

# Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Trägern mit I-förmigem Querschnitt

M-4-03/2018



**Dominik Niederkofler**  
Institut für Holzbau und Holztechnologie  
Technische Universität Graz





Dominik Niederkofler, BSc

# **Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Trägern mit I- förmigem Querschnitt**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades  
Diplom-Ingenieur  
Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

Eingereicht an der  
**Technischen Universität Graz**

Betreuer  
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Schickhofer  
Institut für Holzbau und Holztechnologie  
DI Markus Grabner  
Institut für Holzbau und Holztechnologie

Graz, Januar 2018



# EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

## AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

*I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.*

---

Datum / Date

---

Unterschrift / Signature



# Danksagung

Ich bedanke mich recht herzlich bei Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Schickhofer für die Möglichkeit, diese Arbeit am Institut für Holzbau und Holztechnologie zu verfassen, und dafür, dass er durch seine interessanten Vorlesungen überhaupt meine Begeisterung für den Holzbau geweckt hat.

Für die Betreuung und Korrektur meiner Arbeit, sowie für die fachliche Unterstützung bei zahlreichen Fragen, möchte ich mich herzlich bei meinem Betreuer Dipl.-Ing. Markus Grabner bedanken.

Weiters möchte ich mich bei Bernd Heissenberger für die Unterstützung bei der Vorbereitung und Durchführung der Prüfungen bedanken.

Ein besonderer Dank gilt all meinen Freunden, besonders meinen Wohnungskollegen, die mich immer unterstützt haben und für eine unvergessliche Studienzeit gesorgt haben. Für die interessanten Diskussionen und das tolle Klima während der Verfassung dieser Arbeit möchte ich mich zudem bei meinen Kollegen im Diplomandenzimmer bedanken.

Danke Lisa für die Unterstützung und für die Hilfsbereitschaft, speziell in der stressvollen Zeit dieser Arbeit.

Mein größter Dank gilt allerdings meiner Familie. Besonderes möchte ich mich bei meinen Eltern Maria und Oswald bedanken. Sie haben mich stets bei all meinen Entscheidungen unterstützt und haben mir sehr viel Freiraum zur Entfaltung meiner Interessen gegeben.

***Danke!***

***Giulan!***





# Kurzfassung

Die Masterarbeit befasst sich mit der Analyse von I-förmigen Trägern aus Holz, wobei neben der Form, dem Aufbau und der Materialwahl der Einzelkomponenten, auch auf die Fügung der Einzelbestandteile vorliegender Schalungsträger/Hochbauträger eingegangen wird. Auf Basis theoretischer Ansätze zur Bestimmung des Trag- und Verformungsverhaltens von zusammengesetzten I-Trägern wird ein Berechnungsmodell entwickelt, unterschiedliche Trägerquerschnitte analysiert, und die Beanspruchungssituation dargelegt. Basierend darauf erfolgt ein Optimierungsprozess hinsichtlich der oben erwähnten Ausformung, sowohl für den Gurt- als auch für den Stegbereich. Um die Gültigkeit der verwendeten Berechnungsansätze zu verifizieren, werden innerhalb experimenteller Untersuchungen Bauteilprüfungen an I-Trägern aus Furnieren der Holzart Fichte (*Picea abies*) konzipiert und durchgeführt. Aus den Ergebnissen der Bauteilprüfungen und der theoretischen Untersuchungen werden Aspekte zur Entwicklung von I-Trägern bestehend aus Furnieren abgeleitet, welche die Grundlage für weitere Untersuchungen bilden.



## **Abstract**

The master's thesis focuses on wood beams with I-shaped cross-sections and gives an overview on available products with emphasis on selected product characteristics such as geometry, structural design and choice of material. On the basis of theoretical approaches to the determination of the load-bearing behaviour of composite wood I-beams a calculation model is developed to analyse the stress states and the stiffness properties of I-beam cross-sections with different geometries. In a next step the presented calculation model is used to find an optimal design of the flange and web areas. In order to validate the theoretical results, experimental investigations comprising tests on I-beams made of spruce (*Picea abies*) veneers are carried out. The results of the theoretical and experimental investigations lay a foundation for further investigations with regard to the development of veneer based composite wood I-beams.



# Inhaltsverzeichnis

<b>KAPITEL 1: EINLEITUNG</b> .....	<b>1</b>
1-1 MOTIVATION UND ZIEL DER ARBEIT .....	1
1-2 GLIEDERUNG DER ARBEIT .....	2
<b>KAPITEL 2: ALLGEMEIN</b> .....	<b>3</b>
2-1 BEGRIFFSDEFINITION UND ANWENDUNG .....	3
2-1.1 Balken.....	3
2-1.2 Hochbauträger mit I-förmigem Querschnitt .....	3
2-1.3 Schalungsträger .....	4
2-2 AUFBAU VON TRÄGERN MIT I-FÖRMIGEM QUERSCHNITT .....	5
2-2.1 Gurt.....	6
2-2.2 Steg .....	6
2-2.3 Verbindung Gurt - Steg .....	7
2-2.4 Stoß in Längsrichtung.....	7
2-3 MATERIALIEN VON TRÄGERN MIT I-FÖRMIGEM QUERSCHNITT .....	8
2-3.1 Bauholz.....	9
2-3.2 Brettwerkstoffe .....	10
2-3.3 Furnierwerkstoffe .....	10
2-3.4 Holzspanwerkstoffe .....	11
2-3.5 Faserplatte.....	12
2-3.6 Zusammenfassung .....	13
2-4 PRODUKTE MIT I-FÖRMIGEM QUERSCHNITT AUS HOLZ .....	13
2-4.1 Schalungsträger .....	13
2-4.2 I-Joist .....	14
2-4.3 Zusammenfassung .....	14
2-4.3.1 Abmessungen .....	14
2-4.3.2 Materialien.....	15
<b>KAPITEL 3: STAND DER TECHNIK</b> .....	<b>16</b>
3-1 NORMEN .....	16
3-1.1 Eurocode 5 .....	16
3-1.2 ON EN 13377 .....	17
3-2 UNTERSUCHUNGEN ZU MATERIAL UND GEOMETRIE.....	18

3-2.1	Fan (2010) [17] .....	18
3-2.2	Ohashi (2010) [47] .....	20
3-2.3	Ohashi (2012) [48] .....	22
3-2.4	Ribeiro (2012) [57] .....	25
3-2.5	Pirzada (2007) [53] .....	26
3-3	ZUSAMMENFASSUNG .....	29
3-3.1	Gurt .....	29
3-3.2	Steg .....	29
3-3.3	Verbindung Gurt-Steg .....	29
<b>KAPITEL 4:</b>	<b>THEORETISCHE GRUNDLAGEN ZUR BERECHNUNG VON</b>	
	<b>I-FÖRMIGEN BAUTEILEN.....</b>	<b>30</b>
4-1	MATERIAL .....	30
4-2	INDIZIERUNG .....	31
4-2.1	Mechanische Eigenschaften .....	31
4-2.2	Spannungen .....	32
4-3	ANSÄTZE DER BALKENTHEORIE .....	33
4-3.1	Euler-Bernoulli Balken (EBB) .....	34
4-3.2	Timoschenko Balken (TB) .....	34
4-3.2.1	Gleichungen der Timoschenko-Balkentheorie [27] .....	36
4-3.2.2	Schubkorrekturfaktor .....	38
4-4	QUERSCHNITTSWERTE .....	40
4-4.1	Effektives Statisches Moment .....	40
4-4.2	Effektives Trägheitsmoment .....	41
4-4.3	Effektiv schubwirksame Querschnittsfläche .....	42
4-4.4	Effektives Torsionsträgheitsmoment .....	42
4-4.5	Wölbwiderstandsmoment .....	43
4-5	SPANNUNGSERMITTLUNG .....	43
4-5.1	Biegespannungen .....	44
4-5.2	Schubspannungen .....	45
4-6	VERFORMUNGSERMITTLUNG .....	46
4-6.1	Arbeitssatz .....	46
4-6.2	Schubeinflusszahl .....	48
4-7	GRENZZUSTAND DER TRAGFÄHIGKEIT .....	50
4-7.1	Bemessungswerte .....	50

4-7.2	Spannungen .....	50
4-7.2.1	Biegespannungen.....	51
4-7.2.2	Schubspannungen im Steg.....	52
4-7.2.3	Schubspannungen in der Klebefuge .....	54
4-7.2.4	Auflagerpressung.....	58
4-7.2.5	Druck im Steg im Auflagerbereich.....	60
4-7.3	Stabilität.....	60
4-7.3.1	Biegedrillknicken .....	61
4-7.3.2	Beulen des Steges .....	65
4-8	GRENZZUSTAND DER GEBRAUCHSTAUGLICHKEIT.....	68
4-9	MITWIRKENDE BREITE .....	70
<b>KAPITEL 5: THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN .....</b>		<b>72</b>
5-1	PRINZIPIELLE ÜBERLEGUNGEN ZUR KONZEPTION DES I-TRÄGER QUERSCHNITTS .....	72
5-1.1	Gurt.....	73
5-1.2	Steg.....	73
5-1.2.1	Ausführung des Steges .....	73
5-1.2.2	Material und Holzart.....	74
5-1.2.3	Position und Anzahl der Querlagen im Stegaufbau.....	74
5-1.2.4	Schichtorientierung.....	75
5-1.3	Verbindung Gurt-Steg .....	75
5-1.3.1	Keilzinkung .....	76
5-1.3.2	Stumpfstoß.....	76
5-1.3.3	Durchgehender Steg .....	76
5-1.3.4	Vergleich der effektiven Biegesteifigkeiten .....	77
5-1.4	Zusammenfassung .....	78
5-2	BERECHNUNGSMODELL .....	78
5-2.1	Eingabeparameter .....	79
5-2.2	Randbedingungen .....	80
5-2.3	Bemessung.....	80
5-3	OPTIMIERUNG.....	81
5-3.1	Optimierungsprozess .....	82
5-4	ERGEBNISSE.....	83
5-4.1	Variantenvergleich .....	84

5-4.2	Trägerwahl .....	86
5-4.3	Einfluss geometrischer Kenngrößen .....	88
5-5	ZUSAMMENFASSUNG .....	93
<b>KAPITEL 6: EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN .....</b>		<b>94</b>
6-1	MATERIAL .....	94
6-1.1	Furniere .....	94
6-1.2	Klebstoff .....	94
6-1.3	Bestimmung der physikalischen Materialkenngrößen .....	95
6-1.3.1	Holzfeuchte .....	95
6-1.3.2	Rohdichte .....	96
6-2	HERSTELLUNG PRÜFKÖRPER .....	97
6-2.2	Furniere .....	98
6-2.3	Klimatisierung .....	99
6-2.4	Kleben .....	100
6-2.5	Zuschneiden .....	102
6-2.6	Lagern .....	102
6-3	PRÜFUNG .....	103
6-3.1	Prüfkonfiguration .....	103
6-3.1.1	Serie S .....	103
6-3.1.2	Serie E und BP .....	105
6-3.2	Prüfvorbereitung .....	106
6-3.2.1	Berechnung der Eingangsparameter: Serie S .....	108
6-3.2.2	Berechnung der Eingangsparameter: Serie E .....	112
6-3.2.3	Berechnung der Eingangsparameter: Serie BP .....	119
6-3.3	Prüfdurchführung .....	121
6-3.3.1	Serie S .....	122
6-3.3.2	Serie E .....	123
6-3.3.3	Serie BP .....	125
6-4	AUSWERTEMETHODEN .....	126
6-4.1	Serie S .....	128
6-4.2	Serie E .....	131
6-4.2.1	Lokaler E-Modul .....	131
6-4.2.2	Globaler E-Modul .....	131
6-4.2.3	Schubeinflusszahl .....	132



6-4.2.4	Schubkorrekturfaktor.....	133
6-4.3	Serie BP.....	133
6-5	<b>ERGEBNISSE UND DISKUSSION.....</b>	<b>133</b>
6-5.1	Serie S.....	134
6-5.2	Serie E.....	135
6-5.3	Serie BP.....	138
6-5.3.1	Biegedruck im Obergurt.....	139
6-5.3.2	Schub im Steg.....	143
6-5.3.3	Mischbruch.....	145
<b>KAPITEL 7:</b>	<b>VERGLEICH THEORETISCHE – EXPERIMENTELLE</b>	
	<b>UNTERSUCHUNGEN.....</b>	<b>148</b>
7-1	VERFORMUNG.....	148
7-1.1	Bestimmung der Eingangsparameter für die Berechnung.....	148
7-1.2	Korrektur des Kraft-Weg-Diagramms für den Vergleich der Verformungen.....	149
7-1.3	Berechnung der Abweichungen.....	150
7-2	SCHUBEINFLUSS.....	152
7-3	BRUCHLASTEN.....	153
7-3.1	Biegung.....	153
7-3.2	Schub.....	154
<b>KAPITEL 8:</b>	<b>RESÜMEE UND AUSBLICK.....</b>	<b>156</b>
<b>ANHANG A</b>	<b>VERZEICHNISSE.....</b>	<b>I</b>
A-1	Literaturverzeichnis.....	I
A-2	Abbildungsverzeichnis.....	IV
A-3	Tabellenverzeichnis.....	VIII
<b>ANHANG B</b>	<b>BERECHNUNGEN.....</b>	<b>XI</b>



# Kapitel 1: EINLEITUNG

## 1-1 MOTIVATION UND ZIEL DER ARBEIT

In der heutigen Zeit wird gesellschaftlich und wirtschaftlich immer mehr Wert auf Ökologie und Nachhaltigkeit gelegt. Dadurch, dass der Bausektor durch einen hohen Rohstoff- und Ressourcenverbrauch gekennzeichnet ist, liegt es nahe, Ressourcen zu nutzen, die regional verfügbar (kurze Transportketten) sind und in der Rohstoffgewinnung und –weiterverarbeitung zu möglichst geringen Schadstoffemissionen bei gleichzeitig geringem Energiebedarf führen. In diesem Zusammenhang stellt Holz als nachwachsender, natürlicher und einfach zu verarbeitender Ausgangsstoff eine gute Alternative zu anderen Baustoffen dar. Es ist nicht verwunderlich, dass sich gerade in Österreich, das mit einem Waldanteil von 47,6 % zum europäischen Spitzenfeld zählt [56], eine große Säge- und Holzindustrie entwickeln konnte und viele Betriebe in der Be- und Weiterverarbeitung ansässig sind. Durch die stetig steigende Nachfrage nach Holz für energetische (z. B. Brennholz, Pellets, etc.) und stoffliche Nutzung (z. B. Bauholz, etc.), wird zukünftig im Holzbau der Leichtbau immer mehr an Bedeutung gewinnen. Diese Bauweise zeichnet sich durch eine möglichst materialsparende und auf das Minimum reduzierte Verwendung von Ausgangsstoffen aus. Betrachtet man Tragwerke aus Holz in Leichtbauweise, so werden immer häufiger Bauteile mit I-förmigem Querschnitt in Wand- (beidseitig beplankter Riegel), Decken- und Dachkonstruktionen (Geschoßdeckenträger, Sparren, Pfette, etc.) aufgrund ihrer Leistungsfähigkeit und Vielseitigkeit eingesetzt. Ein weiteres großes Anwendungsfeld für I-Träger aus Holz ist der Schalungsträger, der gegenüber dem sogenannten Hochbauträger („I-joist“) im Gebrauch möglichst widerstandsfähig gegen Feuchteinflüssen und anderen außerplanmäßigen Belastungen sein muss. Insofern, sind zusätzliche Aspekte bei der Entwicklung und Konzeption von Schalungsträgern zu berücksichtigen. Gewicht, Langlebigkeit und Kosten stehen oft gegenüber der statischen Leistungsfähigkeit im Vordergrund.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Analyse von I-förmigen Trägern aus Holz, wobei neben der Form, dem Aufbau und der Materialwahl der Einzelkomponenten, auf die Fügung der Einzelbestandteile vorliegender Schalungsträger/Hochbauträger eingegangen wird. Auf Basis theoretischer Ansätze zur Bestimmung des Trag- und Verformungsverhaltens von aus Furnieren zusammengesetzten I-Trägern soll ein Berechnungsmodell entwickelt, unterschiedliche Trägerquerschnitte analysiert und die Beanspruchungssituation dargelegt werden. Basierend darauf, erfolgt ein Optimierungsprozess hinsichtlich der oben erwähnten Ausformung sowohl für den Gurt- als auch für den Stegbereich. Um die Gültigkeit der verwendeten Berechnungsansätze zu verifizieren, sollen innerhalb experimenteller Untersuchungen Bauteilprüfungen konzipiert und durchgeführt werden. Aus den Ergebnissen der Bauteilprüfungen und der theoretischen Untersuchungen sollen Aspekte zur Entwicklung von I-Trägern bestehend aus Furnieren abgeleitet werden, die die Grundlage für weitere Untersuchungen bilden.

## 1-2 GLIEDERUNG DER ARBEIT

---

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sieben Kapitel.

### **Kapitel 1: Einleitung**

Die Einleitung beinhaltet eine allgemeine Einführung zum Thema I-förmiger Träger aus Holz und Erläuterungen zur Motivation und Ziel der Arbeit.

### **Kapitel 2: Allgemein**

In Kapitel 2 werden zu Beginn Begriffe definiert, die in den weiteren Ausführungen und Erläuterungen verwendet werden. Darüber hinaus werden die, im Zuge einer Recherche zu derzeit verfügbaren Produkten zusammengetragenen, Informationen mit Fokus auf Materialwahl und Fügung der Einzelbestandteile zusammenfassend dargelegt. Aufbauend auf den Erkenntnissen zur Materialwahl bestehender Produkte, werden jene Materialien, die bei der Herstellung Verwendung finden hinsichtlich ihrer Eigenschaften (Rohdichte, Quell- und Schwindeigenschaften, mechanische Kenngrößen, etc.) näher betrachtet.

### **Kapitel 3: Stand der Technik**

Kapitel 3 umfasst eine Zusammenstellung wissenschaftlicher Veröffentlichungen, in denen unterschiedliche Themenbereiche mit Fokus auf I-förmige Träger behandelt werden und dient einerseits zur Darlegung der Forschungstätigkeit und der Erkenntnisse und andererseits zur Identifikation offener Fragestellungen, Bewertung und Interpretation vorliegender Ergebnisse. Außerdem werden Regelungen und Normen mit Bezug auf I-förmige Träger zusammenfassend dargelegt und erläutert.

### **Kapitel 4: Theoretische Grundlagen zur Berechnung von I-förmigen Bauteilen**

Kapitel 4 beinhaltet jene Ansätze zur Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens und der Nachweisführung I-förmiger Träger, die dem Berechnungsmodell zur Formfindung und Optimierung im Kapitel 5 zugrunde gelegt wurden.

### **Kapitel 5: Theoretische Untersuchungen**

Kapitel 5 befasst sich mit der eigentlichen Berechnung und Optimierung eines I-förmigen Trägers auf Basis der in Kapitel 4 dargelegten Berechnungsgrundlagen. Es werden die Ergebnisse einer Parameterstudie, unter Berücksichtigung definierter geometrischer Einflussgrößen eines aus Schäl furnier bestehenden I-Trägers, dargestellt und diskutiert.

### **Kapitel 6: Experimentelle Untersuchungen**

Im Kapitel 6 wird auf die Ausgangsmaterialien, die Herstellung der Prüfkörper und die erfolgten Prüfungen innerhalb der Prüfserien näher eingegangen. Neben Informationen zur Auswertung, werden die Ergebnisse der, im Rahmen der vorliegenden Arbeit getätigten, experimentellen Untersuchungen zum Tragverhalten dargelegt und diskutiert.

### **Kapitel 7: Vergleich der theoretischen und experimentellen Untersuchungen**

Dieses Kapitel setzt sich mit dem Vergleich zwischen den theoretischen und den experimentellen Untersuchungen auseinander. Hier soll die Gültigkeit der verwendeten Berechnungsansätze verifiziert werden.

## Kapitel 2: **ALLGEMEIN**

In den letzten Jahren haben Träger mit I-förmigen Querschnitten immer mehr an Bedeutung gewonnen. Sie werden vor allem als Schalungsträger oder als Biegeträger im Hochbau eingesetzt. Der Hauptvorteil dieser Träger gegenüber Vollholzträgern liegt im günstigen Verhältnis von Eigengewicht zur Tragfähigkeit. Ein I-Querschnitt mit gleicher Tragfähigkeit und Spannweite eines Vollholzquerschnitts bringt rund 40% Volumen- bzw. Gewichtsersparnis mit sich. [58]

Durch die Aufteilung des Bauteils in Gurte und Steg, bietet es sich an, eine Kombination verschiedener Holzwerkstoffe bei der Herstellung von I-Trägern aus Holz zu verwenden. Dadurch können die Stärken der einzelnen Materialien gezielt eingesetzt werden [57]. Zudem weisen solche Querschnitte, durch die Verwendung von Holzwerkstoffen, im Allgemeinen ein günstiges Verhalten gegenüber Schwind- und Quellungsvorgängen auf.

Die Vorteile ziehen aber auch Nachteile mit sich. Aufgrund der geringen Querschnittsfläche ist die Steifigkeit aus der Querschnitts-Ebene dieser Träger sehr klein, was eine Abminderung der Stabilität zufolge hat. Im Vergleich zu Vollholz-Trägern sind I-Träger anfälliger für Kippen, Knicken und Beulen. [5]

In den folgenden Abschnitten wird auf die Anwendungsbereiche und den Aufbau von I-förmigen Trägern sowie auf die Materialwahl bei der Herstellung solcher Träger eingegangen. Anschließend wird ein Überblick der Produkte mit I-förmigem Querschnitt gewährt.

### **2-1 BEGRIFFSDEFINITION UND ANWENDUNG**

#### **2-1.1 BALKEN**

Bei einem Balken (bzw. Biegebalken, Träger) handelt es sich um ein stabförmiges Bauteil, dessen Querschnittsabmessungen viel kleiner als seine Längs sind. Die Längs- bzw. Stabachse entspricht der Verbindungslinie aller Querschnittsschwerpunkte und stellt für einen Balken im unbelasteten Zustand eine Gerade dar. Im Gegensatz zu einem Zug/Druckstab wird ein Balken senkrecht zu seiner Stabachse belastet. [27].

#### **2-1.2 HOCHBAUTRÄGER MIT I-FÖRMIGEM QUERSCHNITT**

Leichte Holzträger mit I-förmigem Querschnitt, die im Hochbau als Tragelemente eingesetzt werden, werden im Englischen als „I-joists“ [5] und im deutschen Raum oft als Hochbauträger bezeichnet. Die Anfänge dieser I-Träger aus Holz liegen in der Luft- und Raumfahrt der 20er Jahre. Pioniere dieser Ingenieurskunst sahen bereits vor fast 100 Jahren die Vorteile dieser, im Verhältnis zu Vollholzträgern (rechteckiger Querschnitt), leichten Bauteile. In den folgenden Jahren wurden solche Träger in Europa vereinzelt im Hochbau verwendet. Ende der 60er Jahre kam es dann zu einer deutlichen Steigerung der Produktion dieser Produkte. [24, 25]

Im Vergleich zu den heutigen Trägern, wurden früher hauptsächlich Nägel und Holzschrauben bei der Verbindung von Steg und Gurt verwendet, wodurch die Leistungsfähigkeit insbesondere hinsichtlich einzuhaltender Durchbiegungsgrenzen, aufgrund der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel, deutlich

eingeschränkt war. Zur Bestimmung des Verformungsverhaltens derartiger Träger musste die Nachgiebigkeit der verwendeten Verbindungsmittel in der Berechnung, abweichend von der klassischen Balkentheorie und erweiterter Theorien bei Biegebeanspruchung, berücksichtigt werden. Eine Zusammenstellung der Berechnungsmethoden von I-Trägern mit nachgiebigem Verbund findet sich in [16]. Zudem waren die Längenabmessungen der Träger begrenzt. Deswegen wurden bei längeren Spannweiten mehrere Träger durch einen Laschenstoß verbunden. Erst durch die Entwicklung von Klebstoffen konnten leistungsfähige Holzbauteile mit größeren Längen hergestellt werden. Durch die neuartige Fügetechnik konnten auch die Steg-Gurt-Verbindungen I-förmiger Querschnitte schubstarr ausgebildet werden, wodurch sich auch die Leistungsfähigkeit von I-Trägern deutlich verbessern ließ. [5]

Holz I-Träger werden vor allem als Dachträger verwendet. Man findet sie aber auch oft als Deckenträger oder als Rahmenelemente in Wandsystemen. [24, 25]

In Abbildung 2-1 sind drei typische I-joists mit einem Steg aus OSB und Gurte aus Furnierschichtholz abgebildet. Es handelt sich dabei um „Finnjoist“ Träger der Firma Metsä Wood [31].



