

127. Bei würfelförmigen Körpern aus sprödem Material, z. B. Gesteinen und Zement, gehen die Druckkegel in die Druckpyramiden über, und auch die Ringstücke sind entsprechend geformt.

Man erkennt also, dass das in Folge der Reibung in den Druckflächen an der Querausdehnung verhinderte Material über diesen Druckflächen sich staut und, indem es den Druckkegel bildet, den Mantelring zersprengt.

Der Ring wird bei diesem Vorgange mehr oder weniger ausgesprochen auch auf seine Zugfestigkeit beansprucht, derart, dass in irgend einem Körperelement *A* (Fig. 87) des Mantels die Druckspannungen $-\sigma$ wegen der gewölbten Form die Zugspannungen $+\sigma$ erzeugen. Die Zug- und Druckspannungen rufen nun Diagonallrisse hervor, sobald die Komponenten τ der Kräfte $+\sigma$ und $-\sigma$ so gross werden, dass sie die Schubfestigkeit des Materiales überwinden; nach der Richtung senkrecht zum gezeichneten Riss tritt die gleiche Komponente τ auf, daher entstehen die unter 90° sich kreuzenden Risse. Ist die Zugfestigkeit des Materiales in der Richtung des Probenumfanges gering, z. B. bei sehnigem Schweisseisen, so bringen die Zugspannungen $+\sigma$ Mantelrisse parallel zur Probenachse hervor.

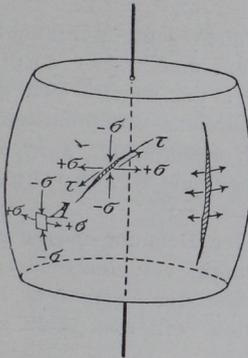


Fig. 87.

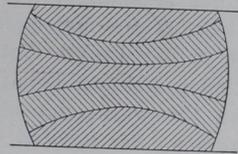


Fig. 88.

128. Dass aber auch bei bildsamen Materialien der Stoff über der Druckfläche nahezu in Ruhe bleibt, kann man nachweisen, wenn man mehrere Platten aus weichem Material, z. B. Blei oder verschieden gefärbte Schichten gleichen Materiales, z. B. Thon, zu einem Druckprobekörper zusammenschichtet. Man findet dann beim Zerschneiden nach dem Versuch die beiden äussersten Schichten plankonvex und die mittelste bikonkav (Fig. 88), und erkennt in den einzelnen Schichten, in welcher Weise das Material aus der Mitte heraus nach aussen gedrängt wurde. Die Rauminhalte der Scheiben sind vor und nach dem Versuch die gleichen geblieben, sobald ein Material vom Dichtigkeitsgrad 1 verwendet wurde.

7. Bestimmung der Dehnbarkeit.

a. Art der Messung.

129. Abgesehen von den Fehlern der Messinstrumente können die Umstände, unter denen die Messungen der Formänderungen ausgeführt werden, von Einfluss auf das Messungsergebniss sein. Hier soll besonders untersucht werden, welchen Einfluss diese Umstände auf die Bestimmung der für die Praxis als Gütemaassstab für viele Materialien wichtigen blei-

benden Formänderungen nach dem Bruch haben. Diese Besprechungen beziehen sich, wie hier vorausgeschickt sein mag, ausschliesslich auf den Zugversuch und im Wesentlichen auf weiche und verhältnissmässig dehnbare Metalle, die mit mehr oder weniger deutlicher Einschnürung reissen. Für den Druckversuch hat die bleibende Verkürzung nach dem Bruch nur untergeordneten praktischen Werth, weil sie bisher selten als Gütemaassstab für die Beurtheilung der Materialien benutzt worden ist.

130. Wie in einem späteren Abschnitt (β) zu zeigen ist, ist die ursprüngliche Länge l , die Messlänge, an welcher die Bruchdehnung [die bleibende Dehnung nach dem Bruche] gemessen wird, von Einfluss auf das Ergebniss dieser Messung. Deswegen ist man durch stillschweigende oder ausgesprochene Uebereinkunft bald dazu übergegangen, für die Messlänge l bestimmte Grössen anzuwenden. In den meisten Industriestaaten ist heute die Messlänge $l=20$ oder 10 cm gebräuchlich, entsprechend 8 oder 4 Zoll englisch; am meisten verbreitet dürfte 20 cm und 8 Zoll englisch sein. Der prismatische Theil des Stabes, die sogenannte Gebrauchslänge l_g , pflegt etwas grösser zu sein.

131. In der Praxis ist es vielfach noch jetzt gebräuchlich, die Dehnungen nach dem Bruche zu messen, indem man unter Aneinanderfügen der beiden Bruchstücke feststellt, um wieviel sich die durch zwei eingeschlagene Körnerpunkte oder eingerissene Strichmarken bezeichnete Messlänge l verlängert hat. Diese Verlängerung, ausgedrückt in Procenten der Messlänge, wurde früher (*34. 47*) als Bruchdehnung oder Dehnbarkeit δ des Materiales bezeichnet.

Diese in der Praxis viel benutzte Art der Dehnungsmessung ist aber mit merklichen Fehlern behaftet, die unabhängig von den Fehlern der angewendeten Messwerkzeuge sind und als Fehler des Verfahrens bezeichnet werden müssen. Sie müssen vermieden werden, will man nicht sich selbst oder Anderen Unrecht thun.

In Absatz *115* wurde schon hervorgehoben, dass Flachstäbe in ihren Bruchflächen nicht vollkommen mehr in einander passen, sondern in der Mitte merklich klaffen können, besonders bei weichen Metallen; auch Rundstäbe kann man nicht mehr genau zusammenschieben. Man erhält also bei dieser Art zu messen stets zu grosse Dehnungswerthe.

132. Um den Fehler zu verringern, hat man vorgeschlagen, die beiden Körner [oder Strichmarken] auf einem Längsriss aufzuschlagen und dann nach dem Bruch auf diesem Riss von einem Körner bis zum Bruchrand, vom anderen Bruchrand bis zum zweiten Körner zu messen und aus der Summe die Dehnung δ zu berechnen.

Hierdurch wäre allerdings der vorgenannte Fehler vermieden, aber die von der Praxis immer noch gebrauchte Messmethode führt auch noch zu anderen Fehlern, die, namentlich bei weichen Metallen, z. B. Flusseisen und Kupfer, wesentlich grösser sind und stets einseitig zu Ungunsten des Lieferanten ausfallen müssen, weil sie die Dehnbarkeit immer zu klein erscheinen lassen.

133. Bereits in den Absätzen *100* u. *113*, bei der Besprechung des Einflusses der Einspannköpfe und der Einschnürung, wurde die Ueberzeugung gewonnen, dass die Dehnungen in den einzelnen Stabtheilen je nach ihrer Entfernung von der Bruchstelle ganz er-

heblich verschieden sind. Aus diesem Umstande kann die Unzulänglichkeit des praktischen Messverfahrens leicht abgeleitet werden.

Um hierüber einen klaren Ueberblick zu geben, sei aus meinem Bericht über Kupferuntersuchungen die Fig. 89 mitgetheilt (*L 110*, Taf. III, Fig. 36). Hier ist eine Reihe von Dehnungsschaubildern aufgetragen, welche die Dehnungen aller einzelnen Theile von Probestäben gleicher Querschnittsform [Rechteck $f = 1,0 \times 3,0 = 3 \text{ qcm}$] darstellen. Um diese Ergebnisse zu erzielen, wurden die Probestäbe vor dem Versuch, wie dies in allen öffentlichen Prüfungsanstalten geschieht, auf der ganzen Länge in gleiche Abschnitte eingetheilt. An dieser Theilung wurden nach dem Bruch alle Verlängerungen der einzelnen Abschnitte gemessen und in

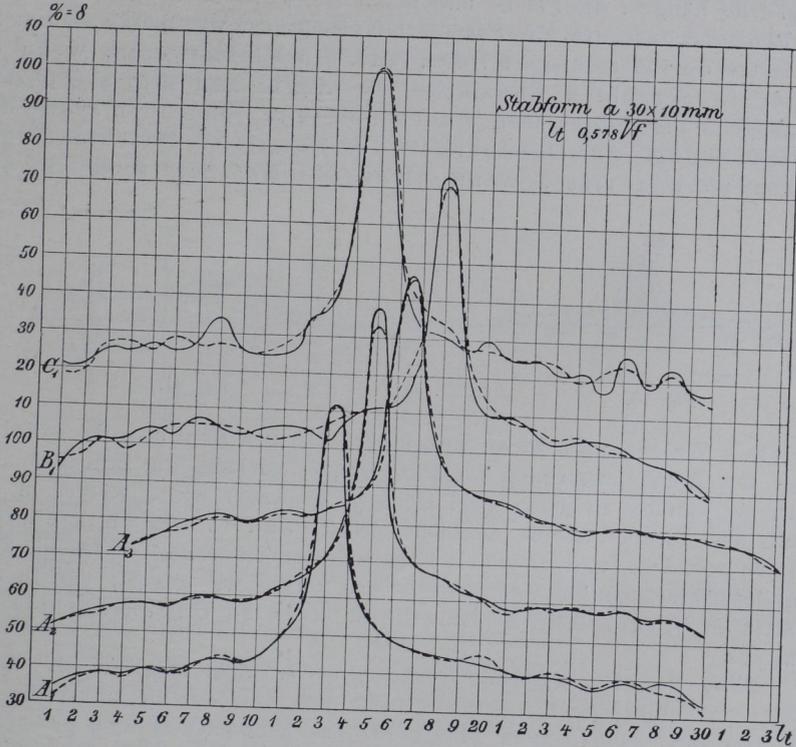


Fig. 89.

Procenten der ursprünglichen Länge angegeben. Aus den so gewonnenen Zahlen ist Fig. 89 entworfen. Die Linien gelten aber, wie nicht vergessen werden darf, für Versuchsstäbe von verhältnissmässig kurzer Länge; sie enthalten also den Einfluss der Stabköpfe (*104*, Fig. 61).

