

A. Die Festigkeit der Materialien.

32. Die charakteristischste Eigenschaft der festen Körper ist, wie man sah, ihr Widerstand gegen die versuchte Formänderung. Die Formänderung wird durch äussere Kräfte, welche auf den Körper wirken, ihn beanspruchen, erzeugt. Die Art, wie äussere Kräfte einen Körper beanspruchen, und die Zahl der Beanspruchungsformen, die er gleichzeitig erfährt, können mannigfaltig sein. Die Kräfte können den Körper zu zerreißen, zu drücken, zu biegen, zu verdrehen, zu scheeren, zu knicken u.s.w. streben, und ebenso viele Arten des Widerstandes gegen die Formänderung werden in dem Körper erzeugt, welche als Festigkeitsarten bezeichnet und dementsprechend benannt zu werden pflegen. Man kennt also Zug-, Druck-, Biege-, Verdreh-, Scheer-, Knick-Festigkeit u. s. w.

In der Festigkeitslehre werden alle diese Arten des Widerstandes gegen Formänderungen und die theoretische Ableitung der Gesetze der Formänderung aus einigen Grundeigenschaften des Stoffes entwickelt. Diese Dinge als bekannt vorausgesetzt, wird es völlig genügen, wenn hier nur diejenigen Begriffe festgestellt und näher betrachtet werden, welche für die Zwecke des Materialprüfungswesens nothwendig sind.

Hierbei muss aber auf einen Unterschied in der von uns angewendeten Betrachtungsweise gegen die Betrachtungsweise, die die Mathematik zur Entwicklung der Festigkeitslehre benutzt, aufmerksam gemacht werden. Die mathematische Festigkeitslehre behandelt vorwiegend die elastischen Formveränderungen der Körper, während hier ganz besonders auf die technologisch wichtigen Vorgänge bei der bleibenden Formänderung Rücksicht genommen werden muss.

a. Zugfestigkeit und Druckfestigkeit.

1. Begriffentwicklungen.

Zugfestigkeit.

33. Denkt man sich auf einen sehr langen prismatischen Körper (Fig. 3) die beiden gleichen Kräfte P in der Richtung seiner Längsachse wirkend, so darf man annehmen, dass in den Querschnitten aa und bb , deren Flächeninhalt gleich f sei, die Kräfte über diese Querschnitte gleichmässig vertheilt sind. Die auf die Querschnittseinheit entfallende Kraftgrösse, die spezifische Kraft oder die Beanspruchung, sei in Zukunft stets mit p bezeichnet; es ist also

$$p = P/f.$$

Der Beanspruchung leisten durch sie im Körper erzeugte innere Kräfte Widerstand, die gleich aber entgegengesetzt gerichtet sind. Dieser Widerstand sei mit σ bezeichnet und Spannung genannt; es ist also auch:

$$\sigma = p = P/f \quad . \quad . \quad . \quad 1.$$

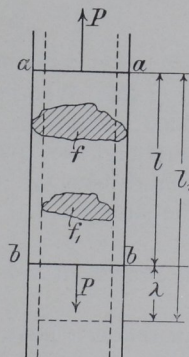


Fig. 3.

Die Spannungen werden in der Regel in Kilogrammen für das Quadratcentimeter oder Quadratmillimeter, oder auch wohl in Tonnen für

Martens, Materialenkunde.

das Quadratcentimeter ausgedrückt. In Folgendem soll stets das Kilogramm und Centimeter als Einheit benutzt werden. Der Ausdruck wird [mit Rücksicht darauf, dass technisch 1 Atmosphäre gleich 1 Kilogramm für das Quadratcentimeter zu setzen ist] geschrieben werden:

$$kg/qcm \text{ oder } at.$$

34. Unter dem Einfluss der Beanspruchung verlängert sich der Körper, indem er zugleich seinen Querschnitt verändert. Die Länge l geht in die Länge l_1 über und die Verlängerung, die der Theil des Körpers zwischen den Querschnitten aa und bb erfährt, beträgt:

$$\lambda = l_1 - l.$$

Die Verlängerung der Längeneinheit wird in der Folge stets mit Dehnung benannt und mit ϵ bezeichnet werden; es ist also:

$$\epsilon = \lambda/l \dots\dots\dots 2.$$

In der Praxis ist es aber sehr gebräuchlich, die Dehnung in Procenten der ursprünglichen Länge anzugeben; dies sei in der Folge durch Anwendung der Schreibweise:

$$\delta = \epsilon 100 = \frac{\lambda}{l} 100 = \left(\frac{l_1}{l} - 1\right) 100 \dots\dots\dots 3.$$

Als Dehnungszahl α^1 sei die Dehnung bezeichnet, die der Körper durch die Spannungseinheit erfährt; es ist also:

$$\alpha = \frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{\lambda}{l} \cdot \frac{1}{\sigma} = \frac{\lambda}{l} \cdot \frac{f}{P} \dots\dots\dots 4.$$

Die Dehnung kann hiernach auch als das Produkt aus Spannung und Dehnungszahl geschrieben werden:

$$\epsilon = \alpha \sigma \text{ und}$$

die Verlängerung des Stabes von der Länge l :

$$\lambda = \alpha \sigma l \text{ und}$$

die Spannung eines Stabes kann man auch aus dem Bruch, Dehnung durch Dehnungszahl d. h.:

$$\sigma = \epsilon/\alpha \text{ berechnen.}$$

Den Ausdruck:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma}{\epsilon} = E \dots\dots\dots 5$$

bezeichnet man in der Festigkeitslehre als den Elasticitätsmodul.

35. Während sich der Körper unter dem Einflusse der Beanspruchung dehnt, erfährt er zugleich eine Verringerung seiner Querabmessungen; der ursprüngliche Querschnitt f geht in dem kleineren f_1 über. Der Körper erfährt eine Querschnittsverminderung, deren Grösse sich durch das Verhältniss:

$$\varphi = f_1/f, \text{ oder}$$

in Procenten vom ursprünglichen Querschnitt:

$$q = 100 (1 - f_1/f) \dots\dots\dots 6$$

ausdrücken lässt.

¹⁾ Considère benutzt die in Frankreich auch sonst übliche Darstellung von ϵ als Verlängerung in $m/m\sigma$, also die Dehnungszahl α (*L 105 S. 10*); er giebt für Eisen $\alpha = 0,000048$ bis $0,000052$ und für Stahl $\alpha = 0,000044$ bis $0,000048$.

36. Streng genommen müsste man zur Errechnung der Spannungen σ stets den neuen unter der jeweiligen Belastung P angenommenen Querschnitt des Körpers in Rechnung stellen, aber es ist dennoch fast allgemein gebräuchlich, die Spannung stets mit dem ursprünglichen Querschnitt zu errechnen. Dies geschieht aus Bequemlichkeitsrücksichten und ist zulässig, weil man es bei allen Konstruktionen immer nur mit so geringen Formänderungen zu thun hat, dass die Querschnittsänderungen kaum noch merklich sind, und weil unsere Rechnungen unnötig verwickelt werden würden, wollten wir streng nach der Wirklichkeit rechnen. Bei der Materialprüfung ist zuweilen in Vorschlag gebracht worden, die Bruchfestigkeiten auch mit dem Endquerschnitt zu berechnen, aber dieser Vorschlag hat bis jetzt keinen rechten Erfolg gehabt. Hier soll deswegen nur ausnahmsweise vom üblichen Verfahren abgewichen werden.