Abbildung 2-1: Holz-I-Träger der Firma Metsä Wood [31]

### 2-1.3 SCHALUNGSTRÄGER

Bei Schalungsträgern handelt es sich um Träger, die in Traggerüsten und Schalungen auf einer Baustelle verwendet werden. Es sind temporäre Aufbauten, die ausschließlich in Richtung der Trägerhöhe belastet werden. [38]

Der Vorgänger des gegenwärtig industriell gefertigten Schalungsträgers war das Kantholz, das immer in großen Mengen und in allen Längen verfügbar war. Nachteil des Kantholzes ist vor allem der hohe

Verschnitt, das hohe Gewicht und die geringe Formstabilität, wodurch in der heutigen Zeit in der Schalungstechnik vorwiegend I-förmige Träger, die sogenannten „Schalungsträger“, zum Einsatz kommen, die dem Kantholz in den meisten Eigenschaften überlegen sind. [61]

Im Gegensatz zum Kantholz sind Schalungsträger leichter und haben im Vergleich zum Materialeinsatz eine höhere Tragfähigkeit und Steifigkeit. Weitere Vorteile liegen in der größeren Maßhaltigkeit bei Feuchteinwirkung. Durch Verstärkungen beispielsweise Endkappen aus Kunststoff am Ende der Träger sind sie sehr robust gegenüber mechanischen Einflüssen. [58]

Die Hauptkomponenten Steg und Gurt eines Schalungsträger werden generell entweder aus Holz oder aus Holz/Metall hergestellt, wobei aus Holz hergestellte Schalungsträger besonders im deutschsprachigen Raum einen größeren Marktanteil haben. [61]

Regelungen zu industriell hergestellten Schalungsträgern aus Holz finden sich in der ON EN 13377 [38]. Darin sind Anforderungen zu Ausgangsmaterialien, Geometrie, Prüfung von Eigenschaften usw. angeführt. Zudem wird in [38] zwischen zwei Typen von Schalungsträgern aus Holz unterschieden: Vollwandträger und Gitterträger (siehe Abbildung 2-2). Der Unterschied liegt in der Ausbildung des Steges, der entweder vollwandig oder in aufgelöster Form durch sogenannte Gitterstreben ausgebildet werden kann.

Die in [38] angeführten Regelungen betreffen Schalungsträger, deren Gurtbereiche aus Vollholz bestehen.



Abbildung 2-2: (links) Vollwandträger der Firma Doka [13], (rechts) Gitterträger der Firma Peri [49]

## 2-2 AUFBAU VON TRÄGERN MIT I-FÖRMIGEM QUERSCHNITT

In diesem Abschnitt wird auf den Aufbau von Trägern mit I-förmigem Querschnitt eingegangen. Im Allgemeinen besteht ein solcher Träger aus drei Hauptbestandteilen: Gurt, Steg und Verbindung zwischen Gurt und Steg. Um längere Träger herzustellen ist es zudem nötig, die Einzelquerschnittsteile in Längsrichtung des Trägers zu verbinden.

In Abbildung 2-3 sind die wichtigsten Elemente eines Trägers mit I-förmigem Querschnitt zu sehen.

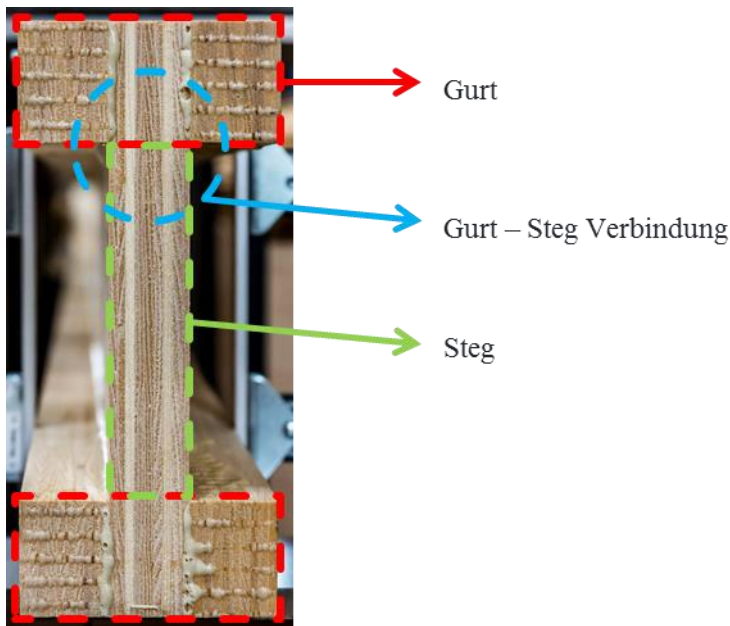


Abbildung 2-3: Elemente eines Trägers mit I-förmigem Querschnitt

## 2-2.1 GURT

Die Aufgabe der Gurte ist es hauptsächlich, die aus einer Biegebeanspruchung resultierenden Biegezug- und -druckspannungen aufzunehmen. [5]

Um eine hohe Leistungsfähigkeit, d. h. möglichst geringer Materialeinsatz zur Erfüllung der technischen Anforderungen hinsichtlich Tragfunktion zu generieren, erscheint die Wahl von Materialien mit hohen Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften für den Gurtbereich sinnvoll. Im Falle eines I-förmigen Bauteils sind es vor allem die Zug- bzw. Druckfestigkeit und der Elastizitätsmodul in Trägerlängsrichtung des Gurtmaterials. Insofern ist eine Verwendung und Situierung von Vollholz bzw. Holzwerkstoffen mit ausgeprägt hohen Eigenschaften in Richtung der angeführten Hauptbeanspruchungsarten Druck und Zug in den Gurtzonen erforderlich. Da sich fehlerfreies Holz durch seine guten Zug- und Druckeigenschaften in Faserlängsrichtung auszeichnet, kann eine Eingrenzung der Ausgangsprodukte für den Gurtbereich erfolgen. Somit werden vorzugsweise keilgezinkte Vollholzlamellen mit geringem Anteil an festigkeitsmindernden Eigenschaften (erhöhte Anforderungen an Sortierung, z. B.: Äste, Faserabweichung, etc) und Furnierschichtholz zur Herstellung von I-Trägern aus Holz herangezogen.

## 2-2.2 STEG

Die Hauptaufgabe des Steges ist es, die aus einer Querkraftbeanspruchung entstehenden Spannungen aufzunehmen. Da der Steg aber gleichzeitig auch Biegespannungen ausgesetzt ist, muss er eine ausreichende Biegefestigkeit aufweisen. [5]

Zudem soll bei der Wahl des Stegmaterials auf eine hohe Formstabilität des Ausgangsmaterials geachtet werden, wodurch geometrische Abweichungen durch Schwind- und Quellverformungen aufgrund möglicher Klimawechselbeanspruchungen reduziert werden. Daher werden fast ausschließlich Holzwerkstoffe mit gesperrter Struktur (z. B.: Furniersperrholz, OSB, etc.) verwendet. Zudem können gesperrte Holzwerkstoffe hohe Schubsteifigkeiten und -festigkeiten aufweisen [5]. Meist wird der Steg vollwandig ausgeführt, kann aber auch z. B. aus sogenannten „Gitterstreben“ (Gitterträger, siehe Abbildung 2-4) bestehen.

In Abbildung 2-4 sind drei mögliche Ausbildungen des Steges ersichtlich.





Abbildung 2-4: Mögliche Ausbildungen des Steges: (links-oben) Vollwandsteg [13], (links-unten) Gitterträger [49], (rechts) Wellsteg [9]

### 2-2.3 VERBINDUNG GURT - STEG

Um das Zusammenwirken der Einzelquerschnittsteile zu gewährleisten ist die Ausbildung der Gurt-Steg-Verbindung wesentlich. Die Ausbildung spielt, wie bereits erwähnt, auch bei der Herstellung eine große Rolle [53]. Damit das Tragpotential der Ausgangsmaterialien für Gurt und Steg möglichst gut ausgenutzt werden kann, erfolgt die Fügung der Einzelteile vorwiegend über Verklebung der Fügepartner.

In Abbildung 2-5 sind vier mögliche Ausbildungen der Steg-Gurt Verbindung dargestellt, wobei vorwiegend eine Keilzinkung mit einer, zwei oder drei Keilzinken verwendet wird.

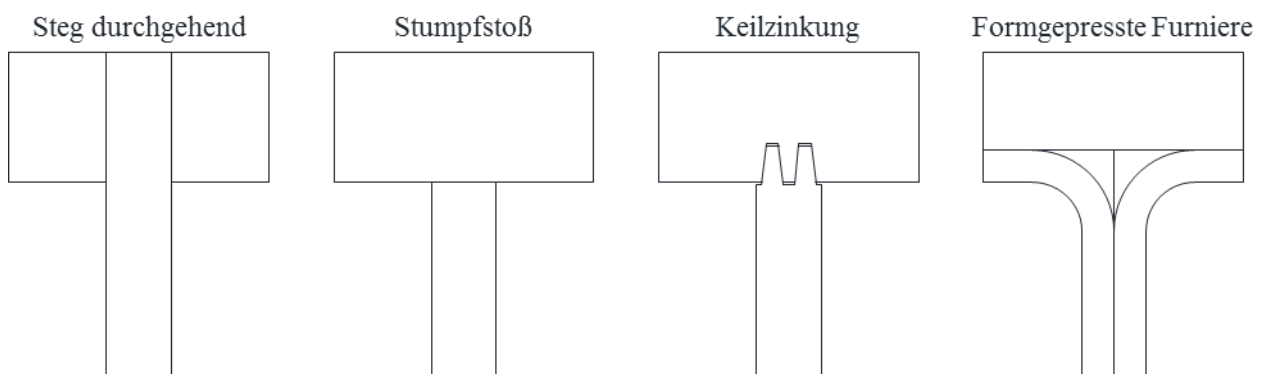


Abbildung 2-5: Mögliche Ausbildungen der Steg - Gurt Verbindung

### 2-2.4 STOß IN LÄNGSRICHTUNG

Je nach Länge des Trägers ist zu beachten, dass, aufgrund der Längenverfügbarkeit der Ausgangsmaterialien für die einzelnen Elemente des Trägers, ein Längsstoß erforderlich sein kann. Die Ausbildung des Stoßes, der meist zu einer Minderung des abrufbaren Tragpotentials des

Ausgangsmaterials führt, erfolgt vorwiegend durch eine Keilzinkung. Regelungen hinsichtlich Keilzinkenverbindungen finden sich in ON EN 385 [41].

## 2-3 MATERIALIEN VON TRÄGERN MIT I-FÖRMIGEM QUERSCHNITT

Holzwerkstoffe spielen bei der Herstellung von Schalungsträgern und Hochbauträgern eine wichtige Rolle.

Dabei handelt es sich um Holzprodukte, die durch das Zusammenfügen kleinerer Holzelemente mit Hilfe von Klebstoffen hergestellt werden. Das Holz wird dabei zunächst in kleinere Bestandteile aufgetrennt, die im Zuge des weiteren Herstellungsprozess, durch Klebstoffe miteinander verbunden werden. Durch solche Verfahren können Eigenschaften am Endprodukt an die jeweiligen Einsatzbereiche gezielt angepasst werden (Vergütung). Beispielsweise können Hölzer schlechter Qualität zu homogenen Werkstoffen mit gewünschten Eigenschaften verarbeitet werden. Eine Verbesserung kann zudem bei Faktoren wie z. B. Wärmedämmung, Isotropie und Oberflächenqualität erzielt werden. Eine Verbesserung der genannten Eigenschaften bringt aber meist eine Verringerung der Festigkeitseigenschaften mit sich. Je kleiner die einzelnen Holzelemente vor dem Zusammenfügen sind, umso größer ist der Faktor, um den sich diese Eigenschaften verändern. Wie in Abbildung 2-6 zu erkennen ist, kann man mit der Größe der zerlegten Holzelemente gewünschte Eigenschaften des Holzwerkstoffes erreichen. [35]

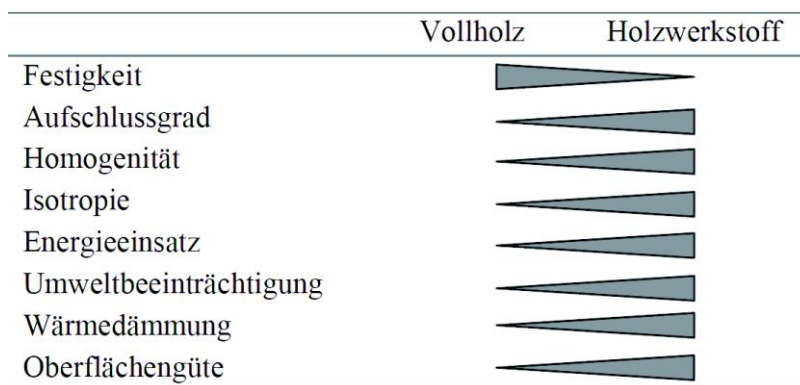


Abbildung 2-6: Holzwerkstoffe – Veränderung verschiedener Eigenschaften in Abhängigkeit der Größe einzelner Elemente [35]

Abbildung 2-7 zeigt eine Übersicht über die Holzwerkstoffe. Von links nach rechts steigt der Zerlegungsgrad und es wird jeweils zwischen einer gesperrten oder geschichteten Orientierung des Ausgangsproduktes unterschieden. Aus dieser Übersicht kann zudem die entsprechende Norm zur Regelung des betrachteten Holzwerkstoffes entnommen werden.

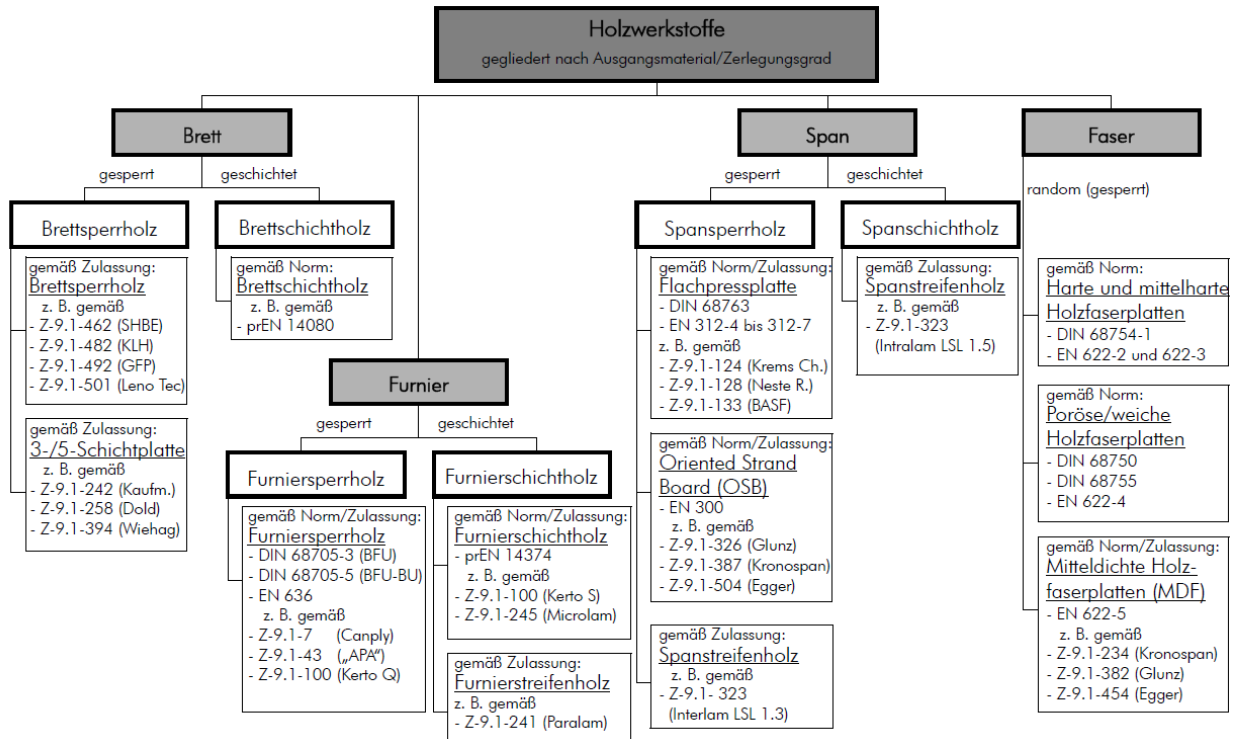


Abbildung 2-7: Überblick über die Holzwerkstoffe hinsichtlich Zerlegungsgrad und Orientierung des Ausgangsproduktes [58]

In den folgenden Abschnitten wird auf ausgewählte Materialien bzw. Holzwerkstoffe und auf deren Einsatz bei der Herstellung von I-förmigen Trägern eingegangen.

### 2-3.1 BAUHOLOZ

Schickhofer [58] unterscheidet im Allgemeinen zwischen den Eigenschaften von fehlerfreiem Holz und Holz in Bauteilgröße, also Bauholz. Je nach Abmessungen des verwendeten Bauteils können Strukturstörungen und produktionsbedingte Merkmale mehr oder weniger ausgeprägt vorgefunden werden.

Die wichtigsten Strukturmerkmale bzw. Wuchsmerkmale sind:

- Astigkeit
- Drehwuchs bzw. Faserneigung
- Jahrringbreite bzw. Wachstum
- Juveniles Holz
- Reaktionsholz
- Schwindrisse

Um den Einfluss dieser Eigenschaften auf die Tragfähigkeit, Erscheinung und weitere verwendungsabhängige Anforderungen zu definieren werden Sortierklassen eingeführt. Diese sind die Grundlage für eine sichere Bemessung von Bauteilen und Bauwerken aus Holz und geben maßgebende Kennwerte des Materials mit ausreichender Zuverlässigkeit an.

## Verwendung

Vollholz eignet sich aufgrund der günstigen Zug- und Drucktragfähigkeit in Faserrichtung gut als Gurtmaterial (vorwiegende Beanspruchung auf Biegedruck bzw. Biegezug). Aufgrund der relativ kleinen Abmessungen der Gurte und dem verhältnismäßig hohen Einfluss von Fehlstellen im Holz, ist aber eine hohe Qualitätskontrolle wichtig [5]. Ein weiterer Aspekt, der für Vollholzgurte spricht ist die einfache und wirtschaftliche Herstellung.

Aufgrund der hohen Anforderungen an die Formstabilität des Stegbereiches bei Vollwand-I-Trägern wird Vollholz üblicherweise nicht als Stegmaterial eingesetzt.

## **2-3.2 BRETTWERKSTOFFE**

Unter Brettwerkstoffen versteht man mehrschichtig verklebte Holzwerkstoffe unter Verwendung von Brettware. Die Faserorientierung der benachbarten Schichten kann entweder orthogonal (gesperrt) oder parallel (geschichtet) zueinander sein. Die einzelnen Schichten bestehen aus parallel angeordneten, in Längsrichtung keilgezinkten Brettern. Die Dicke und Anzahl der einzelnen Schichten kann den Anforderungen entsprechend variiert werden, sie müssen nur von der Mittelebene aus gespiegelt sein. [60]

Bei gesperrten Brettwerkstoffen, also Brettsperrholz und Mehrschichtplatten, erzeugt man durch die senkrechte Orientierung der einzelnen Schichten ein flächenhaftes, formstabiles Material, das Lasten senkrecht und in Plattenebene abtragen kann. [60]

Bei geschichteten Brettwerkstoffen wird vor allem die Homogenität des Bauteils erhöht. Dadurch ist es möglich größere Festigkeiten, Steifigkeiten und eine bessere Formstabilität zu erreichen. [5]

## Verwendung

Brettschichtholz wird im Vergleich zu Bauholz bei Gurten mit größeren Abmessungen bevorzugt. Bei der Fertigung werden durch eine Vorsortierung Fehlstellen vom Ausgangsmaterial minimiert. [5]

Mehrschichtige Massivholzplatten (Plattendicken üblicherweise zwischen 15 und 35 mm) eignen sich durch die hohe Formstabilität und die günstigen Eigenschaften gegenüber Schub gut als Stegmaterial und werden vor allem bei Schalungsträgern eingesetzt. [58]

## **2-3.3 FURNIERWERKSTOFFE**

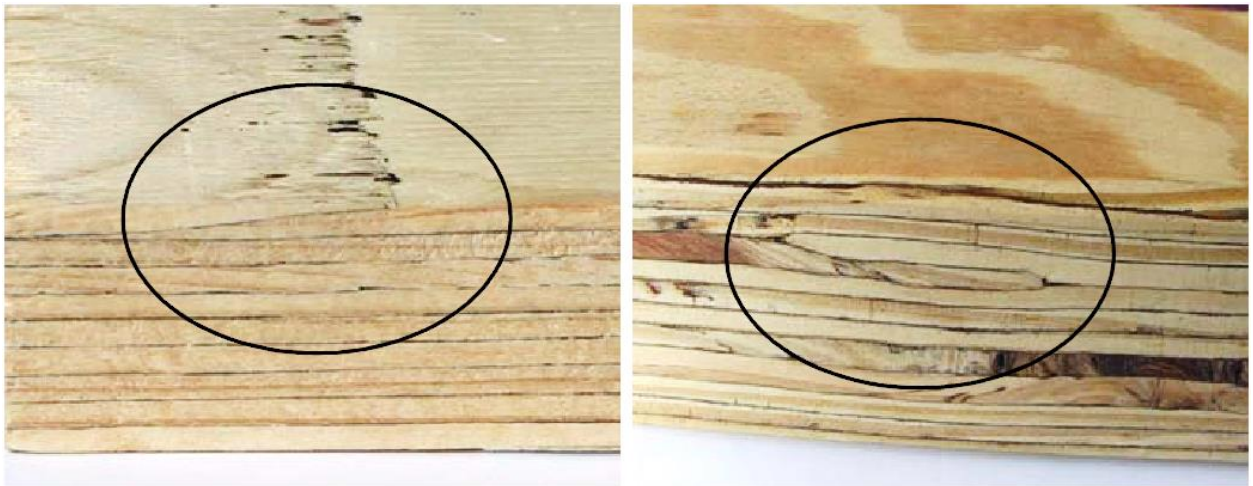
Furnierwerkstoffe gehören zu den ältesten Holzwerkstoffen. [35]

Die Herstellung ist schon seit Jahrhunderten bekannt. Dieser Holzwerkstoff hat aber erst in den letzten Jahrzehnten angefangen eine wichtige Rolle im Bauwesen zu spielen. Grund dafür ist die Erfindung von Furnierschälmaschinen und wasserfesten Klebstoffen wie Phenol-Formaldehyde. Ein großer Vorteil von Furnierschichtholz ist die effiziente Materialverwendung vom Stamm. Ein Problem entsteht jedoch bei der Umwandlung vom zylindrischen Stamm zu einer ebenen Furnierschicht. Beim Schälen entstehen Spannungen im Furnier, was zu Rissen an der Innenseite führen kann. Die wichtigsten Werkstoffe aus Furnier sind Furnierschichtholz und Furniersperrholz. Der Unterschied liegt in der Faserorientierung der einzelnen Furnierschichten im Schichtaufbau. [5]

Beim Furniersperrholz wird üblicherweise eine ungerade Anzahl an Furnieren gleicher Dicke und Holzart abwechselnd um 90° verdreht angeordnet (orthogonaler Aufbau). Durch diese Anordnung kann bei vielschichtigen Platten von einem in Plattenebene annähernd isotropen Werkstoff gesprochen werden, der parallel und senkrecht (in der Plattenebene) zur Faserrichtung der Decklagen ähnliche mechanische

Eigenschaften aufweist. Durch die gesperrte Struktur wird Quellen und Schwinden stark eingeschränkt, was Sperrholz zu einem sehr formstabilen Holzwerkstoff macht. [58]

Furnierschichtholz besteht vorwiegend aus durchgängig in Längsrichtung orientierten verklebten Furnierschichten (bezogen auf die Faserrichtung). Beim Zusammenlegen der einzelnen Furnierlagen wird darauf geachtet, dass dichtschießende Schäftungsfugen bzw. Überlappungsfugen (siehe Abbildung 2-8) entstehen und diese in Abständen von mindestens 150 mm versetzt angeordnet sind. Durch die versetzte Anordnung der einzelnen Furnierlagen und das Verkleben mehrerer Schichten werden produktions- und wachstumsbedingte (z. B. Äste oder Risse) Schwachstellen des Ausgangsmaterials verteilt. Durch diese Homogenisierung des Holzwerkstoffes erfahren Festigkeits- und Steifigkeitswerte geringere Streuungen und somit eine Erhöhung der charakteristischen Werte. [58]



*Abbildung 2-8: Längenaddition von Einzelfurnieren mittels (links) Schäftung und (rechts) Überlappung [58]*

## Verwendung

Furnierschichtholz wird aufgrund der guten Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften in Faserrichtung häufig als Gurtmaterial verwendet.

Durch die hohe Formstabilität von Furniersperrholz eignet sich dieser Holzwerkstoff gut als Stegmaterial.