134. Stellt man sich dagegen das Dehnungsschaubild für einen Stab von sehr grosser Länge vor, so nehmen die Linien die in Fig. 90 gegebene allgemeine Form an, und an der Hand dieser Zeichnung kann man sich überzeugend klar machen, welchen Einfluss die Lage der Bruchstelle gegenüber den Endpunkten der Theilung auf die Messung der Dehnbarkeit des Stabes haben muss. In Fig. 90 sei aa_1 die ursprüngliche Länge, die Messlänge l [z. B. = 20 cm], auf welche die Bruchdehnung δ

bezogen wird. Offenbar ist die Dehnbarkeit dieses Theiles gleich der mittleren Dehnbarkeit aller eingeschlossenen Stabtheile und deswegen durch die Grösse der Schaubildfläche über der Strecke $a a_1$ gemessen, deren mittlere Ordinatenlänge $= \delta$ ist. Wäre nun aber der Bruch nicht in der Mitte, sondern nahe dem einen Ende der Messlänge erfolgt, so dass die Lage der Endmarken von l in die Punkte b und b_1 fällt, so würde nunmehr das Maass für die Dehnbarkeit durch den schraffirten Flächentheil über $b b_1$ gegeben sein, und von diesem kann ohne weiteres ausgesagt werden, dass er kleiner sein muss als die Fläche über $a a_1$, denn die hinzukommende schraffierte Fläche über ab muss kleiner sein als die ausfallende unschraffierte über $a_1 b_1$. Man kann auch ohne weiteres einsehen, dass für die gleiche Länge l die Fläche und damit die gemessene Dehnbarkeit des Probestabes, ein Höchstwerth sein muss, wenn der Bruch in der Mitte der Messlänge l liegt, und ein Kleinstwerth, wenn er gerade in der einen Endmarke $a a_1$ liegt. Man sieht also hieraus überzeugend klar, dass selbst bei einem und demselben Stabe die Bruchdehnung oder Dehnbarkeit des Materiales verschieden gefunden werden muss, wenn nicht die Messung stets in der

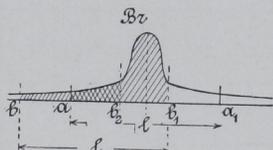


Fig. 90.

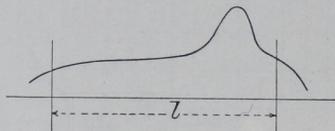


Fig. 91.

gleichen Weise, und zwar symmetrisch zur Bruchstelle erfolgt. Liegt der Bruch ausserhalb der Mitte von l , so kann die Bruchdehnung, wenn sie einfach zwischen zwei Körnern gemessen wird, wie es in der Praxis ausserordentlich oft geschieht, nicht anders als zu klein gefunden werden, und da die Dehnbarkeit als Gütemaassstab für die Konstruktionsmaterialien im Gebrauch ist, so wirkt, wie gesagt, die in der Praxis gebräuchliche Messmethode stets zu Ungunsten des Erzeugers.

135. Man hat natürlich gesucht, ob es nicht möglich sei, diesen offensbaren Fehler der Messmethode auszuschliessen oder ihn zu vermindern, und dies kann nach dem in Absatz 137 entwickelten Verfahren geschehen.

Wenn man die in Fig. 89 gegebenen Linienzüge betrachtet, die, wie schon gesagt, an Stäben von beschränkter Länge gewonnen sind, so bemerkt man, dass, abgesehen von kleinen örtlichen Abweichungen, die Linienzüge zu beiden Seiten der Bruchstelle nahezu gleichen Verlauf haben. Dies beweist, dass man in der That die Formänderungen zu beiden Enden der Bruchstelle symmetrisch annehmen darf, was ja bei einem ganz gleichmässigen Material an sich wahrscheinlich ist und auch früher schon mehrfach stillschweigend vorausgesetzt wurde. Wesentliche Abweichungen von dieser Regel bemerkt man, ausser unter den oben angedeuteten zufälligen und durch Ungleichmässigkeiten im Material bedingten Umständen, nur bei solchen Linienzügen, die Stäben entsprechen, welche ganz nahe an der einen Endmarke, also auch nahe dem Stabkopfe zu Bruche gingen (Fig. 91).

Man kann aber bei allen Linien, die aus Versuchsergebnissen abgeleitet sind, den früher (100) besprochenen Einfluss der Einspannköpfe deutlich erkennen, wenn man sich die stark ausgezogene Linie Fig. 92 als diejenige Linie denkt, welche die Dehnbarkeit bis zum Beginn der Einschnürung vorstellt; sie entspricht ganz der früher (Fig. 51) S. 61 über den Einfluss der Spannköpfe entworfenen Schaulinie. Die der Einschnürung entsprechende punktirte Linie schmiegt sich der stark ausgezogenen unmittelbar an, sobald der Bruch in der Mitte erfolgt (a , Fig. 92); die Linie ist dann in der That symmetrisch zur Bruchstelle. Sobald aber der Bruch nahe beim Kopf erfolgt (a_1), ist die Symmetrie zu beiden Seiten des Bruches nicht mehr streng erfüllt, weil die Wirkung des Kopfes auf die Einschnürungsform am kurzen Bruchende grösser ist als am langen Bruchstück, wo sie ja ganz aufhören muss, da das Material zwischen Einschnürstelle und Kopf dort nach Beginn der Einschnürung gar nicht mehr an der Verlängerung theilnimmt. Die Form dieser Seite der Einschnürung muss sich daher fast genau so ausbilden, als wäre sie an einem Stabe von grosser Länge entstanden. Kurz, die Form kann nicht mehr symmetrisch zur Bruchstelle sein, sobald der Bruch nahe dem einen Stabende erfolgt,

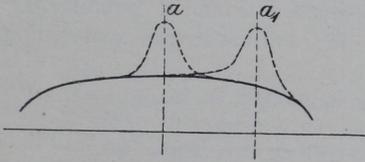


Fig. 92.

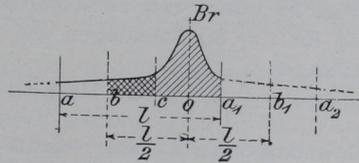


Fig. 93.

wie dies in Fig. 92 bei a_1 angedeutet ist. Diese Abweichungen von der Symmetrie sind aber in der Regel nicht gross und können praktisch vernachlässigt werden.

136. Macht man also die praktisch zulässige Annahme, dass die Formänderungen symmetrisch zur Bruchstelle verlaufen, so giebt es ein Messverfahren, das unter allen Verhältnissen die Dehnbarkeit des Materiales, abgesehen von den jedenfalls geringfügigen Fehlern der Annahme, in richtigen Zahlen ergiebt. Denkt man sich die Dehnungsschaulinien eines mit Centimetertheilung versehenen Stabes, der nahe dem Endpunkte a_1 (Fig. 93) der Messlänge l zu Bruche ging, so kann man das Schaubild durch die punktirte Linie $a_1 a_2$ erweitern denken. Dann würde der Flächeninhalt über $l = b b_1$ ein Maass für die wahre Dehnbarkeit des Materiales sein. Dieses kann man aber offenbar auch am unsymmetrisch gerissenen Stabe ermitteln, indem man den fehlenden Theil dieser Fläche, nämlich den über $a_1 b_1$ liegenden, durch Ausmessung des entsprechenden Theils über $b c$ am anderen Bruchende ergänzt. Das Maass für die wahre Dehnbarkeit ist also auch gegeben durch die Grösse der Fläche über $b a_1$ + der Fläche über $b c$.

137. Um diesen Vorgang praktisch ausführen zu können, versehen die öffentlichen Prüfungsanstalten und wissenschaftlichen Versuchsstellen die von ihnen zu zerreisenden Stäbe mit einer Theilung [zur Zeit

meistens Centimetertheilung], die entweder mit dem Doppelkürner Fig. 94 aufgekörnt, mit der Theilmaschine eingerissen, oder mit einer besonders hierfür geeigneten Lehre Fig. 95 übertragen wird. Erfolgt nun der Bruch in irgend einer Stelle dieser Theilung, so kann man durch Auszählen der Theilungsmarken immer diejenigen Punkte festlegen, die ursprünglich in gleicher Entfernung von der Bruchstelle sich befanden, und kann nun leicht unter Anwendung des vorbeschriebenen Verfahrens die Dehnung des am kurzen Bruchstücke fehlenden Theiles durch Ausmessen des entsprechenden Theiles am langen Bruchende ergänzen. Ist beispielsweise, wie



Fig. 94.

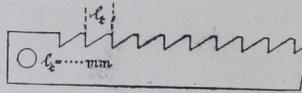


Fig. 95.

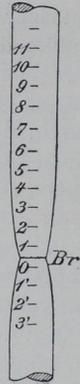


Fig. 96.

in Fig. 96, der Stab zwischen den Theilstrichen 0 und 1 gebrochen, so giebt für $l = 20$ Theilungen die Summe der Ausmessungen zwischen den Theilungen

$$(0 \text{ bis } 10 + 0 \text{ bis } 3' + 3 \text{ bis } 10) - l$$

die Verlängerung λ , aus welcher $\delta = \frac{\lambda}{l} \cdot 100$ zu errechnen ist.

a. Auf den „Konferenzen zur Vereinbarung einheitlicher Prüfungsverfahren für die Untersuchung von Bau- und Konstruktionsmaterialien“ (L 128) hat man sich wiederholt mit der Bestimmung der Bruchdehnung beschäftigt und das soeben entwickelte Messverfahren empfohlen. Bei dieser Gelegenheit wurden auch einige andere Formen von Anreissmaassstäben vorgeschlagen, z. B. von Prof. Belebubski. Die Versuchsanstalt in Charlottenburg benutzt einfache Stäbe, wie sie in Fig. 95 dargestellt wurden, nur wird auf die eine Flachseite noch eine schmale Schiene geschraubt, wie im Querschnitt Fig. 97 gezeigt. Diese Schiene sichert die gute Anlage beim Anreissen eines Rundstabes; zum Anreissen des Flachstabes wird die andere Seite benutzt. Das Anreissen wird mit einer flachen messerförmig ge-

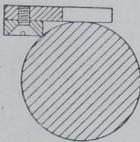


Fig. 97.