Wenn die Dehnungen ε des Stabes für verschiedene Spannungen σ bekannt sind, so kann für den Fall, dass ein Material vom Dichtigkeitsgrade 1 vorliegt, die Spannung σ_1 bezogen auf den jeweils erreichten Querschnitt f_1 aus σ und ε unter der Annahme berechnet werden, dass bei der Formänderung der betrachtete Stababschnitt seinen Rauminhalt i nur unwesentlich verändert. Unter dieser Voraussetzung ist für den Abschnitt von der Länge l :

$$lf = i = (l + \varepsilon) f_1$$

also für die Längeneinheit:

$$f_1 = f / (1 + \varepsilon)$$

und da:

$$\sigma_1 = \sigma f / f_1$$

so wird:

$$\sigma_1 = \sigma (1 + \varepsilon).$$

Streng genommen wird durch diese Rechnung, da ε , wie später (Abschnitt 7) zu erörtern ist, die mittlere Dehnung für die angewendete Messlänge l bedeutet,

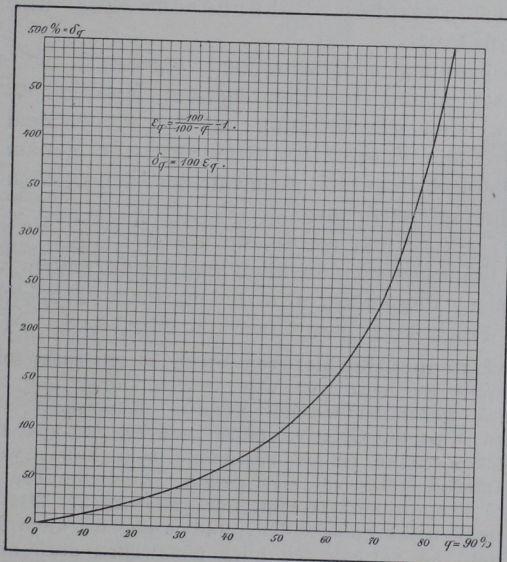


Fig. 4.

auch die Spannung σ_1 auf einen mittleren Querschnitt f_1 des gedehnten Probekörpers bezogen. Will man sie jedesmal auf den kleinsten Querschnitt beziehen, so bleibt nichts über als die unmittelbare Messung. Ist aus einem Ver-

such die gemessene Querschnittsverminderung q bekannt, so ergibt sich aus (Gleichung 6):

$$q = 100 (1 - f_i/f)$$

$$f_i = f (1 - q/100)$$

und da:

$$\sigma_1 = \sigma f/f_i,$$

so wird:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{1 - q/100}.$$

Aus der Querschnittsverminderung q lässt sich die dem kleinsten Einschnürungsquerschnitt f_1 entsprechende Dehnung ε_q wie folgt berechnen: da wie weiter oben

$$f_a = f(1 + \varepsilon_q)$$

$$q = 100 \left(1 - \frac{f(1 + \varepsilon_q)}{f} \right) = 100 - \frac{100}{1 + \varepsilon_q}$$

$$\varepsilon_q = \frac{100}{100 - q} - 1$$

Fig. 4 S. 19 giebt eine Gegenüberstellung der Werthe q , δ_q und ε_q .

Nunmehr sind die Beziehungen zu verfolgen, die zwischen den Dehnungen und Spannungen in einem langen prismatischen Körper bestehen, wenn man die Beanspruchung soweit wachsen lässt, bis schliesslich die Festigkeit des Stabes überwunden wird und der Stab reisst.

37. Erfahrungsgemäss zeigen viele der von uns zu Konstruktionen verwendeten Stoffe die Eigenschaft, dass das Verhältniss zwischen Dehnung und Spannung bis zu einem gewissen Betrage der letzteren konstant ist, dass also die Dehnungen proportional den Spannungen sind d. h.

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \varepsilon/\sigma = \text{konst. d. h. auch} \\ \alpha &= \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta \sigma} = \text{konst.} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 7$$

das Verhältniss zwischen Dehnungszuwachs und Spannungszuwachs ist konstant.

Wird die Spannung σ noch weiter vergrössert, so ändert sich die Dehnungszahl; sie nimmt bei den meisten Materialien zu. Diejenige Spannung, bei welcher die Dehnung aufhört proportional der Spannung zuzunehmen, wird die Proportionalitätsgrenze genannt; sie wird in der Folge stets dadurch kenntlich gemacht, dass den Zeichen σ , ε , λ , δ u. s. w. der Index P beigefügt wird, also:

$$\sigma_P, \varepsilon_P, \lambda_P, \delta_P \text{ u. s. w.}$$

Die Stoffe, bei welchen α in allen Spannungsgrenzen veränderlich ist, wie z. B. Gusseisen, Magnesium u. a. haben keine Proportionalitätsgrenze, oder wie in der Folge kurz gesagt werden wird, keine P -Grenze.

Der Ausdruck Proportionalitätsgrenze ist ein recht schwerfälliger, und es würde mit Freude zu begrüßen sein, wenn hierfür ein treffender kurzer deutscher Ausdruck gefunden werden könnte. Ausserdem ist es nothwendig darauf hinzuweisen, dass die Grenze, ebenso wie bei den später zu benutzenden ähnlichen Ausdrücken, keine scharf bestimmte sein kann, weil die Zustandsänderungen im Material stetig vor sich gehen. Auch die Frage, ob überhaupt eine ganz strenge Proportionalität stattfindet oder nicht, lässt sich mit unsern heutigen Hilfsmitteln nicht entscheiden, und wenn ich auch dazu neige, diese Frage zu verneinen, so vermag ich mich einstweilen doch nicht von der eingebürgerten Anschauung abzuwenden. Hiernach kann also nicht verkannt werden, dass die P -Grenze eigentlich Uebereinkunftssache ist, und dass ihre Grösse stets von der Feinheit der zu Gebote stehenden Messwerkzeuge und, wie noch gezeigt werden muss, auch von den Gewohnheiten und Anschauungen des Beobachters abhängig ist.

38. Für die weiteren Betrachtungen sei ein Körper mit deutlicher P -Grenze, z. B. Eisen, vorausgesetzt. Von den Vorgängen kann man eine bildliche Darstellung, ein Schaubild, entwerfen, indem man die Spannungen σ als Ordinaten und die zugehörigen Dehnungen als Abscissen aufträgt, wie es in Fig. 5 geschehen.

Bis zum Punkte P herrscht Proportionalität. Die Linie \overline{OP} ist also eine Gerade und von P aus verläuft sie bis zum Punkte S mit einer sanften Krümmung. Vom Punkte S ab nehmen die Dehnungen ϵ gegenüber den Spannungen σ sehr schnell [zuweilen plötzlich] zu; der Stab streckt oder fließt. P ist also die Proportionalitätsgrenze und S nennt man die Streck- oder Fließgrenze.

Die Streck- oder Fließgrenze ist also diejenige Spannung, bei welcher die Dehnungen bei stetiger Spannungsvermehrung sehr schnell wachsen. Bis zu diesem Punkte waren die Dehnungen verhältnissmässig klein, und in Fig. 5 mussten sie in sehr grossem Maassstabe aufgetragen werden, um ein deutliches Bild zu liefern.

Man erkennt leicht und die Erfahrung bestätigt es jeden Tag, dass die S -Grenze, ebensowenig wie die P -Grenze, ein genau charakterisierter Punkt ist. Es giebt verschiedene gebräuchlich gewordene Verfahren für ihre Maassbewertung und diese liefern, wie noch zu zeigen sein wird, verschiedene Werthe.

39. Ruft man eine weitere Verlängerung des Stabes hervor, so wächst die [stets auf den ursprünglichen Querschnitt bezogene] Spannung σ .

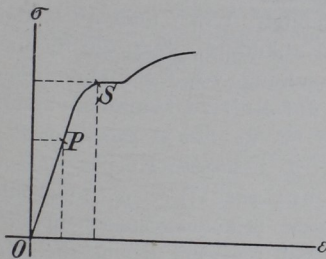


Fig. 5.

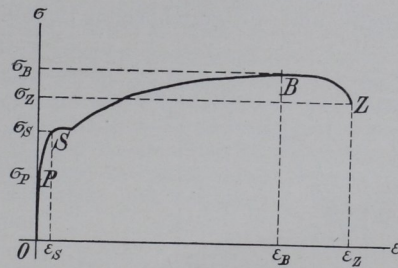


Fig. 6.

Ihr Wachstum wird aber [beim Eisen!] stetig geringer, bis σ einen Höchstwerth erreicht, um von hier aus bis zum Bruch wieder abzunehmen. Stellt man diesen Vorgang unter Benutzung eines kleineren Maassstabes für die Dehnungen ϵ bildlich dar, so erhält man Fig. 6. Die Punkte P und S haben die gleiche Bedeutung wie früher. Die Spannung im Punkte B wird als die Höchstspannung σ_B bezeichnet, die Spannung im Punkte Z als Zerreissspannung σ_Z . Die zugehörigen Dehnungen sind:

$$\epsilon_P, \epsilon_S, \epsilon_B \text{ und } \epsilon_Z.$$

Auf diese ist später noch näher einzugehen.