## **2-3.4 HOLZSPANWERKSTOFFE**

Holzspanwerkstoffe werden aus schlanken Holzspänen (sog. „chips“ oder „strands“) hergestellt, die mit Klebstoff bedeckt und anschließend heiß gepresst werden. Vorteile dieser Herstellungsart sind die beliebige Wahl der Plattengröße und die Homogenisierung des Materials durch die Verteilung der Späne und somit der Fehler im Holz. Dadurch können für die Herstellung von Holzspanwerkstoffen Späne mit relativ geringer Holzqualität verwendet werden. [5]

Spanplatten im Allgemeinen bestehen aus kleinen Spänen, sogenannten „chips“. Nach dem Sortieren werden die „chips“ getrocknet und mit Kleber versehen. Eine typische Spanplatte besitzt eine Mittelschicht aus größeren „chips“ und die höher verdichteten Decklagen werden aus kleineren „chips“ gefertigt. Durch die höhere Verdichtung der äußeren Lagen erhöht sich die Rohdichte in diesem Bereich. Dadurch, und im Allgemeinen durch die Verwendung von längeren und schlankeren Spänen für die Decklagen, wird die Biegefestigkeit der Platte positiv beeinflusst und es wird das Auftragen einer möglichen Oberflächenveredelung erleichtert. Die dickeren Späne in der Mittelschicht erhöhen zwar die Querkzugfestigkeit, jedoch wird die Dickenquellung der Platte verschlechtert. Solche Platten werden nur bedingt für tragende Konstruktionen eingesetzt. Sie werden vor allem im Möbelbau und als Verkleidungsmaterial für Böden, Decken und Wände verwendet. [3]

Eine spezielle Art von Spanplatten sind die Grobspanplatten (OSB). Sie sind aufgrund der größeren Späne (sog. „strands“), im Gegensatz zu herkömmlichen Spanplatten, tragfähiger. Diese „strands“ haben eine Länge von 60 bis 150 mm, eine Breite von 5 bis 30 mm und eine Dicke von 0,5 bis 1 mm. Wie bei den üblichen Spanplatten, besteht eine Grobspanplatte aus drei Schichten. Die Späne in den Deckschichten sind längs zur Produktionsrichtung orientiert. In der Mittelschicht sind die Späne meist senkrecht zu den Deckschichten ausgerichtet. Dadurch erhält man ein sperrholzähnliches Tragverhalten. Im Vergleich zu konventionellen Spanplatten werden Grobspanplatten vor allem für tragende Zwecke angewendet. [3]

### Verwendung

OSB eignet sich aufgrund der hohen Schubsteifigkeiten und –festigkeiten bei einer Beanspruchung in Plattenebene und dem hohen Maß an Formstabilität sehr gut als Stegmaterial und wird vor allem bei Hochbauträgern eingesetzt.

## 2-3.5 FASERPLATTE

Holzfasерplatten werden unter Druck mit oder ohne Zusatz von Hitze hergestellt. Sie werden durch die Verfilzung von Lignocellulosefasern und teilweise mit Zugabe eines synthetischen Bindemittels ab Dicken von 1,5 mm hergestellt. Holzfasерwerkstoffe werden laut Ambrosy (2005) [3] je nach Herstellung und Dichte in folgende Gruppen eingeteilt:

- Nassverfahren
  - harte Platten HB  $\rho > 900 \text{ kg/m}^3$
  - mittelharte Platten  $400 \text{ kg/m}^3 > \rho > 900 \text{ kg/m}^3$
  - poröse Platten  $\rho < 400 \text{ kg/m}^3$
  
- Trockenverfahren (MDF-Platten)
  - HDF  $\rho > 800 \text{ kg/m}^3$
  - MDF, leicht  $550 \text{ kg/m}^3 > \rho > 650 \text{ kg/m}^3$
  - MDF, ultraleicht  $\rho < 550 \text{ kg/m}^3$

Beim Nassverfahren werden die Holzfasern in einer wässrigen Suspension gebunden und anschließend durch ein Sieb vom Wasser getrennt. Darauf folgt die Pressung auf die gewünschte Dicke und Dichte und die Trocknung der Platten. Beim Trockenverfahren hingegen werden die Hackschnitzel zerkleinert und direkt getrocknet, um dann mit Zusatz eines Bindemittels zu Platten einer gewissen Dicke und Rohdichte verarbeitet zu werden. [5]

Für tragende Zwecke werden üblicherweise Hartfasерplatten verwendet. Sie werden vorwiegend aus einer Mischung von Hart- und Weichhölzern im Nassverfahren hergestellt. Ein Vorteil von Hartfasерplatten im Gegensatz zu anderen Faserplatten ist die Verwendung im Feucht- und Außenbereich. Durch Zumischung verschiedener Zusatzstoffe können die Eigenschaften dieser Platten angepasst werden, um z. B. eine geringe Dickenquellung für den Außenbereich zu gewährleisten. [5]

### Verwendung

Wie OSB eignen sich Hartfasерplatten, aufgrund der hohen Schubsteifigkeiten und –festigkeiten bei einer Beanspruchung in Plattenebene und dem hohen Maß an Formstabilität, sehr gut als Stegmaterial und werden vor allem bei Hochbauträgern eingesetzt.

## 2-3.6 ZUSAMMENFASSUNG

In Abbildung 2-9 ist eine Zusammenfassung der geeigneten Materialien für den Steg und den Gurt dargestellt.

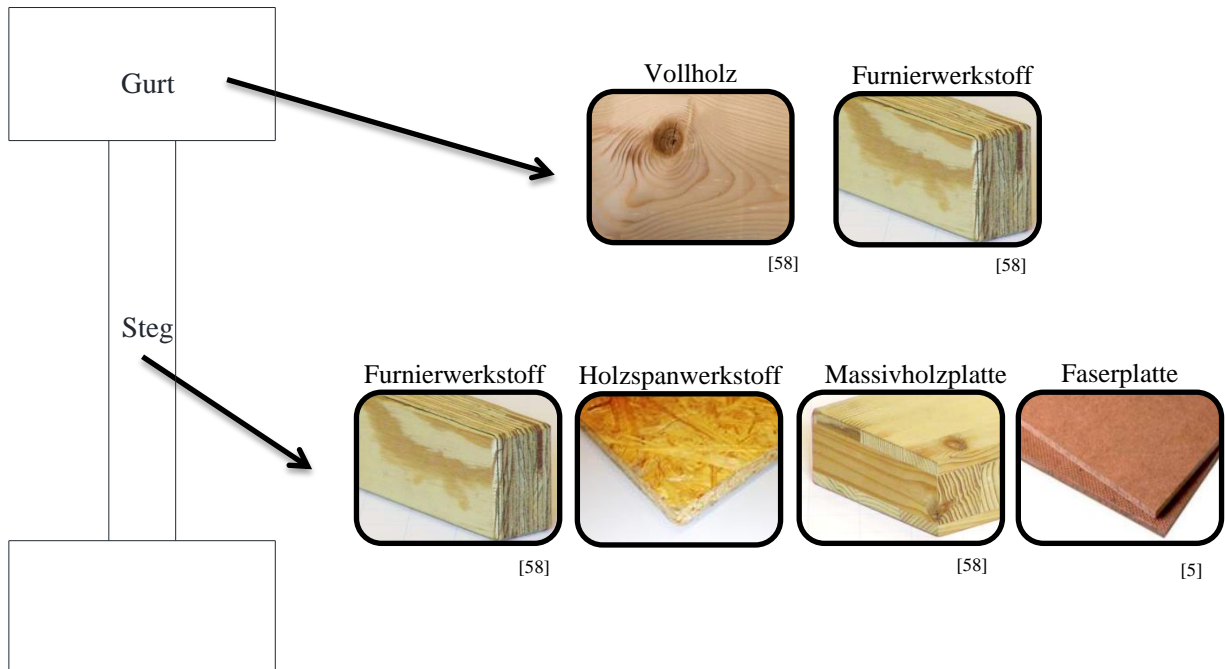


Abbildung 2-9: Darstellung verwendbarer Materialien für Gurt und Steg

## 2-4 PRODUKTE MIT I-FÖRMIGEM QUERSCHNITT AUS HOLZ

In diesem Abschnitt wird eine Übersicht der Produkte mit I-förmigem Querschnitt aus Holz gegeben. Es wird ein Fokus auf Querschnittsabmessungen, verwendete Materialien und Verbindungsmöglichkeiten zwischen Steg und Gurt gelegt.

### 2-4.1 SCHALUNGSTRÄGER

In Tabelle 2-1 werden derzeit verfügbare Schalungsträger ausgewählter Unternehmen aufgelistet und deren Materialien und Abmessungen verglichen. Die Übersicht beschränkt sich auf den am häufigsten [61] verwendeten Trägertyp P20 (Bezeichnung: siehe Abschnitt 3-1.2). Die Gesamthöhe des Trägers  $H$  und die Mindestgurtbreite  $b$  werden in der ON EN 13377 [38] angeführt. Zudem weisen alle Träger eine einheitliche Gurthöhe von  $h_{\text{Gurt}} = 40$  mm auf.

Insgesamt wurden acht Schalungsträger von sechs unterschiedlichen Unternehmen betrachtet.

**Tabelle 2-1: Derzeit verfügbare Produkte von ausgewählten Unternehmen - Schalungsträger**

Unternehmen	Produkt	$b_{\text{Steg}}$ [mm]	$L_{\text{max}}$ [m]	Steg- Material	Gurt- Material	Anzahl Keilzink.
Doka [14]	H20 P	22,0	5,9 (12,0)	FPP	NVH	2
	H20 N	31,6	5,9 (12,0)	3SP	NVH	2
	Itec20	30,0	5,9 (16,0)	SH	VH*	2
Peri [50]	VT 20K	27,0	5,9	FPP	NVH	2
Pfeifer [52]	PF20	27,0	5,9 (11,9)	3SP	NVH	2
myWood [34]	myWood P20	27,0	5,9	3SP	NVH	2
Mayr-Melnhof Holz [29]	HT 20plus	26,8	5,9 (10,0)	3SP	NVH	2
Lana [23]	Habe 20	27,0	5,9	3SP	NVH	2

FPP.. Flachpressplatte, 3SP.. Dreischichtplatte, SH.. Sperrholz, VH.. Vollholz, NVH.. Nadelvollholz

\* jeweils zwei Lamellen, äußere Lage aus BirkenVH und innere Lage aus NadelVH

()... Sonderlängen

## 2-4.2 I-JOIST

In Tabelle 2-2 werden derzeit verfügbare I-joists einiger Unternehmen aufgelistet. Es werden die erhältlichen Abmessungen und Materialien der einzelnen Bauelemente dargestellt.

Insgesamt wurden sechs unterschiedliche Produkte von fünf Unternehmen untersucht.

**Tabelle 2-2: Derzeit verfügbare Produkte von ausgewählten Unternehmen- I-joists**

Unternehmen	Produkt	Material		$H$ [mm]	$B$ [mm]	$h_{\text{Gurt}}$ [mm]	$b_{\text{Steg}}$ [mm]	$L$ [m]
		Steg	Gurt					
Steico [65]	SteicoJoist	OSB	LVL	200-400	45-90	45	8	7-13
Metsä Wood [30]	Finnjoist	OSB	LVL	200-500	45-89	39	10	9-14
Georgia Pacific [19]	GPI-Series	OSB	LVL	241-406	45-89	35-38	-	9-14,6 (18)
	WI-Series	OSB	VH	241-406	64-89	38	-	9-14,6 (18)
UNILIN [68]	I-Joist	OSB	LVL	200-400	45-90	-	-	7-13
Masonite Beams [28]	I-beam	OSB	VH	200-500	47-97	47	10	6-13,3

()... Sonderlängen, LVL.. Furnierschichtholz, VH.. Vollholz

## 2-4.3 ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Abschnitt wird eine Zusammenfassung der Produkte mit I-förmigem Querschnitt aus Holz dargelegt.

### 2-4.3.1 Abmessungen

In Tabelle 2-3 sind übliche Abmessungen für Schalungsträger und I-joists eingetragen. Im Gegensatz zu den in Tabelle 2-1 aufgelisteten Schalungsträgern des Typs P20 werden hier auch Abmessungen weiterer Trägertypen (P16 und P24) angeführt. Es ist zudem zu erwähnen, dass vor allem die Stegdicke  $b_{\text{Steg}}$  materialabhängig ist.



**Tabelle 2-3: Zusammenfassung üblicher Abmessungen von Schalungsträgern und I-joists**

Abmessungen	Schalungsträger		I-Joist	
	min	max	min	max
$H$ [mm]	160	240	200	500
$B$ [mm]	65	80	45	97
$h_{\text{Gurt}}$ [mm]	40	40	35	47
$b_{\text{Steg}}$ [mm]	22	31,6	8	10
$L$ [m]	0,9	5,9 (16)	-	14,6 (18)

(...) Sonderlängen

### 2-4.3.2 Materialien

In diesem Abschnitt wird auf die Wahl der Materialien für Steg und Gurt der betrachteten Produkte eingegangen.

In Tabelle 2-4 werden diese dargestellt und nach Häufigkeit der Verwendung sortiert.

Bei den betrachteten Schalungsträgern werden für den Steg vor allem Dreischichtplatten und für die Gurte ausschließlich Vollholz verwendet.

Die untersuchten I-joists verwenden alle Stege aus OSB. Als Gurtmaterial wird bei den meisten Trägern Furnierschichtholz verwendet.

**Tabelle 2-4: Zusammenfassung üblicher Materialien von Schalungsträgern und I-joists**

Schalungsträger		I-Joist	
Steg	Gurt	Steg	Gurt
Dreischichtplatte	Nadel-Vollholz	OSB	LVL
Flachpressplatte			Vollholz
Sperrholz			

In Abschnitt 2-3 wird genauer auf die Herstellung und auf Eigenschaften wichtiger Holzwerkstoffe eingegangen.

## Kapitel 3: STAND DER TECHNIK

Dieses Kapitel beinhaltet eine Übersicht der ausgewählten Literatur zum Thema Einflussgrößen auf das Tragverhalten I-förmiger Träger aus Holz. Zu Beginn wird auf, für Österreich relevante, Normenwerke mit Bezug auf I-förmige Träger aus Holz eingegangen. Darauf folgt eine Literaturrecherche und zusammenfassende Darstellung zu Arbeiten, die sich mit I-Trägern aus Holz befassen.

### 3-1 NORMEN

---

Im ersten Abschnitt in diesem Kapitel werden die Normen, die für die Regelung von Hochbauträgern und Schalungsträgern zur Anwendung kommen, betrachtet.

Im Allgemeinen werden diese zwei Bauelemente in zwei unterschiedlichen Normen geregelt.

#### 3-1.1 EUROCODE 5

Der Eurocode 5 bzw. ON EN 1995 [45] ist eine europäische Norm und regelt die Bemessung und Konstruktion von Holzbauten. Zusammengesetzte Träger aus Holz werden dabei im „Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau“ geregelt. Die allgemeine europäische Norm kann in einem gewissen Ausmaß durch nationale Anhänge angepasst bzw. erweitert werden. Die in dieser Arbeit durchgeführte Berechnung stützt sich auf den österreichischen „nationalen Anhang“ zum Eurocode (ON B 1995-1-1) [44].

Beim Eurocode 5 handelt es sich um eine Norm auf Grundlage von Grenzzuständen. Eine Überschreitung dieser Grenzzustände führt dazu, dass die für das Tragwerk angenommenen Anforderungen an dem Entwurf nicht länger erfüllt sind [59]. Im Eurocode werden im Allgemeinen zwei Grenzzustände unterschieden:

- Grenzzustand der Tragfähigkeit
- Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Die Nachweise und Berechnungen für die oben genannten Grenzzustände können aus Kapitel 4 entnommen werden.

I-förmige Träger aus Holz werden dabei im Abschnitt 9.1.1: „Geklebte Biegestäbe mit schmalen Stegen“ der ON B 1995-1-1 [44] geregelt. In Abbildung 3-1 sind die in der Norm [44] berücksichtigten Querschnittsformen dargestellt.



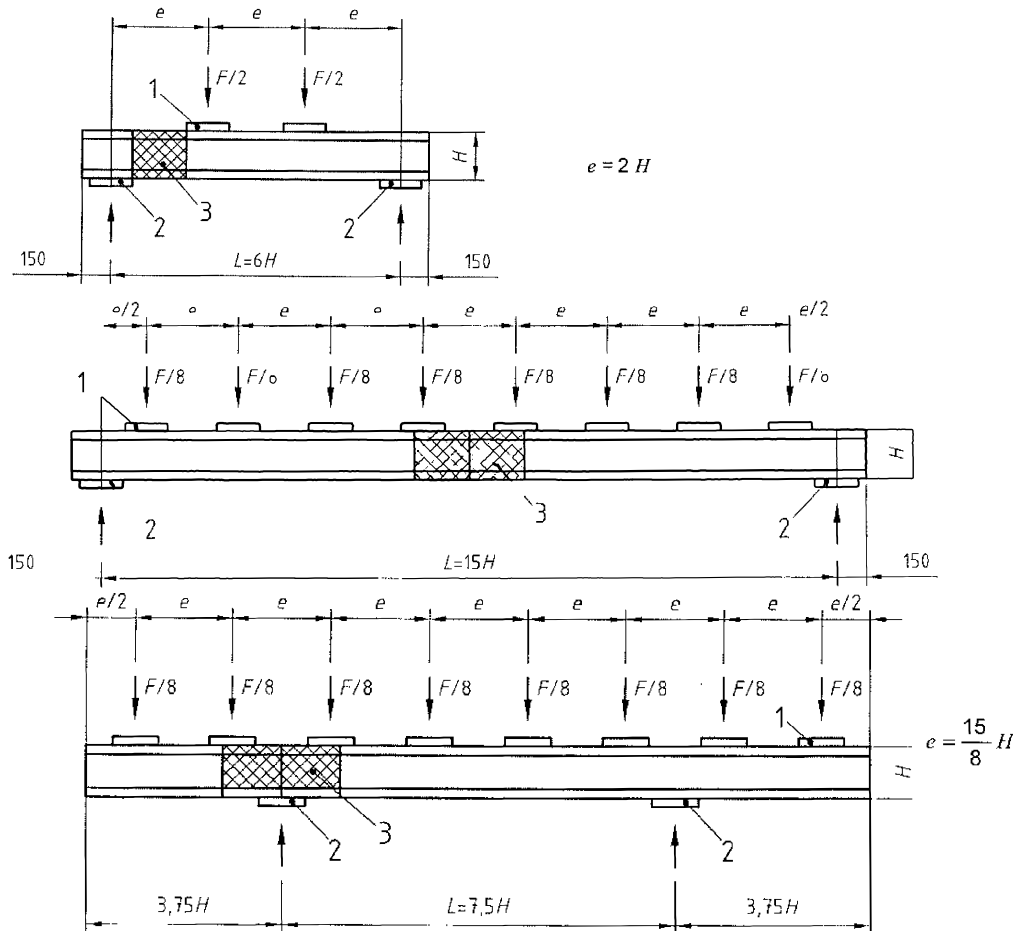


Abbildung 3-2: Anordnungen für die Prüfung (oben) der Querkraft  $V$ , (mitte) des Biegemomentes  $M$ , (unten) des Auflagerwiderstandes  $R_b$ ; 1) Platte zur Lastverteilung, 2) Stahlplatte, 3) Bereich für Keilzinkenverbindungen im Gurt und/oder Steg [38]

## 3-2 UNTERSUCHUNGEN ZU MATERIAL UND GEOMETRIE

Dieser Abschnitt behandelt durchgeführte Untersuchungen und Publikationen zu I-förmigen Trägern aus Holz mit Fokus auf verwendete Ausgangsmaterialien und Querschnittsgeometrien, insbesondere Untersuchungen zur Verbindung zwischen Steg und Gurt.

### 3-2.1 FAN (2010) [17]

In Fan [17] wurden unterschiedliche Gurtabmessungen und Stegmaterialien verglichen. Hauptziel seiner Arbeit war es, eine verlässliche Prüfmethode zur Bestimmung der Tragfähigkeit und Steifigkeit von unterschiedlichen I-förmigen Trägern mit und ohne Berücksichtigung einer Langzeiteinwirkung zu bestimmen. Zusätzlich wurde versucht, eine optimale Geometrie für I-förmige Träger zu finden.

Wie in Abbildung 3-3 zu erkennen, wurden insgesamt drei verschiedene Konfigurationen untersucht. Die Trägertypen A, B und C wurden mit einem OSB Steg untersucht. Um einen Vergleich zu Sperrholz und zu Hartfaserplatten anzustellen, wurde Typ A zusätzlich mit einem Steg aus den erwähnten Materialien hergestellt. So ergaben sich insgesamt fünf unterschiedliche Prüfserien. Alle Trägertypen bestanden aus einem durchgehenden Steg mit angeklebten Gurten aus Timberstrand [20] LSL (Spanstreifenholz).

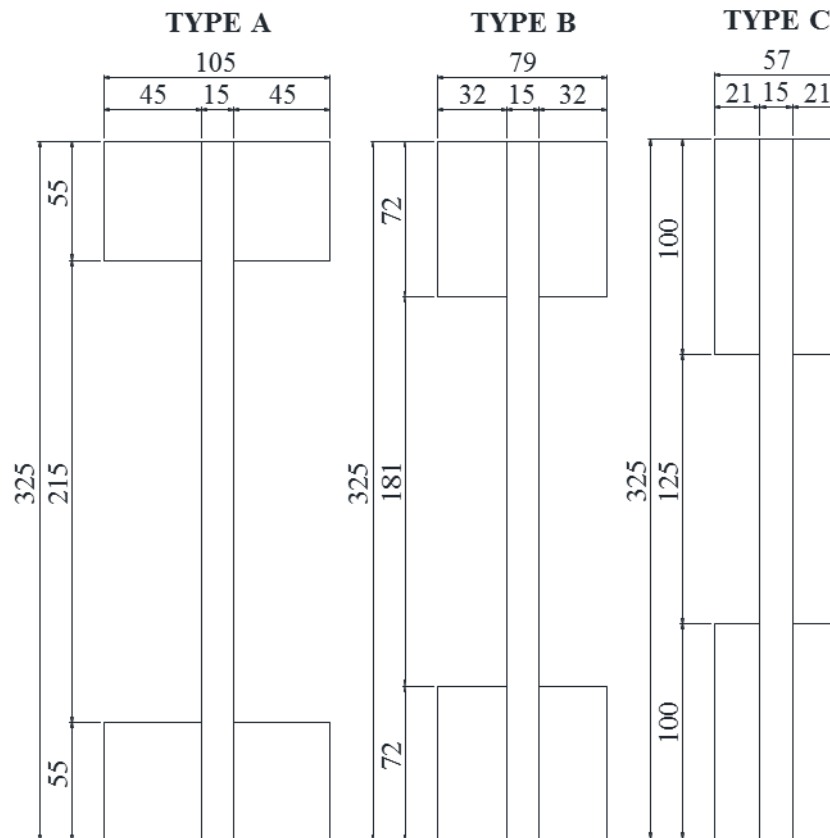


Abbildung 3-3: Untersuchte Geometrien der Träger

In Abbildung 3-4 ist die verwendete Prüfkongfiguration dargestellt. Alle fünf Prüfserien wurden einer Dreipunktbiegeprüfung unterzogen. Für die Messung des Schubfeldes wurde jeweils ein Schubkreuz an jeder Seite des Trägers angebracht.

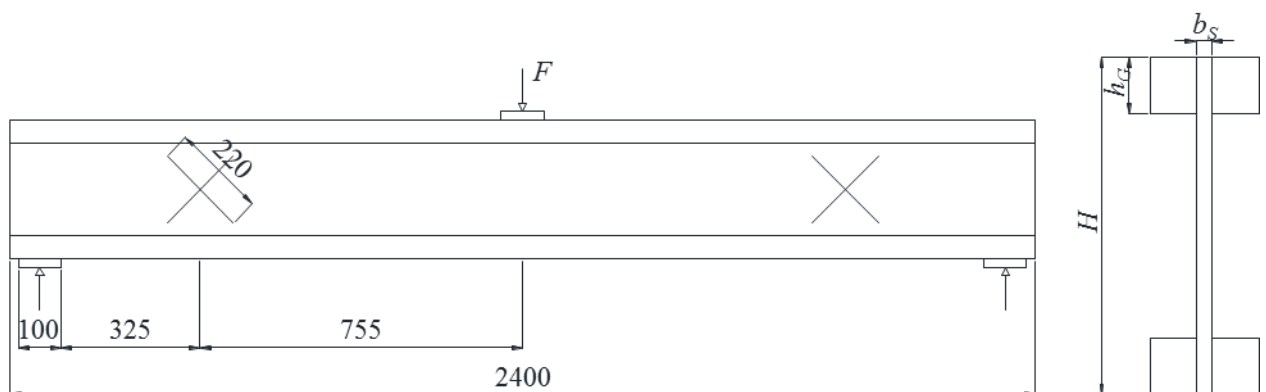


Abbildung 3-4: verwendete Prüfkongfiguration

Diese Prüfreihe diente vor allem zur Bestimmung der Schubtragfähigkeit und dem Schubmodul dieser Träger. Insgesamt wurden vier verschiedene Versagensmechanismen beobachtet: Delamination, Schub- bzw. Biegeversagen und lokales Beulen (Stabilitätsversagen des Steges im Auflagerbereich).

Nach Fan [17] trat bei den Trägern mit einem Steg aus OSB vorwiegend ein Versagen der Klebefuge auf. Dieses Versagen wurde vor allem beim Trägertyp A beobachtet. Mit einer Erhöhung der Klebefläche und gleichzeitiger Verminderung der Steghöhe wurden auch Versagen auf Schub festgestellt.