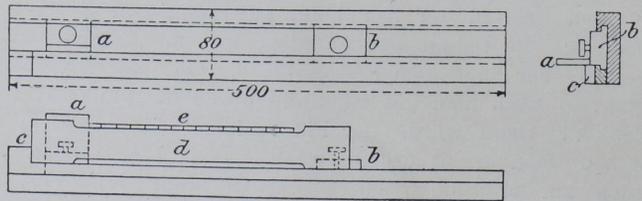


Fig. 98.

schliffenen Nadel so besorgt, dass die Nadelfläche sich satt an die Anreissflächen oder an die unteren Kanten des Maassstabes anlegt. Auf diese Weise vermeidet man am besten die Fehler, die aus unsicherer Nadelführung entstehen.

b. Flachstäbe werden an beiden Schmalseiten mit Theilungen versehen. In Charlottenburg benutzt man die in Fig. 98 dargestellte Einrichtung, um beide Theilungen genau in der gleichen Querschnittsebene beginnen zu lassen. Sie besteht aus einer Holzunterlage, auf welcher Anschläge a und c die gegenseitige

Lage vom Stab *d* und Anreissstab *e* sichern, und Anschlag *b* die Lage des Stabes *a* bestimmt. Die Anschläge *a* und *b* können den verschiedenen Stababmessungen entsprechend in Schwabenschwänzen verschoben werden.

c. Um über die bei solchem Verfahren sich einstellenden Fehler einen Ueberblick zu gewinnen, liess ich einen solchen Anreissmaassstab *A*, der zur Anbringung einer Theilung von der Theilungsgrösse $u=7\text{ mm}$ angefertigt war, zuerst auf der Theilmaschine mit dem Normalmaassstab der Versuchsanstalt vergleichen, dann mit dem Maassstabe eine Theilung *B* auftragen und diese wieder mit dem Normalmaassstab vergleichen. [Dieser Versuch übt die Studenten in der Ausführung von mikrometrischen Messungen und führt sie zur Beachtung der Fehlerquellen beim Gebrauch der Instrumente und Maassstäbe.] Die Ergebnisse der Messungen sind in Tab. 10 S. 90 u. 91 mitgetheilt.

Wie man aus den Fehlerreihen *A* und *B* ersieht, sind die Abweichungen gegen den Normalmaassstab fast alle positiv und nahezu gleich gross. Ein fortschreitender Fehler [die Theilung des Anreissstabes war von einer Schraube kopirt] war also nicht vorhanden. Da auch die Ablesung für den Nullstrich als mit Beobachtungsfehlern behaftet angesehen werden muss, d. h. der Ablesung und dem Unterschiede Null kein grösseres Gewicht beizulegen ist, als allen anderen Zahlen, so erhält man die eigentlichen Fehler der Theilung *B*, indem man den mittleren Fehler von *B* (+10,2) von allen Einzelfehlern von *B* abzieht, also gewissermassen die hergestellte Theilung gegen den Normalmaassstab so verschiebt, dass alle Theilstriche sich mit der Solltheilung so vollkommen wie möglich decken. Die dann noch bestehen bleibenden Fehler der Theilung [unterste Reihe der Tabelle] erscheinen nunmehr positiv und negativ und haben Grösstwerthe, die 0,1 mm nicht überschreiten. Der Fehler bleibt fast immer erheblich unter diesem Werthe.

d. Die Ausmessungen am Probestab erfolgen aber in der Regel entweder mit dem Anlegemaassstab oder mit dem Zirkel und sind, den Verhältnissen entsprechend, selten genauer als bis auf 0,2 mm zu machen. Das in Vorschlag gebrachte und auch vielfach im Gebrauch befindliche Verfahren des Anreissens am Anreissmaassstab ist also mit praktisch ausreichender Genauigkeit ausführbar, wenn die Anreissstäbe genau genug gearbeitet sind.

e. Die oben genannten Konferenzen haben sich aber auch anderweitig mit der Frage der Dehnungsmessung beschäftigt. Es ist bekannt und eine im Absatz 115 S. 75 schon besprochene Thatsache, dass der Stab von der Mitte beginnend reisst, und dass bei Flachstäben in der Nähe des Bruches die Dehnung auf den schmalen Seiten des Stabes grösser ist als in der Mitte der Breitseiten. Diesem Umstande entsprechend wurde gemäss dem Vorschlage v. Tetmajers auf der Berliner Konferenz beschlossen, die Dehnbarkeit an Flachstäben durch Ausmessung an gleichen Theilungen auf beiden Schmalseiten [wie es früher in der Charlottenburger Anstalt üblich war und meistens auch heute noch geübt wird] und an einer Breitseite zu ermitteln. Ich liess selbstverständlich dieses Verfahren sofort nach dem Beschluss in der Versuchsanstalt ausführen. Wenn auch die hiermit verbundene Mehrarbeit in sehr vielen Fällen praktisch kaum lohnend ist, so giebt doch die vermehrte Sicherheit bei der dreimaligen getrennten Erhebung des gleichen Maasses immerhin einen Anlass, das Verfahren in den öffentlichen Versuchsanstalten festzuhalten. Es ist aber jedenfalls für die Praxis von Werth, Klarheit darüber zu gewinnen, wie weit sie mit der Vereinfachung ihrer Messverfahren gehen kann, ohne sehr falsche Dehnungswerthe zu erhalten. Ich theile deswegen hier eine Zusammenstellung der Messungen mit, wie sie an Kupferflachstäben von $0,7 \times 2,1\text{ cm}$ Querschnittsabmessung erhalten worden sind (Tab. 11 S. 90).

Der Fehler bei Ausmessung an der Breitseite gegenüber der Messung an der Schmalseite beträgt bis zu 0,8%; die Messung als Mittel aus den Schmalseiten, gegenüber dem Mittel aus allen 3 Messungen, weicht bis zu 0,4% ab.

In Tab. 12 lasse ich einen Auszug der Mittelwerthe der Abweichungen $x-y$ folgen, die von je 5 ganz gleichen Flachstäben aus Kupfer, von den in der ersten Spalte angegebenen Breitenverhältnissen des Stabquerschnittes, gewonnen wurden, indem die Dehnung einmal an der Messlänge $l = \text{je } 5\text{ } u$ und das anderemal an $l = \text{je } 10\text{ } u$ bestimmt wurde.

Tabelle 10. Vergleich des Anreissstabes und der erzeugten

Mit A ist der Anreissstab,

Theilstrich No. Solltheilung mm	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	0	7	14	21	28	35	42	49	56
Ableseung für A . . .	0	6,97	13,99	21,01	28,01	35,10	42,06	49,08	56,11
" " B . . .	0	7,03	14,04	21,09	28,06	35,09	42,09	49,09	56,14
Abweichungen { für A " B	0	-3	-1	+1	+1	+10	+6	+8	+11
	0	+3	+4	+9	+6	+9	+9	+9	+14
Mittel der Fehler									
Daher Fehlerrest für B	-10	-7	-6	-1	-4	-1	-1	-1	+4

Tabelle 11. Unterschied der Dehnungen auf der Schmal- und Breitseite von Flachstäben aus Kupfer.

Bruchdehnungen in Procenten gemessen auf je 10 Theilungen vom Bruch.

Querschnitt		Schmal- seiten Mittel	Breit- seite	$x - y$	$\frac{x + y}{2}$	Stabzeichen	
$a \times b$ cm	a/b	x %	y %	%	%		
7×21	$1/3$	—	—	—	—	D 21	
		46,0	46,5	-0,5	46,3	D 22	
		49,2	48,5	+0,7	48,9	D 23	
		50,8	50,1	+0,7	50,5	E 21	
		49,6	48,9	+0,8	49,3	E 22	
		45,6	45,4	+0,2	45,5	E 23	
			35,3	35,1	+0,2	35,2	F 21
			28,6	27,7	+0,9	28,2	F 22
			23,3	22,9	+0,4	23,1	F 23

Tabelle 12. Unterschiede zwischen den Dehnbarkeiten, bestimmt auf beiden Schmalseiten (x) und auf der Breitseite (y) von Kupferstäben.

(Auszug aus L 110 S. 92-97. Tab. 22.)

Bruchdehnungen in Zehntel-Procenten.

Blech Stabform	A		B		C		D		E		F	
	δ_5	δ_{10}										
$1,0 \times 3,0$ cm a	9	-1	7	12	9	3	—	—	—	—	—	—
$0,7 \times 2,1$ " b	8	5	7	3	5	0	16	12	4	3	11	6
$0,7 \times 0,7$ " c	—	—	—	—	—	—	0	0	2	1	-3	-1
$0,7 \times 3,5$ " d	—	—	—	—	—	—	6	4	?	7	5	5
$0,7 \times 7,0$ " e	—	—	—	—	—	—	22	9	13	9	8	2

Man sieht aus den beiden Tabellen 11 und 12, dass die Messungen an den Schmalseiten stets grössere Werthe geben als an den Breitseiten, und aus Tab. 12, dass die Unterschiede bei kleiner Messlänge grösser sind als bei grosser Länge. Schon in den Mitteln aus je fünf Versuchen kann der Unterschied bei sehr breiten Stäben mehr als 2 Einheiten von δ (d. i. %) betragen; bei den einzelnen Stäben ist er natürlich noch grösser. Für die Stäbe mit dem Breitenverhältniss $1/3$ findet

Theilung $l = 7$ mm mit dem Normalmaassstabe von Bamberg.

mit B die Theilung bezeichnet.