40. Unter Umständen ist es bequemer statt der Spannungen und Dehnungen σ und ϵ die Belastungen, durch welche die Spannungen hervorgerufen wurden und die zugehörigen Verlängerungen, also P und λ , zur Verzeichnung des Schaubildes zu benutzen. Man sieht ohne weiteres ein, dass das Bild ein ähnliches werden muss, da die Spannungen mit gleichbleibendem Querschnitt aus P und die Dehnungen mit gleichbleibendem l berechnet werden. Die Festigkeitsprobirmaschinen sind häufig mit

Einrichtungen [Selbstzeichnern] versehen, um Schaubilder der letzten Art, also nach P und λ , selbstthätig aufzuzeichnen.

Es ist freilich gebräuchlicher die Schaubilder nach P und λ zu verzeichnen, und ich hätte der Einfachheit wegen von dieser Darstellungsweise ausgehen sollen, aber man wird bald die Vortheile erkennen, die mit dem Ausgang von σ und ε geboten sind, wenn man bedenkt, dass nun bei Benutzung immer des gleichen Maassstabes für die Aufzeichnungen, gleiche Materialien stets gleiche auf dem ganzen Verlauf mehr oder weniger vollkommen zusammenfallende Schaubilder liefern. Der erste Blick lehrt den ganzen Charakter des Materiales kennen und mit dem sich dem Gedächtniss schnell einprägenden Durchschnittsbilde vergleichen. Aus diesem Grunde habe ich bei den Uebungen in der Versuchsanstalt und für deren Betrieb bestimmte Maassstäbe¹⁾ zum Verzeichnen der Schaulinien vorgeschrieben, und es ist gar nicht schwer sie nach den Protokollen unter Benutzung des Rechenmaassstabes für die Umrechnung auf σ ohne weiteres aufzuzeichnen, wenn man nur den Kunstgriff braucht, die Dehnungsablesungen in Procenten der Messlänge l , also in 100ε , vorzunehmen. Man wählt entweder für l ein Vielfaches von 100 oder theilt besondere Maassstäbe für andere Längen von l nach Procenten ein, wie später (137) noch zu beschreiben. Ja es macht eigentlich gar keine besonderen Schwierigkeiten die Maschinen darauf einzurichten, dass sie selbst bei Benutzung verschiedener Probenquerschnitte statt der Belastungen P die Spannungen σ aufzeichnen. Das kann auf mannichfache Weise geschehen und würde durchaus nicht unpraktisch sein, besonders wenn die Maschinen so wie so nur für eine Art von Versuchen benutzt werden. Auf diesen Punkt komme ich bei der Beschreibung der Maschinen am Schluss des Buches nochmals zurück.

41. Bis jetzt wurde eine stetige Vermehrung der Spannung vorausgesetzt und die zugehörigen Dehnungen verzeichnet. Wenn man aber den Vorgang dahin abändert, dass die Spannung nach Erreichung von bestimmten Beträgen wieder auf Null zurückgehen kann, d. h. wenn der bis zu einem gewissen Betrage der Kraft P belastete Körper wieder bis auf $P=0$ entlastet²⁾ wird, so erhält man bei Körpern mit ausgesprochener P -Grenze, z. B. bei unserem Eisenstabe, ein Bild, wie es Fig. 7 zeigt.

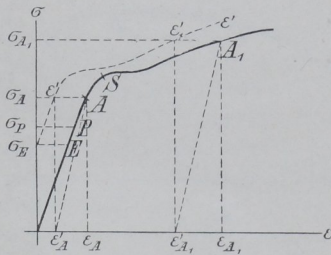


Fig. 7.

Zu Anfang verliert der Körper die unter der Spannung σ angenommene Dehnung ε ganz. Der Körper nimmt seine Gestalt vollkommen wieder an, er zeigt sich vollkommen elastisch. Entlastet man bei immer höheren Spannungen, so wird von einem gewissen Augenblicke an der Körper aufhören seine ursprüngliche Gestalt vollkommen wieder anzunehmen, es bleibt ein gewisser Rest, der nicht wieder verschwindet, die bleibende Dehnung oder der Dehnungsrest genannt. Diesen Punkt bezeichnet man als Elasticitätsgrenze des Materiales, d. h. als diejenige Spannung, bei welcher der Körper anfängt bleibende Formänderungen zu erleiden. Es herrscht vielfach die Ansicht, dass Elasticitätsgrenze und Proportionalitätsgrenze zusammenfallen; indessen liegt, wie gelegentlich gezeigt werden wird, kein zwingender Grund für diese Annahme vor; sie

¹⁾ Ich verwende quadratische Netze und mache das Maass für $\sigma=1000$ at gleich dem Maasse für $\varepsilon=0,100$.

²⁾ Bei Entlastungen ist das unter Abschnitt 12, 314a in Anmerkung Gesagte zu beachten.

bedarf jedenfalls noch einer eingehenden Prüfung. Die Elasticitätsgrenze wird in Zukunft mit dem Index E bezeichnet werden, also:

$$\sigma_E \text{ und } \varepsilon_E.$$

Hier ist der Ort um auf einen recht grossen Uebelstand aufmerksam zu machen, der durch die Unsicherheit gegeben ist, die hinsichtlich der genauen Festlegung des Begriffes Elasticitätsgrenze und der mangelhaften Auseinanderhaltung mit der Proportionalitätsgrenze und ganz besonders mit der Streckgrenze besteht. Diese Unsicherheit ist keineswegs allein dadurch gegeben, dass diese Punkte an sich keine festen Grenzwerte sind, sondern nur angenähert durch die zusammengehörigen σ und ε festgelegt werden; sie ist vielmehr ganz besonders dadurch veranlasst, dass die beiden Grenzen σ_P und σ_E gegenseitig für einander gesetzt werden und noch mehr dadurch, dass beide bei Versuchen in der Praxis oft mit dem Werth σ_S , der Streckgrenze, verwechselt werden. Die Praxis bezeichnet sehr häufig das, was wir Streckgrenze nennen, als Elasticitätsgrenze, ohne eine Andeutung darüber zu geben, wie diese verstanden sein soll oder festgestellt wurde. Oft kann man sich nur durch die beziehungsweise Lage zur Bruchgrenze ein Urtheil über die wahre Bedeutung der Angaben bilden, und zwar auch nur dann, wenn es sich um eine allgemein bekannte Materialgattung handelt. Zuweilen kann man aus der allgemeinen Gepflogenheit eines ganzen Landes einen Anhalt darüber gewinnen, was man einzusetzen hat, wenn in einem Aufsatze schlechtweg von Elasticitätsgrenze gesprochen wird. Z. B. darf man annehmen, dass wenn sich der Ausdruck in deutschen aus der Praxis stammenden Artikeln findet, in der Regel die Streckgrenze gemeint sein wird. Das Gleiche darf man im Allgemeinen auch bei englischen und amerikanischen Artikeln voraussetzen; bei den Franzosen ist man schon öfter im Zweifel, weil sie häufig wirklich σ_E meinen, wenn sie von der Elasticitätsgrenze sprechen. Hier liegt in der That ein recht unangenehmer Uebelstand vor, denn durch die nachlässige Ausdrucksweise kann das Urtheil über die Materialqualität wirklich verschoben und zuweilen Unheil gestiftet werden. Die Sache gewinnt auch unmittelbar greifbare praktische Bedeutung, wenn man z. B. vor Gericht als Sachverständiger die Entscheidung zu treffen hat, ob in einem Vertrage mit dem Ausdrücke „Elasticitätsgrenze“ σ_E , σ_P oder gar σ_S gemeint war. Man kann nicht oft und nicht dringend genug wiederholen, dass hier mehr Klarheit und Bestimmtheit in der Ausdrucksweise geschaffen und beachtet werden möge, dass die Autoren nicht für sich selbst, sondern für andere Leute schreiben, die Freude und Vergnügen daran haben, wenn ihnen ihre Arbeit erleichtert wird.

