:

$$\gamma' = \gamma \frac{r'}{r}$$

sein, d. h. die Schiebungen sind proportional dem Abstände r' an der Axe O ; ihre Grösse für verschiedene Abstände r' ist durch die Gerade $A'O$ bestimmt.

Wird die in die Querschnittsfläche fallende senkrecht zu OA wirkende Schubspannung mit τ bezeichnet, und nennt man die Schiebung, welche durch $\tau = 1$ at (kg/qcm) erzeugt wird, die Schubzahl β , entsprechend der Dehnungszahl a , so ist

$$\tau' = \frac{\gamma'}{\beta} \dots \dots \dots a)$$

die Spannung in der Entfernung r' von der Axe O .

Die Schubzahl β ist, ebenso wie die Dehnungszahl a , für gewisse Materialien bei niedrigen Spannungen eine Unveränderliche; für andere Materialien, z. B. Gusseisen, ist sie von Anfang an eine Veränderliche. Im ersteren Falle ist also mit γ auch τ proportional dem Abstände von der Axe O ; ihre Grösse für verschiedene r' ist durch die Gerade $A''O$ bestimmt.

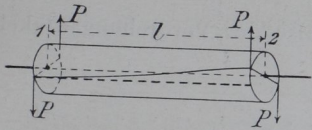


Fig. 141.

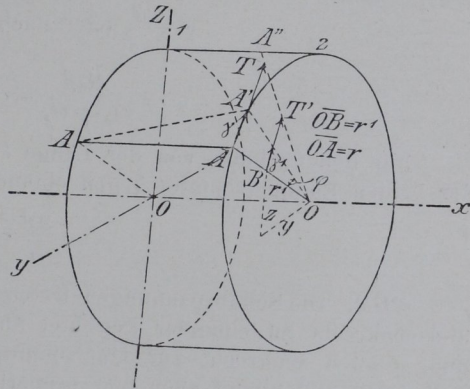


Fig. 142.

Im zweiten Falle ändert sich τ nach dem gleichen Gesetz wie β ; an Stelle der Linie $A''O$ bestimmt eine gekrümmte Linie die Grösse von τ für die verschiedenen Abstände von O .

201. Die äusseren und inneren Kräfte im verdrehten Körper müssen im Gleichgewicht sein, d. h. das am Körper wirkende Drehmoment M_a muss gleich dem Moment der Schubkräfte τ werden, also:

$$M_a = \int \tau df r'$$

da $\tau = \frac{\gamma'}{\beta} = \gamma \frac{r'}{r} \cdot \frac{1}{\beta}$, so wird:

$$M_a = \frac{\gamma}{r} \int \frac{1}{\beta} r'^2 df \text{ und}$$

für den Fall, dass auch β unveränderlich:

$$M_a = \frac{\gamma}{r} \cdot \frac{1}{\beta} \int r'^2 df.$$

Wegen $r'^2 = y^2 + z^2$ (Fig. 142) und wenn:

$$\int y^2 df = \Theta_z \text{ und } \int z^2 df = \Theta_y$$

die Trägheitsmomente bezogen auf die Z - und Y -Axe sind [für den Kreisquerschnitt einander gleich], so wird:

$$M_d = \frac{\gamma}{r} \frac{1}{\beta} (\Theta_y + \Theta_z) = \tau \frac{(\Theta_y + \Theta_z)}{r} = \tau \frac{\Theta_p}{r}, \dots 30.$$

worin $(\Theta_y + \Theta_z) = \Theta_p$ das polare Trägheitsmoment genannt wird.