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
63,16	70,10	77,10	84,10	91,17	98,23	105,18	112,18	119,22	126,25	133,33	140,26
63,14	70,06	77,06	84,06	91,10	98,13	105,13	112,15	119,15	126,17	133,17	140,19
+16	+10	+10	+10	+17	+23	+18	+18	+22	+25	+33	+26
+14	+6	+6	+6	+10	+13	+13	+15	+15	+17	+17	+19
von $B = + 10,2$											
+4	-4	-4	-4	0	+3	+3	+5	+5	+7	+7	+9

man Abweichungen von über 1%; am kleinsten sind die Unterschiede beim Verhältniss $\frac{1}{1}$ [Quadrat] und am grössten beim Verhältniss $\frac{1}{10}$. Noch eingehender habe ich diese Thatsachen in meinem Bericht über Kupferuntersuchungen belegt. (L 110, S. 81 u. f.)

Wie man aus diesen Ergebnissen sieht, darf man bei Benutzung von Flachstäben, deren Breitenverhältniss den Werth $\frac{1}{4}$ nicht überschreitet und bei denen die Messlänge l hinreichend gross ist [worüber später noch zu reden ist], nur dann die Messungen an einer einzigen Theilung in der Mitte der Breitseite ausführen, wenn man gelegentliche Fehler von mehr als 1% Dehnbarkeit in den Kauf nehmen darf. Dieser Fehler tritt natürlich nur bei solchem Material merkbar hervor, das stark einsnürt. Die Messungen müssen selbstverständlich auf einem Längsriss von den Bruchrändern aus geschehen (131). Ich darf nicht unterlassen, darauf aufmerksam zu machen, dass der Abnehmer des Materiales den Erzeuger jedenfalls nicht schlecht behandelt, wenn er zugiebt, dass die Dehnungsmessungen bei Flachstäben als Mittelwerthe der Messung an beiden Flachseiten erhoben werden.

138. Aus dem früher (135) über die Wirkung der Stabköpfe Gesagten können sich immerhin Zweifel darüber ergeben, ob es nicht theoretisch richtiger sein würde, die Ergänzung des am kurzen Bruchende fehlenden Theiles durch doppelte Ausmessung des entsprechenden Theiles am langen Ende auszuschliessen und einfach die Ausmessung ein für allemal nur am langen Bruchstück auszuführen, indem man die Dehnbarkeit für die halbe Messlänge am langen Stabende ermittelt, denn nach der früheren Annahme ist die Formänderung an der Einschnürungsstelle am langen Stabende durch die Wirkung des Stabkopfes am wenigsten beeinflusst. Der Bruchrand liegt aber nicht immer in der Mitte einer Theilung, und man müsste gewissermaassen eine Fehlerrechnung für diesen Umstand einführen, wenn man streng verfahren wollte. Hat der Bruch stark ausgeprägte Trichterform, so fällt die engste Stelle a (Fig. 99) d. h. diejenige, welche den Höchstwerth der Dehnbarkeit zeigt, nicht mit dem Bruchrand a_1 zusammen, sie kann sogar noch erheblich hinter dem Trichtergrunde liegen, und man kommt nun in Zweifel, welchen Punkt man bei dieser Art der Messung als Ausgangspunkt wählen soll. Benutzt man das bei den öffentlichen Prüfungsanstalten praktisch im Gebrauch befindliche Ver-

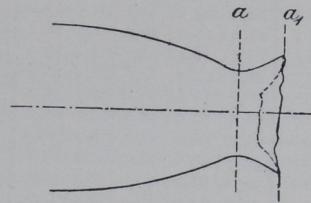


Fig. 99.

fahren der Ergänzung des fehlenden Theiles am längeren Stabende, so umgeht man diese Zweifel.

139. Man hat viele Versuche ausgeführt, um die Grösse des Fehlers in der Dehnbarkeitsbestimmung nach der praktischen Methode des Messens zwischen zwei Endmarken, gegenüber dem wahren Dehnbarkeitsbetrage zu ermitteln. Man kann sich aber an der Hand eines einzigen Versuches, auf Grund der Ausmessungen an der Stabtheilung, leicht davon überzeugen, dass der Fehler mehrere Einheiten der Dehnbarkeit ausmachen kann. In Tab. 13 A sind die bei solchen Messungen als Mittel aus mehreren Versuchsreihen mit gleichartigem Material abgeleiteten Dehnungswerthe verzeichnet. Die Bruchstelle ist immer auf die Theilung 18 verlegt. Aus den aufgeführten Zahlenreihen sind die Dehnungen unter verschiedenen Voraussetzungen berechnet, nämlich so, als ob der Bruch möglichst nahe dem einen Ende stattgefunden hätte, und so, als ob er in $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ der Länge erfolgt wäre. Stellt man die gefundenen Werthe (Tab. 13 B) einander gegenüber, indem man jedesmal die für Bruch in der Mitte oder $\frac{1}{2}$ der Messlänge gefundenen Zahlen

Tabelle 13. Einfluss der Lage des Bruches und der Messlänge l auf die Bestimmung der Dehnbarkeit.

Theilung No.	A Dehnung der Theilung in Procenten Versuchsreihe					B Dehnung bezogen auf die Messlänge l und Bruchlage										
	a	b	c	d	e	Versuchs- reihe	$l = 20 l_t$				$l = 10 l_t$			$l = 5 l_t$		
							am Ende	in $\frac{1}{4} l$	in $\frac{1}{3} l$	in $\frac{1}{2} l$	am Ende	in $\frac{1}{3} l$	in $\frac{1}{2} l$	am Ende	in $\frac{1}{2} l$	
								oder zwischen den Theilungen								
							1	4	5	9	9	12	14	14	16	
							20	23	24	28	18	21	23	18	20	
1	17,4	17,1	14,5	—	—	a	28,9	30,2	30,5	31,1	34,2	37,3	38,4	45,6	49,5	
2	19,1	19,2	14,5	—	—	b	31,5	32,6	32,7	33,4	38,6	40,6	42,0	52,7	54,6	
3	20,4	21,9	14,5	—	—	c	26,4	27,6	28,0	29,0	32,3	37,1	37,5	45,1	52,8	
4	21,2	22,5	15,5	15,5	13,0	d	—	28,7	29,0	29,9	30,9	31,6	38,2	40,6	50,8	
5	20,4	23,7	15,0	16,0	16,0	e	—	33,7	34,2	35,4	38,5	47,4	48,0	54,9	68,6	
6	21,4	23,4	16,0	16,0	17,5											
7	22,3	23,7	16,0	18,0	19,0											
8	21,5	25,1	16,5	20,0	19,0											
9	22,4	25,1	18,0	20,5	20,0											
10	21,7	25,5	20,0	20,5	22,0											
11	23,7	23,3	19,5	21,0	22,5											
12	22,2	23,5	20,0	21,5	23,0											
13	24,0	25,1	20,0	22,5	22,3											
14	25,1	26,4	22,1	22,0	25,0											
15	26,6	29,9	22,8	26,0	28,8											
16	30,5	38,2	27,0	32,5	34,3											
17	50,1	72,9	56,5	44,5	58,0											
Bruch	95,8	86,0	97,3	78,0	128,5											
19	39,3	43,8	56,0	60,8	81,8											
20	32,0	32,0	27,0	38,3	41,5											
21	27,5	27,8	22,2	29,5	30,3											
22	29,1	26,7	22,2	26,5	26,0											
23	27,6	25,5	21,5	23,8	25,3											
24	25,8	24,4	23,8	22,5	24,5											
25	26,1	24,7	23,0	22,5	25,0											
26	25,8	25,5	22,8	21,3	24,8											
27	23,3	25,1	20,2	21,3	24,5											
28	23,0	25,1	18,5	20,5	24,8											
29	22,3	24,7	20,0	20,0	24,5											
30	22,4	23,4	20,0	19,0	24,5											
31	20,8	23,7	20,0	17,0	23,3											
32	19,8	22,5	19,0	16,5	23,0											
33	19,6	21,9	19,5	16,5	25,5											

oder im Verhältniss zum Bruch in $\frac{1}{2} l$									
a	b	c	d	e					
93,0	97,0	98,3	100	88,8	97,1	100	92,2	100	
94,4	97,7	98,0	"	91,9	96,7	"	97,0	"	
91,0	95,2	96,5	"	86,2	98,8	"	85,2	"	
—	95,9	97,0	"	81,0	98,5	"	80,1	"	
—	95,0	96,3	"	80,2	98,7	"	79,8	"	
Mittel	92,8	96,2	97,2	100	85,6	97,6	100	88,5	100

Es bezieht sich Reihe:

a) Mittel von Rundstäben	} aus verschiedenen Sorten Flusseisen.
b) " " Flachstäben	
c) " " Rundstäben	
d) " " Flachstäben	
e) " " Flachstäben	

= 100 setzt, so bekommt man eine Uebersicht, wie sie in der zweiten Gruppe unter Tab. 13 B angegeben ist.

140. Diese Zahlen gelten für weiches Flusseisen, wie es für Konstruktionszwecke im Hoch- und Brückenbau meistens verwendet wird. Man erkennt aus den Zahlenreihen ohne weiteres den grossen Einfluss, den die Lage des Bruches innerhalb der Messlänge auf den Grössenwerth von δ ausübt. Fällt der Bruch in das mittlere Drittel der Messlänge, so können immer noch Fehler bis zu 4% des Werthes von δ vorkommen. Um nun wenigstens den grösseren Fehler auszuschliessen, sollte man

bei Anwendung des Messverfahrens zwischen zwei Endmarken die Dehnbarkeit nur an solchen Stäben bestimmen, die innerhalb des mittleren Drittels der angewendeten Messlänge gerissen sind.