42. Sobald man mit der Spannung über die Elasticitätsgrenze (σ_E) hinausgeht, z. B. bis zum Punkte A oder A_1 (Fig. 7), findet man bei der Entlastung, dass die Dehnung von ε_A nur bis zum Punkte ε'_A zurückgeht. Von der Gesamtdehnung ε_A ist der Betrag ε'_A die bleibende Dehnung oder der Dehnungsrest, und $\varepsilon_A - \varepsilon'_A$ ist die elastische Dehnung oder die Federung. Dem Dehnungsrest entspricht in einem nach P und λ verzeichneten Schaubilde, die bleibende Verlängerung λ' , der Federung die elastische Längenänderung $\lambda - \lambda'$.

Trägt man in das Schaubild (Fig. 7) die Federungen und Dehnungsreste für jede Spannung σ ein, so erhält man den fein gestrichelten Linienzug, der am Ende mit ε' bezeichnet wurde; aus dem Schaubilde geht alsdann das ganze elastische Verhalten des Materials beim Zugversuch hervor.

43. Während der Körper unter dem Einfluss der wachsenden Spannung seine Länge nach den nunmehr bekannten Gesetzen änderte, veränderte er auch seinen Querschnitt. Man kann hierbei, ebenso wie es mit Bezug auf die Längenänderungen schon geschah, zwischen elastischen und bleibenden Querschnittsänderungen unterscheiden. Erfahrungsgemäss stehen

auch die elastischen Längen- und Querschnittsänderungen in einem gewissen Zusammenhange.

Innerhalb der Elasticitäts- und Proportionalitätsgrenze [*E*- und *P*-Grenze] ist dieses Verhältniss gegeben durch die Abhängigkeit der Quersammenziehung ε_q von der Dehnung ε :

$$\varepsilon_q = \varepsilon \frac{1}{m}, \text{ oder}$$

der Zusammenziehungszahl von der Dehnungszahl:

$$\alpha_q = \alpha \frac{1}{m}, \text{ worin}$$

m eine Konstante ist, die, aus zahlreichen Versuchen abgeleitet, für die meisten Stoffe zwischen 3 und 4 liegt, d. h. die unter bestimmten Spannungen auftretende Quersammenziehung ist gleich $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ der zugehörigen Längsdehnung.

Unter dieser Umständen, d. h. innerhalb der *E*-Grenze, würde also mit den Formänderungen ε und $\varepsilon_q = \varepsilon \frac{1}{m}$ auch eine Aenderung η des Rauminhaltes der Probe verbunden sein, die sich für die Raumeinheit einfach ergibt, aus:

$$\eta = (1 - \varepsilon_q)^2 (1 + \varepsilon) - 1 \text{ d. h.}$$

$$\eta = \left(1 - \frac{1}{m} \varepsilon\right)^2 (1 + \varepsilon) - 1.$$

44. Die bleibende Formänderung erfolgt wie früher (25) dargelegt, bei den Stoffen vom Dichtigkeitsgrade 1 in der Weise, dass der Rauminhalt des Körpers nahezu der gleiche bleibt. Während aber bei einem langen prismatischen Stabe, wie er einstweilen bei allen Betrachtungen noch vorausgesetzt wird, innerhalb der *E*- und *P*-Grenze und unmittelbar nach dem Ueberschreiten derselben der Körper auf der ganzen der Betrachtung unterzogenen Länge den Querschnitt gleichmässig ändert, kommt er bei weiterem Wachsen der Spannung schliesslich in einen Zustand, in welchem sich der Querschnitt hauptsächlich in einem beschränkten Theil der Länge ändert. Es bilden sich eine oder mehrere Einschnürungen (Fig. 8) [bei weichen Materialien — gegenwärtig ist immer noch Eisen vorausgesetzt] und endlich erfolgt der Bruch in der Nähe des engsten Theiles einer solchen Einschnürung.

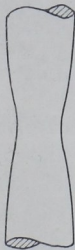


Fig. 8.

45. Der Beginn der zum Bruche führenden Einschnürung fällt sehr nahe zusammen mit der Höchstspannung σ_B des früher verzeichneten Schaubildes, aus dem sich ergibt, dass die Spannung σ , also auch die Kraft *P*, welche den Stab zu zerreißen strebt, bei weiterer Dehnung des Stabes abnimmt.

Für die praktische Verwendung des unseren Betrachtungen zu Grunde gelegten Stoffes [Eisen] würde dies bedeuten, dass die höchste Last (Fig. 6 S. 21) den Stab unweigerlich zum Bruche bringt, wenn dem Stabe durch die Eigenart der Konstruktion die freie Verlängerung bis zum Bruche möglich ist, wenn z. B. die Last P_B an dem Stabe frei aufgehängt ist. Die Maschinen, mit denen die Festigkeit der Materialien gemessen wird, gestatten allerdings zuweilen auch die kleinere Kraft P_Z (Fig. 6) zu bestimmen, die der Stab schliesslich noch unmittelbar vor dem Bruch zu

tragen vermag. Die Kenntniss dieser Kraft P_Z und der durch sie im Körper erzeugten Spannung σ_Z hat aber praktisch nur in wenig Fällen Nutzen und man ist daher übereingekommen, die Höchstlast P_B oder vielmehr die Höchstspannung σ_B , als Maassstab für die Zugfestigkeit des Materiales anzunehmen; man bezeichnet sie auch als Bruchlast und Bruchspannung oder Bruchgrenze.

46. Die Zugfestigkeit, die bleibende Verlängerung oder Restdehnung nach dem Bruch und die Querschnittsverminderung der Bruchfläche bilden in der Praxis bisher den Hauptgütemaassstab für die Beurtheilung der Konstruktionsmaterialien. Zuweilen werden auch P - und S -Grenze mit herangezogen. Für den Konstrukteur hat aber unzweifelhaft die Kenntniss der P -Grenze und Dehnungszahl a innerhalb dieser Grenze am meisten Wichtigkeit, wenn sie auch (37, 38) schwer ganz zuverlässig zu bestimmen sind.

47. Man ist durch Gewöhnung und schliesslich durch Beschluss auf Konferenzen, die zur Vereinbarung einheitlicher Prüfungsverfahren berufen wurden, dahin übereingekommen, dass man der Höchstspannung σ_B nicht die zugehörige Dehnung ϵ_B , sondern die bleibende Gesamtdehnung nach dem Bruche, also ϵ'_Z , gegenüberstellt.

Dies hat den praktischen Grund, dass sich die zu der Höchstlast P_B gehörige Verlängerung λ_B sowohl mit den zur Verfügung stehenden Prüfungsmitteln als auch aus den Schaulinien [auch aus den von der Maschine selbst gezeichneten] oft nicht mit Sicherheit bestimmen lässt. Das ist leicht einzusehen, wenn man bemerkt, dass ja die Schaulinie für Eisen (Fig. 6 S. 21) auf eine ziemliche Strecke mit der Tangente im Höchstpunkte zusammenfällt.

Die nach dem Bruche gemessene Verlängerung oder Dehnung pflegt in der Praxis stets in Procenten, bezogen auf eine gewisse vereinbarte ursprüngliche Länge, ausgedrückt zu werden, worüber später sehr eingehend zu reden ist (Abschnitt 7). Sie soll in folgendem stets als Bruchdehnung oder Dehnbarkeit des Materiales durch δ bezeichnet werden.

Die für die Materialbeurtheilung benutzten und für den Materialverbraucher wichtigen Ergebnisse des Zerreißversuches sind in der hier angenommenen Bezeichnungsweise die Grössen:

$$\sigma_P, \sigma_S, \sigma_B, \delta_Z \text{ und } q.$$

48. erinnert man sich dessen, dass die Spannung eine Kraft darstellt, nämlich den Theil der Kraft P , der auf die Einheit der Querschnittfläche des Stabes entfällt, und bedenkt man ferner, dass die Dehnung einen Weg bedeutet, nämlich den Weg, den die Endfläche des Körpertheiles von der Länge $l=1$ infolge der Einwirkung der Kraft σ zurücklegt, so kann man aus dem Produkt von Kraft mal Weg die Arbeit finden, welche der Körpertheil entwickelt, indem er der versuchten Formänderung widersteht.

