

f. Dass die vierte Voraussetzung, die Dehnungszahl a sei für Zug und Druck gleich und die Proportionalitätsgrenze nicht überschritten, nur für einige Materialien zutreffend ist, z. B. für Schmiedeeisen oder Stahl, wurde in Abschnitt 37, S. 20 bereits besprochen.

173. Weil man nach Voraufgehendem nicht erwarten darf, dass die Ergebnisse der Biegeversuche mit den Ergebnissen der Theorie übereinstimmen, die auf Grund einer Anzahl von vereinfachenden Annahmen aufgestellt worden ist, darf man auch nicht erwarten, dass die aus den Ergebnissen des Biegeversuches berechneten Bruchspannungen für Zug und Druck mit den aus den Ergebnissen der Zug- und Druckversuche abgeleiteten übereinstimmen (*L 105*, S. 41, No. 26 und S. 97 u. f.). Am wenigsten stimmen sie bei denjenigen Materialien überein, bei denen die Proportionalitätsgrenze überhaupt nicht besteht und bei denen die Dehnungszahl a nicht gleich der Verkürzungszahl ist. (Vergl. aber auch *L 112*.)

Aus diesen Gründen würde es am zweckmässigsten sein, die für die Konstruktion zulässigen Biegebeanspruchungen bei den vorgenannten Materialien nicht aus Zug- und Druckversuchen, sondern unmittelbar aus Biegeversuchen abzuleiten oder wenigstens auf dem Versuchswege die gesetzmässigen Beeinflussungen festzustellen (*L 138*). Dabei würde dann, wie aus dem Voraufgehenden einleuchtet, das Ergebniss mehr oder minder von der Querschnittsform abhängig sein.

174. Nun würde es aber auf der einen Seite erhebliche Kosten und Umstände verursachen, wollte man die Biegefestigkeit der Materialien auch für alle möglichen Querschnittsformen und Belastungsformen ermitteln, und auf der andern Seite würde man bei Berücksichtigung aller Nebenumstände bei Aufstellung der Theorie auf solche Weitläufigkeiten stossen, dass man einstweilen für das Materialprüfungswesen sicher bei den in Abschn. 168—171 benutzten Annahmen stehen bleiben wird. Die einfache Theorie wird man wohl nur in besonderen Fällen durch genaue Rechnung ergänzen, wenn die Verhältnisse so liegen, dass man ihre Wirkungen klar übersehen kann. Für gewöhnlich wird man darauf zu achten haben, dass die Biegeversuche unter solchen Umständen ausgeführt werden, dass möglichst ungetrübte Biegebeanspruchungen auftreten.

Man ist also auch bei den Biegeversuchen darauf angewiesen, die Bedingungen für eine möglichst gute Art der Inanspruchnahme der Stäbe aufzusuchen und die Formen thunlichst so zu wählen, dass man an allen Orten zu unmittelbar vergleichbaren Ergebnissen kommt.

2. Der Biegeversuch.

175. Bei der praktischen Ausführung des Biegeversuches pflegt man dem Probekörper eine der einfachen Querschnittsformen zu geben, von denen man die Trägheitsmomente Θ in den Tabellen der Handbücher für den Konstrukteur entweder zahlenmässig berechnet vorfindet, oder von denen man sie nach einfachen, dort ebenfalls angegebenen Formeln berechnen kann. Kommen complicirte Querschnitte vor, so sind die Trägheitsmomente durch Annäherungsrechnungen oder mit Hilfe eines Momentenplanimeters zu bestimmen.

Ich will auf diese Dinge hier nicht näher eingehen, behalte mir vielmehr vor, hierauf am Schluss des Buches noch zurückzukommen.

176. Wie bereits früher (172) erwähnt, wird der Biegeversuch im Materialprüfungswesen meistens nach Fig. 121, S. 125 so angeordnet, dass der Stab auf zwei Auflager gelegt und in der Mitte belastet wird. Bei stufenweiser Vergrößerung von P pflegt man dann für jede Laststufe die Durchbiegung δ in der Mitte zu messen.

Aus der Kraft P und der erzielten Formänderung δ kann man, wie beim Zerreiß- und Druckversuch, eine Schaulinie (Fig. 126) entwerfen.