Durchaus nothwendig ist diese Maassregel allerdings nur bei Material, das stark einschnürt, bei dem also die Dehnungen in den einzelnen Stabtheilen erheblich verschieden sind. Aber es muss schon hier betont werden, dass der wissenschaftliche Werth der Angaben über die Dehnbarkeit stark einschnürender Körper ein sehr zweifelhafter ist, wenn nicht zugleich angegeben ist, wie die Zahl gewonnen wurde. Dies sollte bei jeder passenden Gelegenheit ausgesprochen werden, weil die Ueberzeugung von der Tragweite dieser Thatsache bei weitem noch nicht Allgemeingut geworden ist.

a. Es giebt aber noch einen anderen Grund, der die soeben ausgesprochene Regel rechtfertigt, die Dehnbarkeit nur an Stäben zu messen, die im mittleren Drittel zu Bruche gingen. Das ist die bereits mehrfach besprochene Thatsache, dass bei den Stäben, die nahe am Ende reissen, die früher gemachte Voraussetzung der Symmetrie der Formänderungen zur Bruchstelle oft nicht mehr zutrifft (135 Fig. 92). Es ist zu vermuthen, dass bei dem unter Absatz 140 vorgeschlagenen Ausschluss der nicht im mittleren Drittel gerissenen Stäbe, der immerhin noch verbleibende Fehler unter Umständen sogar noch kleiner sein wird, als der bei dem umständlichen Verfahren der Versuchsanstalten immer noch begangene Fehler, welcher beim Bruch am Ende wegen der Wirkung der Stabköpfe vorhanden ist. Hierüber müssen aber noch sehr eingehende Versuche gemacht werden. Immerhin war besonders auch diese Ueberlegung die Ursache, dass ich dem Verein deutscher Eisenhüttenleute die in Absatz 140 beschriebene Maassnahme vorschlug.

b. Ich muss hier noch einen anderen Vorschlag besprechen, der von vielen Seiten, unter Anderen auch von v. Tetmajer vertreten worden ist. Man ist vielfach der Meinung, dass die Formänderung neben der Bruchstelle, die eigentliche Einschnürung, auszuschliessen sei, weil man sich die Dehnbarkeit des Stabes aus zwei Theilen entstanden denken könne, nämlich aus dem Antheil der Einschnürungsstelle, der nur die Dehnbarkeit eines engbegrenzten Theiles des Stabes zeigt, und aus einem zweiten, an dem die ganze Länge des Stabes gleichmässig Theil nehmen soll. Nur den letzteren wollte man zur Bewerthung der Materialeigenschaften benutzen. Nun ist aber die Voraussetzung, dass die Dehnung in irgend einem Abschnitt des Versuches für die ganze Messlänge l konstant sei, angenähert nur dann erfüllt, wenn man einen Stab von sehr grosser Gebrauchslänge lg voraussetzt. Bei unsern kurzen Probestäben tritt aber die Einwirkung der Spannköpfe bereits innerhalb der Elasticitätsgrenze hervor, und ganz besonders zeigt sie sich, wie schon mehrfach gesagt, bei dem hier allein in Frage kommenden Zustande des Stabes nach dem Bruch. Es giebt bei einem Stabe von beschränkter Länge überhaupt keinen Stabtheil, bei dem die Dehnbarkeit auf grosser Länge konstant ist. Hat man dies aus Versuchen abgeleitet, so kann es sich dabei nur um Zufälligkeiten oder nicht ganz einwandfreie Benutzung der Zahlenwerthe handeln. Wenn aber die

Hauptvoraussetzung des hier besprochenen Vorschlages nicht zutrifft, so fragt es sich, wie gross sind die Fehler des in Vorschlag gebrachten Verfahrens, und was bietet es uns Neues und Vortheilhaftes für die Erkenntniss der Materialeigenschaften?

β. Einfluss der Messlänge l .

141. Wenn man die Dehnbarkeit an einem mit Theilung versehenen Stabe nach dem Verfahren der öffentlichen Prüfungsanstalten an verschiedenen Messlängen, d. h. an einer verschiedenen Anzahl von Theilungen symmetrisch zum Bruch misst, so bekommt man bei Stäben mit starker Einschnürung erheblich verschiedene Werthe, wie ja aus der Betrachtung der Dehnungsschaulinien, z. B. aus Fig. 89 S. 85 ohne weiteres einleuchtet, und auch beim Vergleich der Werthe in Tab. 13 B sofort erkannt wird. Stellt man die Schlusswerthe dieser Tabelle mit einander in Vergleich, indem man die für $l=20l_t$ gefundenen Werthe gleich 100 setzt, so bekommt man folgende Uebersicht, Tab. 14.

Tabelle 14. Einfluss der Messlängen auf die Werthe für die Dehnbarkeit.

Dehnungen in Procenten von l , bezogen auf Bruch in der Mitte.

($l_t \cdot 20$; $l_t \cdot 10$ und $l_t \cdot 5$ entspricht den Verhältnissen $n=l\sqrt{f}=11,3$; 8,5 u. 3,5 (159).)

Stabform (Flusseisen)	$l_t \cdot 20$ %	$l_t \cdot 10$ %	$l_t \cdot 5$ %	oder bezogen auf $l_t \cdot 20 = 100$	
				$l_t \cdot 10$	$l_t \cdot 5$
				a) Mittel von Rundstäben ¹⁾	31,1
b) " " Flachstäben ¹⁾	33,4	42,0	54,6	125,7	163,7
c) " " Rundstäben ¹⁾	29,0	37,5	52,8	129,2	182,0
d) " " Flachstäben ²⁾	29,9	38,2	50,8	127,2	169,7
e) " " Flachstäben ²⁾	35,4	48,0	68,6	135,5	193,7

142. Aus dem in den vorausgehenden Absätzen Besprochenen ist bereits hervorgegangen, dass man sich die Gesamtverlängerung als die Summe aus der Verlängerung des Stabes vor dem Eintritt der Einschnürung und aus der Verlängerung der Einschnürstelle zusammengesetzt denken kann. Sobald der Stab sehr lang ist, d. h. sobald man die Wirkung der Einspannköpfe vernachlässigen kann, darf man annehmen, dass der Stabtheil ausserhalb der Einschnürung bei der Querschnittsverringerung nahezu seine prismatische Gestalt beibehält, d. h. eine gleichmässige Verlängerung in allen Theilen erfährt. Ist β die Dehnbarkeit der Längeneinheit des Stabes bis zum Eintritt der Einschnürung, so ist bis dahin:

$$\lambda = \beta l$$

oder in Procenten der Messlänge:

$$\delta = \frac{\beta l}{l} 100 = \beta 100;$$

β ist eine Konstante, die dem Material eigenthümlich ist.

¹⁾ Nach eigenen Versuchen.

²⁾ Nach Versuchen Bauschingers (Mitthlg. München XXI. S. 22).

Tritt nun die Verlängerung der Einschnürung λ_e hinzu, so wird:

$$\lambda = \beta l + \lambda_e$$

oder in Procenten von l :

$$\delta = 100 \left(\beta + \frac{\lambda_e}{l} \right) \dots \dots \dots 10.$$

Es kommt ein von der Messlänge l unabhängiges Glied hinzu.

143. Wegen der Wirkung der Einspannköpfe, die bei Aufstellung dieser Formel ausser Acht gelassen wurde, kann diese nicht für jede Länge l streng gültig sein. Die Wirkung der Spannköpfe ist aber um so weniger bemerkbar, je länger der Stab ist. Bei kurzen Stäben, wie sie bei der Materialprüfung benutzt werden müssen, wenn die Versuche nicht unnöthig theuer werden sollen, tritt die sogenannte gleichmässige Dehnbarkeit nicht mehr klar getrennt von der örtlichen Dehnbarkeit in der Einschnürung hervor. Der Uebergang zwischen beiden verwischt sich um so mehr, je kürzer der Stab wird.

144. Da die örtliche Einschnürung es ist, die den Einfluss der Probenlänge auf die Dehnbarkeitsmessung bedingt, so ist klar, dass harte und weiche Körper, d. h. wenig dehbare und stark dehbare, einen erheblichen Unterschied zeigen müssen. Bei den weniger dehbaren ist der Einfluss der Probenlänge auf das Messungsergebniss naturgemäss geringer, als bei den stark dehbaren und meistens auch stark einschnürenden. So lange als das alte Schweisseisen mit seiner meist geringen Dehnbarkeit und Einschnürung das Hauptmaterial für Eisenkonstruktionen bildete, wurde daher der Einfluss der Probenlänge auf das Messungsergebniss in der Praxis fast gar nicht beachtet. Je mehr man aber zur Verwendung des stark dehbaren weichen Flusseisens mit starker Querschnittseinschnürung übergeht, desto mehr wird man gezwungen werden, diesen Einfluss sorgfältig zu studiren und Maassregeln zu treffen, die ihn ausgleichen.

γ . Einfluss der Querschnittsgrösse.

145. Wenn ein in sich gleichmässiges Material vorausgesetzt wird, darf man wohl erwarten, dass unter ähnlichen Umständen das Material auch stets ähnliche Formänderungen erfahren wird (*L 100, 102, 118, 123, 129, 130*), wenigstens liegt kein zwingender Grund für eine andere Annahme vor, und die Erfahrung hat diesen, wie es scheint von Lebasteur und Marié 1878 (*L 102*, Bd. I, S. 120) für kreisförmige Querschnitte zuerst aufgestellten und von Barba 1880 auf rechteckige Querschnitte übertragenen „Satz der Aehnlichkeiten“ innerhalb weiter Grenzen bestätigt, wie weiter unten noch nachzuweisen ist.

Aehnliche Querschnitte und lange Probestäbe vorausgesetzt, hat man also zunächst keinen Grund anzunehmen, dass die Querschnittsgrösse auf die gleichmässige Verlängerung βl oder auf die gleichmässige Dehnbarkeit 100β des Stabes einen Einfluss ausüben wird.