Für den Kreisquerschnitt ergibt sich also:

$$\Theta_y = \Theta_z = \frac{\pi}{4} r^4 \text{ und}$$

dementsprechend:

$$M_d = \tau \frac{\Theta_p}{r} = \tau \frac{\pi}{2} r^3.$$

Die Verdrehung des Querschnittes 2 gegen Querschnitt 1, der kleine Verdrehungswinkel S , Fig. 142, ist:

$$\varphi = \frac{\gamma}{r} \text{ oder nach Gl. 30:}$$

$$\varphi = \frac{M_d \beta}{\Theta_y + \Theta_z} = \frac{2\beta}{\pi} \cdot \frac{M_d}{r^4}.$$

Für den Cylinder von der Länge l wird also der Verdrehungswinkel der beiden Endquerschnitte gegen einander:

$$\varphi_l = \frac{2\beta}{\pi} \cdot \frac{M_d}{r^4} l \dots 31.$$

202. Die Schubspannungen treten immer paarweise (*L 137*, § 30.32.) und senkrecht zu einander gerichtet auf. Dementsprechend ist die Spannung τ auch senkrecht zur Querschnittsfläche in der Richtung der Axe vorhanden und nimmt auch hier proportional der Entfernung von der Axe zu, wenn β unveränderlich, oder wächst nach dem Gesetze von β , wenn dieses veränderlich. Die Folgen dieser Schubspannungen kann man an Körpern, deren Material nach den verschiedenen Richtungen verschiedene Schubfestigkeit hat, leicht erkennen. Walzeisen, Drähte u. s. w. zeigen beim Verdrehen leicht Verschiebungen des Materiales längs ihrer Fasern, die dann am verwundenen Stück oft sehr deutlich hervortreten.

2. Der Drehversuch.

203. Die Einspannung der Probekörper in die Maschine ist bei den Drehversuchen so auszuführen, dass der Körper nur ein Drehmoment erleidet und Nebenwirkungen möglichst ausgeschlossen sind; das ist meistens

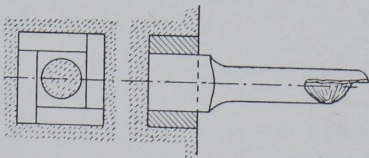


Fig. 143.

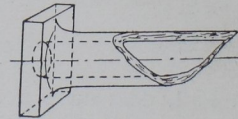


Fig. 144.

keine leichte Sache, und daher giebt es viele Arten der Einspannung, die ausführlicher bei Beschreibung der einzelnen Maschinen zu erörtern sind.

Bei Gusseisen und ähnlichen Materialien wird man den Probekörper in den meisten Fällen für den Versuch besonders giessen und kann dann

den, am besten cylindrisch oder prismatisch geformten Stab mit einem angegossenen Kopf versehen, der sich für die zur Verfügung stehende Maschine eignet. Bauschinger und Bach benutzten die in Fig. 143 und 144 skizzirten Stabformen, bei denen die angegossenen Vierkante, wenn nöthig mit Hilfe von Beilagestücken, in die entsprechenden Höhlungen der Werder-Maschine passten.

Müssen oder können die Proben aus grösseren Stücken herausgearbeitet werden, so pflegt man kleinere ähnliche Formen mit vierkantigen Enden, Fig. 145, zu verwenden. Kann man aber solche besonderen Köpfe nicht anarbeiten, sondern muss man die glatten cylindrischen Stäbe [Wellen und

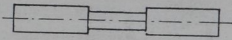


Fig. 145.

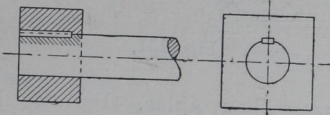


Fig. 146.

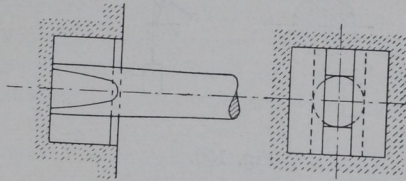


Fig. 147.

Rohre] als solche einspannen, so pflegt man mit Nuthe und Feder besondere Vierkante auf die Enden aufzuziehen, Fig. 146, oder man flacht das Wellenende mit schlankem Uebergange ab, Fig. 147. Bei diesen beiden Arten der Einspannung tritt leicht Bruch am Auflager ein. Zuweilen findet man auch Klemmkeile, die am Umfange der Welle wirken, ähnlich wie die Beisskeile in den Einspannungen für den Zugversuch und die sich mit wachsendem Drehmoment immer fester anspannen.

