

c. In Wirklichkeit wird man immer mit dem Umstande zu rechnen haben, dass die Stäbe niemals genau nach Vorschrift bearbeitet werden; man muss also die Querschnitte immer nach den Abmessungen feststellen. Um die Rechnungen thunlichst abzukürzen ist in der Literatur (*L 206—208*) eine Reihe von Tabellenwerken aufgetaucht, die für verschiedene Stabquerschnitte und Belastungen gleich die Spannungen aufzuschlagen gestatten. Will man sich mit Annäherungen zufriedien geben, so genügt zur Ausrechnung der gewöhnliche Rechenschieber; man muss eben bedenken, dass eine Genauigkeit von etwa $\pm 1^{\circ}_0$ für die meisten praktischen Fälle vollkommen ausreichend ist.

159. Aus den vorausgehenden Abschnitten ist klar zu erkennen, dass man die wahre Bedeutung der Ergebnisse der Zerreißversuche nur dann erkennen kann und dass die Veröffentlichungen, ganz besonders der Werthe für die Bruchdehnung, eine wissenschaftliche Beachtung nur dann verdienen, wenn sie erkennen lassen, auf welche Weise und unter welchen Verhältnissen sie gewonnen wurden. Auch die im vorigen Absatz vorgeschlagenen Maassnahmen würden werthlos und übertrieben peinlich erscheinen müssen, wenn man den Dehnungswerth ohne Angabe der angewendeten Messlänge abgeben oder veröffentlichen wollte. Deswegen schlug ich in meinem Berichte über Kupferuntersuchungen (*L 110 S. 107*) vor,

dass man allgemein dem Werthe δ für die Bruchdehnung die Verhältnisszahl

$$n = l/\sqrt{f}$$

als Index beifügen, d. h. schreiben möge $\delta_n = x$. Für den Normalstab würde also zu setzen sein $\delta_{11,3} = x$.

Wenn ich auch schon mehrfach andeutete, dass sich alle Auslassungen in den Abschnitten 1 bis 9 im wesentlichen auf die Verhältnisse beziehen, wie sie beim Zerreißversuch mit Metallstäben vorliegen, so will ich dies hier doch nochmals besonders betonen, um nicht auf falsche Bahnen zu leiten. Für andere Materialien und für andere Verhältnisse wird man überlegen oder durch den Versuch feststellen müssen, wie weit die in dem Vorausgehenden entwickelten Gesichtspunkte anwendbar sind.

Für Holz, Leder, Seide, Papier [Körper vom Dichtigkeitsgrad $\delta < 1$] sind z. B. andere Gesichtspunkte maassgebend. Steine, Cement, Beton u. s. w. wird man auf Zug an anderen Körperformen prüfen als die Metalle; Gewebe, Fäden Fasern oder Leim, Löthmaterialien u. s. w. erfordern besondere Maassnahmen und die Ergebnisse sind von anderen Faktoren beeinflusst, als sie in den vorausgehenden Abschnitten in Betracht gezogen werden konnten.

Es würde zu weit führen, wollte ich an dieser Stelle auf alle diese Punkte eingehen. Ich behalte mir vor, auf die wichtigsten Dinge bei Besprechung der Eigenschaften der einzelnen Materialien später zurück zu kommen.

10. Einfluss der Stabform auf σ_s , σ_B und $-\delta$.

160. Auch für die Druckspannungen gilt das Gesetz der Aehnlichkeiten. Man kann es aussprechen:

Geometrisch ähnliche Körper aus gleichem Material erfahren unter gleichen Umständen durch die gleichen Spannungen geometrisch ähnliche Formänderungen; sie haben also auch gleiche Quetsch- und Bruchgrenzen.

Hieraus kann man im Besonderen ableiten, dass bei Versuchen mit Würfeln von verschiedener Seitenlänge aus dem gleichen Material bei gleichen Spannungen $-\sigma$ auch die gleichen Höhenverminderungen $-\epsilon$, ausgedrückt in Procenten der ursprünglichen Höhe, erhalten werden. Also

auch die Zusammendrückbarkeit beim Bruch — δ muss die gleiche sein, gleichgiltig wie gross die Würfelseite gewählt wurde.

Das Aehnlichkeitsgesetz kann natürlich streng nur für solche Körper gelten, die in sich völlig gleichartig aufgebaut sind, d. h. auch geometrisch ähnliche Gefügeverhältnisse besitzen. Es kann beispielsweise auf Holz nur übertragen werden, wenn auch die Wachstumsverhältnisse in den verglichenen Proben dem Gesetz der Aehnlichkeiten entsprechen. Diese Ueberlegung war der Grund, weshalb ich z. B. für die von der Versuchsanstalt zu Charlottenburg und von der Forstakademie zu Eberswalde gemeinsam unternommene Untersuchung über die Festigkeitseigenschaften der Holzarten Preussens, die Entnahme von Würfeln vorschlug, derart, dass mit Scheiben aus verschiedenen Stammhöhen die Druckfestigkeit solcher Würfel mit einander in Vergleich gestellt werden konnte, deren eine Kante in die Rindenschicht und deren gegenüberliegende Kante in die Stammmitte fiel. Hierdurch konnten freilich die Forderungen des Gesetzes nicht streng erfüllt werden, aber es war ihnen doch möglichst weitgehend Rechnung getragen; man hat dabei allerdings die sehr verschiedenen Grössen der Würfel in den Kauf nehmen müssen.