Ist für das untersuchte Material a konstant, so ist die Durchbiegung des Stabes gemäss Gleichung 21:

$$\delta = \frac{a Pl^3}{48 \Theta}$$

proportional der Kraft P , und da:

$$\sigma = \frac{Pl e}{4 \Theta},$$

auch proportional der Spannung σ .

Die Schaulinie wird daher anfangs bis zum Punkte P geradlinig sein. P ist die Proportionalitätsgrenze für die Biegung. Von P ab zeigt die Linie eine sanfte Krümmung bis zum Punkte S , wo die Biegungen bei wachsendem P plötzlich stark zunehmen. Den Punkt S nennt man die Biegegrenze, entsprechend der bereits bekannten Streck- und Quetschgrenze (37—39) des Materiales.

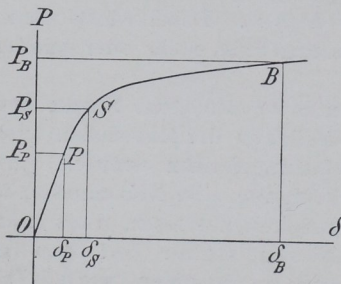


Fig. 126.

Während manche Körper bei Weiterführung des Versuches zu Bruche gehen, also auch die Spannung an der Bruchgrenze (Punkt B , Fig. 126) zu bestimmen gestattet, lassen sich andere auch durch die stärksten Biegungen nicht zum Bruche bringen. In diesen Fällen muss, ebenso

wie beim Druckversuch, die Streckgrenze an Stelle der Bruchgrenze als Gütemaassstab für das Material genommen werden. Für den Technologen ist aber auch hier wiederum der weitere Verlauf des Schaubildes oft von Wichtigkeit, weil er Rückschlüsse auf die Verarbeitbarkeit des Materiales gestattet.

177. Nachdem also auch beim Biegeversuch die Punkte P , S und B als charakteristische Punkte hervortreten und die zugehörigen Spannungen und Formänderungen zur Kennzeichnung der Eigenart der Materialien vielfach benutzt werden, ist es wünschenswerth, auch hier eine abgekürzte, leicht übersichtliche Bezeichnung einzuführen. Deswegen wird im weiteren Verlaufe dieses Werkes überall da, wo es darauf ankommt, kurz anzudeuten, aus was für einer Art der Beanspruchung die angegebenen Werthe hervorgingen, neben der Bezeichnung:

σ_P, S, B oder ϵ_P, S, B für Zugbeanspruchung	}	gewonnen aus dem
$\sigma_{-P, -S, -B}$ oder $\epsilon_{-P, -S, -B}$ für Druckbeanspruchung		
Zug- oder Druckversuch, die Bezeichnung:		
$\sigma_{P', S', B'}$ oder $\epsilon_{P', S', B'}$ für Zugbeanspruchung	}	gesetzt werden,
$\sigma_{-P', -S', -B'}$ oder $\epsilon_{-P', -S', -B'}$ für Druckbeanspruchung		

wenn angedeutet werden soll, dass die Werthe durch einen Biegeversuch

festgestellt wurden oder sich auf den Fall der Biegung beziehen. Sind in gleicher Weise die einfachen Zeichen σ , ε kenntlich zu machen, so werden sie geschrieben werden σ_1 , ε_1 u. s. w.

178. Ebenso wie beim Zug- und Druckversuch kann es von Interesse werden, beim Biegeversuch das Verhalten des Materials bei Entlastung und wiederholter Belastung zu studiren. Man kann diese Vorgänge, ebenso wie in Absatz 41, auch hier im Schaubilde zum Ausdruck bringen, indem man die Linien für die bleibende (Biegeungsrest) und elastische Biegung (Federung) verzeichnet.

Auch die Nachwirkungsercheinungen kann man durch den Biegeversuch studiren und kann, wie beim Zug- und Druckversuch, aus den Schaubildflächen die gesammte und die spezifische Formänderungsarbeit für die Biegebeanspruchung ermitteln. (Vergl. 48—54) (*L* 137, § 42, S. 215.)