204. Die Messung der Verdrehung geschieht in der Regel an einem bestimmt abgegrenzten Stück des prismatischen Körpers mit der Messlänge l entweder durch Zeiger am Gradbogen oder durch Spiegelapparate.

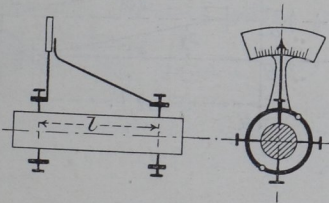


Fig. 148.

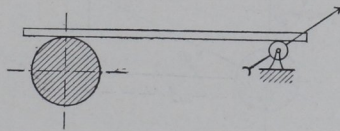


Fig. 149.

Man kann den Zeigerapparat etwa nach dem Schema der Fig. 148 konstruiren, indem man mit vier Spitzenschrauben den Gradbogen A so am Körper centrirt, dass der Mittelpunkt der Theilung möglichst genau in die Stabaxe fällt. In der Entfernung l wird dann der Zeiger Z ebenfalls mit Spitzenschrauben angeklemt. Der Verdrehungswinkel wird am Gradbogen abgelesen. Auch die bereits besprochenen (77, 180, 193) Bauschingerschen Rollenapparate lassen sich in sehr praktischer Weise für die Verdrehungsmessung benutzen, indem man zwei solche Apparate in den um l von einander entfernten Querschnittsebenen des Probestabes nach Maassgabe von Fig. 149 oder von Fig. 150 aufstellt und die Ablesungs-

unterschiede beider Apparate als Maass für die Verdrehung aufschreibt; man erhält die Verdrehung auf diese Weise in zehn- oder zwanzigfacher Vergrösserung. Der Apparat Fig. 149 arbeitet mit aufgelegtem Stab, der Apparat Fig. 150 mit feinem Blumendraht.

205. Für die Bestimmung des elastischen Verhaltens hat Bauschinger zwei Fernrohre benutzt, die er auf zweitheiligen Ringen zum Auseinanderklappen mittelst je vier Spitzenschrauben in den Endquerschnitten der Messlänge festklemmte, Fig. 151, und mit deren Hülfe er die Verdrehung

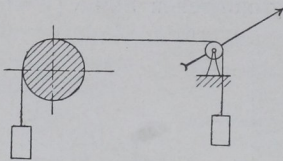


Fig. 150.

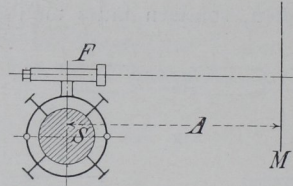


Fig. 151.

an entsprechend aufgestellten geraden Maassstäben ablas. Bei der Entfernung A des Maassstabes vom Stabmittelpunkt liest man am Millimetermaassstab den kleinen Verdrehungswinkel φ ab, wenn $A = 3^m$,

$$\varphi = \text{tg } \varphi = 1/3000$$

und schätzt ihn bis auf $1/30\,000$. Für grosse Verdrehungswinkel muss der Fehler wegen Ablesung am geraden Maassstab berücksichtigt werden [es gilt nicht mehr $\varphi = \text{tg } \varphi$]. Ausserdem wird bei der Aufstellung der Fernrohraxe ausserhalb der Drehaxe des Probestabes die Ablesung fehlerhaft, wie

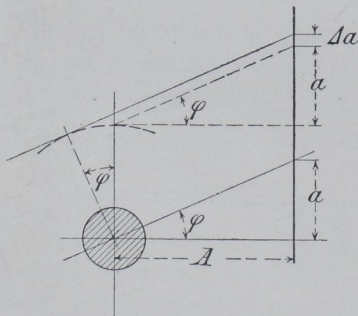


Fig. 152.