Legt man der Rechnung die Spannung und die Dehnung zu Grunde, so erhält man die spezifische Arbeit a , welche die Raumeinheit des Materiales der Formänderung entgegensetzt; es ist:

$$a = \Sigma \sigma \epsilon.$$

Rechnet man dagegen unmittelbar mit den Kräften P und den durch sie erzeugten Verlängerungen, so erhält man die zur Erzeugung der Form-

änderung am ganzen Stabtheil von der Länge l erforderliche Formänderungsarbeit, nämlich:

$$A = \Sigma P \lambda.$$

Das Schaubild giebt für jeden Augenblick, oder besser gesagt, für jeden Betrag der erzielten Formänderung ϵ oder λ , die zugehörige Spannung σ oder Kraft P und wir können durch stetige Summirung der Grössen leicht die bis zu einer gewissen Formänderung gebrauchte Gesamtarbeit Σa und ΣA bilden.

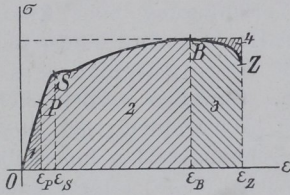


Fig. 9.

In dem Schaubilde der Spannungen und Dehnungen (Fig. 9) stellt die Dreiecksfläche OPE_P die Summe der specifischen Arbeit bis zur P -Grenze dar, das elastische Arbeitsvermögen; es ist:

$$a_P = \frac{1}{2} \sigma_P \epsilon_P \dots 8.$$

Von anderer Seite z. B. von H. Fischer (*L 106*) Hartig u. a. sind diese Begriffe noch weiter ausgesponnen, ich will aber diesem Beispiel nicht folgen, weil ich aus meiner vieljährigen Beschäftigung mit dem Versuchswesen und dessen Ausnutzung für die Praxis die Ueberzeugung gewonnen habe, dass man die Sache nicht verwickelter machen darf, als es unbedingt durch das Bedürfniss gefordert wird. Da ich dieses Buch in erster Linie mit Rücksicht auf die praktische Verwerthbarkeit schreibe, so muss ich mir ein näheres Eingehen auf die angedeutete Richtung leider auch in solchen Fällen versagen, in denen sie mir an sich interessant und wissenschaftlich werthvoll erscheint; ich möchte mich deshalb an dieser Stelle davor verwahren, dass man mir etwa aus dem Uebergehen dieser Dinge den Vorwurf der Nichtachtung macht.

Der Körper hört mit dem Ueberschreiten der P -Grenze keineswegs auf elastisch zu sein, im Gegentheil die Federung kann sogar bis zum Bruch zunehmen. Demgemäss leistet also der Körper, auch während er bleibende Formänderungen erleidet, noch elastische Widerstandsarbeit. Den Betrag dieser Arbeit kann man allerdings finden, wenn man den Versuch unter sehr häufiger Entlastung zu Ende führt; aber hierbei erfahren, wie später gezeigt werden muss, die meisten Stoffe erhebliche Zustandsänderungen, deren Betrag von mannigfachen Umständen der Versuchsausführung abhängig ist.

Fischer stellt die elastische Gesamtarbeit a'_e als Schaubild dar, indem für jedes σ die zugehörige Federung aufgetragen wird. Er entwickelt hieraus den Begriff des Elasticitätsgrades als das Verhältniss zwischen der specifischen elastischen Gesamtarbeit a'_e und der specifischen Gesamtarbeit a' ; der Elasticitätsgrad ist also nach ihm $= a'_e/a'$.

Die elastische Arbeit a'_e zerlegt Fischer in zwei Theile, in a''_e und a'''_e , nämlich in die Arbeit, die während der rein elastischen Dehnung verrichtet wird und in diejenige, die nach dem Ueberschreiten der Elasticitätsgrenze geleistet wird. Hierbei ist aber noch zu beachten, dass die Fischersche ϵ -Grenze sich mit unserer S -Grenze decken wird. Er benutzt nun auch noch das Verhältniss $\psi = a'''_e/a''_e$ zur Darstellung der Eigenschaften des Stoffes. Wollte man seinem sonst beachtenswerthen Vorschlage folgen, so würde das eine erhebliche Mehrbelastung des Versuchswesens bedeuten (*314*).

49. Die bis zur S -Grenze oder bis zur B -Grenze (Fig. 9) zu überwindende Widerstandsarbeit ist der Flächeninhalt $OPSe_S O$ oder $OPSB\epsilon_B O$. Der Theil der Widerstandsarbeit, der nach Erreichung der Bruchgrenze bis zum Zerreißen des Stabes noch überwunden werden muss, ist, wie schon angedeutet, für den Konstrukteur bedeutungslos. Für den Technologen kann er unter Umständen aber von grossem Werth sein, und daher darf er nicht ohne weiteres vernachlässigt werden; er ist gegeben durch die Fläche $\epsilon_B BZ\epsilon_Z$. Die ganze schraffierte Fläche des Schaubildes

(Fig. 9) giebt ein Maass für das gesammte Arbeitsvermögen, welches die Raumeinheit des fraglichen Materiales der Formänderung bis zum Zerreißen entgegenzusetzen vermag. Freilich darf hierbei nicht ausser Acht gelassen werden, dass dies für weiche Materialien, die eine Einschnürung und demgemäss einen Abfall der Schaulinie von *B* nach *Z* zeigen, nicht ganz streng gilt, denn an der durch die Fläche 3 dargestellten Arbeit nimmt, wie später zu zeigen ist, immer nur der beschränkte, der Einschnürung unterworfenen Stababschnitt theil. Deswegen pflegt man auch wohl bei Berechnung von Σa für die Praxis die Thatsache des Abfalles zu vernachlässigen und den Zipfel 4 voll mitzurechnen.

Auch das Arbeitsvermögen *a* wird zuweilen als Gütemassstab für den Werth des Materiales empfohlen.

50. Liegt ein Arbeitsschaubild vor, so ist es ein Leichtes, durch Rechnung, durch Ausmessen mit dem Planimeter oder durch Auswägen des aus dem Papier herausgeschnittenen Flächenstückes den Flächeninhalt zu bestimmen.

Um zugleich die Handhabung der Instrumente, ihre Fehlerquellen und die Fehlerbestimmungen kurz zu erläutern und Gelegenheit zum selbstständigen Arbeiten zu bieten, lasse ich bei den Uebungen solche Messungen, Auszählungen oder Wägungen vornehmen. Will man sich mit einer praktisch ausreichenden Genauigkeit begnügen, so kommt man durch Auszählen der auf Netzpapier aufgetragenen Schaubilder schnell zum Ziel, wie folgendes Beispiel zeigt (Fig. 10), indem man sich das Bild durch einige Rechtecke so umschrieben denkt, dass die über die Linie hinausfallenden Zwickel gleich den einspringenden Zwickeln sind. Das lässt sich durch Augenmaass genau genug machen. Dann ergibt eine kleine Rechnung:

$$\begin{aligned} \text{Umschriebenes Rechteck } a_1 &= 3740 \times 0,380 \\ &= 1421 \frac{\text{cmkg}}{\text{ccm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fläche 1} &- 2600 \times 0,380 = 988 \\ \text{2} &- 800 \times 0,320 = 256 \\ \text{3} &- 340 \times 0,170 = 58 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \hline \text{Summe} \quad 3740 \quad \Sigma a = 1302 \frac{\text{cmkg}}{\text{ccm}} \end{array}$$

$$\xi = \frac{a_1}{\Sigma a} = \frac{1302}{1421} = 0,92.$$

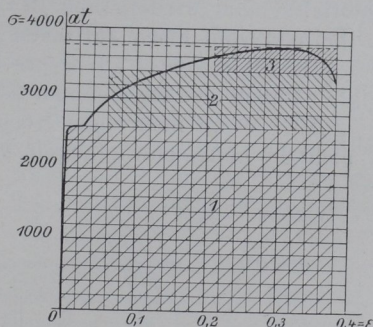


Fig. 10.

51. Nun pflegt man aber nicht immer eine Schaulinie zu verzeichnen oder von der Maschine selbstthätig aufschreiben zu lassen, ja in den allermeisten Fällen nimmt man sich nicht einmal die Mühe, die zur Verzeichnung des Schaubildes erforderlichen Werthe für *P* und λ oder σ und ϵ beim Versuch zu messen. Trotzdem ist man im Stande, ziemlich genau das Arbeitsvermögen aus den beim Versuch gefundenen Endwerthen bestimmen zu können.