161. In der That beweisen die Versuche von Gauthey, Soufflot, Perronnet (1774), Rondelet, Vicat (vor 1833), Bauschinger u. A. m. (*L 2* Heft 6 — *L 134*) die Richtigkeit des Gesetzes der Aehnlichkeiten hinsichtlich der Spannungen. In Tab. 17 sind einige Ergebnisse dieser

Tabelle 17. Druckfestigkeit geometrisch ähnlicher Körper.

Versuche von	No.	Abmessungen in cm						σ_B in at		Bemerkungen
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	<i>f</i>	\sqrt{f}	$\sqrt{f/l}$	Einzel	Mittel	
S. Rondelet (vor 1833)	1	3	3	3	9	3	1	269		Gestein
	2	4	4	4	16	4	1	266		
	3	5	5	5	25	5	1	266		
	4	6	6	6	36	6	1	271	268	
	5	3	3	3	9	3	1	117		Anderes Gestein
	6	4	4	4	16	4	1	114		
	7	5	5	5	25	5	1	125		
	8	6	6	6	36	6	1	123	120	
	9	3	3	3	9	3	1	55		Anderes Gestein
	10	4	4	4	16	4	1	55		
	11	5	5	5	25	5	1	55		
	12	6	6	6	36	6	1	56	55	
Vicat (vor 1833)	13	2	2	2	4	2	1	74,0		Gips No. 4
	14	3	3	3	9	3	1	73,9	74,0	
	15	1,0	1,0	1,0	1,00	1,0	1	53,1		Feiner Sandstein
	16	1,5	1,5	1,5	2,25	1,5	1	52,0	52,6	
	17	1	1	1	1	1	1	33,5		Lufttrockener Ziegelthon
	18	2	2	2	4	2	1	33,4	33,5	
	19	1	1	1	1	1	1	18,0		Mörtel aus Fettkalk und Sand
	20	2	2	2	4	2	1	17,0	17,5	
Bauschinger (1872)	21	5,20	5,20	5,05	27,04	5,20	1,03	690		Sehr feiner graublauer Schweizersandstein, Druck senkrecht zum Lager
	22	6,00	5,85	5,70	35,10	5,93	1,04	670		
	23	6,70	6,70	6,55	44,89	6,70	1,03	680		
	24	8,40	8,20	8,50	68,88	8,30	0,98	710		
	25	8,50	8,50	8,70	72,25	8,50	0,98	708		
	26	9,95	9,85	9,60	98,01	9,90	1,03	680		
	27	10,00	9,85	9,70	98,50	9,92	1,02	685	689	

Tabelle 17. Fortsetzung.

Versuche von	No.	Abmessungen in cm						σ_B in at		Bemerkungen
		a	b	l	f	\sqrt{f}	$\sqrt{f/l}$	Einzel	Mittel	
Vicat	28	1	1	2	1	1	0,50	42,0	41,7	Gips
	29	2	2	4	4	2	0,50	41,3		
	30	1	1	0,5	1	1	2,00	46,3	44,7	Gips
	31	2	2	1,0	4	2	2,00	43,1		
Bauschinger	32	6,60	6,50	4,75	42,90	6,55	1,38	676	677	Sehr feiner graublauer Schweizersandstein
	33	9,95	9,80	7,00	97,51	9,87	1,41	677		
Rondelet	34	1,75	—	—	2,41	—	—	14,5	14,3	Gips
	35	2,25	—	—	3,98	—	—	14,0		
(34 bis 39 kugelförmige Körper; f = Meridianschnitt)	36	1,78	—	—	2,49	—	—	10,1	10,0	Lufttrockener Ziegelthon
	37	2,28	—	—	4,08	—	—	9,9		
	38	1,70	—	—	2,27	—	—	6,02	5,84	Kreide und Sand
	39	2,50	—	—	4,91	—	—	5,66		
40 bis 43 Pyramidenstumpfe 	40	1,00	—	—	{ 0,44 1,00 }	—	—	{ 45,5 20,0 }	46,2	Kreide a : a ₁ : l für 40 u. 41 = 1 : 0,66 : 1,6
	41	1,50	—	—	{ 1,00 2,25 }	—	—	{ 46,8 20,8 }		
	42	2,00	—	—	{ 1,00 4,00 }	—	—	{ 84,5 21,1 }	83,0	Gips No. 4, für 42 u. 43 = 1 : 0,5 : 1,5
	43	3,00	—	—	{ 2,25 9,00 }	—	—	{ 81,4 20,3 }		

Versuche angeführt; weitere Bestätigungen sind in den Arbeiten von Bauschinger (L 2 Heft 6) und von mir (L 135) zu finden; auch Kick (L 100) theilt mehrere mit.

162. Schon die genannten französischen Autoren haben durch Versuche erwiesen, dass die Druckfestigkeit von der Gestalt der Querschnittsfläche und von der Länge des Prismas abhängig ist. Bauschinger leitete für Prismen ähnlicher Querschnittsform aus den Arbeiten dieser Forscher und aus seinen eigenen (L 2 Heft 6) die folgende Abhängigkeit zwischen der Druckfestigkeit σ_B , Probenlänge l und Probenquerschnitt f ab:

$$\sigma_B = \alpha + \beta \sqrt{f/l} \dots \dots \dots 13.$$

Hierin sind α und β Materialkonstanten, die aus Versuchsergebnissen zu bestimmen sind.