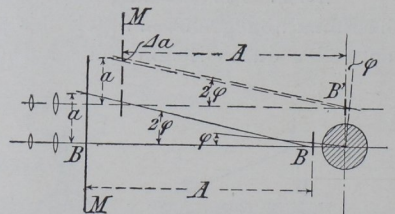


Fig. 153.

aus Fig. 152 einleuchtet, in welcher Δa der sich ergebende Fehler der Ablesung a sein würde.

206. Der Spiegelapparat von Martens kann bei Aufstellung nach Maassgabe von Fig. 153 ebenfalls zur Bestimmung kleiner Verdrehungswinkel benutzt werden; auch er zeigt fehlerhaft an, wenn die Excentricität der Aufstellung zur Wirkung kommen kann, also am fehlerhaftesten, wenn die Aufstellung im Punkt B^1 gewählt wird; der Abstand A ist bei gleichem Uebersetzungsverhältniss, wie bei der vorerwähnten Bauschingerschen Ablesungsart, nur halb so gross. Meine Aufstellung hat vor der Bauschingerschen den Vorzug, dass man nicht das schwere Fernrohr, sondern nur den

leichten Spiegel am Probekörper zu befestigen hat, was ganz gut mit ein wenig Wachs-Kolophoniumkitt geschehen kann. Ausserdem behält man die Fernrohre auf dem Stativ an ihrem gewöhnlichen Orte und vermeidet die Beeinflussung des Probekörpers und der Befestigungstheile für das Instrument durch die Körperwärme.

207. Schaulinienzeichner für Verdrehungsversuche werden später besprochen.

208. Bei den Verdrehungsversuchen wird meistens bei stufenweiser Zunahme des Drehmomentes die Verdrehung gemessen. Man findet hierbei, entsprechend den Ableitungen im Absatz 201, S. 143, bei den Materialien mit unveränderlichem β anfangs eine den Spannungen τ proportionale Schiebung γ und demnach eine Proportionalitätsgrenze, dann entsprechend der Fließ- und Biegegrenze, eine Drehgrenze und schliesslich die Bruchgrenze, ausgedrückt in den Spannungen τ und den zugehörigen Formänderungen γ , bezogen auf den Abstand 1 der Schichten von einander und auf den Halbmesser $r' = 1$.

Die Schubzahl β kann aus τ und γ nach Gleichung a, S. 143, gefunden werden:

$$\beta = \frac{\lambda}{\tau}$$

Sie steht, wie die Festigkeitslehre (*L* 137, § 31) entwickelt, im Verhältniss zur Dehnungszahl, wie:

$$\frac{a}{\beta} = \frac{m}{2(m+1)} \text{ oder in Zahlen, da } m = 3 \text{ bis } 4:$$

$$\frac{a}{\beta} = \frac{3}{8} \text{ bis } \frac{4}{10} = 0,375 \text{ bis } 0,400.$$

Auch bei den Drehversuchen kann die Elasticitätsgrenze, die elastische und bleibende Verdrehung, die Drehfederung, die Nachwirkung, die Formänderungsarbeit u. a. m. Gegenstand der Untersuchung sein; indessen würde eine eingehende Besprechung dieser Dinge zu weit führen.

209. Das Gesetz der Aehnlichkeiten lässt sich auch auf den Drehversuch übertragen, und man kann aussprechen, dass bei Anwendung geometrisch ähnlicher Abmessungen der Probekörper, gleiche Spannungen gleiche Formänderungen, bezogen auf die Längeneinheit, liefern müssen.

3. Bruchformen.

210. Auf Taf. 2 Fig. 25, 29 und 30 ist eine Reihe von Bruchflächen abgebildet, wie sie bei Flusseisen und Gusseisen an cylindrischen Probestäben in der Regel vorkommen. Beim Gusseisen, Stahl und Materialien von ähnlichem Gefüge folgt der Bruch auf der Cylinderfläche einem vollen Umgang einer Schraubenlinie, um dann von einem Endpunkt der Schraubenlinie zum anderen in einer Ebene zu verlaufen, die die Cylinderaxe enthält. (Vergl. 203 Fig. 143 und Taf. 2 Fig. 25, 29 und 30.) Bach gab eine Reihe von Abbildungen solcher Bruchflächen von Gusseisenstücken verschiedener Querschnittsformen in (*L* 138, 1889, S. 137, Fig. 8—19).