Hier hilft uns die Erfahrung, welche lehrt, dass das Verhältniss, in welchem die Fläche des Arbeitsschaubildes [Σa] zur Fläche [a_1] des umschliessenden Rechteckes steht, für die meisten Materialien und Materialzustände eine Zahl ist, die ihren Werth nur in sehr geringem Maasse ändert.

Die Fläche des Rechteckes ist gegeben durch das allemal aus dem Versuch bekannte Produkt:

$$a_1 = \sigma_B \epsilon_Z, \text{ oder}$$

Bruchspannung mal Bruchdehnung.

Das Verhältniss zwischen der Schaubildfläche $[\Sigma a]$ und dem umschliessenden Rechteck nennt man den Völligkeitsgrad des Arbeits-schaubildes; er ist stets kleiner als 1 und soll in Zukunft bezeichnet werden als:

$$\xi = \frac{\Sigma a}{a_1} \dots \dots \dots 9.$$

Hiernach berechnet sich also das Arbeitsvermögen eines Mate-riales aus Bruchspannung, Bruchdehnung und Völligkeitsgrad, nämlich:

$$\Sigma a = \sigma_B \epsilon_Z \xi \dots \dots \dots 10.$$

Dieser Ausdruck bezieht sich auf cm kg/ccm.

Vielfach bezieht man das Arbeitsvermögen anstatt auf 1 ccm auch auf 1 g des Materiales; man erhält dann:

$$\Sigma a' = \sigma_B \epsilon_Z \xi \frac{1 \text{ cm kg}}{s \text{ g}}, \dots \dots \dots 10a.$$

da 1 ccm lückenlosen Materiales s g wiegt [s = spec. Gew.].

52. Um ein erschöpfendes Bild von dem Verhalten des Materiales beim Zerreißversuch zu gewinnen, muss auf einen Fall zurückgegriffen werden, der bereits besprochen wurde, nämlich auf das Verhalten des Materiales beim wiederholten Be- und Entlasten. Zu dem Zwecke sei aber als Beispiel vom Eisen auf einen Stab aus Magnesium übergegangen, weil dieses Metall die jetzt zu besprechenden Eigenschaften besonders deutlich zeigt, nämlich die sogenannten Nachwirkungserscheinungen.

53. Wenn man einen Körper schnell aber stossfrei belastet, so dass er nicht in Längsschwingungen gerathen kann, so nimmt er nicht sofort

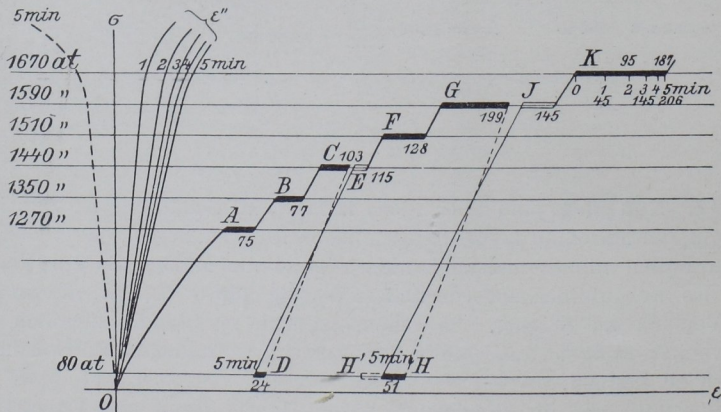


Fig. 11.

genau die Länge an, die ihm nach der Grösse der Last und nach seinen Festigkeitseigenschaften zukommt. Wenn man ihn nach der Belastung

sich selbst überlässt, so ändert er seine Länge unter dem Einfluss der Last sekunden-, minuten-, ja tage- und wochenlang.

Ein ganz ähnlicher Fall tritt ein, wenn man den Körper entlastet und ihn ohne Einwirkung der Last sich selbst überlässt; er verkürzt sich im Laufe der Zeit.

Diese Erscheinung der Formänderung im Laufe der Zeit nennt man die Nachwirkung. Die Nachwirkungen entziehen sich in der Regel der Wahrnehmung, denn man kann sie bei vielen Materialien nur mit sehr feinen Messinstrumenten feststellen; bei manchen, z. B. beim gewalzten Magnesium, treten sie deutlicher zu Tage, so dass man sie schon mit den gebräuchlichen Feinmessapparaten verfolgen kann.

Hier sei nun an der Hand eines thatsächlich ausgeführten Versuches (*L 107*) ein allgemeiner Ueberblick über den Verlauf dieser Erscheinungen gegeben (Fig. 11).

Hat man zunächst die Spannung bis zum Punkte *A* anwachsen lassen, so ist als Schaulinie der stetig gekrümmte Linienzug zu verzeichnen, weil der geprüfte Stab aus gewalztem Magnesium keine *P*-Grenze zeigt. Wird dann die Spannung bei *A* längere Zeit, z. B. 5 Minuten lang, gleichbleibend erhalten, so streckt in dieser Zeit der Stab noch nach; bei dem ausgeführten Versuch fand beispielsweise bei der Spannung 1270 at [oder kg/qcm] ein Nachstrecken ϵ'' um 0,00075 cm statt. Das Maass der Nachstreckung ist durch die Länge der stark ausgezogenen wagerechten Linie bei *A* angedeutet. Geht man nach Verlauf der 5 Minuten mit der Spannung bis nach *B* voran, wartet dann wieder 5 Minuten, um hierauf den gleichen Vorgang bei *C* zu wiederholen, so ist das Maass für das Nachstrecken ϵ'' in der gleichen Zeit bei *B* etwas grösser als bei *A*, und bei *C* etwas grösser als bei *B*; ebenso würde man bei *F*, *G* und *H* immer mehr ein Anwachsen der Nachstreckung wahrnehmen. Beobachtet man die Grösse des Nachstreckens von Minute zu Minute, so kann man das Gesetz, nach dem die Nachstreckung ϵ'' verläuft, übersichtlicher darstellen, wenn man für jede Spannung von der Nulllinie aus nach rechts hin die Grösse der Nachstreckung für jede Minute aufträgt. Man erhält eine Liniengruppe ϵ'' 1, 2, . . . 5 u. s. w. (*L 108*, 1887, S. 72).

Wenn man von irgend einem Punkte, etwa *E* oder *J* aus, z. B. auf die Spannung 80 at entlastet, so geht die Dehnung nach der gestrichelten Linie auf den Punkt *D* oder *H* zurück und es erfolgt im Laufe der Zeit eine weitere Zusammenziehung, deren Grösse durch die Längen der starken Striche angedeutet ist. In gleicher Weise, wie vorher das Gesetz der Nachstreckung, kann man auch die Nachverkürzung auftragen; man erhält als Schaubild die gestrichelte Linie links von der Nulllinie.

Wie schon früher bemerkt, sind die Beträge des Nachstreckens und Nachkürzens sehr klein. Um ein Bild hierüber zu geben, ist Tab. 4 S. 30 entworfen, die diese Verhältnisse für einen Magnesiumstab enthält.

Die in Vorstehendem berührten Erscheinungen haben für Magnesium eine sehr eingehende Behandlung in meiner Veröffentlichung (*L 107*) erfahren. Ausserdem machte ich in den „Mittheilungen“ bei verschiedenen Gelegenheiten auf ähnliche Erscheinungen an anderen Körpern aufmerksam (*L 109* u. *110*). Aus den Ausführungen über das Magnesium füge ich hier noch einige Bemerkungen hinzu, die zeigen sollen, in welchem Maasse die Erscheinung der Nachwirkungen unser Interesse verdient.

Tabelle 4. Nachwirkungserscheinungen bei Magnesium.