163. Für den Vergleich von Prismen unähnlicher Querschnittsform hat Bauschinger (L 2 Heft 6) bei Prismen von nicht zu kleinen Verhältnissen $\sqrt{f/l}$ (nicht kleiner als 1/5) aus den im vorigen Absatz genannten Versuchen die Beziehung:

$$\sigma_B = (\alpha + \beta \sqrt{f/l}) \sqrt{\frac{\sqrt{f}}{u/4}}$$

abgeleitet; worin u der Umfang der Querschnittsfläche ist. Als Annäherungswerth führt Bauschinger an Stelle von:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{f}}{u/4}} \text{ den Werth } \sqrt{\frac{f}{u/4}} \text{ ein.}$$

Um eine etwas kürzere Schreibweise zu haben, sei im Folgenden

für den ersten Werth das Zeichen γ , für den angenäherten das Zeichen γ' und für das Längenverhältniss \sqrt{f}/l das Zeichen $1/n$ (vgl. 149) gesetzt, so dass die Gleichung alsdann lautet:

$$\sigma_{-B} = \left(a + \beta \frac{1}{n} \right) \gamma.$$

Der von der Querschnittsform abhängige Werth γ , beziehentlich γ' nimmt für die bei Materialprüfungen allenfalls in Betracht kommenden Fälle folgende Werthe an:

- für den quadratischen Querschnitt $\gamma = 1,000$ $\gamma' = 1,000$
- für den kreisförmigen Querschnitt $= 1,062$ — $1,128$
- für das gleichseitige Dreieck $= 0,937$ — $0,877$
- für das Rechteck mit dem Seitenverhältniss a/b wird für $a = 1$

$$\gamma = \sqrt{\frac{\sqrt{f}}{u/4}} = \sqrt{\frac{\sqrt{b}}{2(b+1)}} \text{ oder } \gamma' = \frac{\sqrt{b}}{\frac{1}{2}(b+1)}, \text{ also}$$

für die folgenden Verhältnisse:

$b =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\gamma =$	1,000	0,971	0,931	0,894	0,863	0,837	0,813	0,793	0,775	0,758	0,744	0,730
$\gamma' =$	1,000	0,943	0,866	0,800	0,745	0,700	0,662	0,629	0,600	0,575	0,553	0,533

Aus der Form der Gleichung:

$$\sigma_{-B} = \left(a + \beta \frac{1}{n} \right) \gamma$$

ergibt sich, dass die Ausgleichlinien durch eine Reihe von Beobachtungsergebnissen an Prismen gleichen [bez. geometrisch ähnlichen] Querschnittes

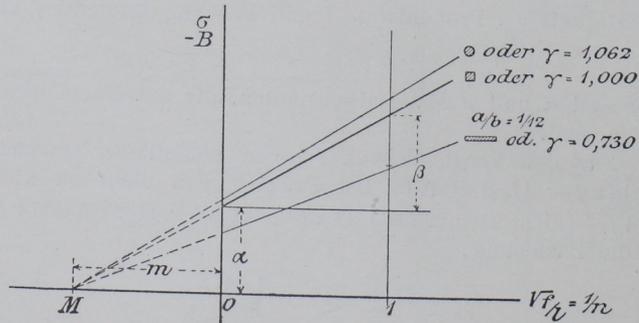


Fig. 108.

von verschiedener Länge, aber aus gleichem fehlerfreiem und ganz gleichmässigem Material durch eine gerade Linie gegeben ist und dass jeder Querschnittsform eine bestimmte Linie entspricht; man erkennt auch, dass diese Linien nach Maassgabe von Fig. 108 von einem Punkte M ausstrahlen

müssen, vorausgesetzt, dass die Bauschingersche Form der Gleichung streng richtig ist. Die an Prismen quadratischen Querschnittes von verschiedenem Längenverhältniss gewonnenen Werthe würden in die mit einem Quadrat bezeichnete stark ausgezogene Linie und die an Cylindern gewonnenen Werthe in die mit einem Kreis bezeichneten Linien fallen müssen, während alle Werthe für Prismen mit rechteckigen Querschnitten in den durch die Linie $a/b = 1/12$ begrenzten Raum eingehen müssten. Die Werthe α und β würden an der Linie für den quadratischen Querschnitt unmittelbar abzulesen und die Lage von M nach Fig. 108 durch $m = \alpha/\beta$, also durch das Verhältniss der beiden Materialkonstanten gegeben sein. Die Festigkeit eines Würfels (d. h. $\sqrt{f/l} = 1$) von beliebiger Grösse würde ohne weiteres gleich der Summe $\alpha + \beta$ der Materialkonstanten sein.

164. Zieht man über das im Absatz 161 Gesagte die von mir in meiner Arbeit „über den Einfluss der Körperform auf die Ergebnisse von Druckversuchen“ (*L 135*) zusammengestellten Versuchsergebnisse zu Rathe, so findet man eine ziemlich allgemeine Bestätigung dafür, dass die Bruchfestigkeiten proportional dem Werthe $1/n = \sqrt{f/l}$ wachsen.

Aus den in der Quelle gegebenen Tabellen stelle ich folgende Werthe (Tab. 18, S. 114) zusammen.