Bei feinkörnigem Material findet man Bruchlinien (122), die in der Mitte der Schraubenlinie von einem Punkte am Umfange auszustrahlen pflegen (Taf. 2 Fig. 25). Man darf auch hier vermuthen, dass der Strahlungspunkt der Ausgangspunkt zur Bruchbildung gewesen sein wird. Man erkennt, dass ein eingehenderes vergleichendes Studium der Bruchvorgänge hier wiederum einen Hebelpunkt findet. Ich werde später weitere Hinweise auf diese Erscheinungen geben.

211. Weiche zähe Metalle geben eine Bruchfläche (Taf. 2 Fig. 29), die fast ganz in einer Normalebene des Stabes verläuft und nur in der Mitte in den Theilen nahe an der Stabaxe eine kleine Erhöhung zu zeigen pflegt. Die Bruchfläche hat das charakteristische Aussehen einer Scheerfläche, nur sind die Schuppen nach Spirallinien gerichtet, die gut erkennbar gegen den Mittelpunkt der Bruchfläche verlaufen. Auf der Oberfläche, namentlich von Drähten, kann man die einzelnen Windungen, die der Draht ertragen hat, fast an den scharfen Schraubenlinien auszählen, die beim Verdrehen entstehen. Auffallend ist, wie vollkommen sich Ungleichmässigkeiten im Material durch das Bestehenbleiben von ganz glatten blanken Drahttheilen äussern, die an der Verwindung jedenfalls keinen nennenswerthen Antheil genommen haben. Vergl. Taf. 2 Fig. 26.

Auf die von Bach gegebene eingehende Behandlung der Drehfestigkeit und besonders auf die Darstellung der Formänderungen durch Netzwerke, die auf Körper von verschiedener Querschnittsform aufgerissen sind möchte ich zum Schluss nochmals verweisen (*L 137*).

e. Scheerfestigkeit.

212. Die Scheerfestigkeit der Materialien wird häufig festgestellt, deswegen ist hier näher auf die betreffenden Verhältnisse einzugehen. Es hat sogar nicht an Versuchen gefehlt, dem Scheerversuch für das Materialprüfungswesen zu einer ähnlichen Bedeutung zu verhelfen, wie sie der Zerreißversuch bereits erlangte. Alfred E. Hunt machte im Jahre 1893 noch einen solchen Vorschlag (*L 146*); Kick schlug den Scheerversuch für die Feststellung der Härte von Materialien vor (*L 147, 148*).

Der Scheerversuch pflegt in zweierlei Formen ausgeführt zu werden, und zwar entweder als eigentlicher Scheerversuch und als Lochversuch.

1. Scheeren.

213. Die Scheerfestigkeit τ , ist der Widerstand, den ein Körper dem Verschieben seiner Theilchen in einer Fläche entgegensetzt. Streng genommen müsste also die Schubfestigkeit τ (200) gleichbedeutend mit Scheerfestigkeit sein, wenn der Abstand der beiden Querschnitte, die gegen einander verschoben werden, sehr klein wird. In Wirklichkeit wird aber durch den Scheerversuch niemals die Schubfestigkeit des Materiales gemessen, weil immer eine Reihe von Nebenumständen auftritt, die die wahre Schubfestigkeit nicht zum Ausdruck kommen lässt. Deswegen ist es gut, die Ausdrücke Scheerfestigkeit und Schubfestigkeit auseinander zu halten, und dementsprechend wird in Folgendem überall da, wo von der Feststellung der Materialeigenschaften durch den Scheerversuch oder von den Ergebnissen des Scheerversuches die Rede ist, ausschliesslich der Ausdruck