146. Von der örtlichen Dehnbarkeit kann man erwarten, dass sie bei ähnlichen Querschnittsformen und gleichem Material proportional den Querschnittsabmessungen, also proportional der

Querschnittsgrösse werde. Auch diese Voraussetzung ist durch Versuche vielfach bestätigt (*L* 2, Heft 6 u. 21—131).

Man darf mit Bauschinger annehmen:

$$\lambda_e = \gamma \sqrt{f}$$

worin γ zufolge der gemachten Voraussetzungen als eine dem Material eigenthümliche Konstante aufgefasst werden muss:

$$\delta_e = 100 \frac{\lambda_e}{l} = 100 \gamma \frac{\sqrt{f}}{l};$$

hiernach wird sein:

$$\delta = 100 \left(\beta + \gamma \frac{\sqrt{f}}{l} \right) \dots \dots \dots 11.$$

Für einen zweiten Stab aus gleichem Material aber mit anderem Querschnitt würde man hiernach:

$$\delta_1 = 100 \left(\beta + \gamma \frac{\sqrt{f_1}}{l_1} \right)$$

zu setzen haben, und wenn δ in beiden Fällen gleich gross gefunden werden soll, so muss:

$$\delta = \delta_1 \text{ oder } 100 \left(\beta + \gamma \frac{\sqrt{f}}{l} \right) = 100 \left(\beta + \gamma \frac{\sqrt{f_1}}{l_1} \right)$$

oder:

$$\frac{\sqrt{f}}{l} = \frac{\sqrt{f_1}}{l_1}, \text{ d. i. } l:l_1 = \sqrt{f}:\sqrt{f_1} \dots \dots \dots 12.$$

werden; die Messlängen müssen sich wie die Wurzeln aus den Querschnitten verhalten, wenn ähnliche Stäbe aus gleichem Material, aber von verschiedener Querschnittsgrösse, gleiche Dehnungswerthe liefern sollen.

Dieser Satz gilt selbstverständlich nur für Stäbe von grosser Länge. Für Stäbe von kleiner Länge muss auch hier die Wirkung der Einspannköpfe in Betracht gezogen werden.

δ. Einfluss der Querschnittsform.

147. Ueber den Einfluss der Länge und der Querschnittsgrösse konnte man sich unter der Voraussetzung solcher Stäbe, bei denen der Einfluss der Einspannköpfe nicht mehr in Betracht kommt, aus allgemeinen Herleitungen auf Grund von Annahmen Aufklärung verschaffen, die an sich grosse Wahrscheinlichkeit für sich hatten, aber auch durch viele Versuche bestätigt sind. Ueber die Wirkung der Querschnittsformen kann man sich nur an der Hand von Versuchsergebnissen unterrichten. Wir haben aus unserer letzten Betrachtung gesehen, dass man sich hierbei an vergleichbare Stabformen, d. h. an solche halten muss, deren Messlängen l sich wie die Wurzeln aus den Querschnittsflächen verhalten. Ausserdem sind natürlich noch die Voraussetzungen zu erfüllen, aus denen die Formeln hervorgingen, d. h. man hat möglichst lange Stäbe aus ganz gleichem Material zu wählen und mit Hilfe der vor dem Versuch angebrachten Theilung die Dehnbarkeit δ an Strecken zu ermitteln, die symmetrisch zur Bruchstelle liegen.

Hiernach müssen daher die Messlängen sich verhalten:

$$\frac{l}{l_1} = \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{f_1}} \quad \text{oder} \quad \frac{l}{\sqrt{f}} = \frac{l_1}{\sqrt{f_1}}.$$

148. Wenn man nach diesen Grundsätzen beispielsweise die von Bauschinger zur Erforschung der Gesetze über die Wirkung der Stabformen erhobenen Versuchsergebnisse (L 2, Heft 21, Tab. I u. II) als Schaulinien aufträgt, so findet man, dass die nach dem Verhältniss l/\sqrt{f} geordneten Dehnbarkeiten (Fig. 100), trotz der verschiedenen

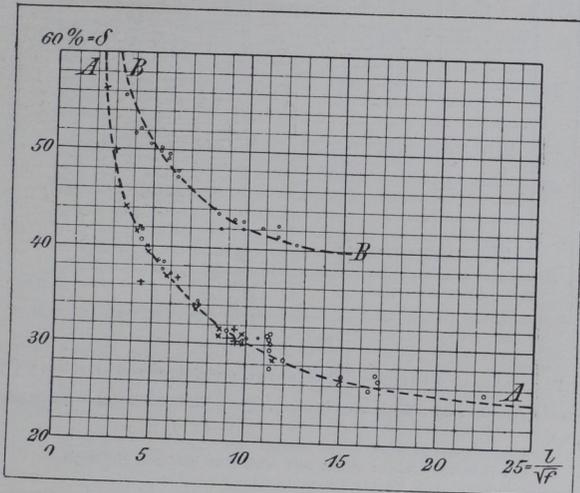


Fig. 100.

Flusseissen. Einfluss der Stabform auf die Dehnbarkeit.

- Gruppe A: ● Flachstäbe gleicher Dicke und $b/a = 2,5; 2,1; 1,8; 1,4$.
 × Flachstäbe gleicher Breite und $b/a = 3,0; 2,1; 1,7; 1,3$.
 + Flachstäbe ähnlich Querschnitte und $b/a = 1,7$.
 ○ Rundstäbe von 2,5; 2,0; 1,5; 1,0 cm Durchmesser.
 Gruppe B: (um 10% nach oben verschoben gezeichnet).
 ● Flachstäbe mit Walzhaut; anderes Material.

Querschnittsformen [Kreis bis zum Rechteck vom Verhältniss $b/a = 3$] und trotz der sehr verschiedenen Querschnittsgrößen, die Werthe mit praktisch ausreichender Annäherung sich an eine gemeinsame Ausgleichlinie anschmiegen, von der nur wenige Punkte etwas stärker abweichen.

Bauschinger hat alle mit dem Verhältniss $l/\sqrt{f} = 8,5$ gewonnenen Dehnungswerthe aus seinen vorhin angeführten Versuchsreihen mit den Dehnungen verglichen, die das gleiche Material an einem Normalrundstabe von 2,0 cm Durchmesser bei Anwendung einer Messlänge von 15 cm, also bei Benutzung des gleichen Verhältnisses $l/\sqrt{f} = 8,5$ ergab. Stellt man die hierbei gewonnenen Werthe für δ nach wachsenden Querschnittsgrößen zusammen, wie es in Fig. 101 geschehen ist, so erkennt man, dass die Querschnittsgröße innerhalb der angewendeten Grenzen und für das untersuchte Material nur einen sehr geringen Einfluss auf die Dehnbarkeit gehabt hat. Man kann aus Fig. 101 allenfalls

eine ganz geringe Abnahme der Dehnbarkeit δ mit wachsender Querschnittsgrösse ableiten.

149. Bildet man aus den Ergebnissen, die mit Stäben von gleichem Verhältniss b/d [Breite zu Dicke] gewonnen wurden, Mittelwerthe und ordnet

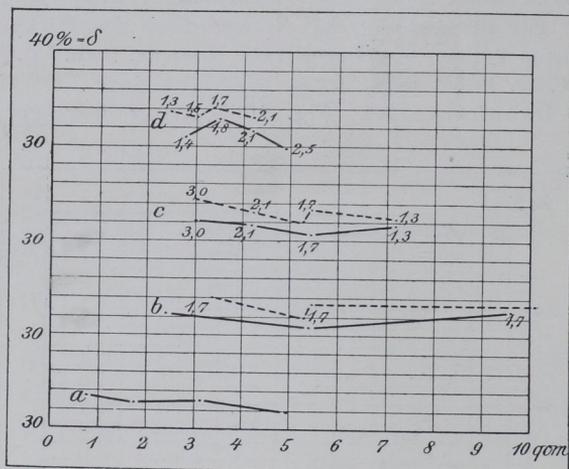


Fig. 101.

Flusseisen. Einfluss der Stabform auf die Dehnbarkeit.

Dehnbarkeiten δ ermittelt an Stäben verschiedener Querschnittsgrösse und Querschnittsform, aber vom Verhältniss $l/\sqrt{f} = 8,5$.

Ausgezogene Linien: Stäbe bearbeitet.

Gestrichelte Linien: Stäbe mit Walzhaut (anderes Material)

Gruppe a: Rundstäbe von 1,0 bis 2,5 cm Durchmesser.

„ b: Flächstäbe ähnlichen Querschnittes $b/a = 1,7$.

„ c: Flächstäbe gleicher Breite und $b/a = 3,0$ bis $1,3$.

„ d: Flächstäbe gleicher Dicke und $b/a = 2,5$ bis $1,3$.

diese nach wachsenden Werthen von b/a , so kann man aus den Bauschingerschen Tabellen I und II für Stäbe vom Verhältniss $l/\sqrt{f} = n = 8,5$ folgende Uebersicht ableiten (Tab. 15).

Tabelle 15. Einfluss der Querschnittsform auf die Dehnbarkeit.

Dehnbarkeiten δ bestimmt für $l/\sqrt{f} = 8,5$.

Bauschingers Mittheilungen Heft 21	Rundstäbe o —	Flachstäbe $b/a =$							
		1,3	1,4	1,5	1,7	1,8	2,1	2,5	3,0
Tabelle 1									
Dehnbarkeit δ in %	32,9	—	31,0	—	31,7	33,0	31,8	(29,9)	32,0
Zahl der Fälle . .	7	—	1	—	4	1	2	1	1
Tabelle 2									
Dehnbarkeit δ in %	—	33,2	—	33,3	33,5	—	33,2	—	34,5
Zahl der Fälle . .	—	2	—	1	5	—	1	—	1

Man sieht aus diesen Zahlenreihen, dass die Querschnittsform innerhalb der Grenzen des Versuches keinen erkennbaren Einfluss gehabt hat. Obwohl die für gewöhnlich benutzten Stabformen innerhalb der von Bau-schinger benutzten Grenzen liegen, wird es doch nothwendig sein, das Beobachtungsmaterial zu häufen und besonders auch die Versuche unter ähnlichen Gesichtspunkten und mit weiteren Grenzen auf andere Materialien auszudehnen.