In dieser Tabelle ist zugleich eine Uebersicht über die Grösse der Abweichungen zwischen den beobachteten Werthen für σ_B und für die nach den nebengeschriebenen Ausgleichsformeln berechneten Werthe gegeben. Die von Bauschinger nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelte Formel stimmt nicht immer mit der von mir unter den in der Quelle (*L 135*) bezeichneten Umständen aus dem zeichnerischen Ausgleich gewonnenen Formeln überein, aber die Abweichungen sind keine übermässigen, und ich glaube für den zeichnerischen Ausgleich den Vortheil der grösseren Anschaulichkeit und der ungezwungenen Berücksichtigung des Gewichtes der Einzelwerthe in Anspruch nehmen zu können, wenigstens so lange es sich um die praktische Verwerthung der Ergebnisse handelt.

165. Die Bestätigung der in Absatz 163 angeführten Formen der Gleichung für die Umrechnung der an Prismen von beliebiger Form gewonnenen Ergebnisse auf das Prisma von quadratischem Querschnitt hat sich nicht ganz allgemein ergeben. Die Versuche müssen vielmehr nach dieser Richtung noch erweitert werden; vielleicht spielt doch nicht allein die Querschnittsform eine Rolle, sondern die Eigenart des Materials macht sich auch noch geltend.

a. Meine eigenen Versuche (*L 135*) zur Bestätigung der Bauschingerschen Form für den Werth γ , die ich mit Gusseisenprismen von verschiedenen Querschnittsformen und von verschiedenen Längenverhältnissen anstellte, gaben mir Anlass, die folgenden Beziehungen aufzustellen.

Ein Versuch, das zeichnerische Ausgleichverfahren zur Bestimmung der Werthe von γ nach Anleitung von Fig. 108 zu benutzen, lieferte bei Verwerthung der Bauschingerschen Versuchsergebnisse für Prismen von quadratischem und kreisförmigem Querschnitt aus einer Platte feinkörnigen gelben Buntsandsteines [Versuche 68 bis 85 Tab. 3 und Fig. 7c der Quelle] für

$$\left. \begin{array}{l} \text{das Quadrat } \sigma_{\square} = 353 + 111 \frac{1}{n} \\ \text{den Kreis } \sigma_{\circ} = 392 + 122,3 \frac{1}{n} \end{array} \right\} m = \frac{\alpha}{\beta} = 3,18$$

und dementsprechend für das Verhältniss:

Tabelle 18. Druckversuche mit Prismen ähnlichen Querschnittes von verschiedenem Längenverhältniss $1/n$.

Gegenüberstellung der beobachteten und berechneten Werthe.

Ver- such No.	$\frac{1}{n}$	Querschnitts-		σ beob- achtete at	Berechnet nach		Abweichungen		Bemerkungen		
		form	$\frac{a}{b}$		Bau- schi- nger σ_1 at	Schau- linie σ_2 at	$\frac{\sigma}{\sigma_1} \cdot 100$	$\frac{\sigma}{\sigma_2} \cdot 100$			
35	0,35	□	I	444	374	437	119	102	Bauschi- nger; sehr feiner graublauer Schweizer-Sand- stein; Druck parallel zum Lager. Ausgleich nach Bauschi- nger: $\sigma_B = 262 + 320 \frac{1}{n}$ at Ausgleich nach Schaubild: $350 + 249,4 \frac{1}{n}$ at		
36	0,50		"	"	470	422	474	111		99	
37	0,69		"	"	557	482	522	115		106	
38	1,02		"	"	602	588	604	102		100	
39	1,02		"	"	587	588	604	100		97	
40	1,41		"	"	677	713	726	95		93	
41	1,38		"	"	676	704	694	96		97	
42	1,66		"	"	755	793	764	95		99	
43	1,80		"	"	659	838	799	78		83	
44	2,12		"	"	890	935	877	95		102	
45	2,19		"	"	1145	962	898	119		127	
46	3,36		"	"	1540	1332	1187	116		130	
51	0,98		□	I	705	648	670	108		105	Bauschi- nger; derselbe Sandstein, Druck senkrecht zum Lager. Ausgleich nach Bauschi- nger: $\sigma_B = 310 + 346 \frac{1}{n}$ at Ausgleich nach Schaubild: $360 + 317 \frac{1}{n}$ at
52	0,98			"	"	710	648	670		109	
53	1,02	"		"	685	662	682	104	101		
54	1,03	"		"	680	665	685	102	99		
55	1,03	"		"	680	665	685	102	99		
56	1,03	"		"	690	665	685	104	101		
57	1,04	"		"	670	669	689	100	97		
58	2,31	"		"	910	1106	1090	82	83		
59	2,34	"		"	1130	1110	1100	102	103		
60	2,39	"		"	1080	1135	1115	95	97		
61	2,98	"		"	1880	1685	1620	112	116		
62	4,18	"		"	1750	1750	1680	100	104		
63	4,32	"		"	1950	1800	1720	108	114		
68	0,25	□		I	381	377	377	101	101	Bauschi- nger; feinkörniger gelber Buntsandstein von Heilbronn in Württemberg. Druck parallel zum Lager. Ausgleich nach Bauschi- nger: $\sigma_B = 347 + 121 \frac{1}{n}$ at Ausgleich nach Schaubild: $347 + 119,2 \frac{1}{n}$ at	
69	0,32		"	"	380	386	385	99	99		
70	0,40		"	"	395	395	395	100	100		
71	0,47		"	"	418	404	403	104	104		
72	0,73		"	"	440	435	434	101	101		
73	1,15		"	"	446	487	484	92	92		
74	1,54		"	"	463	534	530	87	87		
75	2,36		"	"	628	632	627	99	100		
76	3,37		"	"	790	755	747	105	106		
77	0,23		○	—	451	395	427	114	106		Bauschi- nger; derselbe Sandstein, Cylinder; Druck parallel zum Lager. Ausgleich nach Bauschi- nger: $\sigma_B = 369 + 115 \frac{1}{n}$ at Ausgleich nach Schaubild: $400 + 116,4 \frac{1}{n}$ at
78	0,28	"		—	467	401	433	117	108		
79	0,35	"		—	464	409	441	113	105		
80	0,41	"		—	427	416	448	103	95		
81	0,67	"		—	463	446	478	104	97		
82	1,10	"		—	480	495	528	97	91		
83	1,31	"		—	494	520	552	95	90		
84	2,04	"		—	602	604	637	100	95		
85	2,70	"		—	806	680	714	118	113		