Der Trägertyp A mit einem Steg aus Sperrholz hat bei allen Prüfreihe auf Biegung versagt, wobei öfters ein partielles Versagen der Klebefuge festzustellen war. Der selbe Trägertyp mit einem Hartfasersteg hat vor allem auf lokales Beulen in Trägermitte versagt, obwohl an den Auflagern und an der Lasteinleitung Stegverstärkungen angebracht wurden. Beim Rest dieser Träger trat wiederum ein Versagen der Klebefuge auf.

In Tabelle 3-2 wird eine Zusammenfassung der Ergebnisse dargestellt. Laut Fan [17] ist die Tragfähigkeit des Trägertyps C am höchsten, gefolgt von Typ B und schließlich Typ A. Für die Materialwahl des Steges eignet sich, auf Basis der Ergebnisse, Hartfaser (hardboard, HB) am besten, gefolgt von OSB und Furniersperrholz (plywood, PW). Aufgrund der kleinen Durchbiegungen konnte der Schubmodul für OSB und Furniersperrholz nur mit großen Ungenauigkeiten ( $COV > 60\%$ ) bestimmt werden. Dadurch kann keine zuverlässige Aussage über die Schubsteifigkeit der betroffenen Prüfkörper getroffen werden.

**Tabelle 3-2: Ergebnisse der Untersuchung**

Trägertyp	Typ A	Typ B	Typ C	Typ A	Typ A
Stegmaterial	OSB	OSB	OSB	PW	HB
<b>Versagensmechanismen</b> [Anzahl der Prüfkörper in dieser Versagensklasse]					
Schub	1	3	5	-	0
Biegung	-	-	-	10	-
Klebefuge	9	7	5	0	3
Beulen	-	-	-	-	7
<b>Spannung beim Erreichen der Maximallast</b>					
$f_{mean}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	8,72	11,14	13,42	7,34	14,13
COV [%]	16,79	12,68	9,41	3,39	12,94
<b>Schubmodul</b>					
$G_{mean}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	1733	1811	2067	511	2388
COV [%]	85,71	53,28	69,56	16,94	67,31

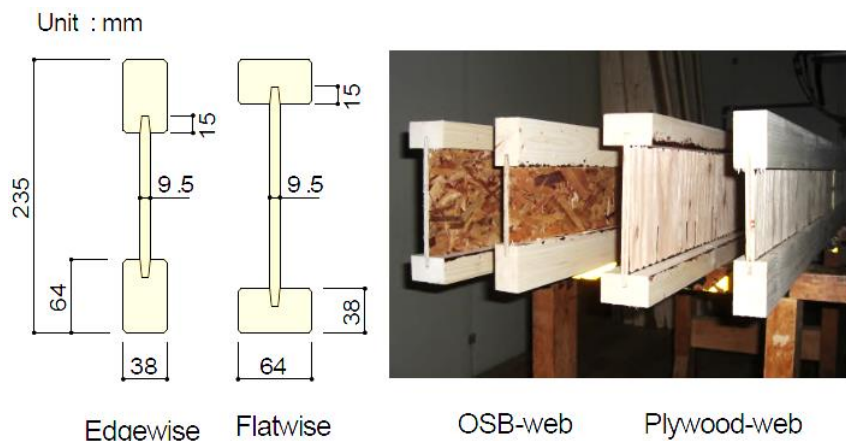
## Diskussion

Fan [17] gibt keine klaren Angaben zur Bestimmung der Spannungen bei Erreichen der Maximallast an. Es ist nicht verständlich, ob es sich um die Schubspannung im Steg beim Erreichen der Maximallast, oder um die maßgebende Spannung (Biege- oder Schubspannung), die zum Versagen des Bauteils geführt hat, handelt.

### **3-2.2 OHASHI (2010) [47]**

Ohashi [47] führte ähnliche Prüfungen wie Fan [17] durch. Ziel dieser Prüfreihe war es, die Unterschiede zwischen zwei Trägergeometrien bzw. zwischen OSB und Sperrholz (japanische Tanne) als Stegmaterial zu untersuchen. Der Gurt bestand dabei aus japanischer Tanne und wurde in Längsrichtung keilgezinkt. Für die Stege aus OSB werden keine genauen Angaben zur Holzart angegeben.

Wie in Abbildung 3-5 dargestellt, wurden die Träger aus entweder vertikal („edgewise“) oder horizontal („flatwise“) angeordneten Gurten mit den Maßen 64 x 38 mm und einem, durch eine Keilzinkung verbundenen, 9,5 mm dicken Steg aus Sperrholz oder OSB hergestellt.



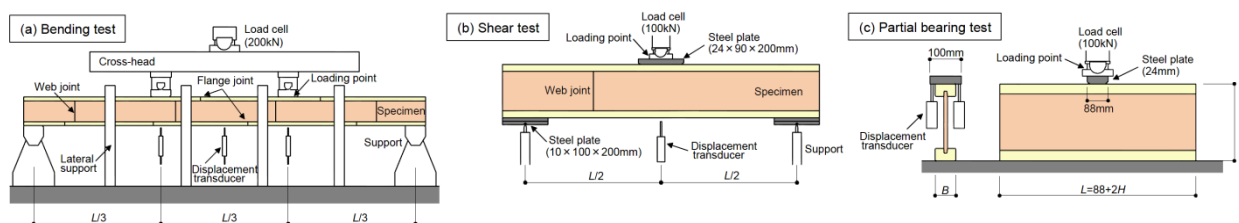
**Abbildung 3-5: Bezeichnung und Geometrie der Prüfkörper [47]**

Insgesamt wurden, wie in Abbildung 3-6 zu sehen, drei unterschiedliche Prüfkonfigurationen betrachtet. Für jede Prüfkonfiguration wurden pro Trägertyp jeweils 53 Proben untersucht.

Bei der in Abbildung 3-6 (links) dargestellten Vierpunktbiegeprüfung, wo vor allem die Biegetragfähigkeit der Träger untersucht wurde, kam es bei den Trägern mit vertikalen Gurten („edgewise“) hauptsächlich zu einem Zugversagen im Gurt und bei den horizontalen zu einem Schubversagen an der Verbindung. Laut Ohashi [47] zeigte sich bei dieser Prüfung, dass Träger mit einem Steg aus OSB eine um ca. 10 bis 20 % bessere Biegetragfähigkeit als Träger mit Sperrholzstegen erreichten.

Die in Abbildung 3-6 (Mitte) dargestellte Dreipunktbiegeprüfung diente vor allem für die Bestimmung der Schubtragfähigkeit der Träger. Bei den Trägern mit vertikalen („edgewise“) Gurten wurde vor allem ein Schubversagen des Steges beobachtet. Im Vergleich versagten die Träger mit horizontalen Gurten („flatwise“) hauptsächlich auf Schub in der Verbindung zwischen Steg und Gurt. Wie bereits bei der Biegetragfähigkeit, konnte hier nach Ohashi [47] bei OSB eine um ca. 10 bis 20 % höhere Schubfestigkeit ermittelt werden. Beim Schubmodul konnte sogar ein 75 bis 85 % höherer Wert beobachtet werden.

Bei der Prüfung des Auflagerwiderstandes, wie in Abbildung 3-6 (rechts) gezeigt, wurden wiederum zwei unterschiedliche Versagensmechanismen beobachtet. Querdruckversagen bei den vertikalen Gurten („edgewise“) und ein Aufspalten des Gurtes bei den Horizontalen („flatwise“). Die Tragfähigkeit ist hier bei beiden Stegmaterialien sehr ähnlich.



**Abbildung 3-6: Prüfkonfigurationen: (links) Biegeprüfung, (Mitte) Schubprüfung, (rechts) Prüfung des Auflagerwiderstandes [47]**

In Tabelle 3-3 sind die Ergebnisse der Prüfungen dargestellt. Nach Ohashi [47] eignet sich OSB besser als Furniersperrholz für die Verwendung als Stegmaterial.

Tabelle 3-3: Ergebnisse der Untersuchung

Type	$M_{\max}$ [kNm]				$EI$ [kNm <sup>2</sup> ]			
	Edgewise		Flatwise		Edgewise		Flatwise	
	PLY	OSB	PLY	OSB	PLY	OSB	PLY	OSB
mean	9,6	10,7	8,9	10,7	424	434	529	564
COV	10,2	11,6	10,4	10,4	11,0	11,1	9,3	9,5
N	53	53	53	53	53	53	53	53

Type	$Q_{\max}$ [kN]				$GA/\kappa$ [kN]			
	Edgewise		Flatwise		Edgewise		Flatwise	
	PLY	OSB	PLY	OSB	PLY	OSB	PLY	OSB
mean	10,6	12,2	9,1	10,6	1339	2338	1215	2254
COV	7,6	6,4	11	12,2	7,8	10,6	7,5	8,7
N	53	53	53	53	53	53	53	53

Type	$F_{cv}$ [kN]							
	Edgewise				Flatwise			
	PLY		OSB		PLY		OSB	
	C	E	C	E	C	E	C	E
mean	25	15	24,8	14,5	27,5	17	27,2	16,2
COV	14,6	12,1	15,2	9,7	12,5	17,3	14,2	13,3
N	53	10	53	10	53	10	53	10

C... Lasteinleitung in Trägermitte, E... Lasteinleitung am Trägerende, N... Anzahl Prüfkörper

## Diskussion

Die horizontale Anordnung der Gurte liefert eine höhere Biegetragfähigkeit und –steifigkeit, während eine vertikale Anordnung bessere Ergebnisse für Querkraftbeanspruchungen liefert. Horizontal angeordnete Gurte zeigen ein günstigeres Verhalten bei der Auflagerpressung.

Zu der in Tabelle 3-3 angegebenen Schub- und Biegesteifigkeit wurden in [47] keine genauen Angaben zur Ermittlung angegeben.

### 3-2.3 OHASHI (2012) [48]

Ohashi [48] führte eine weitere Untersuchung über die Einflüsse einer um 45° gedrehten Anordnung der einzelnen Furnierblätter zur Trägerlängsachse bei einem Steg aus Furniersperrholz durch.

In Abbildung 3-7 können die Abmessungen des Prüfkörpers entnommen werden. Es wurden Träger mit zwei unterschiedlichen Höhen, 235 mm und 286 mm, geprüft. Für das Gurtmaterial wurden zwei unterschiedliche Materialien untersucht: Vollholz aus japanischer Tanne und Furnierschichtholz aus japanischer Sichelanne. Bei den Prüfkörpern mit dem Gurt aus Furnierschichtholz, wurde auch für die Herstellung des Furniersperrholzes für den Steg, Sichelanne verwendet. Die Stege aus Furniersperrholz für die Prüfkörper mit dem Vollholzgurt wurden aus japanischer Lärche hergestellt. Zudem wurden Prüfungen mit einem Spanplattensteg in Verbindung mit den Vollholzgurten durchgeführt. Die Orientierung der Decklagen für das Furniersperrholz im Steg, wurde diagonal (DPW) und vertikal (PW) untersucht.



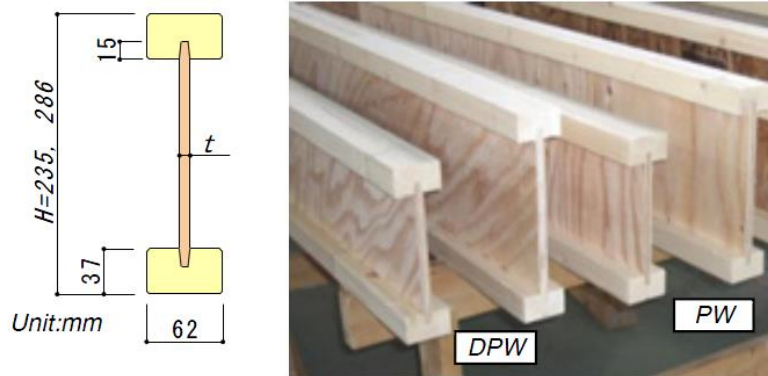


Abbildung 3-7: Abmessungen des Probekörpers, DPW = diagonal ausgerichtete Decklagen, PW = vertikal ausgerichtete Decklagen [48]

In Tabelle 3-4 ist die Anzahl der Prüfkörper und die Bezeichnung der Prüfserien dargestellt. Insgesamt wurden rund 70 Träger untersucht.

Tabelle 3-4: Anzahl der Prüfungen und Bezeichnungen der einzelnen Prüfserien [48]

Joist Type	Bending test		Shear test	
	H = 235 mm	H = 286 mm	H = 235 mm	H = 286 mm
<b>F-PW(LP)</b>	5	5	3	3
<b>F-DPW(LP)</b>	5	5	3	3
<b>F-PB</b>	4	4	3	3
<b>C-PW(LP)</b>	5	5	3	3
<b>C-DPW(LP)</b>	5	5	3	3

**H:** joist height [mm]; **F:** japanese fir lumber for flange; **C:** japanese cedar LVL for flange; **PW:** perpendicular plywood; **DPW:** diagonal plywood; **PB:** particle board; **LP:** japanese larch plywood for web; **CP:** japanese cedar plywood for web

In einem ersten Schritt wurden die Stegmaterialien in einer Schubprüfung, wie in Abbildung 3-8 (rechts) zu sehen ist, gegenübergestellt. Diese Prüfungen betrachteten noch nicht den fertig zusammengestellten Träger, sondern nur den Steg als Rechteckquerschnitt. Für Vergleichszwecke wurden zusätzlich Schubprüfungen an OSB durchgeführt. Die Werte zeigen laut Ohashi [48], dass die Schubsteifigkeit und -festigkeit des Sperrholzes, durch eine Anpassung der Faserorientierung der einzelnen Schichten bezüglich der Stabachse um 45°, deutlich erhöht werden kann. Es wurden sogar die Werte der in [48] verwendeten OSB und Faserplatten überschritten.

Für den weiteren Verlauf der Prüfungen am vollständigen Träger wurden zwei unterschiedliche Prüfkfigurationen gewählt: eine Dreipunktbiegeprüfung für die Biegung und eine Vierpunktbiegeprüfung für Schub. Der Aufbau dieser Prüfungen kann aus Abbildung 3-8 (links) und (rechts) entnommen werden.

Der häufigste Versagensmechanismus bei den Biegeprüfungen war ein Biegezugversagen im Untergurt. Bei den Schubprüfungen versagte der Prüfkörper meistens auf Schub entlang der vertikalen Steg-Steg Verbindung („web-joint“) und lokal im Gurt in den Auflager- und Lastenleitungsbereichen.

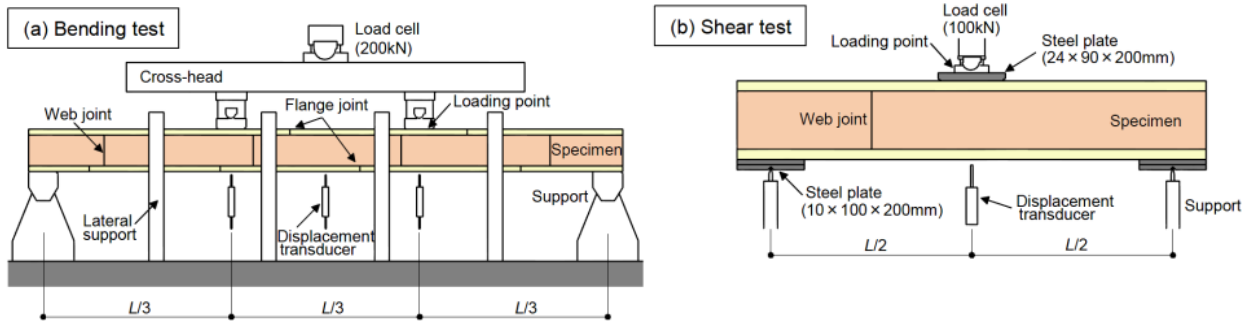


Abbildung 3-8: Prüfkonfigurationen: (links) Biegeprüfung, (rechts) Schubprüfung [48]

Aus Abbildung 3-9 können die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen entnommen werden. Obwohl die Biegesteifigkeit und -tragfähigkeit nur im geringen Maß von der Ausrichtung der einzelnen Schichten beeinflusst wurde, konnte laut Ohashi [48] die Schubsteifigkeit und die Schubfestigkeit deutlich erhöht werden. Diese Verbesserung der Schubeigenschaften führt zu einer um etwa 10 % geringeren Gesamtdurchbiegung und einer deutlichen Verminderung des Anteils der Schubverformung an der Gesamtdurchbiegung des Trägers bzw. Prüfkörpers.

Type		H=235mm							H=286mm						
		W	$M_{max}$	$EI$	$Q_{max}$	$GA/\kappa$	$\delta_{cal}$	$R_s$	W	$M_{max}$	$EI$	$Q_{max}$	$GA/\kappa$	$\delta_{cal}$	$R_s$
	AV	N/m	kN·m	kN·m <sup>2</sup>	kN	kN	mm	%	N/m	kN·m	kN·m <sup>2</sup>	kN	kN	mm	%
F-PW	AV	28.6	10.2	463	12.0	1347	6.3	19.9	31.7	11.8	693	15.7	1860	4.3	21.3
	CV		0.14	0.11	0.03	0.06				0.20	0.11	0.01	0.05		
F-DPW	AV	28.9	9.9	439	17.3	5197	5.7	5.8	30.5	12.3	671	16.7	5045	3.8	8.8
	CV		0.14	0.12	0.06	0.15				0.16	0.10	0.27	0.16		
F-PB	AV	31.9	9.8	431	16.3	2672	6.1	10.5	36.6	12.4	704	18.2	3441	3.8	12.9
	CV		0.24	0.06	0.04	0.10				0.19	0.10	0.01	0.09		
C-PW	AV	26.8	9.1	408	10.6	1064	7.3	21.8	30.6	12.3	660	13.8	1468	4.7	24.6
	CV		0.18	0.15	0.03	0.02				0.12	0.12	0.04	0.03		
C-DPW	AV	27.8	9.0	413	16.2	3803	6.1	7.3	29.9	11.6	623	16.7	4900	4.1	8.4
	CV		0.14	0.14	0.07	0.10				0.07	0.11	0.05	0.14		

AV: Average ; CV: Coefficient of variation ; H: Joist Height ; W: Joist Weight ;  $M_{max}$ : Maximum bending moment in bending test ;  $EI$ : Pure bending stiffness in bending test ;  $Q_{max}$ : Maximum shear force in shear test ;  $GA/\kappa$ : Shear stiffness in shear test ;  $\delta_{cal}$ : Calculated deflection at mid-point of 3640mm span (Joist pitch=455mm, Uniform distributed load=2250N/m<sup>2</sup>) ;  $R_s$ : Ratio of shear component included in  $\delta_{cal}$ .

Abbildung 3-9: Mechanische Eigenschaften von I-Trägern aus Biege- und Schubprüfungen [48]

## Diskussion

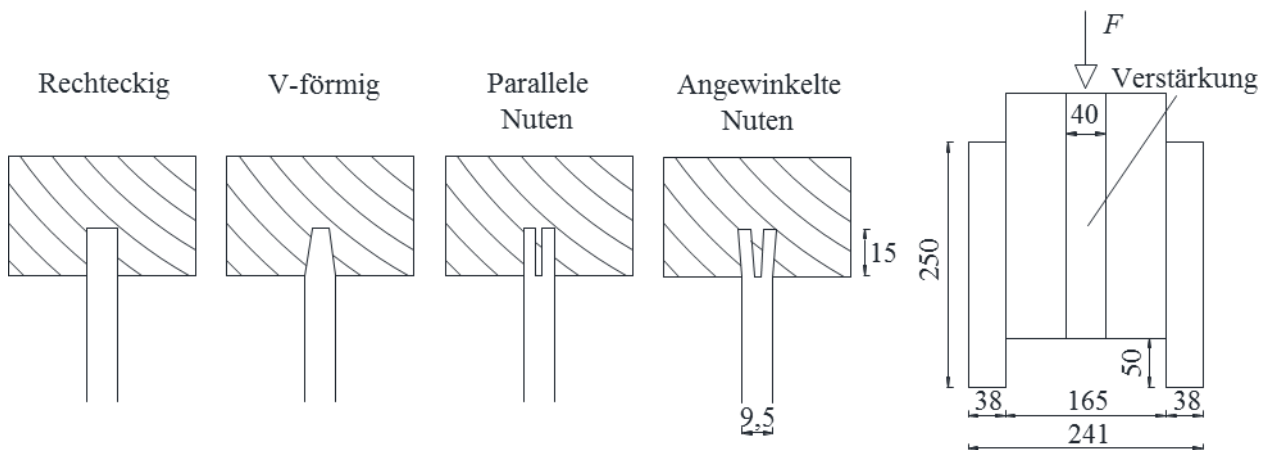
Interessant ist die höhere Biegetragfähigkeit und -steifigkeit der Prüfkörper mit Gurten aus Vollholz (japanische Tanne) im Vergleich zu Furnierschichtholz (japanische Sichelanne). Für eine genauere Untersuchung dieser Tatsache wären genauere Angaben zur Festigkeit der Ausgangsmaterialien nötig.

### 3-2.4 RIBEIRO (2012) [57]

Ribeiro [57] hat, wie in Abbildung 3-10 (links) dargestellt, vier verschiedene Gurt-Steg-Verbindungstypen untersucht:

- rechteckig
- V-Förmig mit  $8,6^\circ$  angewinkelt
- zwei parallele Nuten
- zwei um  $4,6^\circ$  gewinkelte Nuten

Die Probekörper besaßen Gurte aus Kiefer und einem Steg aus OSB (Home Plus der Firma LP Brasil) mit einer Dicke von 9,5 mm. Insgesamt wurden für jede Verbindungsart 6 Prüfungen durchgeführt. Bei der Prüfung handelte es sich, wie man in Abbildung 3-10 (rechts) erkennen kann, um eine Scherprüfung der Klebefuge. Um ein lokales Versagen des Steges an der Lasteinleitung zu vermeiden, wurde dieser verstärkt.



**Abbildung 3-10:** (links) Untersuchte Verbindungsarten, (rechts) Prüfkonfiguration

In Tabelle 3-5 sind die Ergebnisse der Prüfungen dargestellt. Bei den Trägern mit diesen zwei Verbindungsarten trat ein Versagen des Steges auf Schub, in der Nähe der Verstärkung, ein. Bei den Trägern mit parallelen und angewinkelten Nuten trat hingegen ein Versagen in der Nähe der Verbindung auf. Dies ist laut Ribeiro [57] vor allem auf eine Reduktion der Schubfläche durch die Ausbildung der Nuten zurückzuführen.

Nach Ribeiro [57] lieferten die rechteckige und die V-förmige Verbindung, mit einer um 15,1 % höheren Tragfähigkeit als die Nuten-Verbindungen, die besten Ergebnisse. Ein weiterer Vorteil dieser Verbindungsarten ist die einfachere Herstellung.

**Tabelle 3-5: Ergebnisse der Prüfung [56]**

Specimens	average load (kN)	standard deviation (kN)	rupture mode
Rectangular	31,15	1,82	Tore in shear
Wedge-shaped "V"	28,47	1,52	Tore in shear
Parallel grooves	27,51	1,71	Tore near connection
Two inclined grooves	26,46	1,62	Tore near connection

### 3-2.5 PIRZADA (2007) [53]

Pirzada (2007) [53] führte FE-Analysen und Prüfungen durch, um die Geometrie einer V-Nut als Verbindung zwischen Steg und Gurt zu studieren. Die Untersuchungen wurden auf verschiedene Winkel von 4° bis 8°, und Zinkenlängen von 9,5mm bis ca. 16 mm eingegrenzt. Zunächst wurde dabei ein FE-Modell erstellt und die daraus folgenden Ergebnisse mit einer experimentellen Studie verglichen.

Um ein FE-Modell zu erstellen, wurden verschiedene Materialien auf Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften geprüft. Bei der Bearbeitung in [54] wurden bereits die Eigenschaften der amerikanischen Rot-Kiefer untersucht. In [53] werden zusätzlich die Festigkeiten der Schwarz-Fichte und einer, in der Herstellung von I-Trägern üblichen, Grobspanplatte bestimmt. Die Träger wurden aus einem aus OSB bestehenden Steg und einem aus Schwarz-Fichte bzw. Rot-Kiefer bestehenden Gurt hergestellt.