150. Die ähnlichen älteren Versuche von Barba (*L 118* u. *119*) sind nach etwas abweichendem Plane ausgeführt und gestatten daher keine so übersichtliche Darstellung in der vorhin gegebenen Auffassungsweise. Ihr Studium ist aber werthvoll und sei daher dringend empfohlen. Hier sei auf Fig. 102 verwiesen, welche in gleicher Weise wie bei Fig. 101 die

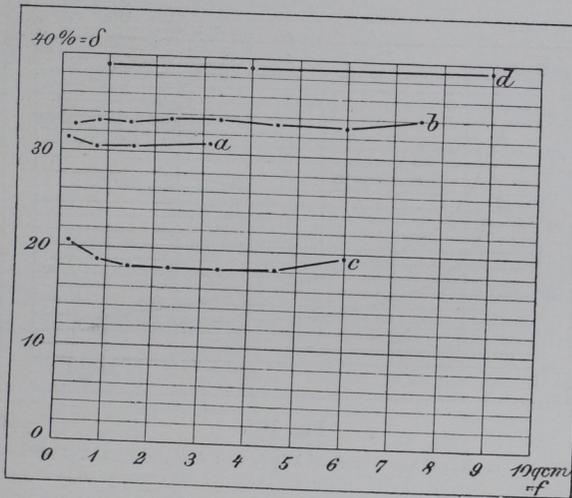


Fig. 102.

Flusseisen. Einfluss der Stabform auf die Dehnbarkeit.

Linien a—c: Rundstäbe

a) Flusseisen ($\sigma_S = 2480$; $\sigma_B = 3740$ at) von 0,5; 1,0 und 2,0 cm Durchmesser $l = 11,2 \sqrt{f}$;

b) Flusseisen ($\sigma_S = 2400$; $\sigma_B = 4130$ at) von 0,7 bis 3,1 cm Durchmesser } $l = 8,2 \sqrt{f}$.

c) Flusseisen ($\sigma_S = 3701$; $\sigma_B = 6360$ at) von 0,7 bis 3,1 cm Durchmesser }

Linie d: Flachstäbe

d) Flusseisen ($\sigma_S = 1820$; $\sigma_B = 3740$ at) von $b/a = 4$; $l = 5 \sqrt{f}$.

Dehnungen darstellt, die Barba an Stäben verschiedenen Querschnittes aus Flusseisen fand, bei denen die Messlänge proportional dem Querschnitt war. Ausserdem möge noch einer seiner Versuche besprochen werden, weil er sehr lehrreich den Einfluss der Einspannköpfe auf die Grösse der Dehnbarkeit δ zeigt.

Barba prüfte aus gleichem Material [Flusseisen] eine Reihe von Stäben gleichen Durchmessers, aber von verschiedener Gebrauchslänge, denen er gleiche Köpfe gab, und verglich die gefundenen Werthe von δ (Fig. 103, Linie A) mit den Werthen von δ (Linie B), die er mit Zugrundelegung verschiedener Messlängen an einem Stabe von grosser Gebrauchslänge fand, der gleichen Durchmesser wie die Stäbe zur Reihe A hatte und vorher mit einer Theilung versehen war.

Die Dehnbarkeit wurde also nach Fig. 103 bei den Barbaschen Versuchen durch die Wirkung der Stabköpfe ganz erheblich vermindert, aber um so weniger, je länger der Stab war. Man erkennt also hieraus die Wichtigkeit der vorhin gemachten Einschränkungen bezüglich der Gleichungen über den Einfluss der Längen und Querschnitte auf das Ergebniss der Dehnbarkeitsmessungen. Auch ergibt sich klar, dass man die an langen Stäben für kurze Messlängen gewonnenen Dehnbarkeiten noch keineswegs mit den an kurzen Stäben mit gleichen Messlängen gewonnenen Dehnbarkeiten vergleichen darf, wenn auch die Werthe von l/\sqrt{f} , sowie die Querschnittsgrösse und Querschnittsform einander gleich sind; denn bei Zugrundelegung des Normalstabes von 2,0 cm Durchmesser und $l=20,0$ cm, also $l/\sqrt{f}=11,3$, erhielt Barba beim langen Stabe $\delta=34,5$ und beim

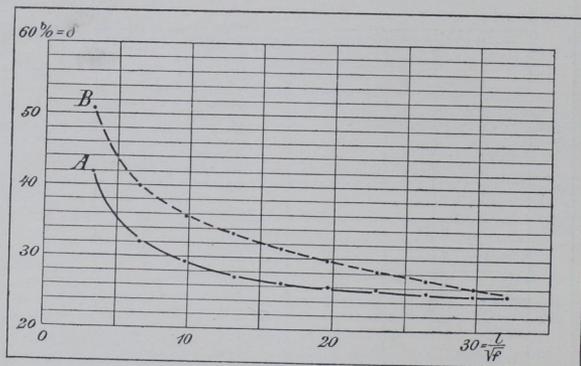


Fig. 103.

Flusseisen. Einfluss der Stabköpfe auf die Dehnbarkeit (Barba).

kurzen Stabe $\delta=28,3\%$, also einen Unterschied von 100 zu 82. Hier liegt ein scheinbarer Widerspruch mit den im Absatz 148 und 149 besprochenen Bauschingerschen Ergebnissen vor, welche erwiesen, dass bei gleichem l/\sqrt{f} selbst für verschiedene Querschnittsgrössen und Querschnittsformen die Dehnbarkeit δ als gleich befunden wird. Man erkennt also leicht, dass man nothwendiger Weise auch noch solche Bestimmungen über die Versuchsanordnungen treffen muss, die den Einfluss der Stabköpfe ausgleichen, wenn man mit Stäben von anderen Abmessungen die gleichen Dehnungswerthe erhalten will, wie sie das gleiche Material mit einem Normalstabe von 2,0 cm Durchmesser und 20,0 cm Messlänge liefern würde.

Es liegt nahe, die Versuchsergebnisse unmittelbar auf die Erfüllung der in Absatz 146 S. 96 gegebenen Gleichung 11:

$$\delta = 100(\beta + \gamma \sqrt{f}l)$$

zu prüfen. Dies ist in Fig. 104 mit den bereits vorhin benutzten Ergebnissen von Barba, Bauschinger und anderen von Martens versucht worden; die Versuche beziehen sich auf Stäbe von sehr verschiedener Form und Querschnittsgrösse aus Flusseisen verschiedener Festigkeit und auf mehrere Kupferarten. Man sieht, dass im Grossen und Ganzen die einzelnen Linien durch Gerade ausgeglichen werden können. Es ergibt sich hieraus, dass die Annahme von

Einflusslosigkeit der Querschnittsform, innerhalb der praktischen Grenzen, im Allgemeinen bestätigt ist. Immerhin zeigen die Linien c am Ende schwer erklärbar Abweichungen. Auch die Linienzüge h sind auffallend. Sie stellen die beiden von Barba (Fig. 103) gefundenen Linienzüge dar (vergl. 150); h' entspricht den Dehnungen, wie sie an den einzelnen Abschnitten am langen

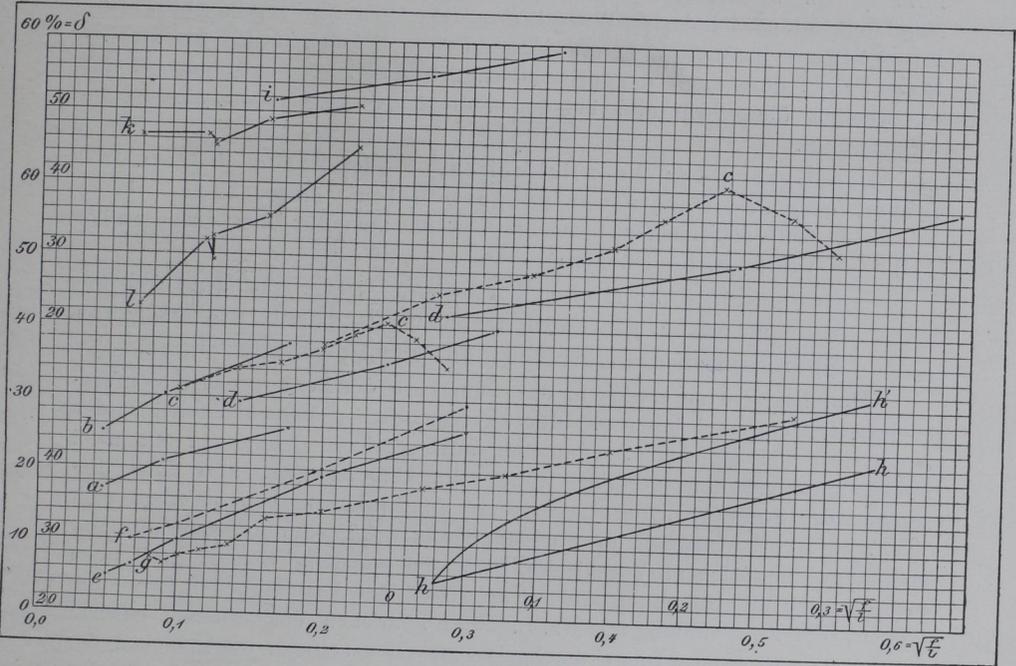


Fig. 104.

Einfluss der Stabform und des Verhältnisses $\frac{l}{n} = \sqrt{\frac{F}{E}}$ auf die Dehnbarkeit.

Linien a—h Flusseisen.