179. Auch bei den Biegeversuchen treten an den Staboberflächen häufig ähnliche Fließfiguren auf, wie bei den Zugversuchen (88—90), und ebenso sind die Erscheinungen auf den Bruchflächen durchaus charakteristisch. Ich möchte aber auf die Einzelheiten hier noch nicht eingehen und behalte mir vor, hierauf bei Besprechung der Schlagbiegeversuche im Abs. 272 u. f. zurückzukommen und auf Einzelheiten auch bei der Behandlung der Brucherscheinungen bei Dauerversuchen (333 u. f.) näher einzugehen.

180. Was über die eigentliche Versuchsausführung zu sagen ist, bezieht sich auf eine kurze Darstellung der Messverfahren und der Apparate für die Feinmessungen bei Biegeversuchen; indessen sollen an dieser Stelle nur die allgemeinen Grundsätze behandelt werden.

Bei rohen Versuchen wird gewöhnlich durch Anlegen eines Maassstabes die Durchbiegung in der Mitte von einer in Bezug auf die Auflager-

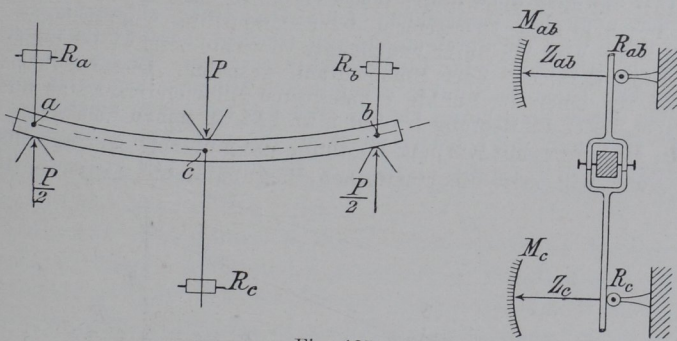


Fig. 127.

punkte festliegenden Marke (Lineal oder gespannter Faden) aus gemessen. Da aber hierbei, wie noch zu zeigen ist (268), Lagenänderungen gegen die Auflager, Verdrückungen in diesen Punkten und unter den Angriffsstellen für die Kraft P nicht wohl vermieden werden können, so müssen namentlich Feinmessungen mit grösster Vorsicht ausgeführt werden, wenn man sich frei von Fehlern machen will.

Man pflegt diese Messungen gewöhnlich von der neutralen Faserschicht ausgehend vorzunehmen. Bauschinger hat hierfür einen sehr sinnreichen Apparat erdacht, dessen Beschreibung gut kennzeichnen wird, worauf es bei

den Apparaten für Biegemessung ankommt. Das Schema der Anordnung ist in Fig. 127 gegeben. In der neutralen Faser werden vor dem Versuch auf den Seitenflächen des Körpers Körnerpunkte a , b und c eingeschlagen, und zwar über den beiden Auflagern in der Entfernung l von einander und in der Stabmitte. Sie dienen den Spitzschrauben der drei Bügel als Festpunkte. Die Bügel tragen in Gelenken (in der Figur nicht angedeutet) bewegliche Stangen, die sich mit ihren Enden auf die Rollen $Rabc$ der Rollenfühlhebel auflegen und diese durch Reibung bewegen, sobald die Punkte a, b, c ihre Lage ändern. Die Bewegungen der Zeiger z werden an den Gradbögen M abgelesen. Das Uebersetzungsverhältniss [Verhältniss der Rollenhalbmesser zum Halbmesser der Messbögen] ist $\frac{1}{20}$ oder $\frac{1}{50}$, so dass man, je nach Benutzung der grossen oder der kleinen Rollen, am Apparate die Bewegungen der Körnerpunkte gegen die fest aufgestellten Rollenständer mit $\frac{1}{2000}$ oder $\frac{1}{5000}$ cm ablesen kann, da die Bögen mit Millimetertheilung versehen sind. Durch die beiden seitlichen Rollen a und c werden die Bewegungen über den Auflagern, durch b diejenigen der Stabmitte gemessen; der Unterschied der Ablesungen

$$c - \frac{a + b}{2} = \delta$$

gibt also die wirkliche Durchbiegung des Stabes in der Mitte an. Bei starken Verbiegungen ändert sich natürlich im Laufe des Versuches die Länge l . (Vergl. hierüber f 5 Abs. 266—270.)