$$\frac{\sigma_o}{\sigma_{\square}} = \gamma = \frac{392}{353} = \frac{122,3}{111} = 1,11$$

also nahezu die von Bauschi-
nger gegebene Annäherung $\gamma' = 1,13$.

Für Hartblei fand ich nach eigenen Versuchen, wenn ich die beobachteten

Werthe für Würfel und Cylinder vom Verhältniss $\frac{1}{n} = 1$ benutze:

$$\gamma = \frac{\sigma_o}{\sigma_{\square}} = \frac{830}{773} = 1,07$$

und wenn ich die aus der Ausgleichlinie entnommenen Werthe $\left(\sigma_B = 663 + 130,4 \frac{1}{n}\right)$ einsetze:

$$\gamma = \frac{\sigma_o}{\sigma_{\square}} = \frac{830}{663 + 130} = 1,05.$$

b. Meine Versuche mit Gusseisen (L 135) lieferten mir die folgenden Gleichungen:

$$\sigma_{\square} = 4190 + 1437 \frac{1}{n} \text{ und}$$

$$\sigma_o = 4320 + 1417 \frac{1}{n}$$

Diese beiden Gleichungen können also an sich schon die Bauschingerschen Werthe γ nicht liefern; man kommt, wenn man die an Prismen rechteckigen Querschnittes erhaltenen Werthe mit in die Betrachtung hineinzieht, sogar zu der Anschauung, dass die Gleichungen nach meinen Versuchen eine andere Form annehmen müssen, wenn sie den gefundenen Werthen einigermaßen genügen sollen. Der zeichnerische Ausgleich (Fig. 11 u. 12 der Quelle) zeigte, dass die in den einzelnen Gruppen an rechteckigen Prismen von verschiedenem Breiten-

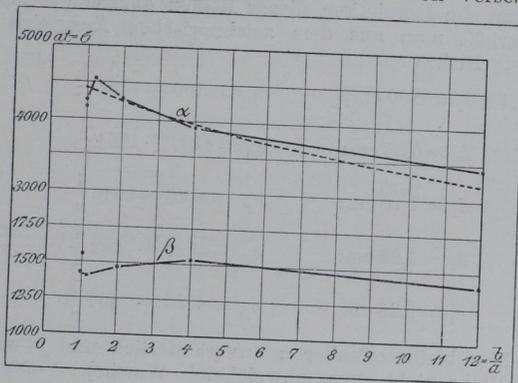


Fig. 109.

Gusseisen. Abhängigkeit von α und β vom Seitenverhältniss b/a des rechteckigen Querschnittes.

verhältniss zwischen $b/a = 1$ bis 12 gefundenen Ausgleichlinien nahezu parallelen Verlauf hatten. Die einzelnen Versuchsreihen ergaben folgende Ausgleichungen für:

$b/a = 1,00$	$\sigma = 4190 + 1437 \frac{1}{n}$
$b/a = 1,00$	$\sigma = 4250 + 1557 \frac{1}{n}$
$b/a = 1,15$	$\sigma = 4570 + 1403 \frac{1}{n}$
$b/a = 2,00$	$\sigma = 4280 + 1467 \frac{1}{n}$
$b/a = 4,00$	$\sigma = 3900 + 1533 \frac{1}{n}$
$b/a = 8,00$	[die Versuchsreihe zeigt ganz abweichende Werthe]
$b/a = 12,00$	$\sigma = 3460 + 1417 \frac{1}{n}$

Trägt man die Werthe von α und β nach wachsendem Breitenverhältniss b/a in Fig. 109 auf, so erkennt man leicht die gesetzmässige Veränderung in den Linien α und β , namentlich aber von α . Den Werth β darf man vielleicht als unabhängig von b/a betrachten. Der Mittelwerth für β ergibt sich aus der vorstehenden Reihe zu:

$$\beta = 1469$$

und wenn man versucht, wie sich nach dem Bauschingerschen Werth γ der Werth a mit wachsendem b/a verändern würde, so kann man unter Zuhilfenahme der Tabelle für γ (S. 112) und des schätzungsweise angenommenen Werthes $a = 4400$ at für den quadratischen Querschnitt, die in Fig. 109 punktirt eingetragene Linie für die Werthe a errechnen, die ziemlich gut mit den durch das zeichnerische Ausgleichverfahren ermittelten Werthen stimmt. Man darf hiernach als rohe Annäherung für das untersuchte Gusseisen [gewöhnlicher Maschinenguss] also wohl setzen (für $a = 1$):