σ at	ε'' in $\frac{1}{100000}$ cm ($=$ cm 10^{-5}) nach Minuten					ε cm 10^{-5}
	1	2	3	4	5	
1270	16	29	37	44	50	385
1350	20	29	36	46	51	417
1430	19	30	50	55	69	450
80	- 4	- 10	- 11	- 13	- 16	98
1430	33	51	61	72	77	464
1510	33	51	59	77	85	502
1590	47	72	107	114	132	548
80	- 11	- 17	- 28	- 31	- 34	158
1590	23	47	66	83	97	577
1670	30	63	95	125	137	628

Der Einfluss der Nachwirkungsverkürzung lässt sich selbst durch den folgenden Zustand der Nachstreckung infolge der Wiederbelastung des Materiales hindurch erkennen (a. o. O. S. 33), ebenso wie umgekehrt die Nachwirkungsstreckung auch von Einfluss sein wird auf die Grösse der bei der folgenden Entlastung vor sich gehenden Nachverkürzung. Mit anderen Worten, die Folgen irgend einer Einwirkung auf das Material hören nicht sofort mit dem Aufhören der Einwirkung auf, sondern sie beeinflussen auch die Folgeerscheinungen von späteren entgegengesetzten Einwirkungen. Unser Altmeister Bauschinger (*L 111*) hat auf ähnliche von der Zeit beeinflusste Erscheinungen, auf die zum Theil später besonders einzugehen sein wird (Abschnitt i. 2. Abs. 313), mehrfach aufmerksam gemacht.

Man erkennt den Einfluss der Vorbehandlung deutlich, wenn man einen Versuch, z. B. Zerreiassversuch bei stufenweiser Belastung mit gleichen Laststufen ohne Entlastungen, und einen zweiten mit ganz gleichem Material mit Entlastungen nach je 3 bis 4 Stufen ausführt. Im ersteren Falle wird man ein stetiges Fortschreiten in den Dehnungsunterschieden bemerken, während in der zweiten Reihe, die der Entlastung folgende nächste Stufe einen verhältnissmässig zu kleinen Unterschied zeigen wird, die Folge der während der Entlastung sich abspielenden Nachverkürzung, [Seite 69 des genannten Berichtes] (*L 110*). Diese Folgewirkungen laufen also, wenn man bildlich reden will, wie die Wellen auf der Wasseroberfläche, oft deutlich erkennbar und gesetzmässig, übereinander. Dem Betrage nach wiegt die Folgeerscheinung im Sinne des letzten Anstosses vor, während die vorausgehende des früheren, älteren Anstosses beträchtlich gedämpft wird und sich allmählich verliert.

Solche Vorgänge sind übrigens schon vielfach nachgewiesen worden. E. Warburg berichtet z. B.:

„Beim Kupfer zeigt sich die Schwingungsdauer [an aufgehängten, der Torsionsschwingung unterworfenen Drähten] abhängig von der seit einer Spannungsänderung verflossenen Zeit, und zwar mit wachsender Zeit abnehmend, mochte die Spannungsänderung in einer Zu- oder Abnahme der Spannung bestehen. Dasselbe haben Pisati und P. M. Schmidt für die Dämpfungskonstanten bei verschiedenen Metallen gezeigt.“ — „Wenn man einen Draht [Kupfer], dem eine gewisse permanente Torsion ertheilt worden ist, belastet, so entzieht man ihm dadurch, wie Wiedemann gezeigt hat, dauernd einen Theil seiner permanenten Torsion; bei einer folgenden Entlastung bleibt nämlich die verkleinerte Torsion bestehen oder verringert sich noch mehr. Wiederholte Belastung und Entlastung wirkt in demselben Sinne mit abnehmender Intensität und schliesslich gelangt der Draht in einen Zustand, in welchem eine dauernde Aenderung der permanenten Torsion durch Belastung und Entlastung nicht mehr eintritt.“

Aehnliche Versuche anderer Forscher haben ergeben, dass die Schwingungsnulldage bei Torsionsschwingungen von Drähten nach der Richtung des ersten Anstosses sich verschiebt, dass sie beim Anstoss in entgegengesetzter Richtung sich im gleichen Sinne zurückbewegt, so wie dass der Sinn der vorausgehenden Antriebe von Einfluss auf die Grösse der Wirkung der folgenden ist. Vergleicht man hiermit die von Bach, Hartig u. a. neuerdings veröffentlichten Prüfungsergebnisse an Mörteln, Beton, Leder und anderen Materialien, so kann es nicht entgehen, welche Fälle von interessanten und praktisch bedeutungsvoll werdenden Umständen das eingehendere Studium noch bringen wird (*L 112*).

54. Man sieht aus den vorausgehenden Darstellungen, dass die besprochenen Nachwirkungserscheinungen, so interessant ja ihr Studium an sich auch immer ist und so sehr sie vielleicht in der Folge auch bei den Materialprüfungen beachtet werden mögen, doch in der Regel keine wesentliche Bedeutung für den Konstrukteur haben. Sie sind erstens an sich nur von sehr kleinem Betrage und meistens noch viel geringfügiger als beim Magnesium, und treten zweitens besonders erst unter solchen Spannungen merklich hervor, die oberhalb der in der Konstruktion benutzten Grenzwerte liegen. Für die genaue Erkenntniss der Stoffeigenschaften behält ihr Studium natürlich seinen Werth.

Es giebt aber auch noch Nachwirkungserscheinungen, die sich bei Beanspruchungen innerhalb der *E*-Grenze abspielen, die sogenannten elastischen Nachwirkungen. Das Studium dieser Erscheinungen ist nur unter Anwendung der allerfeinsten Hilfsmittel der Beobachtungskunst möglich, es gehört unzweifelhaft zu den anregendsten Gebieten der Naturwissenschaft, hat aber für den Konstrukteur bis jetzt noch keinen unmittelbaren Nutzen, und deswegen soll hier nicht weiter auf den Gegenstand eingegangen werden.

Druckfestigkeit.

55. Die Verhältnisse und Begriffe beim Druckversuch sind ganz ähnlich denen beim Zugversuch; man hat sich nur die Kräfte in umgekehrter Richtung wirkend zu denken.

In Fig. 12 sei wiederum ein sehr langer, prismatischer Stab vorausgesetzt, auf dessen ausgewähltem Abschnitt *aa*, *bb* die Kräfte $-P$ (Fig. 12) zusammendrückend in der Mittellinie des Stabes wirken. Statt der Verlängerung λ beim Zugversuch entsteht eine Verkürzung $-\lambda$, statt der Querschnittsverminderung eine Querschnittsvergrößerung. Die Beziehungen zwischen Kräften, Spannungen und Formänderungen sind ähnlich wie bei der Zugbeanspruchung; führt man die alten Bezeichnungen erforderlichen Falles mit negativem Vorzeichen ein, so lassen sich diese Beziehungen wie folgt ausdrücken.

Die Beanspruchung in irgend einem Querschnitt *f* des prismatischen Körpers ist:

$$-p = \frac{-P}{f} \text{ oder}$$

die Spannung:

$$-\sigma = -p = \frac{-P}{f}.$$

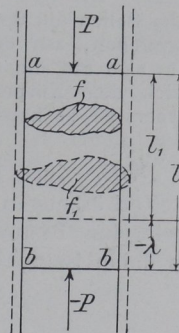


Fig. 12.

Die Verkürzung, die der Körper unter dem Einfluss der Druckspannung erfährt, ist:

$$-\lambda = l_1 - l.$$

Die Verkürzung der Längeneinheit, die Quetschung, ist:

$$-\varepsilon = \frac{-\lambda}{l}, \text{ oder}$$

in Procenten der ursprünglichen Länge:

$$-\delta = -\varepsilon 100 = \frac{-\lambda}{l} 100 = \left(\frac{l_1}{l} - 1 \right) 100.$$

Die Quetschungszahl α , d. h. die Quetschung der Längeneinheit für die Spannungseinheit ist:

$$\alpha = \frac{-\varepsilon}{-\sigma} = \frac{-\lambda}{l} \cdot \frac{1}{-\sigma} = \frac{-\lambda}{l} \cdot \frac{f}{-P}.$$

Aehnlich wie früher, kann man auch schreiben:

$$-\varepsilon = \alpha \cdot -\sigma, \text{ und}$$

für die Quetschung des Stabes von der Länge l :

$$-\lambda = \alpha \cdot -\sigma l, \text{ und}$$

für die Spannung:

$$-\sigma = \frac{-\varepsilon}{\alpha}.$$

Der Elastizitätsmodul für Druck ist demnach:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{-\sigma}{-\varepsilon} = E.$$

Die unter dem Einflusse der Druckspannung erzeugte Querschnittsvergrößerung lässt sich durch:

$$S = f_1/f, \text{ oder}$$

in Procenten des ursprünglichen Querschnittes:

$$q = \left(\frac{f_1}{f} - 1 \right) 100$$

ausdrücken.