Die beiden Messungen über den Auflagern lassen sich vermeiden, wenn man in irgend einer Weise neben dem Probekörper eine feste Latte anbringt, die die Bewegungen der Punkte in der neutralen Faserschicht über den Auflagern ohne Zwang mitmacht, und wenn man dann die Verschiebungen des mittleren Punktes gegen die Latte misst.

Bei Biegeversuchen mit Holzbalken wird in der Charlottenburger Versuchsanstalt zuweilen auch in der Weise verfahren, dass in den Punkten a und b (Fig. 127) der neutralen Faserschicht feine Drahtstifte eingeschlagen werden. Ueber diese Stifte wird ein durch angehängte Gewichte beschwerter feiner Kupfer- oder Stahldraht [Kratzen- oder Blumendraht] gespannt. Dieser Draht dient als Zeigermarke für einen im Punkte c befestigten Millimetermaassstab aus Papier. Man kann bei dieser Einrichtung bis auf etwa 0,02 cm genau ablesen.

181. Hat man mit Körpern zu thun, die nur sehr geringe Biegungen erfahren, oder will man die elastischen Biegungen mit grösserer Genauig-

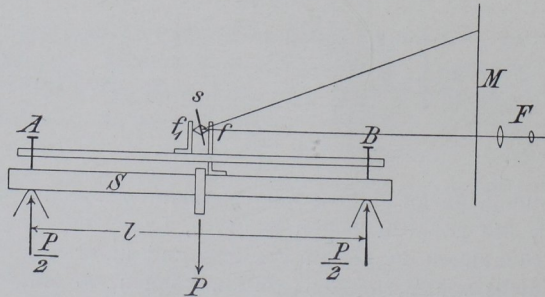


Fig. 128.

keit feststellen, so kann man Spiegelapparate (87) benutzen und die Durchbiegungen mit ausserordentlicher Feinheit feststellen. Auf den Probekörper S (Fig. 128) stellt man eine Latte L mit drei Spitzen [Holzbrett mit

eingeschlagenen Nägeln], von denen eine über dem linken [A] und zwei über dem rechten Auflager B liegen, so dass die Entfernung zwischen den Spitzen in A und B gleich der Stützweite l ist. Auf Stab und Latte werden mit Wachskolophoniumkitt zwei federnde Winkelchen f und f_1 in der Mitte aufgeklebt. Zwischen f und f_1 wird nun der Spiegelkörper genau so eingeschaltet, wie früher beim Zugversuch unter 87 beschrieben. Die Ablesungen geschehen mittelst des Fernrohrs am Maassstab M in der bereits bekannten Weise. Man kann auf diese Weise leicht die Durchbiegungen bis auf $\frac{1}{50000}$ cm schätzen. Die gemessene Gesamtbiegung darf freilich bei dieser Art der Messung nicht über 0,05 cm hinausgehen, aber bei Steinen, Mörtel- und Betonkörpern ist das Verfahren alsdann ein sehr leistungsfähiges.

182. Eine sehr sinnreiche Anwendung des Spiegels benutzte Intze, um seinen Zuhörern die Durchbiegungen eines Stabes nach allen Richtungen sichtbar zu machen. Er verwendete einen Grundsatz, der übrigens auch früher schon befolgt wurde, um feinere Bestimmungen der Durchbiegung von Stäben in einer Ebene auszuführen. Hierbei bestimmt man den Winkel β (Fig. 120, S. 124), den die elastische Linie über den Auflagern mit ihrer

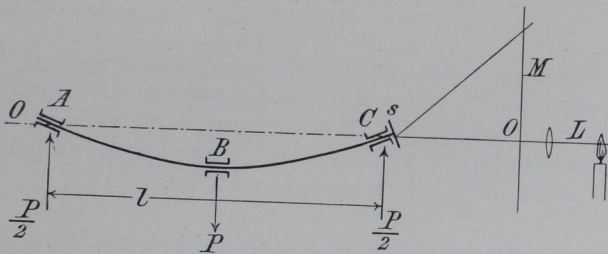


Fig. 129.

ursprünglichen Richtung bildet. An das eine Stabende wird ein Spiegel befestigt, und dessen Winkelbewegung wird abgelesen. Intze lagerte nun seinen Stab derart, dass er ihn unter der Last P um seine ursprüngliche Längsaxe drehen konnte (Fig. 129).