$$\sigma_B = a\gamma + \beta \frac{1}{n} \text{ und zwar } = 4400 \sqrt{\frac{Vb}{\frac{1}{2}(b+1)}} + 1469 \frac{1}{n}.$$

c. Mit röhrenförmigen Körpern, aus der gleichen Gusseisenplatte geschnitten, sind von mir mehrere Versuchsreihen gemacht, bei denen in einer Reihe der äussere Durchmesser d gleich blieb, während die Länge l des Prismas und der innere Durchmesser d_1 sich änderte, und in der zweiten Reihe beide Durchmesser in der Weise wuchsen, dass die Ringfläche f und die Länge l die gleiche Grösse beibehielten [L 135 Versuche 193 bis 231].

Behandelt man die Ergebnisse dieser Reihen ebenso wie die vorausgehend besprochene, so erhält man aus dem zeichnerischen Ausgleich die folgenden Werthe für die erste Reihe:

$$\begin{aligned} \text{für } d_1 = 0,00 \text{ cm:} & \quad \sigma_B = 4160 + 1382 \frac{1}{n} \\ d_1 = 0,55 \text{ cm:} & \quad \sigma_B = 4130 + 1204 \frac{1}{n} \\ d_1 = 1,10 \text{ cm:} & \quad \sigma_B = 4120 = 1040 \frac{1}{n} \\ d_1 = 1,69 \text{ cm:} & \quad \sigma_B = 4520 + 662 \frac{1}{n} \\ d_1 = 2,26 \text{ cm:} & \quad \sigma_B = 4220 + 600 \frac{1}{n}. \end{aligned}$$

Man sieht, hier bleibt offenbar a unveränderlich und β wird veränderlich [nur die vorletzte Reihe giebt etwas abweichende Werthe]. Versucht man ähnlich wie in Fig. 109 einen Ausgleich für β , so erhält man (Fig. 14 der Quelle) die Ausgleichung:

$$\sigma_B = a + \beta \frac{1}{n} \sqrt{\frac{d-d_1}{d}} = 4230 + 1380 \frac{1}{n} \sqrt{\frac{d-d_1}{d}}$$

worin 4230 der Mittelwerth aus der obigen Zusammenstellung ist.

Aus der Reihe, die mit Röhrechen von gleichem f und l , aber wechselndem d und d_1 angestellt wurden, leitete ich die Ausgleichung:

$$\sigma_B = 4400 + 1400 \frac{1}{n} \sqrt{\frac{d-d_1}{d}} \text{ ab.}$$

Stellt man die für den kreisförmigen und ringförmigen Querschnitt gefundenen Gleichungen zusammen, so ergibt sich:

$$\text{für den Kreis} \quad \sigma_B = 4320 + 1417 \frac{1}{n}$$

$$\text{für den Ring} \quad \sigma_B = 4230 + 1380 \frac{1}{n} \sqrt{\frac{d-d_1}{d}}$$

$$\text{desgl.} \quad \sigma_B = 4400 + 1400 \frac{1}{n} \sqrt{\frac{d-d_1}{d}}$$

und wenn man die Mittelwerthe der Konstanten bildet, so erhält man:

$$a = 4317 \text{ und } \beta = 1399.$$

Nach meinen Versuchen mit Gusseisen würde sich also [als rohe Annäherung] für den quadratischen Querschnitt ableiten lassen:

$$\sigma_{B\Box} = a\gamma + \beta \frac{1}{n} = 4400 \cdot 1 + 1469 \frac{1}{n}.$$

und für den Cylinder:

$$\sigma_{B\circ} = a + \beta \frac{1}{n} \gamma = 4317 + 1399 \frac{1}{n} \cdot 1.$$

Für das Längenverhältniss $1/n = 1$ würde sein:

$$\frac{\sigma_{\circ}}{\sigma_{\Box}} = \frac{4317 + 1399}{4400 + 1469} = \frac{5716}{5869} = 0,974,$$

während für die drei unmittelbar vergleichbaren beobachteten Werthe sich ergibt für:

$$\frac{1}{n} = 0,20 \quad 1,00 \text{ und } 2,00$$

$$\frac{\sigma_{\circ}}{\sigma_{\Box}} = 0,945 \quad 1,23 \text{ und } 0,954.$$

Man sieht also, dass für Gusseisen der Vergleich zwischen dem kreisförmigen und quadratischen Querschnitt noch nicht nach den Bauschingerschen Zahlenwerthen vorgenommen werden kann. Es bedarf jedenfalls weiterer Versuche um die bestehenden Widersprüche aufzuklären, Versuche die jedenfalls auch auf andere Materialien auszudehnen sind.

166. Nach dem Gesetz der Aehnlichkeiten müssen geometrisch ähnliche Körper unter den gleichen Spannungen geometrisch ähnliche Formänderungen, d. h. also beim Druckversuch gleiche Verkürzungen $-\varepsilon$ erfahren. Kiek (*L 100* S. 43) hat einige Beobachtungen hierüber mitgetheilt, die in der folgenden Tabelle wiedergegeben seien.

Tabelle 19. Verkürzung geometrisch ähnlicher Körper unter gleicher Druckspannung.