Aus einer kleinen Voruntersuchung wurden jeweils zwei maßgebende Werte für Flankenneigung und Zinkenlänge näher untersucht:

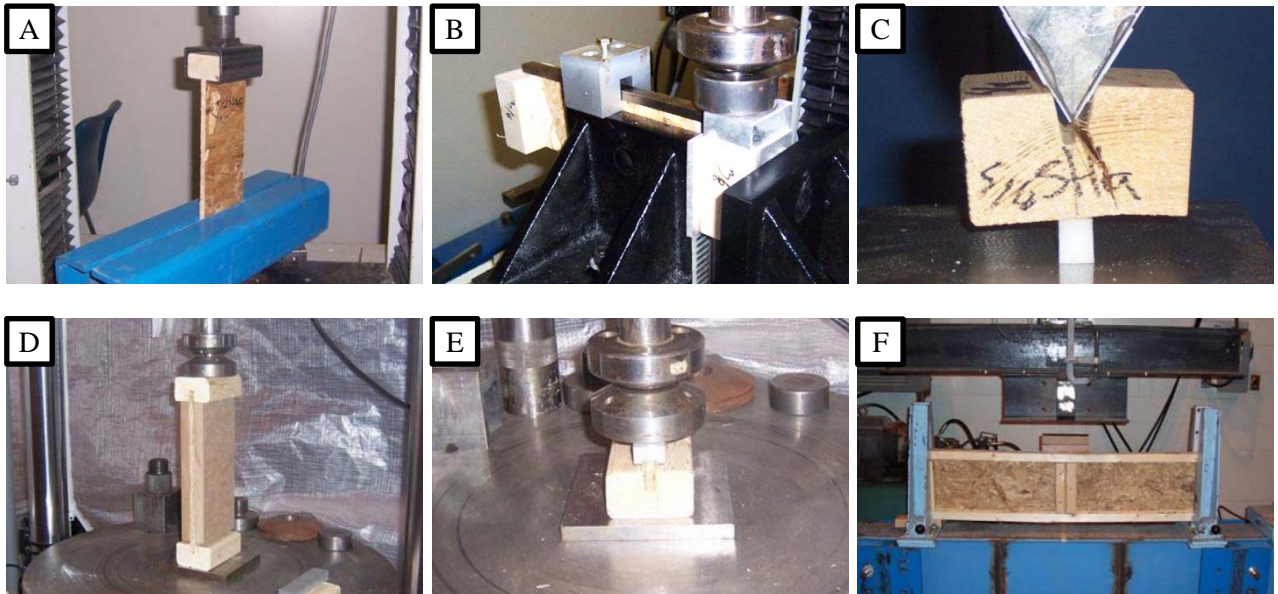
Flankenneigung:      4° und 6°  
 Zinkenlänge:            ½“ und 5/8“ (12,7 und 15,87 mm)

Um die Tragfähigkeit der Verbindung zu bestimmen, wurden folgende Prüfungen (Abbildung 3-11) durchgeführt:

- Zugtragfähigkeit der Verbindung senkrecht zur Trägerachse (mit und ohne Verklebung) (A)
- Schubtragfähigkeit der Verbindung (mit und ohne Verklebung) (B)
- Tragfähigkeit gegenüber Querszugbeanspruchung des Gurtes (C)
- Tragfähigkeit gegenüber Quersdruckbeanspruchung am gesamten Querschnitt (D)
- Tragfähigkeit gegenüber Quersdruckbeanspruchung am Teilquerschnitt (E)
- Schubtragfähigkeit am Bauteil (F)

Für die Prüfungen A, B und D wurde ein Träger mit einer Höhe von ca. 30 cm und einer Länge von 10 cm verwendet. Für die Prüfung der Tragfähigkeit gegenüber Quersdruckbeanspruchung am Teilquerschnitt (E) wurde der bei A, B und D verwendete Prüfkörper ca. 6 mm über der Steg-Gurt-Verbindung abgeschnitten. Die Prüfung der Tragfähigkeit gegenüber Querszugbeanspruchung des Gurtes (C) wurde an einem Prüfkörper mit den Abmessungen von 50x65x38 mm durchgeführt. Für die Prüfung der Schubtragfähigkeit am Bauteil (F) wurden Träger mit einer Länge von 1,32 m verwendet. Für die Dreipunktbiegeprüfung wurde eine Spannweite von rund 1 m gewählt und der Steg wurde am Lasteinleitungspunkt und am Auflager seitlich verstärkt.

Für die Herstellung der Verbindung zwischen Steg und Gurt wurde ein Pressdruck von  $0,14 - 0,20 \text{ N/mm}^2$  verwendet.



**Abbildung 3-11: Prüfkonfigurationen laut Pirzada [53]**

In Tabelle 3-6 sind die Ergebnisse der oben genannten Prüfungen ersichtlich. Die Tragfähigkeit wird in kN angegeben und in den Klammern sind jeweils die Standardabweichung und die Anzahl der durchgeführten Prüfungen eingetragen. Für die mit [k. A.] gekennzeichneten Prüfungen gab es keine genaue Angabe zur Anzahl der getesteten Prüfkörper.

Laut Pirzada [53] schließt die Verbindung mit einer Zinken­neigung von  $6^\circ$  und einer Zinkenlänge von 16 mm am besten ab. Bei der Bestimmung der Schubtragfähigkeit am Bauteil (F) wurden zwei verschiedene Versagensmodi beobachtet. Die Verbindung mit  $4^\circ$  Flanken­neigung führt zu einem Schubversagen im Steg entlang der Verbindung zwischen Steg und Gurt, die Flanken­neigung von  $6^\circ$  hingegen ruft ein Schubversagen im Steg hervor.

Tabelle 3-6: Ergebnisse der Prüfungen [53]

Prüfung (siehe Abbildung 3-11)	4° Zinkennehmung		6° Zinkennehmung			
	9,5 mm	16 mm	9,5 mm	16 mm		
Zugtragfähigkeit der Verbindung	nicht verklebt	A	0.158 (0.03) [9]	0.142 (0.017) [8]	0.154 (0.043) [8]	0.136 (0.012) [5]
	verklebt		3.47 (0.07) [k. A.]	3.24 (0.33) [k. A.]	3.32 (0.09) [k. A.]	4.55 (0.26) [k. A.]
Gleiten der Verb.	verklebt	B	10.01 (0.63) [k. A.]	9.07 (0.38) [k. A.]	8.85 (0.48) [k. A.]	9.36 (0.30) [k. A.]
Aufspalten des Gurtes		C	1.56 (0.078) [4]	1.25 (0.059) [4]	1.76 (0.163) [6]	1.77 (0.001) [6]
Auflagerpressung	Gesamt-QS	D	14.84 (1.09) [11]	13.54 (1.01) [11]	14.01 (0.93) [14]	17.21 (0.83) [14]
	Teil-QS	E	14.84 (1.24) [5]	16.30 (0.48) [5]	15.03 (1.22) [5]	21.83 (1.24) [5]
Schub - Dreipunktbiegeprüfung		F	23.13 (0.84) [k. A.]	22.53 (1.06) [k. A.]	25.19 (0.5) [k. A.]	26.78 (0.78) [k. A.]

Einheiten: Tragfähigkeit in kN, (Standardabweichung), [Anzahl Prüfungen]

Der Fokus der FE-Analyse lag darauf, eine optimale Länge der Keilzinke zu finden. Dabei wurde ein Modell erstellt, mit dem die Tragfähigkeit gegenüber Querdruckbeanspruchung eines Teilquerschnittes mit unterschiedlichen Zinkenlängen (10 mm, 15 mm, 20 mm und 25 mm) verglichen werden soll. Dabei wurde ein Vollholzgurt mit einer Breite von 63 mm und einer Höhe von 38 mm und ein OSB-Steg mit einer Dicke von 9,5 mm verwendet. Die Gesamtlänge des Modells betrug 42 mm. Die Zinkennehmung wurde in Abhängigkeit von der Zinkenlänge eingestellt, wobei die Spitze des Steges bei allen Varianten 3 mm betrug.

In Abbildung 3-12 sind die Ergebnisse der FE-Analyse ersichtlich. Laut Pirzada [53] erreicht der Prüfkörper mit einer Zinkenlänge von 15 mm die höchste Tragfähigkeit gegenüber Querdruckbeanspruchung.

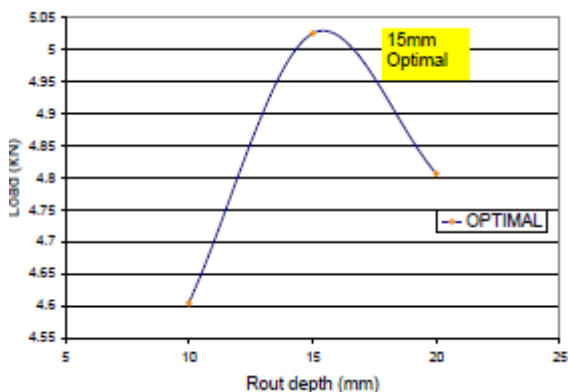


Abbildung 3-12: Durch die FE-Analyse bestimmte zu erwartende Maximallasten in Abhängigkeit der Zinkenlänge [53]

---

## 3-3 ZUSAMMENFASSUNG

---

In diesem Abschnitt werden die aus 3-2 erhaltenen Informationen zum Thema Einflussgrößen auf das Tragverhalten von I-förmigen Trägern zusammengefasst.

### 3-3.1 GURT

Fan [17] untersucht den Einfluss der Gurtgeometrie bei einer Querkraftbeanspruchung. Daraus ergibt sich, dass die Tragfähigkeit des Bauteils bei einer solchen Beanspruchung durch hohe Gurte (Verkleinerung der effektiven Steghöhe) verbessert werden kann. Durch Ohashi [47] werden die Ergebnisse aus Fan [17] bestätigt. Bei einer Biegebeanspruchung und bei einer Querdrukbeanspruchung infolge lokaler Lasteinleitung werden laut Ohashi [47] jedoch breite Gurte bevorzugt.

### 3-3.2 STEG

Ohashi [48] untersucht den Einfluss einer um 45° gedrehten Anordnung der einzelnen Furnierblätter zur Trägerachse bei einem aus Furniersperrholz bestehenden Steg. Die Ergebnisse zeigen, dass dadurch eine geringe Abnahme der Biegetragfähigkeit und –festigkeit stattfindet. Die Schubfestigkeit und –steifigkeit können jedoch deutlich erhöht werden.

In Fan [17] werden unterschiedliche Materialien für den Steg verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass bei einer Querkraftbeanspruchung ein Steg aus Hartfaserplatte am besten abschließt, gefolgt von OSB und schließlich Furniersperrholz. Ohashi [47] führt ähnliche Untersuchungen durch. Er betrachtet Stege aus OSB und Furniersperrholz und vergleicht diese bei Querkraft- und Biegebeanspruchungen. Wiederum können die Ergebnisse aus Fan [17] bestätigt werden und es wird im Allgemeinen eine bessere Tragfähigkeit beim Steg aus OSB beobachtet. Vor allem kann bei dem Steg aus OSB eine deutlich höhere Schubsteifigkeit erreicht werden.

### 3-3.3 VERBINDUNG GURT-STEG

Ribeiro [57] vergleicht unterschiedliche Verbindungen zwischen Steg und Gurt. Aus den Ergebnissen zeigt sich, dass von den betrachteten Verbindungen (siehe Abbildung 3-10), eine rechteckige bzw. V-förmige Verbindung am besten abschließt. Pirzada [53] führt Untersuchungen zu einer V-förmigen Verbindung zwischen Steg und Gurt und vergleicht dabei unterschiedliche Zinkenlängen und –neigungen. Dabei ergeben sich, für die betrachteten Belastungssituationen, eine optimale Zinkenlänge von 16 mm und eine Zinkenneigung von 6°.

## Kapitel 4: THEORETISCHE GRUNDLAGEN ZUR BERECHNUNG VON I-FÖRMIGEN BAUTEILEN

Im folgenden Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zur Berechnung von I-förmigen Bauteilen erläutert, wobei der Fokus auf I-Träger, bestehend aus Furnieren, liegt. Zuerst wird auf die richtungsabhängigen Eigenschaften von Holz eingegangen und wie die mechanischen Eigenschaften in der entsprechenden Faserrichtung erfasst werden. Als nächstes folgt ein Überblick der, für die Berechnung schubweicher Balken, verwendeten Theorien bzw. Ansätze, die für die Ermittlung der Spannungen und der Verformungen am Balken notwendig sind. Folgend wird auf die Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit genauer eingegangen. Es werden die maßgebenden Stellen am Bauteil bzw. am Querschnitt bestimmt und die entsprechende Nachweisführung erläutert.

### 4-1 MATERIAL

Holz ist ein inhomogenes und anisotropes Material mit stark unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften in den Richtungen längs und quer zur Faser. Das ausgeprägte richtungsabhängige Materialverhalten von Holz ist auf die natürliche Struktur des gewachsenen Baumes zurückzuführen. Generell wird bei Holz, wie in Abbildung 4-1 ersichtlich, zwischen drei Belastungsrichtungen unterschieden: Longitudinal, radial und tangential. Die dazugehörigen Schnittebenen werden als  $RT$  (Querschnitt),  $LT$  (Tangentialschnitt) und  $LR$  (Radialschnitt) bezeichnet. [36]

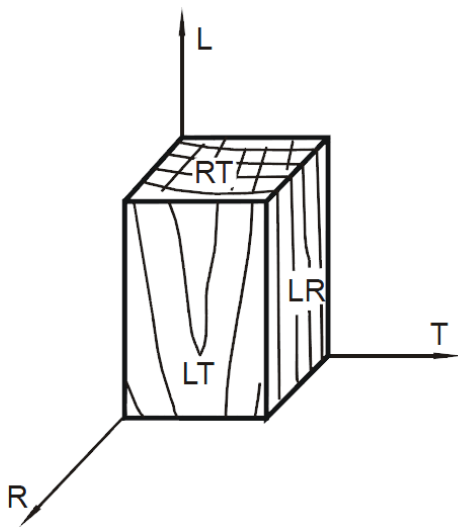


Abbildung 4-1: Belastungsrichtungen und Schnittebenen bei Holz [36]



Für die Verwendung von Holz als Baustoff und vor allem als Werkstoff im konstruktiven Ingenieurbau für Bauteile mit Tragfunktion, ist in den meisten Fällen und Problemstellungen in der Praxis eine Beschreibung des Materialverhaltens in zwei Richtungen IN und QUER zur Faserrichtung ausreichend. [58]

### **IN Faserrichtung: 0°**

In Faserrichtung erreichen die mechanischen Eigenschaften ein Maximum. Dies ist auf die natürliche Optimierung von Holz an den einwirkenden Belastungen beim Wachstum zurückzuführen. Beim Entwurf eines tragenden Bauteils, sollte daher versucht werden, diese Eigenschaften in der Haupttragrichtung einzusetzen. [58]

### **QUER zur Faserrichtung: 90°**

Wie bereits erwähnt werden die mechanischen Eigenschaften in radialer und tangentialer Richtung aufgrund des geringen Unterschiedes vereinfacht als quer zur Faserrichtung zusammengefasst. Im Allgemeinen sind die mechanischen Eigenschaften von Holz in Faserquerrichtung deutlich geringer als die in Faserlängsrichtung. [58]

Im Zuge der vorliegenden Masterarbeit wird der Fokus auf furnierbasierte Werkstoffe gelegt. Die statische Wirkungsweise von flächenförmigen Holzwerkstoffen fordert eine Unterscheidung der mechanischen Eigenschaften in Scheiben- und Plattenrichtung. Dafür werden folgende Bezeichnungen aus ON EN 14374 [46] verwendet:

- „edge“: Belastungsrichtung parallel zu den Klebstoffugen zwischen den Furnieren (Scheibe)
- „flat“: Belastungsrichtung rechtwinklig zu den Klebstoffugen zwischen den Furnieren (Platte)

Für die in diesem Kapitel durchgeführten Berechnungen werden, über die einzelnen Schichten im Querschnittsaufbau und entlang der Balkenachse, konstante Materialeigenschaften angenommen.

## **4-2 INDIZIERUNG**

---

In diesem Abschnitt wird auf die im Zuge der vorliegenden Masterarbeit verwendete Indizierung von mechanischen Eigenschaften und Spannungen eingegangen.

### **4-2.1 MECHANISCHE EIGENSCHAFTEN**

Für die Beschreibung der mechanischen Eigenschaften werden folgende Indizes verwendet, wobei der 3. Index nur bei flächenförmigen Holzwerkstoffen verwendet wird:

- 1. Index: Art der Beanspruchung (*m*, *v*, *c* oder *t*)
- 2. Index: Richtung der Beanspruchung (0 oder 90)
- 3. Index: Scheiben- oder Plattenbeanspruchung („edge“ oder „flat“)
- 4. Index: *k* charakteristischer Wert  
*d* Bemessungswert  
*mean* Mittelwert

In Abbildung 4-2 sind die für furnierbasierte Werkstoffe nach ON EN 14374 [46] verwendete Bezeichnungen für Festigkeiten, Elastizitätsmoduln und Schubmoduln angegeben. Die Richtung der Beanspruchung ist dabei auf die Faserorientierung der Decklagen bezogen.

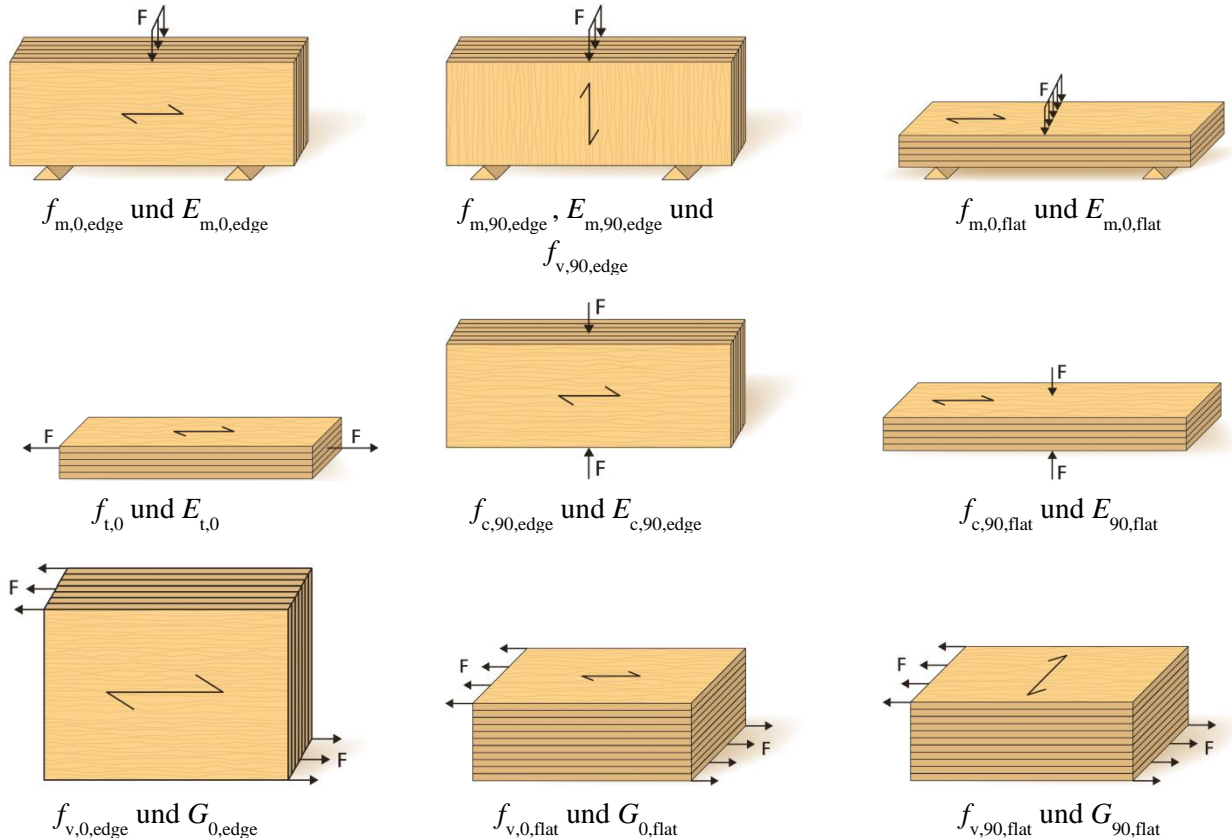


Abbildung 4-2: Bezeichnung von Festigkeiten, Elastizitätsmoduln und Schubmoduln bei furnierbasierten Werkstoffen nach ON EN 14374 [46]

## 4-2.2 SPANNUNGEN

In diesem Abschnitt werden die in dieser Arbeit verwendeten Indizes der Spannungen (Normal- und Schubspannungen) festgelegt.

In Abbildung 4-3 ist ein Volumenelement mit den entsprechenden Spannungsbezeichnungen dargestellt.

Für die Beschreibung der Spannungen werden folgende Indizes verwendet:

- 1. Index: Richtung der Schnittebenennormalen
- 2. Index: Richtung der Spannung

Bei der Kennzeichnung von Normalspannungen wird im Allgemeinen auf eine Doppelindizierung verzichtet, da die Richtung der Schnittebenennormalen mit der der Spannung übereinstimmt. [26]

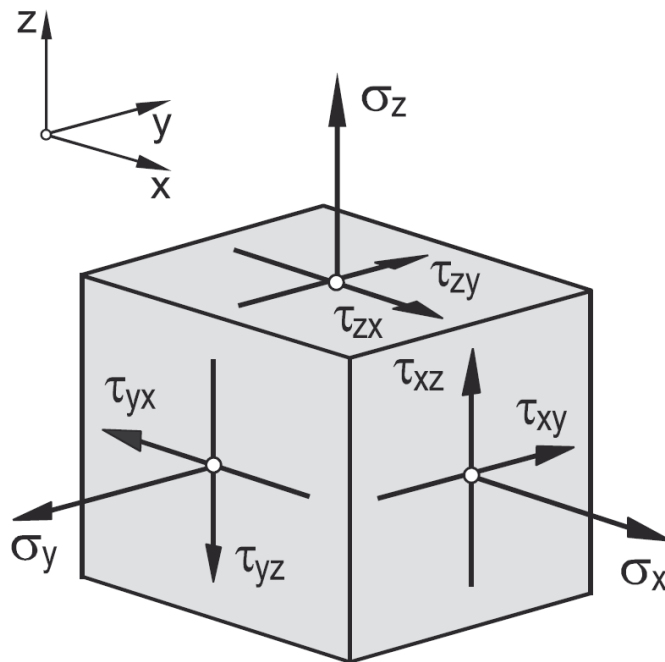


Abbildung 4-3: Indizierung von Normal- und Schubspannungen [26]

## 4-3 ANSÄTZE DER BALKENTHEORIE

Die Berechnung eines Balkens erfolgt nach der technischen Biegetheorie. Die Voraussetzungen dieser Theorie können laut Mahnen [27] wie folgt zusammengefasst werden:

1. Die Balkenachse ist im unbelasteten Zustand gerade oder schwach gekrümmt.
2. Der Balken ist schlank ( $l \gg h, b$ , Richtwert:  $l \geq 5h, 5b$ ).
3. Die Querschnitte sind formtreu, d. h. die Querschnittsform bleibt im belasteten Zustand erhalten.
4. Die Verformungen sind klein ( $w, v \ll h, b$ , Richtwert:  $w, v \leq l/500$ ).
5. Der Werkstoff ist linear-elastisch, isotrop und im Querschnitt homogen.
6. Die Querschnittsfläche  $A(x)$  ist bereichsweise konstant (prismatischer Stab) oder höchstens schwach veränderlich.
7. Die eingprägten Kräfte und Lagerreaktionen rufen keine Verdrehung des Querschnitts um die Balkenachse hervor.

Falls diese Voraussetzungen nicht eingehalten werden können, sind Anpassungen dieser Theorie nötig. Weiterführende Theorien unterscheiden grundsätzlich zwischen schubweiche und schubstarre Modelle. [10]

In den folgenden Abschnitten wird auf die Euler-Bernoulli (schubstarr) und auf die Timoschenko (schubweich) Balkentheorie, welche den in den darauf folgenden Abschnitten durchgeführten Berechnungen zugrundegelegt wurde, genauer eingegangen.