Wurde auf den Spiegel mittelst einer optischen Linsenzusammensetzung L ein dünnes Lichtbündel geworfen, so dass auf der Bildfläche M ein Lichtpunkt erschien, so konnte man den doppelten Winkel β an dem Maassstabe ablesen, oder auf dem Papier anzeichnen. Drehte man nun den Stab [z. B. ein Winkeleisen] und die Papierfläche gemeinsam um die ursprüngliche Mittellinie OO' , so musste sich der Winkel β , entsprechend den verschiedenen Trägheitsmomenten des Stabquerschnittes, für die verschiedenen Lagen des Stabes ändern. Wenn die den verschiedenen Stablagen zugehörigen Bildpunkte in allen Lagen verzeichnet wurden, so erhielt man eine Ellipse, entsprechend der sogenannten Trägheitseellipse des Stabquerschnittes.

183. Für die Materialprüfung wird, wie im Abschnitt 172 und 175 bereits hervorgehoben, der Stab über zwei Auflagern liegend in der Mitte belastet geprüft. Als Ergebnisse des Biegeversuchs pflegt man nach der Gleichung:

$$\sigma_1 = \frac{Pl e}{4 \Theta} \dots \dots \dots 20.$$

Die Spannungen für die
 σ_p , Proportionalitätsgrenze,
 σ_s , Biegegrenze,
 σ_B , Bruchgrenze

und die dazu gehörigen Biegungen δ_1 zu bestimmen.

Aus der Gleichung für die Biegungen und den gefundenen Werthen für δ berechnet sich:

$$\alpha_1 = 48 \frac{\Theta \delta}{l^3 P}, \dots \dots \dots 22.$$

oder wenn man das Verhältniss δ/l als den Biegunbspfeil bezeichnet:

$$\alpha_1 = 48 \frac{\Theta \delta}{l^2 P l} \dots \dots \dots 23.$$

Da der Elasticitätsmodul $E = 1/\alpha$, so ergibt sich:

$$E_1 = \frac{1}{\alpha} = \frac{l^2 P l}{48 \Theta \delta} \dots \dots \dots 24.$$

Bezeichnet man den von der Spannungseinheit erzeugten Biegunbspfeil als die Biegungsgrösse, so ist [Gl. 20 und 23] diese:

$$\frac{\delta/l}{\sigma} = \frac{\alpha Pl^2 4\Theta}{48 \Theta Pl e} = \frac{\alpha l}{12 e} \dots \dots \dots 25.$$

Die Biegungsgrösse ist mit α innerhalb der Proportionalitätsgrenze eine Konstante, die, ausser von dem Material, abhängig ist von dem Verhältniss der Stützweite zur Entfernung der äussersten Faserschicht von der neutralen Faser.

3. Biegung und das Aehnlichkeitsgesetz.

184. Auch für die Biegeversuche kann man aus dem Aehnlichkeitsgesetz gewisse Vortheile ziehen. Kick (*L 100*) spricht das Gesetz für den Fall der Biegung wie folgt aus:

Stäbe geometrisch ähnlicher Form desselben Materiales bedürfen zu ähnlicher Durchbiegung, wenn sie in gleicher Art unterstützt oder befestigt und in gleicher Weise beansprucht sind, Belastungen, welche sich proportional ihren Querschnitten verhalten.

Die Worte „wenn sie in gleicher Art unterstützt“ und „in gleicher

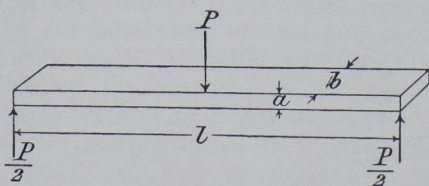


Fig. 130.

Wise beansprucht sind“ können leicht missverstanden werden. Es ist daher darauf aufmerksam zu machen, dass sie sich nicht ganz allgemein auf die Art und Weise der Versuchsanordnung beziehen; im Besonderen müssen vielmehr auch die Abmessungen der Auflager- und Befestigungstheile geometrisch ähn-

liche Abmessungen erhalten, wenn die Bedingungen des Gesetzes streng erfüllt sein sollen.

185. Um die Begründung für das Gesetz zu suchen, seien zwei