Die Kickschen Beobachtungswerthe sind auf $-\sigma$ und $-\varepsilon$ umgerechnet.

a) Cylinder aus bildsamer Porzellanmasse $d = 5,1$ und $3,5$ cm und $l = 6,6$ und $4,4$ cm.

Druckspannungen $-\sigma$ at =	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Verkürzung											
$-\varepsilon$ für $d = 5,1$	0,000	0,050	0,119	0,203	0,297	0,396	0,474	0,525	0,563	0,592	0,614
$d = 3,5$	0,000	0,054	0,125	0,213	0,310	0,409	0,473	0,516	0,548	0,574	0,598

b) Cylinder aus Kupfer $d = 1,8$; $1,5$ und $1,0$ cm und $l = 1,8$; $1,5$ und $1,0$ cm.

Druckspannungen $-\sigma$ at =	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	7870	8000
Verkürzung										
$-\varepsilon$ für $d = 1,8$	0,000	0,027	0,069	0,132	0,208	0,284	0,358	0,420	0,457	0,462
$d = 1,5$	Das Schaubild fällt nahezu mit demjenigen für $d = 1,8$ cm zusammen ¹⁾									
$d = 1,0$	—	—	—	—	—	—	—	—	0,460	—

Es ist jedenfalls erwünscht, auch hier die Zahl der bestätigenden Versuche zu vermehren.

In den Uebungen liess ich durch die Studirenden folgende Aufgabe bearbeiten.

Aufgabe: An Cylindern und Prismen von quadratischem Querschnitt aus

¹⁾ Die einzelnen Beobachtungswerthe sind im Original nicht mitgetheilt.

Flusseisen soll der Einfluss der Probenform auf das Ergebniss des Druckversuches festgestellt werden.

Zur Verfügung standen 3 Probenreihen mit den Verhältnissen

$$\frac{1}{n} = \sqrt{f/l} = 0,2; 0,4; 0,8; 1,0; 1,33 \text{ und } 2,0.$$

Davon Reihe *a* mit quadratischem, Reihe *b* und *c* mit cylindrischem Querschnitt. Die Querschnitte in Reihe *a* und *b* waren nahezu gleich, nämlich $f = 6,71$ bis $6,76$ qcm, und in Reihe *c* war $f = 8,50$ bis $8,55$ qcm. Um den immerhin ungeübten Beobachtern die Sache nicht zu erschweren, wurde angeordnet, dass die Versuche auf der 100 t-Pohlmeyer-Maschine ausgeführt und die Verkürzungen nicht am Probestab unmittelbar, sondern als Tischverschiebungen gemessen werden sollten. In diese Messungen mussten also selbstverständlich die elastischen Formänderungen des Querhauptes und der Zugstangen bis zum Ablesepunkt, sowie die Zusammenrückungen der Druckplatten eingehen, indessen ist der Einfluss dieser Fehlerquellen ein gesetzmässiger, der zur Noth leicht bestimmbar und bei Bearbeitung des Ergebnisses berechenbar gewesen wäre. Ich gebe hier die Endergebnisse der Versuche, ohne Berücksichtigung der genannten Fehlerquelle.

Wie man aus Tab. 20 erkennt, sind die an geometrisch ähnlichen Prismen (*b* und *c*) ermittelten Verkürzungen $-\epsilon$ für gleiche Spannungen $-\sigma$ nahezu gleich. Sie sind kleiner beim Kreisquerschnitt, als bei Körpern von gleichem Längenverhältniss $1/n$ in quadratischem Querschnitt. Wenn sich die Körper nicht

Tabelle 20. Einfluss der Probenform auf die Verkürzungen $-\epsilon$ beim Druckversuch.

Reihe	<i>a</i>			<i>b</i>			<i>c</i>			<i>a</i>			<i>b</i>			<i>c</i>		
Querschnittsform <i>a</i> oder <i>d</i> in cm <i>f</i> in qcm <i>l</i> in cm	□	○	○	□	○	○	□	○	○	□	○	○	□	○	○	□	○	○
	2,59	2,93	3,29	2,59	2,93	3,30	2,59	2,93	3,30	2,60	2,93	3,30	2,60	2,93	3,30	2,60	2,93	3,29
	6,71	6,74	8,50	6,71	6,74	8,55	6,71	6,74	8,55	6,76	6,74	8,55	6,76	6,74	8,55	6,76	6,74	8,50
	1,30	1,30	1,47	1,95	1,95	2,20	2,59	2,58	2,93	3,25	3,24	3,64	6,50	6,49	7,32	13,0	13,0	14,7
$\frac{1}{n} = \sqrt{f/l}$	2,00			1,33			1,00			0,80			0,40			0,20		
$\gamma = \sqrt{f/l} \cdot u/4$	I	I,06	I,06	I	I,06	I,06	I	I,06	I,06	I	I,06	I,06	I	I,06	I,06	I	I,06	I,06
$-\sigma$ in at	$-\epsilon \cdot 10^{-3}$			$-\epsilon \cdot 10^{-3}$			$-\epsilon \cdot 10^{-3}$			$-\epsilon \cdot 10^{-3}$			$-\epsilon \cdot 10^{-3}$			$-\epsilon \cdot 10^{-3}$		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1000	13	12	11	15	13	8	10	9	11	7	7	7	0	0	0	0	0	0
2000	32	30	27	39	29	22	25	21	19	18	18	18	4	3	3	4	3	2
3000	57	54	56	67	54	42	57	48	47	51	46	46	10	7	5	8	4	6
4000	99	88	82	105	87	74	93	79	82	89	87	87	47	33	26	18	27	34
5000	157	134	140	156	128	113	144	122	127	141	121	121	87	62	50			
6000	223	181	180	210	180	164	204	174	178	202	176	178						
7000	283	235	246	269	234	217	264	227	235	261	235	237						
8000	336	289	299	321	289	273	324	285	290	321	294	297						
9000	383	338	350	370	342	324	377	335	345	376	345	352						
10000	425	383	395	411	391	371	422	382	390	422	397	399						
11000	465	419	(435)	450	433	413	460	428	433	467	449	448						
12000	499	—	(472)	486	472	450	497	457	467	504	478	—						
13000	533	—	—	518	507	—	528	490	—	536	522	—						
14000	563	—	—	547	532	—	557	529	—	562	541	—						
15000	582	—	—	573	—	—	580	542	—	582	565	—						
σ_s in at =	—	—	—	—	—	—	2160	—	2340	2150	(2690) ¹⁾	2300	2190	2380	2320	—	2230	2310
$-\epsilon_s \cdot 10^{-3} =$	—	—	—	—	—	—	0,027	—	0,024	—	(0,040) ¹⁾	—	0,012	—	0,011	—	0,005	—