- a) Barba: $\sigma_S = 3370$; $\sigma_B = 5960$ at; $l = 10$ cm Rundstäbe; $d = 0,5, 1,0$ u. $2,0$ cm.
- b) " $\sigma_S = 2500$; $\sigma_B = 3720$ at; $l = 10$ cm Rundstäbe; $d = 0,5, 1,0$ u. $2,0$ cm.
- c) " $\sigma_S = 2470$; $\sigma_B = 3870$ at; $l = 5$ u. 10 cm Flachstäbe $b/a = 1$ bis 8 .
- d) " $\sigma_S = 2770$; $\sigma_B = 4140$ at; $l = 10$ cm Flachstäbe; $b/a = 2$ bis 10 .

e) Bauschinger:

f) "

g) Hackney:

h) Barba (aus Fig. 101 abgeleitet):

Linien i—l Kupfer.

- i) Barba: $\sigma_S = 830$; $\sigma_B = 2360$ at; $l = 10$ cm Flachstäbe $f/a = 2$ bis 10 .
 - k) Martens: $\sigma_S = 680$; $\sigma_B = 2290$ at
 - l) " $\sigma_S = 1770$; $\sigma_B = 2370$ at
- } Flachstäbe $f/a = 1$ bis 5 .

Stäbe (50 cm = l) und h den Dehnungen, wie sie an kurzen Stäben, bei gleicher Messlänge in beiden Fällen, ermittelt wurden; bei den kurzen Stäben musste die Wirkung der Stabköpfe mehr zum Ausdruck kommen.

ε. Das Gesetz der Aehnlichkeit.

151. Bei Besprechung des Einflusses, den die Einschnürung auf die Grössenwerthe von δ nahm, wurde bereits von der Ueberlegung Gebrauch gemacht, dass bei langen Stäben aus ganz gleichmässigem Material die

Formänderungen ähnliche werden müssten, wenn die Querschnittsformen ähnliche sind. Man sah, dass innerhalb der von Bauschinger benutzten, d. h. der praktisch im Materialprüfungswesen vorkommenden Grenzen für die Querschnittsabmessungen, die Querschnittsgrösse und die Querschnittsform keinen wesentlichen Einfluss auf die Dehnbarkeit hatte, wenn die Messlänge proportional der Wurzel aus dem Querschnitt gemacht wurde. Bauschinger benutzte aber vorwiegend Stäbe, bei denen die Gebrauchslänge, d. h. die Länge des prismatischen Stabtheiles, die Messlänge nur um weniges überschritt und bei denen die Köpfe angenähert ähnlich geformt waren.

Das Gesetz der Aehnlichkeiten, wie es Barba (*L 118* u. *119*) nannte, oder das Gesetz der proportionalen Widerstände, wie es Kick (*L 100*) allgemeiner bezeichnet, kann man für den vorliegenden Fall etwa wie folgt, ausdrücken:

Geometrisch ähnliche Körper aus gleichem Material erfahren unter gleichen Umständen durch die gleichen Spannungen geometrisch ähnliche Formänderungen.

Man hat also zu erwarten, dass innerhalb der Fehlergrenzen der Versuchsausführung und innerhalb der unvermeidlichen Verschiedenheiten des Materiales, bei gleichen Spannungen auch gleiche Dehnungen an zwei Probestäben erhalten werden, wenn alle Abmessungen, also auch diejenigen der Stabköpfe, der Uebergänge vom prismatischen Stabtheil zum Kopf, die Gebrauchslänge, die Messlänge und die Theilungen innerhalb der Messlänge in gleichem Verhältniss bemessen wurden. Streng genommen müssen auch alle Nebenumstände dem Gesetz der Aehnlichkeiten Rechnung tragen, die Einspannung muss z. B. unter ähnlichen Verhältnissen bewirkt werden u. s. w. Diese Dinge machen es zuweilen schwer, die Ursachen der Abweichungen von dem Gesetz aufzufinden, wenn gelegentlich die Erfahrungen dem Gesetz zuwiderlaufen.

152. Die allgemeine Ableitung des Gesetzes und Bewahrheitung durch Versuchsergebnisse würde zu weit führen; es wird wohl genügen, wenn die Arbeiten von Barba (*L 118. 129*), Bauschinger (*L 2*), und Kick (*L 100*) hier genannt werden, die auch auf die einschlägige Literatur verweisen und zum Theil auf sie eingehen.

Für die hier verfolgten Zwecke mag es genügen, an der Hand von Fig. 105 den Nachweis zu erbringen, in wie hohem Maasse die Uebereinstimmung der Dehnungen selbst in den einzelnen Stabtheilungen hervortritt, wenn man die Verlängerungen an geometrisch ähnlichen Theilungen geometrisch ähnlicher Stäbe misst. Die Schaulinien stellen die Längenänderungen dar, die jeder einzelne Stabtheil bis zum Bruch erfährt, in Procenten von l_t , und zwar beziehen sich die ausgezogenen Linien auf ganz unbearbeitete Rundstäbe oder auf Flachstäbe, denen an den Breitseiten die Walzhaut belassen wurde; die punktirten Linien beziehen sich auf allseitig bearbeitete Stäbe. Das Material ist weiches Martinflusseisen. Die ausgezogenen Linien [grosse Querschnitte] und die punktirten Linien [kleine Querschnitte] decken sich so vollkommen, wie man es für solche Versuche nur immer erwarten kann. Dass aber auch in dieser Beziehung die Einflusslosigkeit der Querschnittsform und Querschnittsgrösse sich zu erkennen giebt, leuchtet aus Fig. 105

ebenfalls ein, wenn man die Liniengruppe D betrachtet. Gruppe D giebt die ohne Rücksicht auf die Stababmessungen gebildeten Mittelwerthe aus Gruppe A [Rundstäbe], Gruppe B und C [Flachstäbe]; l_t wechselte zwischen 0,56 und $0,43\sqrt{f}$, war also nicht vollkommen gleich.

In meinem Bericht über Versuche mit Kupfer (*L 110* S. 98 u. f.) habe ich die in den voraufgehenden Abschnitten behandelten Dinge sehr eingehend besprochen, durch viele Beispiele belegt und besonders hervorgehoben, dass, wenn das

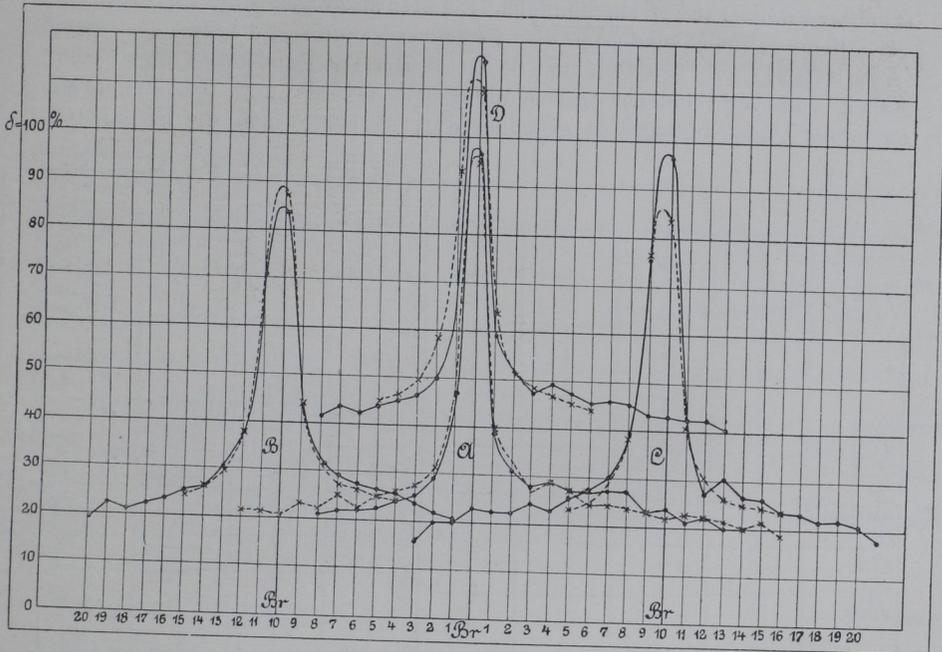


Fig. 105.

Dehnungsschaulinien geometrisch ähnlicher Stäbe.

- Gruppe A: Linie ausgezogen: Rundstäbe unbearbeitet, 2,0 cm Durchmesser $l_t = 1,0$ cm.
 „ punktirt: Rundstäbe bearbeitet 1,3 cm Durchmesser $l_t = 0,65$ cm.
 Gruppe B: Linie ausgezogen: Flachstäbe nur an den Schmalseiten bearbeitet, $f = 4,0 \times 1,3$ cm; $l_t = 1,0$ cm.
 „ punktirt: Flachstäbe bearbeitet, $f = 3,4 \times 1,2$ cm; $l_t = 0,85$ cm.
 Gruppe C: Linie ausgezogen: Flachstäbe an den Schmalseiten bearbeitet, $f = 4,0 \times 1,3$ cm; $l_t = 1,0$ cm.
 „ punktirt: Flachstäbe bearbeitet, $f = 3,4 \times 1,2$ cm; $l_t = 0,85$ cm.

Bei den Rundstäben ist also die Theilung $l_t = 0,56\sqrt{f}$, bei den Flachstäben $l_t = 0,43\sqrt{f}$.

Gesetz der Aehnlichkeiten ganz streng erfüllt ist, auch die nach σ und ϵ verzeichneten Schaulinien für verschiedene, aber geometrisch ähnliche Stäbe¹⁾ in allen ihren Theilen vollständig zusammenfallen müssen. Beim weichen Kupfer wurden Abweichungen in dieser Beziehung nachgewiesen, die noch nicht aufgeklärt sind; bei hartem Kupfer war die Forderung nahezu erfüllt.

¹⁾ Nach den Auslassungen in den Abschnitten γ und δ , gilt dies aber auch allgemein für Stäbe, bei denen gleiche Bedingungen $l = n\sqrt{f}$ erfüllt sind und der Einfluss der Köpfe einigermaßen ähnlich wirkend gemacht wurde.