### 4-3.1 EULER-BERNOULLI BALKEN (EBB)

Wenn man von der klassischen Balkentheorie spricht, wird meistens die „Euler-Bernoulli-Balkentheorie“ gemeint. Dabei handelt es sich um ein Modell, dass die Schubverformungen aus der Querkraft vernachlässigt. Folgend werden die grundlegenden Annahmen der Euler-Bernoulli-Balkentheorie dargelegt [27]:

1. Es existiert eine Ebene ohne Längsdehnungen. Man bezeichnet sie als neutrale Ebene. Im Falle eines Stabes reduziert sich die Ebene auf eine Gerade die sogenannte Stabachse.
2. Querschnitte bleiben eben, sie verdrehen sich aber (1. Bernoulli Annahme)
3. Querschnitte bleiben normal zur Balkenachse (2. Bernoulli Annahme)
4. Verformungen in der Querschnittsebene infolge Querkontraktion werden vernachlässigt

Die Bestimmung der kinematischen Beziehungen erfolgt an einem Balken unter reiner Biegung, also durch zwei Randmomente  $\bar{M}$  belastet. Durch die reine Biegung tritt entlang der Stabachse am Querschnitt nur das konstante Schnittmoment  $M(x) = \bar{M}$  auf. Zur besseren Darstellung des Verformungsverhaltens wird der Träger, wie in Abbildung 4-4 dargestellt, mit horizontalen und vertikalen Gitterlinien überzogen. Durch die konstante Momentenbelastung erfahren alle horizontalen Gitterlinien eine konstante Krümmung, stellen also einen Kreisbogenabschnitt dar. Die ursprünglich vertikalen Gitterlinien bleiben nach der Euler-Bernoulli-Balkentheorie normal zur Balkenachse, also normal zu den horizontalen Gitterlinien. Durch die Verformung des Trägers erfahren die oberen Gitterlinien eine negative und die unteren eine positive Längenänderungen. Durch die kontinuierliche Änderung der Dehnungen über die Höhe des Trägers gibt es eine Gitterlinie, die sogenannte neutrale Faser, die keine Längenänderung erfährt. [27]

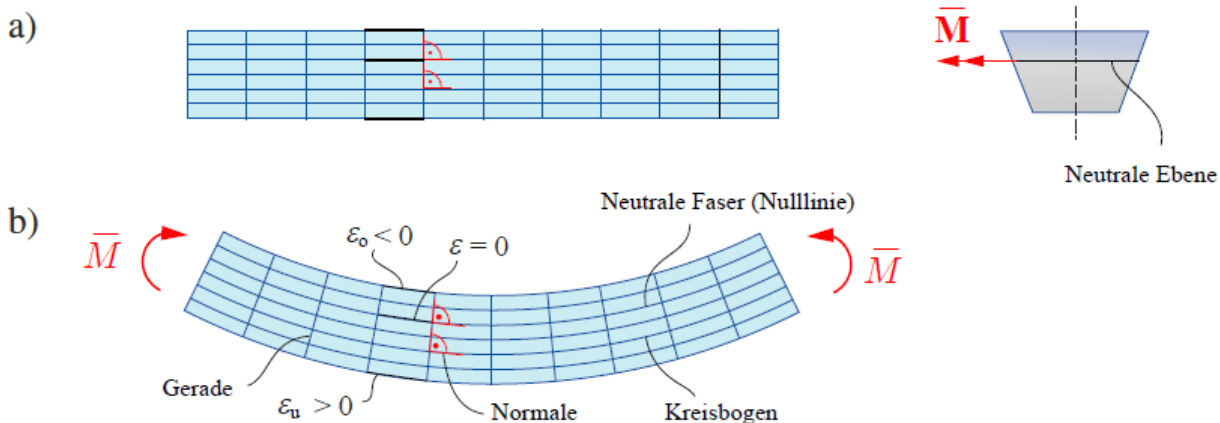


Abbildung 4-4: Die reine Biegung: a) unverformter und b) verformter Balken mit Gitterlinien [27]

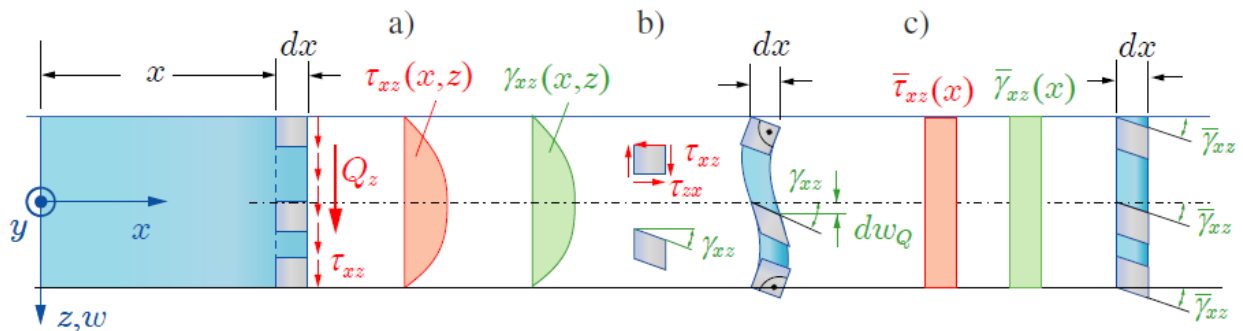
Dadurch, dass die einzelnen Querschnitte normal zur Balkenachse und eben bleiben, erfährt ein solcher Balken keine zusätzlichen Verformungen infolge Querkraft.

### 4-3.2 TIMOSCHENKO BALKEN (TB)

Wie bereits erwähnt, besagt die EBB-Theorie, dass die Formänderungen eines Biegestabes nur durch Längsspannungen ausgelöst werden, und dass die einzelnen Querschnitte des Biegestabes eben bleiben. Dies kann jedoch nur bei Materialien mit einem hohen Verhältnis zwischen Schub- und Elastizitätsmodul

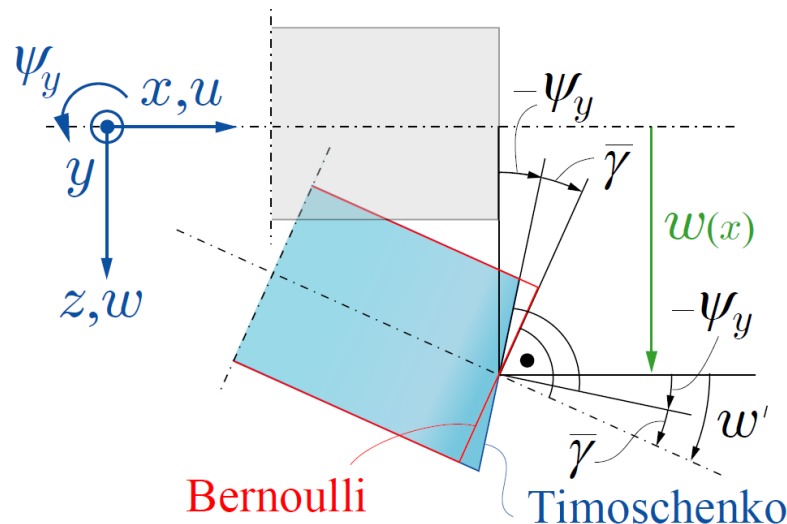
vereinfachend angenommen werden. Im Allgemeinen wird bei Bauteilen aus Holz und Holzwerkstoffen der Einfluss von Schub auf die Gesamtverformung berücksichtigt, man spricht also von einem schubweichen Balken. [15]

Bei der Betrachtung schubweicher Balken kann man erkennen, dass es durch die, über die Balkenhöhe, veränderlichen Schubspannungen und Verzerrungen (siehe Abbildung 4-5.a), zu einer Verwölbung des Querschnittes kommt (Abbildung 4-5.b). Die genaue Erfassung nichtlinearer Schubspannungen ist jedoch rechnerisch aufwändig. Darum wird zur Vereinfachung der Berechnung die Timoschenko-Balkentheorie verwendet, die, wie in Abbildung 4-5.c ersichtlich, eine konstante Schubverzerrung über die Balkenhöhe annimmt. [27]



**Abbildung 4-5:** Einfluss der Querkraft: a) nichtlinearer Verlauf von Schubspannung und Schubverzerrung, b) tatsächliche Verwölbung des Querschnitts, c) Näherung für Schubspannung und Schubverzerrung nach Timoschenko [27]

In Abbildung 4-6 ist ein Vergleich zwischen einem EBB und einem TB angeführt. Bei der TB-Theorie kommt es zusätzlich zu einer Schubverzerrung  $\bar{\gamma} = \gamma_{xz}(x)$ . Da diese als konstant angenommen wird, bleibt die 1. Bernoulli-Annahme (Ebenbleiben der Querschnitte) weiterhin erhalten. Durch diese Verzerrung bleiben aber die einzelnen Querschnitte nicht mehr senkrecht zur Balkenachse. [27]



**Abbildung 4-6:** Vergleich der Balkentheorien nach Bernoulli und Timoschenko [27]

Im folgenden Abschnitt werden die Grundgleichungen der TB-Theorie hergeleitet und erläutert.

### 4-3.2.1 Gleichungen der Timoschenko-Balkentheorie [27]

Für die Herleitung der Grundgleichungen werden nach Abbildung 4-6 zwei kinematische Variablen verwendet: die Verdrehung des Querschnitts um die  $y$ -Achse  $\psi_y(x)$  und die Verschiebung der Balkenmittellinie  $w(x)$ . Somit ergeben sich für die Verformungen in den entsprechenden Richtungen  $x$ ,  $y$ , und  $z$  folgende Bedingungen:

$$\begin{aligned} u_x(x, z) &= \psi_y(x) \cdot z \\ u_y(x, z) &= 0 \\ u_z(x, z) &= w(x) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Mit

$u_x, u_y, u_z(x, z)$	Verschiebung in $x$ , $y$ und $z$ -Richtung [mm]
$\psi_y(x)$	Querschnittsverdrehung um die $y$ -Achse an der Stelle $x$ des Balkens [-]
$w(x)$	Verschiebung der Balkenmittellinie in $z$ -Richtung an der Stelle $x$ des Balkens [mm]

Daraus folgt für die Dehnung in  $x$ -Richtung und für die Verzerrung in der  $xz$ -Ebene:

$$\varepsilon_x(x, z) = \frac{\partial u_x}{\partial x} = z \cdot \psi'_y(x) \quad (4.2)$$

$$\bar{\gamma}_{xz}(x) = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} = \psi_y(x) + w'(x) \quad (4.3)$$

Mit

$\varepsilon_x(x, z)$	Dehnung in $x$ -Richtung [-]
$\bar{\gamma}_{xz}(x)$	mittlere Schubverzerrung in der $xz$ -Ebene [-]

Aus dem Hooke'schen Gesetz ergeben sich die Normalspannung in  $x$ -Richtung  $\sigma_x$  und die mittlere Schubspannung  $\bar{\tau}_{xz}$ :

$$\sigma_x(x, z) = E \cdot \varepsilon_x(x, z) = E \cdot z \cdot \psi'_y(x) \quad (4.4)$$

$$\bar{\tau}_{xz}(x) = G \cdot \bar{\gamma}_{xz}(x) = G \cdot (\psi_y(x) + w'(x)) \quad (4.5)$$

Mit

$\sigma_x(x, z)$	Normalspannungen in $x$ -Richtung [N/mm <sup>2</sup> ]
$\bar{\tau}_{xz}(x)$	mittlere Schubspannung in der $xz$ -Ebene [N/mm <sup>2</sup> ]
$E$	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$G$	Schubmodul [N/mm <sup>2</sup> ]

Durch Integration der Spannungen, also Gl. (4.4) und Gl. (4.5), können die Schnittkräfte, wie in Gl. (4.6) und Gl. (4.7) dargestellt, an der Stelle  $x$  des Balkens berechnet werden. Da die Schubspannung  $\bar{\tau}_{xz}$  auf Basis der kinematischen Annahmen nach Timoschenko konstant über die Balkenhöhe verteilt ist, wird

das lokale Spannungsgleichgewicht am Querschnitt nicht erfüllt und steht somit im Widerspruch mit dem tatsächlichen Schubspannungsverlauf. Zur Behebung der Inkompatibilität wird ein Korrekturfaktor  $\kappa_s$  eingeführt, der sich aus Energiebetrachtungen ableitet. Im Allgemeinen wird die mit dem Faktor  $\kappa_s$  reduzierte Querschnittsfläche als effektiv wirksame Schubfläche  $A_S$  bezeichnet.

$$M_y = \int_A \sigma_x \cdot z \cdot dA = E \cdot \int_A z^2 \cdot dA \cdot \psi'_y(x) = E \cdot I_y \cdot \psi'_y(x) \quad (4.6)$$

$$Q_z = \int_A \bar{\tau}_{xz} \cdot dA = \bar{\tau}_{xz} \cdot A_S \quad (4.7)$$

$$A_S = \frac{A}{\kappa_s} \quad (4.8)$$

Mit

$M_y$	Biegemoment um die $y$ -Achse [Nmm]
$Q_z$	Querkraft in $z$ -Richtung [N]
$I_y$	Flächenträgheitsmoment um die $y$ -Achse [mm <sup>4</sup> ]
$A$	Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]
$A_S$	effektiv wirksame Schubfläche [mm <sup>2</sup> ]
$\kappa_s$	Schubkorrekturfaktor [-]

Die Herleitung der effektiv wirksamen Schubfläche und des damit verbundenen Schubkorrekturfaktors kann aus Abschnitt 4-3.2.2 entnommen werden.

Setzt man Gl. (4.4) bzw. Gl. (4.5) in Gl. (4.6) bzw. Gl. (4.7) ein erhält man folgende Differentialgleichungen:

$$\frac{M_y(x)}{EI_y} = \psi'(x) = -w_B''(x) \quad (4.9)$$

$$\frac{Q_z(x)}{GA_S} = \bar{\gamma}_{xz}(x) = \psi_y(x) + w'(x) = w_Q'(x) \quad (4.10)$$

Mit

$w_B(x)$	Verformung zufolge Biegemoment um die $y$ -Achse an der Stelle $x$ des Balkens [mm]
$w_Q(x)$	Verformung zufolge Querkraft in $z$ -Richtung an der Stelle $x$ des Balkens [mm]

Somit ergeben sich folgende Beziehungen:

$$w_M'(x) = -\psi_y(x) \quad (4.11)$$

$$w_Q'(x) = \bar{\gamma}_{xz}(x) \quad (4.12)$$

Wobei

$$w(x) = w_B(x) + w_Q(x) \quad (4.13)$$

Mit

$w(x)$  Verschiebung der Balkenmittellinie in  $z$ -Richtung an der Stelle  $x$  des Balkens [mm]

Abbildung 4-7 stellt die Verschiebungen  $w_B(x)$  aus Biegemoment um die  $y$ -Achse und  $w_Q(x)$  aus Querkraft in  $z$ -Richtung für einen Kragträger dar. Da in diesem Fall die Querkraft über die gesamte Länge des Balkens konstant bleibt, ist die Schubverzerrung  $\bar{\gamma}_{xz}$  lt. Gl. (4.10) auch konstant.

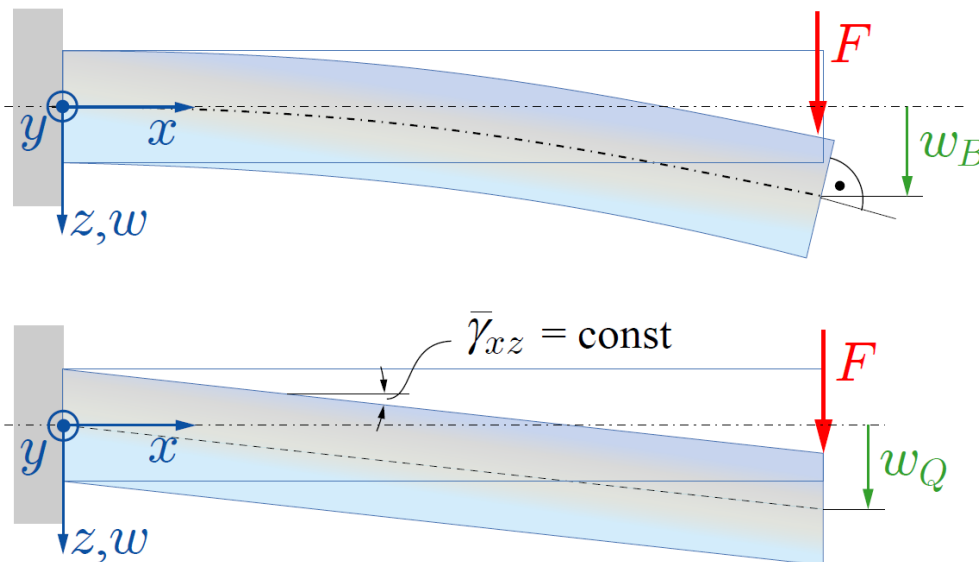


Abbildung 4-7: Biege- und Querkraftverformungen am Kragträger [27]

Setzt man nun Gl. (4.9) bzw. Gl. (4.10) in Gl. (4.4) bzw. Gl. (4.5) ein, ergeben sich zusammenfassend folgende Gleichungen für die Spannungen am schubweichen Balken bei einem Biegemoment um die  $y$ -Achse  $M_y$  und einer Querkraft in  $z$ -Richtung  $Q_z$  (gerade Biegung):

$$\sigma_x(x, z) = \frac{M_y(x)}{I_y} \cdot z \quad (4.14)$$

$$\bar{\tau}_{xz}(x) = \frac{Q_z(x)}{A_s} \quad (4.15)$$

### 4-3.2.2 Schubkorrekturfaktor

Wie bereits in Abschnitt 4-3.2 erwähnt, berücksichtigt die Timoschenko-Balkentheorie die Schubverzerrung eines Balkens. Um den Schubeinfluss auf die Verformung zu erfassen, wird der sogenannte Schubkorrekturfaktor  $\kappa_s$  nach Gl. (4.22) eingeführt. Die schubwirksame Fläche, die oft in der Literatur angeführt wird, ergibt sich nach Gl. (4.16). [15]

$$A_s = \frac{A}{\kappa_s} \quad (4.16)$$

Mit

$A$  gesamte Querschnittsfläche [mm<sup>2</sup>]

$A_s$  effektiv wirksame Schubfläche [mm<sup>2</sup>]



$\kappa_S$  Schubkorrekturfaktor [-]

Die effektiv wirksame Schubfläche kann durch Energiemethoden bestimmt werden. Die Energie, die einem Element von außen zugefügt wird, bleibt als potentielle Energie des elastisch verformten Elements erhalten. Die äußere Querkraft leistet bei einer Absenkung  $dw_Q$  eine Arbeit  $W_a$  (siehe Gl. (4.17)). Für einen Träger mit einer konstanten Querschnittsfläche über die gesamte Trägerlänge ergibt sich eine, durch eine reine Querkraftbeanspruchung geleistete, innere Arbeit  $W_i$  nach Gl. (4.18). [15]

$$W_a = \frac{1}{2} \cdot Q_z \cdot dw_Q \quad (4.17)$$

$$W_i = \frac{dx}{2G} \cdot \int_A \tau^2 dA \quad (4.18)$$

$$\tau_{xz}(z) = \frac{Q_z \cdot S_y(z)}{I_y \cdot b(z)} \quad (4.19)$$

Mit

$W_a$	von der äußeren Querkraft in $z$ -Richtung geleistete Arbeit [Nm]
$W_i$	durch eine reine Schubbeanspruchung geleistete innere Arbeit [Nm]
$Q_z$	einwirkende Querkraft in $z$ -Richtung [N]
$dw_Q$	Absenkung infolge $Q_z$ [mm]
$\tau_{xz}(z)$	Schubspannung im Querschnitt an der Stelle $z$ [N/mm <sup>2</sup> ]
$b(z)$	Breite des Querschnitts an der Stelle $z$ [mm]

Durch Gleichsetzen der inneren und äußeren Arbeit, also Gl. (4.17) und Gl. (4.18), und Umformen auf  $dw_Q$  erhält man:

$$dw_Q = \frac{dx}{2G} \int_A \tau^2 dA \quad (4.20)$$

Durch Einsetzen von Gl. (4.19) in Gl. (4.20) und Vergleichen mit Gl. (4.10) ergibt sich für die effektiv wirksame Schubfläche:

$$A_S = \frac{I_y^2}{\int_A \frac{S_y(z)}{b(z)} dA} \quad (4.21)$$

Durch Einfügen von Gl. (4.21) in Gl. (4.16) ergibt sich somit für den Schubkorrekturfaktor  $\kappa_S$ :

$$\kappa_S = \frac{A}{I_y^2} \cdot \int_A \frac{S_y(z)}{b(z)} dA \quad (4.22)$$

## 4-4 QUERSCHNITTSWERTE

In diesem Kapitel werden die dem Berechnungsmodell zugrundeliegenden Querschnittskennwerte erläutert. Dabei handelt es sich um geometrische Größen, die, bei Ermittlung des sogenannten effektiven Wertes, auch von mechanischen Eigenschaften (Elastizitäts- und Schubmodul) des Ausgangsmaterials abhängig sind.

Für die Berechnung der folgenden Querschnittswerte wird der Ursprung des Koordinatensystems ( $x$ ,  $y$  und  $z$ ) im Flächenschwerpunkt des Gesamtquerschnittes gelegt.

### 4-4.1 EFFEKTIVES STATISCHES MOMENT

Das Flächenmoment 1. Ordnung, oder auch statisches Moment genannt, dient zur Berechnung des Querkraftschubs und der Lage des Flächenschwerpunkts. Die allgemeine Berechnung des statischen Moments erfolgt nach Gl. (4.23). [27]

$$S_y(z) = \int_{(A_z)} z \cdot dA = \int_{z_0}^z \tilde{z} \cdot b(\tilde{z}) \cdot d\tilde{z} \quad (4.23)$$

Mit

$S_y(z)$	Statisches Moment in $y$ -Richtung an der Stelle $z$ des Querschnitts [ $\text{mm}^3$ ]
$A_z$	Teilschubfläche [ $\text{mm}^2$ ]
$z$	variable Integrationsgrenze [ $\text{mm}$ ]
$\tilde{z}$	variable Koordinate [ $\text{mm}$ ]

Wie in Abbildung 4-8 zu sehen ist, wird für die Berechnung des statischen Moments das Koordinatensystem im Schwerpunkt des Querschnittes gelegt. Das statische Moment  $S_y(z=0)$  ist im Schwerpunkt maximal.

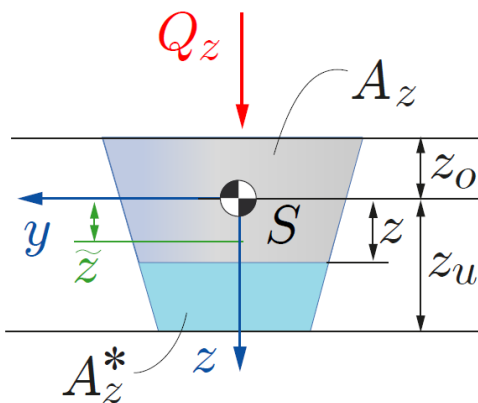


Abbildung 4-8: Koordinatensystem und Variablen zur Berechnung des statischen Moments

Für Querschnitte bestehend aus Materialien mit unterschiedlichen E-Moduln kann das effektive statische Moment wie folgt bestimmt werden:

$$S_{y,eff}(z) = \sum \frac{E_i}{E_{ref}} S_{y,i}(z) \quad (4.24)$$

Mit

- $S_{y,eff}(z)$  effektives statisches Moment in y-Richtung an der Stelle  $z$  des Querschnitts [mm<sup>3</sup>]  
 $E_i$  Elastizitätsmodul des Teilquerschnitts  $i$  [N/mm<sup>2</sup>]  
 $E_{ref}$  Referenz-Elastizitätsmodul [N/mm<sup>2</sup>]

Vereinfachend kann der Verlauf der statischen Momente, ausgehend von der Schwerlinie, durch die Multiplikation der Einzelflächen mit dem Abstand zwischen den Schwerpunkten der Teilfläche und des Gesamtquerschnitts berechnet werden.

$$S_{y,eff}(z) = \sum \frac{E_i}{E_{ref}} A_i(z) \cdot e_{z,i}(z) \quad (4.25)$$

Mit

- $A_i(z)$  Schubfläche des Teilquerschnitts  $i$  [mm<sup>2</sup>]  
 $e_{z,i}(z)$  Abstand des Schwerpunktes der Teilfläche zum Gesamtschwerpunkt in  $z$ -Richtung [mm]

#### 4-4.2 EFFEKTIVES TRÄGHEITSMOMENT

Das Flächenträgheitsmoment oder Flächenmoment 2. Ordnung kennzeichnet den Widerstand eines Querschnittes, den elastischen Verformungen aus Biegemomenten entgegenzuwirken. Die allgemeinen Gleichungen für die Berechnung der Flächenträgheitsmomente um die  $y$ - bzw.  $z$ -Achse können aus Gl. (4.26) und Gl. (4.27) entnommen werden. [69]

$$I_y = \int_{(A)} z^2 \cdot dA \quad (4.26)$$

$$I_z = \int_{(A)} y^2 \cdot dA \quad (4.27)$$

Mit

- $I_y$  bzw.  $I_z$  Trägheitsmoment um die  $y$ - bzw.  $z$ -Achse [mm<sup>4</sup>]  
 $y$   $y$ -Abstand der Integralfläche zur Schwerachse [mm]  
 $z$   $z$ -Abstand der Integralfläche zur Schwerachse [mm]

Falls ein Querschnitt aus mehreren Teilflächen besteht, ist eine Schwerachsen-Transformation der einzelnen Teilflächen auf die Gesamtschwerachse nötig. Diese Transformation wird als Steiner'scher Satz bezeichnet. Dieser wird laut Wetzell (2015) wie folgend erklärt: „Das Trägheitsmoment einer Fläche um eine beliebige Achse ist gleich dem Trägheitsmoment um die parallele Schwerachse, vermehrt um das Produkt aus Fläche und dem Quadrat des Abstandes der beiden Achsen.“ ([69], S. 142)

$$I_y = I_{\bar{y}} + e_{z,i}^2 A_i \quad (4.28)$$

Mit

- $I_y$  Trägheitsmoment um die  $y$ -Achse im Schwerpunkt des Querschnitts [mm<sup>4</sup>]

$I_{\bar{y}}$	Trägheitsmoment des Teilquerschnitts um die $y$ -Achse [mm <sup>4</sup> ]
$e_{z,i}$	Abstand des Schwerpunktes der Teilfläche zum Gesamtschwerpunkt in $z$ -Richtung [mm]
$A_i$	Fläche des Teilquerschnitts [mm <sup>2</sup> ]

Besteht der Querschnitt aus Materialien mit unterschiedlichen E-Moduln kann das effektive Trägheitsmoment  $I_{y,eff}$  um die  $y$ -Achse lt. Gl. (4.29) berechnet werden.

$$I_{y,eff} = \sum \frac{E_i}{E_{ref}} (I_{y,i} + A_i \cdot e_{z,i}^2) \quad (4.29)$$