Sollen die Spannungen, ebenso wie in Absatz 36 S. 19, für den Zugversuch angegeben, auf den jeweils erreichten mittleren Querschnitt bezogen werden, d. h. also auf die Querschnittsfläche eines prismatischen Körpers, dessen Inhalt gleich dem Körperinhalt des zusammengedrückten und ausgebauchten Probekörpers ist, so kann man die Beziehung ohne weiteres schreiben

$$\sigma_1 = \sigma (1 - \varepsilon).$$

56. Auch beim Druckversuch erweisen sich bei vielen Materialien die Verkürzungen anfangs als proportional den Spannungen, sie haben also auch eine Proportionalitätsgrenze für Druckbeanspruchung (σ_P); bis dahin ist:

$$\alpha = \frac{-\varepsilon}{-\sigma} = \text{konst.}; \text{ d. h. auch } \alpha = \frac{-\Delta\varepsilon}{-\Delta\sigma} = \text{konst.}$$

Das Verhältniss zwischen Verkürzungszuwachs und Spannungszuwachs ist gleichbleibend.

Zeichnet man für einen Körper mit deutlicher $-P$ -Grenze, z. B. für Eisen, ein Schaubild (Fig. 13), indem man in Ergänzung zu dem Schaubilde zur Zugspannung, die Druckspannungen nebst den zugehörigen Verkürzungen in negativem Sinne aufträgt, so erhält man das Bild, wie es in Fig. 13 dargestellt ist.

Die Proportionalitätsgrenze liegt bei $-P$, da wo die Schaulinie aufhört gerade zu sein. Sind die Dehnungszahlen des Materials für Zug und Druck gleich, so wird die Strecke $-POP$ eine Gerade. Die Streck- oder Fließgrenze für Druckbeanspruchung ist mehr oder minder deutlich ausgeprägt; man bezeichnet sie als Quetschgrenze $[-S]$. Die Bruchgrenze für Druck $[-B]$ ist nur bei spröden Stoffen, z. B. Gusseisen, Stein, Zement u. a., deutlich ausgesprochen, während zähe und bildsame Körper, wie z. B. Blei, Kupfer, Flusseisen u. a. nicht zu Bruche gebracht werden können, da sie ganz ausserordentlich grosse Formänderungen unter

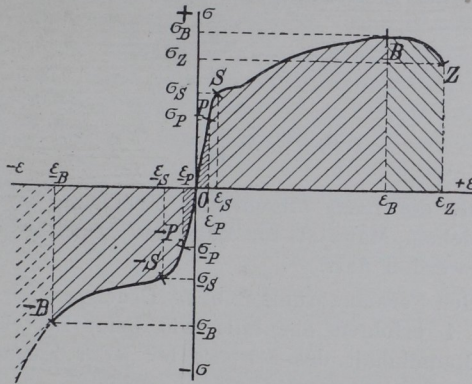


Fig. 13.

Druckbeanspruchung vertragen, ohne dass irgend ein Anzeichen von Bruch auftritt. Bei diesen Körpern kann man die Druckkraft sehr stark steigern, ohne Bruch zu erzeugen, wie dies durch den punktierten Verlauf der Druckschaulinie (Fig. 13) angedeutet worden ist.

Die letzten Sätze sind aus den landläufigen Anschauungen und Erfahrungen abgeleitet, die sich eigentlich immer nur auf Körper von im Verhältniss zu ihrem Querschnitt sehr beschränkter Länge beziehen. Der einfacheren Darstellung an Hand der täglichen Erfahrung zu Liebe wurde stillschweigend auf den kurzen Stab zurückgegriffen. Es ist in der That sehr schwer, den Druckversuch mit Ausschluss aller Nebenbeanspruchungen am langen Stabe durchzuführen. In diesem Falle würden aber die Verhältnisse sich wohl ein klein wenig anders gestalten, insofern als beim langen Stabe die Tonnenform der gedrückten Körper in vielen Fällen örtlich eintreten würde, ähnlich wie die Einschnürung beim Zugprobekörper.

57. Bei den Körpern, die beim Druck an sich nicht zu Bruch gehen, kann man also auch die Höchstspannung σ_B [Bruchgrenze] nicht als Gütemaassstab für das Material benutzen, weil sie nicht charakteristisch ist, sondern nur davon abhängt, wie weit zufällig der Versuch geführt worden ist. Für den Konstrukteur genügt es in den allermeisten Fällen die Lage der Quetschgrenze zu kennen, bei welcher das Material anfängt unter der Last in erheblichem Maasse nachzugeben. Als Gütemaassstab für die zähen Körper muss man daher die Quetschgrenze einführen, während man für die spröden die Bruchgrenze zu benutzen pflegt. Beide Maassstäbe sind also nicht unmittelbar vergleichbar; sie gelten, jeder für sich, nur in seinem Bereiche.

58. Bei elastischen Stoffen macht sich die Eigenschaft der Elasticität auch beim Druckversuch geltend. Man hat auch hier einen Abschnitt, in dem der Körper in seine frühere Gestalt wieder zurückkehrt. Demgemäss wird auch hier zwischen bleibender und elastischer Verkürzung unterschieden; man kennt den Verkürzungsrest und die Federung. Wie beim Zugversuch machen sich auch beim Druckversuch Nachwirkungerscheinungen bemerkbar.

59. Ebenso folgt die Querschnittsvergrösserung beim Druckversuch ähnlichen Gesetzen wie die Querschnittsverminderung beim Zugversuch; innerhalb der Elasticitätsgrenze gilt, wie dort:

$$\varepsilon_q = -\varepsilon \frac{1}{m}, \text{ oder}$$

$$\alpha_q = a \frac{1}{m},$$

worin m eine Zahl, die nach allgemeiner Erfahrung zwischen 3 und 4 liegt und bei gleichem Material für Zug- und Druckbeanspruchungen als gleich angesehen werden darf.

Die bleibenden Formänderungen beim Druckversuch an Körpern vom Dichtigkeitsgrade 1 erfolgen ebenfalls wie beim ZerreiBversuch in der Weise, dass der Rauminhalt des Körpers bei jeder Formänderung nahezu der gleiche bleibt.

60. Wie beim Zugversuch kann man aus dem Produkt der Spannungen und zugehörigen Verkürzungen die Arbeit ableiten, welche irgend ein Körpertheil entwickelt, indem er der versuchten Formänderung widersteht. Wie früher findet man die spezifische Arbeit a , welche die Raumeinheit des Materials der Formänderung entgegengesetzt:

$$a = \Sigma \sigma \cdot -\varepsilon.$$

Aus dem Schaubilde kann man, wie früher, die Gesamtarbeit ableiten.

Die Dreiecksfläche $O, -P, \varepsilon_P$ (Fig. 13) ist die Summe der spezifischen Arbeit bis zur $-P$ -Grenze oder das elastische Arbeitsvermögen:

$$a_{-P} = \frac{1}{2} \sigma_{-P} \cdot \varepsilon_{-P}.$$

Die bis zur Quetschgrenze $[-S]$ oder bis zur Bruchgrenze $[-B]$ zu überwindende Widerstandsarbeit ist durch den Flächeninhalt $O, -P, -S, \varepsilon_S, O$ oder durch $O, -P, -S, -B, \varepsilon_B, O$ (Fig. 13) gegeben. Wie aus dem Voraufgehenden einleuchtet wird, hat für den Konstrukteur der Theil jenseits der Streckgrenze verhältnissmässig wenig Werth; nur bei den wirklich zu Bruche gehenden Körpern ist ein bestimmter Betrag an Formänderungsarbeit dem Stoffe charakteristisch. Der Technologe wird aber auch den Theil über $-S$ hinaus nicht ohne weiteres ausser Acht lassen, weil er ihm in vielen Fällen Anhalt für die Beurtheilung der Verarbeitbarkeit des Materiales giebt.