¹⁾ Unsicher, wahrscheinlich schon überschritten.

sehr weit vom Längenverhältniss $l/n = 1$ entfernen, so ist die Verkürzung $-\varepsilon$ wenig beeinflusst. Bildet man aus dreien hierfür in den Reihen *a* bis *c* gefundenen Werthen Mittelwerthe durch Ausgleichung auf zeichnerischem Wege [Uebereinanderzeichnen der einzelnen Schaulinien in den Gruppen *a*, *b* oder *c* und Einzeichnen der Ausgleichlinie nach dem Augenmaass] Fig. 110, so findet man, dass die Linien für *b* und *c* zusammenfallen und *a* ähnlichen Verlauf hat. In Fig. 110

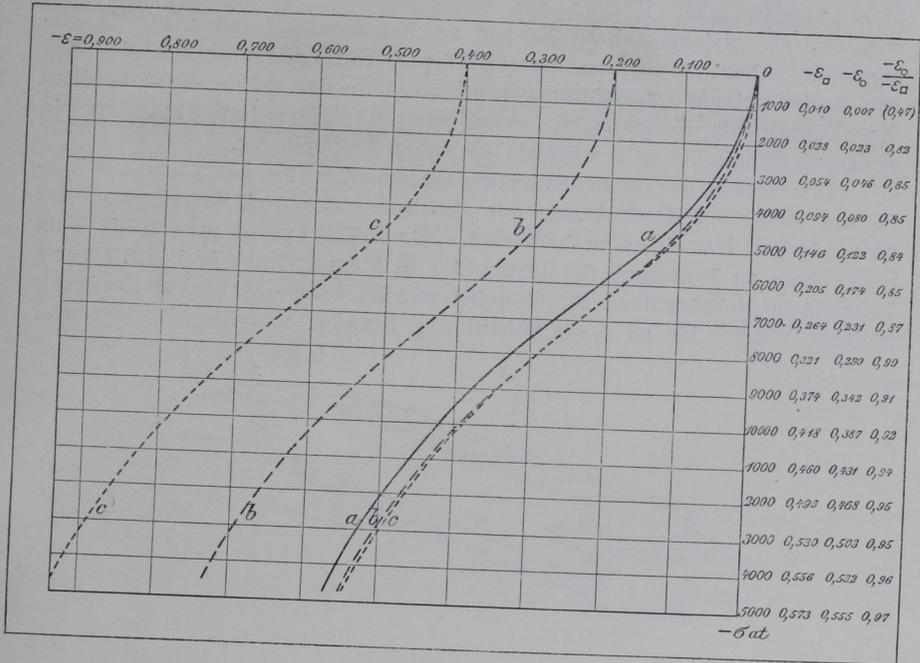


Fig. 110.

Einfluss der Probenform auf die Verkürzungen $-\varepsilon$ beim Druckversuch.

sind für gleiche Spannungen auch die Verhältnisse von $-\varepsilon_0 / -\varepsilon$ eingeschrieben; man findet: $-\varepsilon_0 / -\varepsilon$ zwischen 0,82 und 0,97, mit der Spannung $-\sigma$ wachsend. Das Verhältniss der Spannungen für gleiche Formänderungen würde also annähernd sein:

$$\frac{-\sigma_0}{-\sigma} = \frac{1}{0,82} \text{ bis } \frac{1}{0,97} = 1,22 \text{ bis } 1,03,$$

was also ungefähr den von Bauschinger aufgestellten Werthen von γ entsprechen würde.

11. Ueber die bei den Druckversuchen anzuwendenden Stabformen.

167. Druckversuche pflegt man in der Regel mit würfelförmigen oder cylindrischen Probekörpern anzustellen; letztere werden dann meistens mit einer Länge l gleich dem Durchmesser d angewendet. Aus den vorausgehenden Betrachtungen wird aber einleuchten, dass man einen wesentlich besseren Einblick in die Materialeigenschaften bekommt, wenn die Probenform so gewählt wird, dass sich aus den Versuchen die Materialkonstanten α und β ergeben. Hierzu würde es ausreichend sein, wenn man mit einer Reihe von 5 Probekörpern vom Längenverhältniss