### 4-4.3 EFFEKTIV SCHUBWIRKSAME QUERSCHNITTSFLÄCHE

Für die Berechnung der Schubverformungen nach der Timoschenko Balkentheorie (siehe Abschnitt 4-3.2) wird die effektiv schubwirksame Querschnittsfläche benötigt. Diese errechnet sich nach Gl. (4.30)

$$A_{eff,S} = \frac{1}{\kappa_S} \cdot \sum \frac{G_i}{G_{ref}} A_i \quad (4.30)$$

Mit

$A_{eff,S}$	effektiv schubwirksame Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]
$\kappa_S$	Schubkorrekturfaktor [-]
$G_i$	Schubmodul des Teilquerschnittes $i$ [N/mm <sup>2</sup> ]
$G_{ref}$	Referenz-Schubmodul [N/mm <sup>2</sup> ]

### 4-4.4 EFFEKTIVES TORSIONSTRÄGHEITSMOMENT

Bei Kreisquerschnitten entspricht das Torsionsträgheitsmoment dem polaren Trägheitsmoment. Für nicht-kreisförmige Querschnitte lässt sich dieser Wert ohne deutlichen Rechenaufwand nicht ermitteln. Dafür wurde für Rechteckquerschnitte eine Vereinfachung nach Gl. (4.31) getroffen. [69]

$$I_T = \frac{1}{3} \cdot b^3 \cdot h \cdot \alpha \quad (4.31)$$

Mit

$I_T$	Torsionsträgheitsmoment [mm <sup>4</sup> ]
$b$	kürzere Seite des Rechteckquerschnitts [mm]
$h$	längere Seite des Rechteckquerschnitts [mm]
$\alpha$	vom Seitenverhältnis abhängiger Korrekturfaktor für nicht dünnwandige Querschnitte [-]

Im Stahlbau werden lt. Kindmann [22] Querschnitte als dünnwandig angesehen, wenn durch eine Reduzierung des Querschnittes auf die Profilmittellinie und durch Anwendung vereinfachter Theorien,

eine ausreichend genaue Berechnung erzielt werden kann. Solche Querschnitte setzen sich vor allem aus rechteckigen Teilquerschnitten zusammen. Im Allgemeinen wird ab einem Verhältnis von etwa  $h/b > 10$  von dünnwandigen Profilen gesprochen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur dickwandige Querschnitte betrachtet, darum ist die Korrektur des Torsionsträgheitsmoments durch den Korrekturfaktor  $\alpha$  nötig. Kindmann [21] gibt dabei in seiner Arbeit eine Berechnungsmethode für nicht dünnwandige Querschnitte an. Er führt dabei den bereits erwähnten Korrekturfaktor  $\alpha$  ein, der vom Seitenverhältnis des rechteckförmigen Teilquerschnitts abhängig ist und nach Gl. (4.32) berechnet werden kann.

$$\alpha = 1 - 0,63 \cdot \frac{b}{h} \cdot \tanh \frac{\pi \cdot h}{2 \cdot b} \quad (4.32)$$

Das Torsionsträgheitsmoment des gesamten I-Querschnitts setzt sich aus den einzelnen Torsionsträgheitsmomenten der Gurte und des Steges zusammen. Besteht der Querschnitt aus Materialien mit unterschiedlichen Schubmoduln kann das effektive Torsionsträgheitsmoment  $I_{T,eff}$  lt. Gl. (4.34) berechnet werden.

$$I_{T,eff} = \sum \frac{G_i}{G_{ref}} \cdot I_{T,i} \quad (4.33)$$

#### 4-4.5 WÖLBWIDERSTANDSMOMENT

Das Wölbwiderstandsmoment dient zur Berechnung des kritischen Moments bei Biegedrillknicken. Laut Ahnlén [2] kann dieser, bei einem doppelsymmetrischen Balken mit I-förmigem Querschnitt, wie folgt berechnet werden:

$$I_w = \frac{B^3 \cdot h_G \cdot (h_S + h_G)^2}{24} \quad (4.34)$$

Mit

$I_w$  Wölbwiderstandsmoment [mm<sup>6</sup>]

$B$  Gesamtbreite des Balkens [mm]

$h_G$  Höhe des Gurtes [mm]

$h_S$  Höhe des Steges [mm]

### 4-5 SPANNUNGSERMITTLUNG

In diesem Abschnitt wird, mit Hilfe der in den Abschnitten 4-3 und 4-4 dargelegten Grundlagen, auf die Ermittlung der Biege- und Schubspannungen an einem I-förmigen Balken genauer eingegangen.

I-Träger werden in der Praxis, aufgrund ihrer Querschnittsform, vor allem als biegebeanspruchtes Bauteil eingesetzt. Werden die außenliegenden Gurte durch Verkleben mit dem Steg verbunden, kann die Verbindung zwischen Steg und Gurt als starr angenommen werden. D. h. bei einer Biegebeanspruchung um die y-Achse (siehe Abbildung 4-9), die aufgrund des höheren Trägheitsmomentes des Querschnitts auch als starke Achse bezeichnet wird, entstehen keine Relativverschiebungen zwischen Steg und Gurt

(starrer Verbund). Somit lassen sich Spannungen nach der technischen Biegetheorie auf Basis der in Abschnitt 4-3 dargelegten Grundgleichungen berechnen. [5]

Abbildung 4-9 zeigt die Verläufe der Biege- und Schubspannungen am Querschnitt für unterschiedliche Trägerformen und Materialien bzw. Elastizitätsmoduln der Teilquerschnitte.

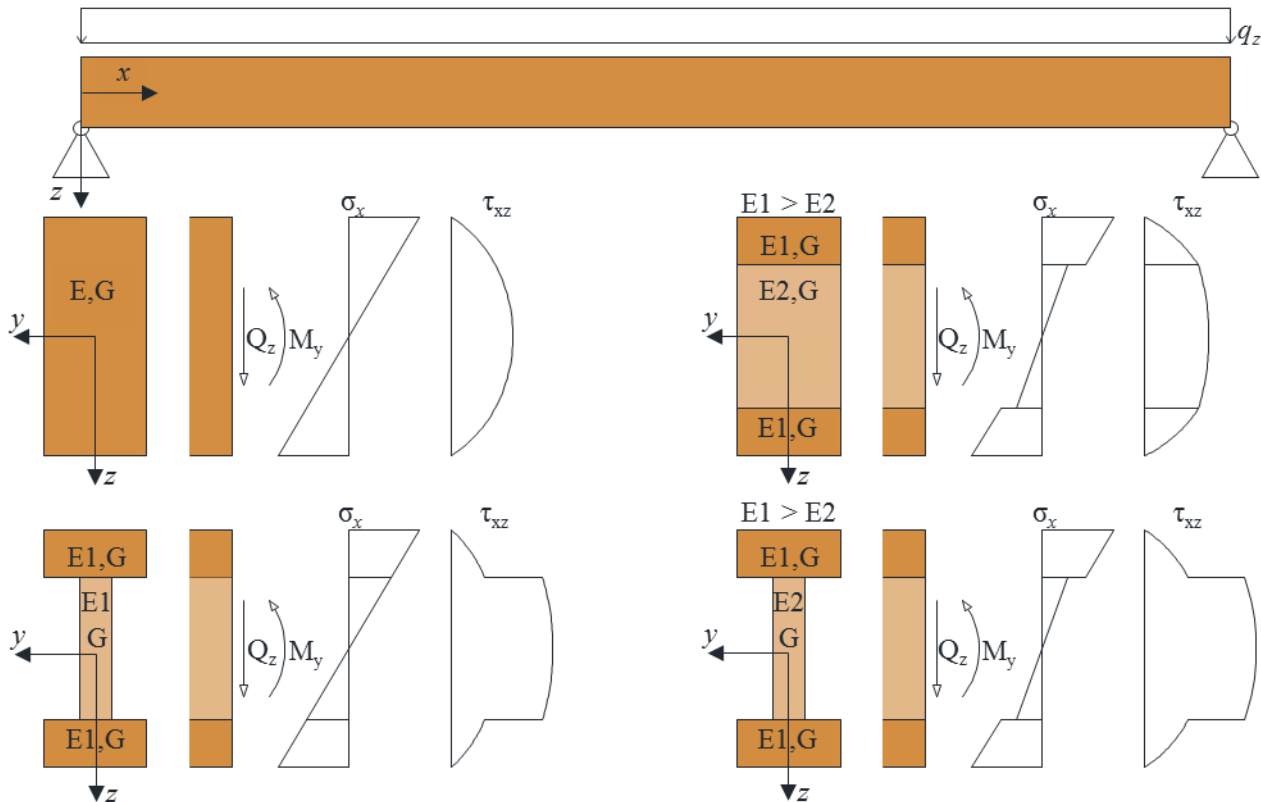


Abbildung 4-9: qualitative Biege- und Schubspannungsverläufe für unterschiedliche doppelsymmetrische Querschnitte und Elastizitätsmoduln der Teilquerschnitte

In den nächsten Abschnitten werden die entsprechenden Spannungsverläufe genauer betrachtet und erläutert.

## 4-5.1 BIEGESPANNUNGEN

Die Bestimmung der Biegespannungen am Balken erfolgt allgemein nach Gl. (4.14). Die für diese Arbeit vorgesehenen Balken bestehen aus zwei Materialien mit unterschiedlichen E-Moduln, was eine Anpassung dieser Gleichung mit dem effektiven Trägheitsmoment nach Gl. (4.29) und dem Verhältnis  $E_i/E_{ref}$  erfordert.

$$\sigma_{x,i}(x, z) = \frac{E_i}{E_{ref}} \cdot \frac{M_y(x)}{I_{y,eff}} \cdot z \quad (4.35)$$

Mit

$\sigma_{x,i}(x, z)$  Normalspannung in  $x$ -Richtung an der Stelle  $x, z$  [N/mm<sup>2</sup>]

$E_i$  Elastizitätsmodul des Teilquerschnitts [N/mm<sup>2</sup>]

$E_{ref}$  Referenz-Elastizitätsmodul [N/mm<sup>2</sup>]

$M_y(x)$	Biegemoment um die $y$ -Achse an der Stelle $x$ des Balkens [Nmm]
$I_{y,eff}$	effektives Trägheitsmoment um die $y$ -Achse [mm <sup>4</sup> ]
$x, z$	Systemkoordinaten [mm]

Für eine bestimmte Stelle  $x$  am Balken ist der Verlauf der Biegespannungen in  $z$ -Richtung nur vom Elastizitätsmodul des Teilquerschnitts und vom Abstand  $z$  zur neutralen Faser am Querschnitt abhängig. Wie man in Abbildung 4-9 erkennen kann, ist der Verlauf der Biegespannungen über die Höhe eines Teilquerschnittes linear. Der Sprung bei einer Änderung des Elastizitätsmoduls ist lt. Gl. (4.35) proportional zum Verhältnis der Elastizitätsmoduln  $E_i/E_{ref}$ .

## 4-5.2 SCHUBSPANNUNGEN

Bei sich ändernden Biegemomentenverläufen entlang der Balkenachse ( $x$ -Achse nach Abbildung 4-9), die in nahezu allen Fällen in der Praxis vorliegen, treten gleichzeitig Querkräfte auf. Durch die Querkraftbeanspruchung werden nach der Elastizitätstheorie Schubspannungen in Quer- ( $z$ -Richtung nach Abbildung 4-9) und Längsrichtung ( $x$ -Richtung nach Abbildung 4-9) erzeugt. Schubspannungen in diesen zwei Richtungen treten aufgrund der Gleichgewichtsbedingungen stets gemeinsam auf und weisen die gleiche Größe auf (Dualität der Schubspannungen). Schubspannungen werden am Gleichgewicht eines infinitesimal kleinen Volumenelementes berechnet. Durch die Erhöhung der Schnittkräfte um  $dQ$  bzw  $dM$  an der Stelle  $x + dx$  lässt sich die daraus folgende Schubspannung und -verformung berechnen. [51, 59]

Im Allgemeinen erfolgt die Bestimmung der Schubspannungen am Balken nach Gl. (4.19). Die für diese Arbeit vorgesehenen Balken bestehen aus zwei Materialien mit unterschiedlichen E-Moduln, was eine Anpassung dieser Gleichung mit dem effektiven Trägheitsmoment lt. Gl. (4.29) und dem effektiven statischen Moment lt. Gl. (4.25) erfordert.

$$\tau_{xz}(x, z) = \frac{Q_z(x)}{b(z)} \cdot \frac{S_{y,eff}(z)}{I_{y,eff}} \quad (4.36)$$

Mit

$\tau_{xz}(x, z)$	Schubspannung in der $xz$ -Ebene an der Stelle $x, z$ [N/mm <sup>2</sup> ]
$Q_z$	Querkraft in $z$ -Richtung an der Stelle $x$ [N]
$b(z)$	Querschnittsbreite an der Stelle $z$ [mm]
$S_{y,eff}(z)$	effektives statisches Moment um die $y$ -Achse an der Stelle $z$ [mm <sup>3</sup> ]
$I_{y,eff}$	effektives Trägheitsmoment um die $y$ -Achse [mm <sup>4</sup> ]

Der Verlauf der Schubspannungen in  $z$ -Richtung ist, wie man in Gl. (4.36) erkennen kann, vom effektiven statischen Moment und von der Breite des Querschnittes abhängig. Wie man in Abbildung 4-9 sehen kann, kommt es bei einer Änderung der Breite zu einem Sprung des Schubspannungsverlaufes, der proportional zum Verhältnis der Breiten ist. Unterschiedliche Elastizitätsmoduln der Teilflächen führen zu einer Änderung der Steigung entlang des Verlaufs, wobei mit höherem Elastizitätsmodul die Steigung zunimmt.

## 4-6 VERFORMUNGSERMITTLUNG

Wie bereits in Abschnitt 4-3 erläutert, wird bei der Verformungsermittlung eines Timoschenko-Balkens der Einfluss von Schub mitberücksichtigt. Die Ermittlung der Verschiebungen erfolgt im Allgemeinen über das Prinzip der virtuellen Arbeiten (PvA). Dabei kann die Schubverformung entweder direkt beim PvA über den Schubkorrekturfaktor oder indirekt über die Schubeinflusszahl lt. Abschnitt 4-6.2 erfasst werden.

Der Unterschied der zwei Methoden für die Verformungsermittlung liegt in der Berücksichtigung des Systems. Bei der Schubeinflusszahl werden Systemparameter wie Auflagerbedingungen und Spannweite bereits bei der Ermittlung des Beiwerts erfasst. Dadurch ist es möglich, den Einfluss von Schub auf die Gesamtdurchbiegung ohne weitere Berechnungsschritte abzuschätzen.

Im Gegensatz dazu ist der Schubkorrekturfaktor rein von der Querschnittsgeometrie und den Materialien des Bauteils abhängig. Durch die Berechnung der effektiven Schubsteifigkeit ist eine direkte Gegenüberstellung zu anderen Querschnitten bzw. Materialien ohne Einfluss des Systems möglich.

In den folgenden Abschnitten werden die Methoden zur Berechnung der Verformungen näher betrachtet.

### 4-6.1 ARBEITSSATZ

Die allgemeine Berechnung der Verformung  $w$  erfolgt auf Basis des Arbeitssatzes nach Gl. (4.37). Durch Aufbringen einer virtuellen Einzellast an Ort und Richtung der gefragten Verformung und Integrieren der reellen und virtuellen Schnittgrößen am System erhält man die Verformung. [62]

$$w = w_M + w_Q = \int \frac{\bar{M}_y \cdot M_y}{EI_{y,eff}} dx + \int \frac{\bar{Q}_z \cdot Q_z}{GA_{eff,S}} dx \quad (4.37)$$

Mit

$w$	Gesamtverformung in $z$ -Richtung [mm]
$M_y$ bzw. $Q_z$	Schnittgröße infolge der reellen Belastung [Nmm bzw. N]
$\bar{M}_y$ bzw. $\bar{Q}_z$	Schnittgröße infolge der virtuellen Belastung [Nmm bzw. N]
$EI_{y,eff}$	effektive Biegesteifigkeit des Querschnitts um die $y$ -Achse [Nmm <sup>2</sup> ]
$GA_{eff,S}$	effektive Schubsteifigkeit des Querschnitts [N]

Diese Integrale können entweder analytisch oder durch Tabellenwerte gelöst werden. Solche Tabellenwerte können z. B. aus Schneider [62] entnommen werden.

In Abbildung 4-10 wird das Aufstellen eines virtuellen Systems für die Berechnung der Durchbiegung in Feldmitte dargestellt. Durch Verschieben der Einzellast am virtuellen System kann die Durchbiegung an jeder beliebigen Stelle des Trägers berechnet werden.



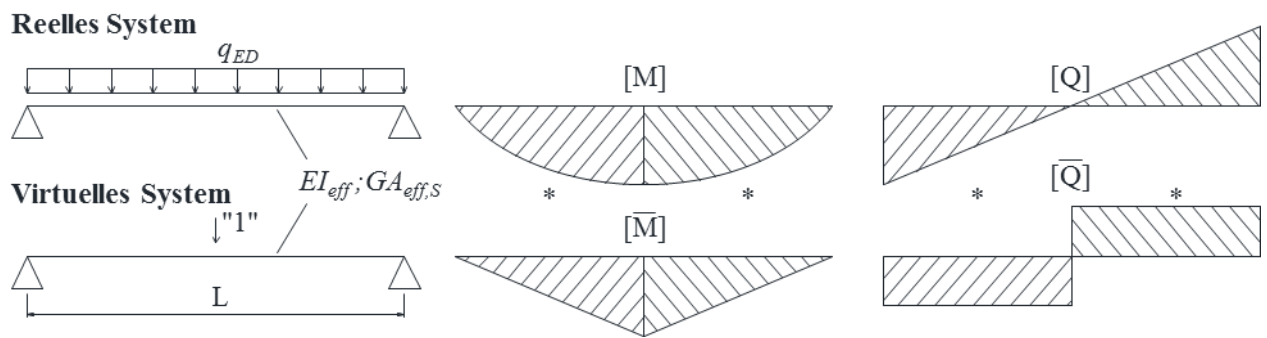


Abbildung 4-10: Reelles und virtuelles System und zugehörige Schnittkräfte zur Bestimmung der Verformungen

Wie bereits erwähnt, wird bei der Berechnung der Schubverformung nach Timoschenko eine effektiv wirksame Schubfläche herangezogen. Diese kann durch den Schubkorrekturfaktor, der in Abschnitt 4-3.2.2 hergeleitet wird, berechnet werden. Folgend wird, für einen I-förmigen Querschnitt nach Abbildung 4-11, eine vereinfachende Gleichung für die Berechnung des Schubkorrekturfaktors angegeben.

Durch Anwenden der Gl. (4.22) auf einen Träger mit I-förmigem und doppelsymmetrischem (bezüglich der Geometrie und den mechanischen Eigenschaften) Querschnitt lässt sich der Schubkorrekturfaktor wie folgt beschreiben:

$$\kappa_S = G_1 \cdot (G_2 + G_3) \quad (4.38)$$

Wobei

$$G_1 = \frac{3(2Bh_G + b_S h_S)}{20(2b_G h_G (4h_G^2 + 6h_G h_S + 3h_S^2) + b_S H^3 n)^2} \quad (4.39)$$

$$G_2 = \frac{(2h_G)^3 (8H^2 + 9Hh_S + 3h_S^2)(b_G + b_S n)^2}{B} \quad (4.40)$$

$$G_3 = h_S \left( \frac{15b_G^2 (H^2 - h_S^2)^2}{b_S} + 10b_G (3H^4 - 4H^2 h_S^2 + h_S^4) n + b_S (15H^4 - 10H^2 h_S^2 + 3h_S^4) n^2 \right) \quad (4.41)$$

$$n = \frac{E_S}{E_G} \quad (4.42)$$

Mit

$H$	Gesamthöhe des Querschnittes [mm]
$B$	Gesamtbreite des Querschnittes [mm]
$h_G$	Gurthöhe [mm]
$h_S$	Steghöhe ( $h_S = h - 2h_G$ ) [mm]
$b_G$	Gurtbreite [mm]
$b_S$	Stegdickte [mm]
$n$	$n$ -Ziffer [-]
$E_S$	Elastizitätsmodul des Stegmaterials [N/mm <sup>2</sup> ]

$E_G$  Elastizitätsmodul des Gurtmaterials [N/mm<sup>2</sup>]

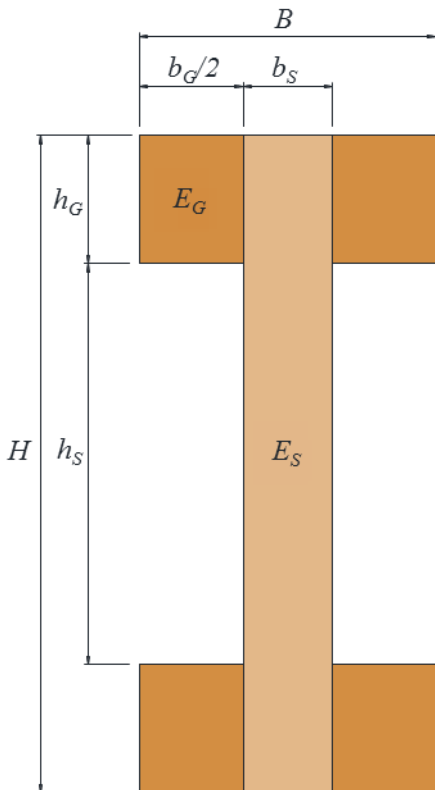


Abbildung 4-11: Bezeichnung der Geometrie- und Materialkennwerte für die vereinfachte Berechnung des Schubkorrekturfaktors für doppelsymmetrische I-förmige Balken

## 4-6.2 SCHUBEINFLUSSZAHL

Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung der Schubverformung besteht in der Verwendung der Schubeinflusszahl.

Ehlbeck [15] führt in seiner Arbeit die sogenannte Schubeinflusszahl  $c$  ein, die, wie in Gl. (4.43) zu sehen ist, das Verhältnis zwischen den Durchbiegungen aus Querkraft und Biegemoment beschreibt.

$$c = \frac{w_Q}{w_M} \quad (4.43)$$

Mit

$c$	Schubeinflusszahl [-]
$w_Q$	Verformung aus Querkraft [mm]
$w_M$	Verformung aus Biegemoment [mm]

Die Verformung aus dem Biegemoment kann nach Abschnitt 4-6.1 ohne Berücksichtigung der Schubverformung berechnet werden. Die Gesamtverformung  $w$  des Trägers beträgt dann:

$$w = w_Q + w_M = (1+c) * w_M \quad (4.44)$$

Die Schubflusszahl, wie in Gl. (4.45) dargestellt, kann generell durch vier Faktoren beschrieben werden:

$$c = \frac{k_M * k_L * k_F}{k_S} \quad (4.45)$$

Wobei:

$$k_M = \frac{E_{eff}}{G_{eff}} \quad (4.46)$$

$$k_L(x) = \frac{M_y(x)}{w_M(x)} \cdot \frac{L^2}{EI_{y,eff}} \quad (4.47)$$

$$k_F = \frac{I_{y,eff}}{A_{eff,S} \cdot H^2} \quad (4.48)$$

$$k_S = \left( \frac{L}{H} \right)^2 \quad (4.49)$$

Mit

$k_M$	Verhältnis zwischen Elastizitäts- und Schubmodul [-]
$k_L$	Belastungsfaktor [-]
$k_F$	dimensionsloser Querschnittsfaktor [-]
$k_S$	Quadrat der Balkenschlankheit [-]
$E$	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$G$	Schubmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$M_y(x)$	Biegemoment um die y-Achse an der Stelle $x$ [Nm]
$w_M(x)$	Verformung infolge Biegemoment an der Stelle $x$ [mm]
$L$	Spannweite des Balkens [mm]
$I_{y,eff}$	effektives Trägheitsmoment um die y-Achse [mm <sup>4</sup> ]
$A_{eff,S}$	effektiv wirksame Schubfläche [mm <sup>2</sup> ]
$H$	Balkenhöhe [mm]

## 4-7 GRENZZUSTAND DER TRAGFÄHIGKEIT

Der Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) nach ON B 1995-1-1 [44] soll die Sicherheit eines Bauwerks berücksichtigen. Damit sollen Einstürze oder andere Versagensformen des Tragwerks vermieden werden, die die Sicherheit von Menschen gefährden können. [59]

Als erster Schritt für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden die Bemessungswerte der Materialeigenschaften bestimmt.

### 4-7.1 BEMESSUNGSWERTE

Die Bestimmung der Bemessungswerte bzw. Designwerte für Holz erfolgt nach ON B 1995-1-1 [44].

Holzeigenschaften weisen aufgrund der Wuchsunregelmäßigkeiten teilweise große Streuungen auf. Die Materialeigenschaften können nicht als konstanter Wert beschrieben werden, basieren aber auf einer statistischen Verteilung. Für die Bemessung werden aber die streuenden Eigenschaften durch feste Rechenwerte (sog. charakteristische Werte) charakterisiert. Im Wesentlichen wird zwischen dem 5 % Fraktilwert der Grundgesamtheit ( $X_{05}$ ) und dem Mittelwert der Grundgesamtheit ( $X_{\text{mean}}$ ) unterschieden. [59]

Der 5 %-Fraktilwert wird vor allem für Festigkeitskenngrößen verwendet, und beschreibt den Wert der statistisch mit einer 5 % Wahrscheinlichkeit unterschritten wird. Der Mittelwert beschreibt den von allen Prüfkörpern im Mittel erreichten Wert und wird vor allem bei Steifigkeitskenngrößen verwendet. [59]

Für die Nachweisführung werden die charakteristischen Werte der Festigkeit in Abhängigkeit der Bemessungsrandbedingungen durch die Beiwerte  $k_{\text{mod}}$  und  $\gamma_M$  verändert. Der Modifikationsbeiwert  $k_{\text{mod}}$  berücksichtigt den Einfluss der Lasteinwirkungsdauer und des Feuchtegehalts auf die Festigkeit des Materials. Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  berücksichtigt Unsicherheiten bei der Ermittlung der charakteristischen Materialkennwerte. [59]

Der sogenannte Designwert  $X_d$  wird, am Beispiel einer Festigkeitskenngröße, nach Gl. (4.23) errechnet.

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (4.50)$$

Mit

$f_d$	Bemessungswert einer Festigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_k$	charakteristischer Wert einer Festigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
$k_{\text{mod}}$	Modifikationsbeiwert für Holz oder Holzwerkstoffe nach ON B 1995-1-1 [44] [-]
$\gamma_M$	Teilsicherheitsbeiwert für Holz oder Holzwerkstoffe nach ON B 1995-1-1 [44] [-]

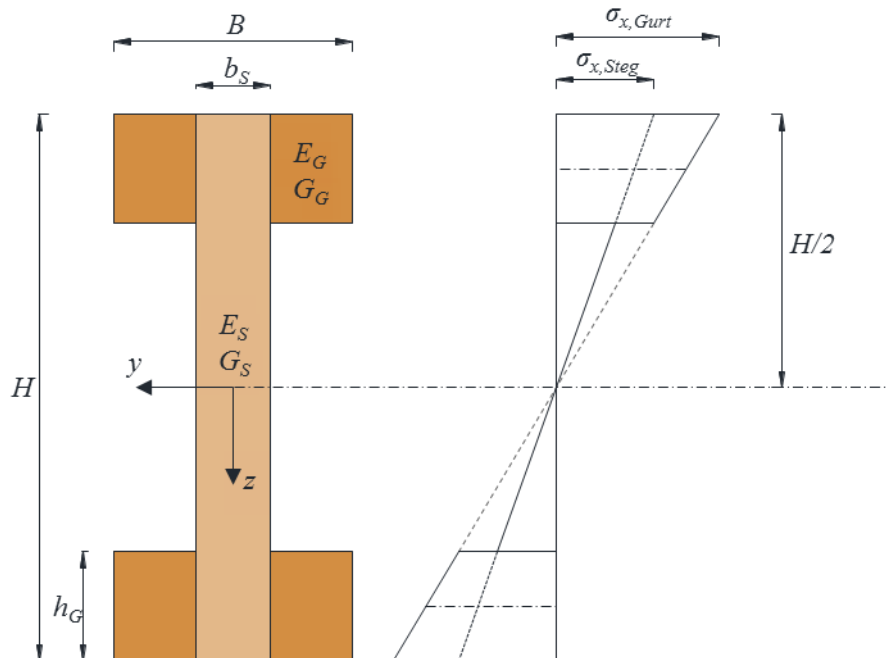
### 4-7.2 SPANNUNGEN

Die Spannungsberechnung erfolgt im elastischen Bereich, also unter Berücksichtigung des Hooke'schen Gesetzes.

Die in diesem Abschnitt angeführten Spannungsberechnungen und Nachweise erfolgen auf der Annahme eines bezüglich der Geometrie und der mechanischen Eigenschaften doppelsymmetrischen I-Querschnitts mit einer, als durchgehender Steg ausgeführten Verbindung zwischen Gurt und Steg.

### 4-7.2.1 Biegespannungen

Die Berechnung der Biegespannungen am Balken erfolgt nach Gl. (4.35). Wie man in Abbildung 4-12 sehen kann, befinden sich, bei einem Balken mit I-förmigen Querschnitt und durchgehendem Steg (Vollwandträger), die maximalen Biegespannungen am oberen und unteren Rand des Balkens.



**Abbildung 4-12: Qualitativer Biegespannungsverlauf an einem I-förmigen Balken mit doppelsymmetrischem Querschnitt** Die maximalen Biegespannungen für Gurt und Steg können somit nach folgenden Gleichungen errechnet werden:

$$\sigma_{x,Steg}(H/2) = \frac{E_S}{E_{ref}} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{I_{y,eff}} \cdot \frac{H}{2} \quad (4.51)$$

$$\sigma_{x,Gurt}(H/2) = \frac{E_G}{E_{ref}} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{I_{y,eff}} \cdot \frac{H}{2} \quad (4.52)$$

Mit

$\sigma_{x,Steg}$	maximale Biegenormalspannung im Steg [N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_{x,Gurt}$	maximale Biegenormalspannung im Gurt [N/mm <sup>2</sup> ]
$E_{ref}$	Referenz-Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$E_S$	Elastizitätsmodul des Stegmaterials [N/mm <sup>2</sup> ]
$E_G$	Elastizitätsmodul des Gurtmaterials [N/mm <sup>2</sup> ]
$M_{y,Ed}$	Moment um die y-Achse aus der Design-Einwirkung [Nm]
$I_{y,eff}$	effektives Trägheitsmoment um die y-Achse [mm <sup>4</sup> ]
$H$	Gesamthöhe des Trägers [mm]

## Nachweisführung

Der Nachweis ist bei einachsig beanspruchten Bauteilen nach Gl. (4.53) für den Querschnitt mit der maximalen Biegerandspannung zu führen. Für prismatische Balken (Querschnitt ist entlang der Balkenachse konstant) ohne Schwächungen (ohne Durchbrüche) befindet sich dieser an der Stelle des maximalen Moments. Zweiachsige Biegung soll bei I-förmigen Trägern generell vermieden werden und wird in dieser Arbeit nicht genauer angeführt. [7]

$$\frac{\sigma_x}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (4.53)$$

Mit

$\sigma_x$  maximale Biegenormalspannung [N/mm<sup>2</sup>]

$f_{m,d}$  Bemessungswert der Biegefestigkeit (siehe Abschnitt 4-2.1) [N/mm<sup>2</sup>]

Falls der Querschnitt aus mehreren Materialien besteht, ist dieser Nachweis jeweils an der für jedes Material relevanten Stelle der maximalen Biegespannung zu führen.

Falls Biegedrillknicken stattfinden kann, wird die Biegefestigkeit durch den  $k_{krit}$ -Beiwert laut Abschnitt 4-7.3.1 vermindert.

### 4-7.2.2 Schubspannungen im Steg

Die allgemeine Berechnung der Schubspannungen am Balken erfolgt nach Gl. (4.36). Wie man in Abbildung 4-13 sehen kann, befinden sich die maximalen Schubspannungen im Flächenschwerpunkt (bei doppelsymmetrischen Querschnitten in Stegmitte).

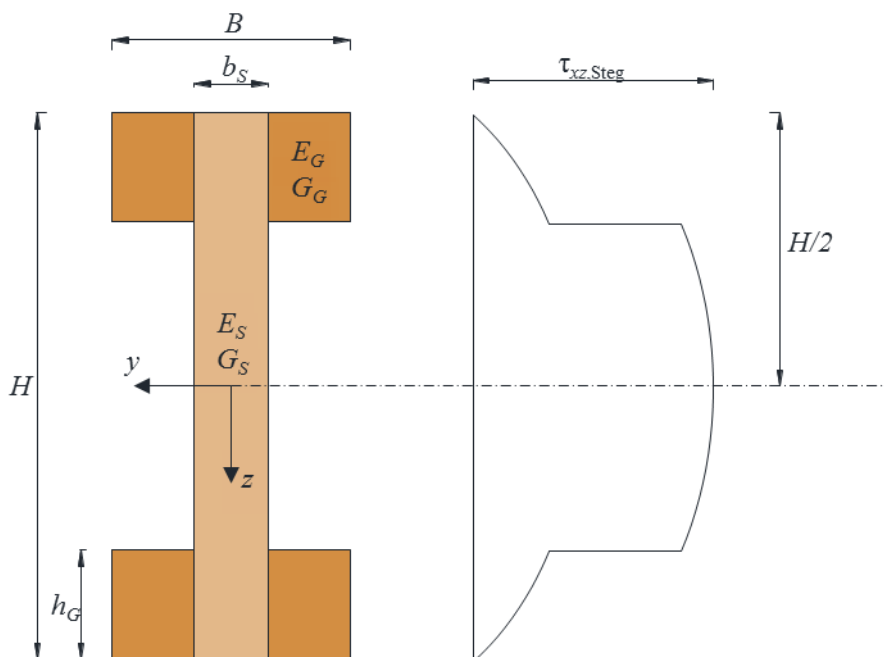


Abbildung 4-13: Qualitativer Schubspannungsverlauf am I-förmigen Balken mit doppelsymmetrischem Querschnitt

Die maximale Schubspannung in Stegmitte kann also durch folgende Gleichung berechnet werden:

$$\tau_{xz}(z=0) = \frac{Q_z}{b_s} \cdot \frac{S_{y,eff}(z=0)}{I_{y,eff}} \quad (4.54)$$

Mit

$\tau_{xz}(z)$	maximale Schubspannung in der $xz$ -Ebene im Schubmittelpunkt [N/mm <sup>2</sup> ]
$Q_z$	Querkraft in $z$ -Richtung an der Stelle $x$ [N]
$b_s$	Breite des Steges [mm]
$S_{y,eff}(z=0)$	effektives statisches Moment um die $y$ -Achse im Flächenschwerpunkt [mm <sup>3</sup> ]
$I_{y,eff}$	effektives Trägheitsmoment um die $y$ -Achse [mm <sup>4</sup> ]

Durch Einsetzen der Querschnittsvariablen (siehe Abbildung 4-13) in Gl. (4.54) ergibt sich folgende Gleichung für die Berechnung der maximalen Schubspannung in Stegmitte:

$$\tau_{xz,Steg} = Q_z \cdot \frac{3(4(B-b_s)(H-h_G)h_G + b_s H^2 n)}{2b_s(2(b-b_s)h_G(3H^2 - 6Hh_G + 4h_G^2) + b_s H^3 n)} \quad (4.55)$$

Wobei

$$n = \frac{E_s}{E_G} \quad (4.56)$$

Mit

$\tau_{xz,Steg}$	maximale Schubspannung in der $xz$ -Ebene in Stegmitte [N/mm <sup>2</sup> ]
$H$	Gesamthöhe des Querschnittes [mm]
$B$	Gesamtbreite des Querschnittes [mm]
$h_G$	Gurthöhe [mm]
$b_s$	Stegdickte [mm]
$n$	$n$ -Ziffer [-]

### **Nachweisführung**

Der Nachweis ist bei einachsigen beanspruchten Bauteilen für den Querschnitt mit der maximalen Schubspannung zu führen. Für einen prismatischen Balken (Querschnitt ist entlang der Balkenachse konstant) ohne Schwächungen befindet sich dieser an der Stelle der maximalen Querkraft. An jeder beliebigen Lage entlang des Bauteils wird die Schubspannung an den Randfasern (Trägerrand) 0 ergeben und die maximale Schubspannung wird in der neutralen Achse des Querschnitts auftreten. [55]

Um den Nachweis zu führen, müssen die Richtung der Schubbeanspruchung und die betroffene Scherebene bekannt sein. In Abschnitt 4-2.1 werden bei der Bemessung übliche Arten der Hauptschubbelastung mit den zugehörigen Festigkeiten angegeben. Im Allgemeinen soll eine Schubbelastung angestrebt werden, die der Schubfestigkeit  $f_{v,0,edge}$  entspricht, da diese allgemein am höchsten ist. Falls die Richtung der Beanspruchung quer zur Faserrichtung des Bauteils liegt und die

Scherebene sich parallel zur Faserrichtung befindet, ist dessen Tragfähigkeit durch die Rollschubfestigkeit  $f_{v,90,flat}$  des Materials begrenzt. Diese Beanspruchungsrichtung soll so gut wie möglich vermieden werden, da die Rollschubfestigkeit von Holz im Allgemeinen niedrig ist.

Der Nachweis ist erfüllt wenn der Quotient der maximalen Schubspannung und der maßgebenden Schubfestigkeit kleiner gleich 1 ist.

$$\frac{\tau_{xz,Steg}}{f_{v,d}} \leq 1 \quad (4.57)$$

Mit

$\tau_{xz,Steg}$  maximale Schubspannung in der  $xz$ -Ebene in Stegmitte [N/mm<sup>2</sup>]

$f_{v,d}$  Bemessungswert der Schubfestigkeit (siehe Abschnitt 4-2.1) [N/mm<sup>2</sup>]

### 4-7.2.3 Schubspannungen in der Klebefuge

Die Schubspannungen in der Verbindung zwischen Steg und Gurt werden über die Klebefuge übertragen. Dabei handelt es sich um eine quasi schubstarre Verbindung, die eine gegenseitige Verschiebung der zwei Querschnittsteile verhindert. Eine schubweiche Verbindung würde die gegenseitige Verschiebung des Gurtes und des Steges nur einschränken und somit nur einen Teil der Spannungen übertragen. Der Unterschied zwischen einer schubstarreren und schubweichen Verbindung kann in Abbildung 4-14 eingesehen werden.

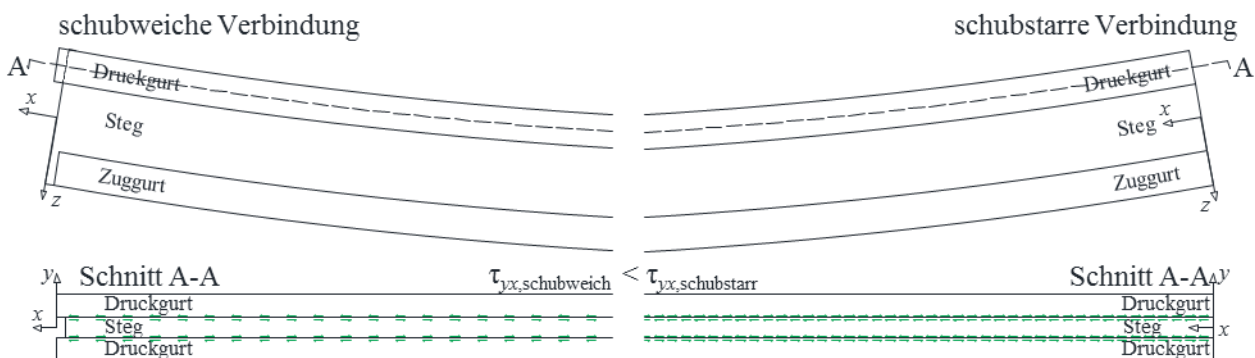


Abbildung 4-14: Schubspannungen in der Klebefuge bei einer Biegebeanspruchung

Die allgemeine Berechnung der Schubspannungen in der Klebefuge erfolgt nach Gl. (4.36). Da der Schubspannungsverlauf in einer vertikalen Klebefuge keinen konstanten Verlauf aufweist, wird im Rahmen dieser Masterarbeit eine konservative Annahme getroffen. Der Maximalwert der Schubspannung in der Klebefuge  $\tau_{yx,Fuge}$  soll auf der ganzen Fläche als konstant angenommen werden. Wie man in Abbildung 4-15 sehen kann, wird, für die Berechnung des effektiven statischen Moments nach Gl. (4.24), für  $z$  die Distanz der unteren Kante des Gurtes zum Flächenschwerpunkt des Gesamtquerschnittes verwendet. Die Breite  $b$  entspricht in diesem Fall der Gurthöhe  $h_G$ .



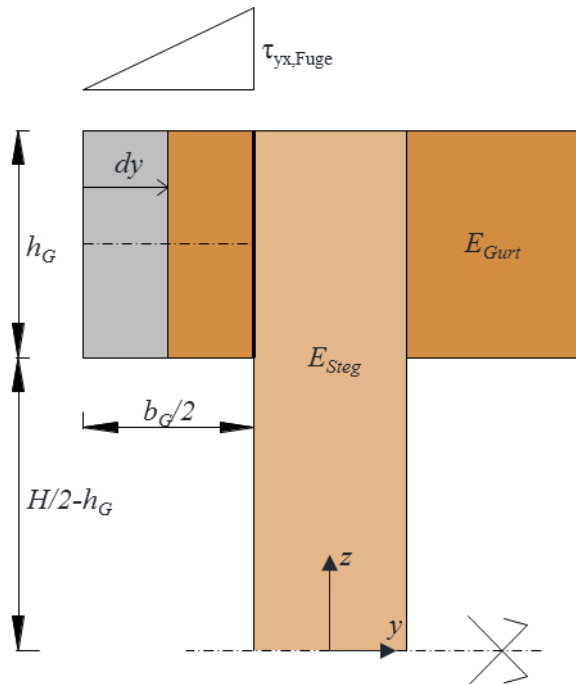


Abbildung 4-15: Schubspannungen an der Steg-Gurt Verbindung

Die maximale Schubspannung in der Klebefuge kann also durch folgende Gleichung berechnet werden:

$$\tau_{yx}\left(y = \frac{b_G}{2}; z = \frac{H}{2} - h_G\right) = \frac{Q_z}{h_G} \cdot \frac{S_{y,eff}(y, z)}{I_{y,eff}} \quad (4.58)$$

Mit

- $Q_z$                       Querkraft in  $z$ -Richtung an der Stelle  $x$  [N]
- $S_{y,eff}(y, z)$         effektives statisches Moment um die  $y$ -Achse in der Klebefuge [ $\text{mm}^3$ ]
- $I_{y,eff}$                     effektives Trägheitsmoment um die  $y$ -Achse [ $\text{mm}^4$ ]

Durch Einsetzen der Querschnittsvariablen in Gl. (4.58) ergibt sich folgende Gleichung für die Berechnung der maximalen Schubspannung in der Fuge:

$$\tau_{yx,Fuge} = Q_z \cdot \frac{3b_G(H - h_G)}{2b_G h_G (3H^2 - 6Hh_G + 4h_G^2) + b_S H^3 n} \quad (4.59)$$

Mit

- $\tau_{yx,Fuge}$                 maximale Schubspannung in der Klebefuge [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]

Zu den in Abbildung 4-14 und Abbildung 4-15 dargestellten Schubspannungen kommt es, aufgrund unterschiedlicher Biegesteifigkeiten der Gurte und des Steges, zu zusätzlichen Schubspannungen  $\tau_{yz}$  (siehe Abschnitt 4-2) in der Klebefuge. Diese könnten dabei, je nach Faserorientierung der angrenzenden Furnierlagen, Rollschub verursachen. Die Größe dieser Rollschubspannungen ist von dem Steifigkeitsunterschied der beiden Bauteile abhängig. Im Rahmen dieser Masterarbeit werden diese Spannungen aber nicht näher betrachtet.

## Nachweisführung

Die Nachweisführung der Schubspannungen in der Klebefuge wird in der ON B 1995-1-1 [44] erläutert. Aufgrund einiger Unklarheiten bei der Bestimmung der Schubfestigkeit der Klebefuge wurde in den folgenden Abschnitten ein Vergleich mit der mittlerweile zurückgezogenen DIN 1052:2008-12 [40] und den Erläuterungen zu DIN 1052 nach Blaß [7] geführt. Diese Normen schlagen unterschiedliche Schubfestigkeiten der Klebefuge vor. In Tabelle 4-1 werden die Schubnachweise der Klebefuge verschiedener Normen bzw. Erläuterungen der DIN 1052 dargestellt.

Die ON EN 1995-1-1 [45] sieht vor, die Rollschubfestigkeit des Steges als Schubfestigkeit der Klebefuge zu verwenden. Bei höheren Gurten soll die Festigkeit aufgrund der nicht konstanten Schubspannungen abgemindert werden.

Die nationale Ergänzung der ON B 1995-1-1 [44] besagt, dass bei Plattenstegen die Schubfestigkeit bei Scheibenbeanspruchung ( $f_{v,0,edge}$ ) herangezogen werden darf, wenn sichergestellt ist, dass keine Rollschubbeanspruchung (nur längsorientierte Fasern) vorliegt. Dabei muss die Wirksamkeit der lokalen Kraftübertragung zwischen Gurt und Steg sichergestellt und nachgewiesen werden.

In der DIN 1052 [40] wird hingegen die Schubfestigkeit der Gurte bei Plattenbeanspruchung, also  $f_{v,0,edge}$ , verwendet. Hier wird keine Abminderung der Festigkeit bei höheren Gurten angegeben. Blaß [7] erklärt in den Erläuterungen zur DIN 1052, dass die Tragfähigkeit der Klebefuge durch die kleinere Tragfähigkeit der angrenzenden Materialien begrenzt ist. Wie bei der ON B 1995-1-1 [44] schlägt er auch eine Abminderung der Festigkeit bei höheren Gurten vor.

**Tabelle 4-1:** *Verwendete Schubfestigkeiten der Klebefuge in verschiedenen Quellen*

ON EN 1995-1-1:2015 $f_{v,90,d}$ Bemessungswert der Rollschubfestigkeit des Steges [45]	$\tau_d \leq \begin{cases} f_{v,90,d} & \text{für } h_G \leq 4b_{ef} \\ f_{v,90,d} \left( \frac{4b_{ef}}{h_G} \right)^{0,8} & \text{für } h_G > 4b_{ef} \end{cases} \quad (4.60)$
ON B 1995-1-1:2015 $f_{v,d}$ des Steges Bemessungswert der Rollschubfestigkeit (oder der Schubfestigkeit bei Scheibenbeanspruchung) des Steges [44]	$\tau_d \leq \begin{cases} f_{v,d} & \text{für } h_G \leq 4b_{ef} \\ f_{v,d} \left( \frac{4b_{ef}}{h_G} \right)^{0,8} & \text{für } h_G > 4b_{ef} \end{cases} \quad (4.61)$
DIN 1052:2008-12 $f_{v,d}$ Bemessungswert der Schubfestigkeit der Beplankung bei Plattenbeanspruchung [40]	$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1 \quad (4.62)$
Erläuterungen zu DIN 1052 $f_{v,d}$ „Die Tragfähigkeit der Klebfuge zwischen Steg und Gurt wird durch die kleinere Schubfestigkeit der beiden Materialien in der Klebfuge begrenzt“ [7]	$\tau_d \leq \begin{cases} f_{v,d} & \text{für } h_G \leq 4b_{ef} \\ f_{v,d} \left( \frac{4b_{ef}}{h_G} \right)^{0,8} & \text{für } h_G > 4b_{ef} \end{cases} \quad (4.63)$

Mit

$\tau_d$	Bemessungswert der als gleichmäßig über die Breite der Klebefuge verteilten angenommenen Schubspannung [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{v,90,d}$	Bemessungswert der Rollschubfestigkeit des Steges [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{v,d}$ (ON B 1995-1-1)	Bemessungswert der Rollschubfestigkeit (oder der Schubfestigkeit bei Scheibenbeanspruchung) des Steges [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{v,d}$ (DIN 1052)	Bemessungswert der Schubfestigkeit der Beplankung bei Plattenbeanspruchung [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{v,d}$ (Blaß 2004)	Bemessungswert der kleineren Schubfestigkeit der angrenzenden Materialien [N/mm <sup>2</sup> ]
$h_G$	Höhe des Gurtes [mm]
$b_{ef}$	die Hälfte der Stegdicke für I-Träger [mm]

### **Diskussion**

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Stege bzw. Stegmaterialien betrachtet, die Querlagen besitzen. Darum wird die Angabe nach ON B 1995-1-1 [44], dass die Schubfestigkeit des Steges bei Scheibenbeanspruchung ( $f_{v,0,edge}$ ) herangezogen wird, nicht gültig sein.

Abbildung 4-16 zeigt die entsprechenden Festigkeiten der angrenzenden Materialien bei einer Schubbeanspruchung  $\tau_{yx,Fuge}$  der Klebefuge. Je nach Orientierung der einzelnen Lagen werden Gurte bzw. Steg an der Klebefuge unterschiedlich beansprucht.

Die von der ON EN 1995-1-1 [45] vorgeschlagenen Angaben zur Begrenzung der Festigkeit der Klebefuge durch die Rollschubfestigkeit des Steges ist nur dann gültig, wenn die Faserrichtung der Decklage des Steges in  $z$ -Richtung (siehe Abbildung 4-14) verläuft. In diesem Fall wird  $f_{v,90,flat}$ , also die Rollschubfestigkeit des Steges, herangezogen.

Werden Gurt und Steg als Scheiben beansprucht und verlaufen deren Fasern in  $x$ -Richtung (siehe Abbildung 4-14), wird die Tragfähigkeit der Klebefuge durch die  $f_{v,0,flat}$ -Festigkeit der Materialien begrenzt. Die Anmerkung der DIN 1052 zur Verwendung der Schubtragfähigkeit des Gurtes auf Plattenbeanspruchung sieht eine Einschränkung der Festigkeit der Klebefuge durch die  $f_{v,0,edge}$ -Festigkeit der Gurte vor.

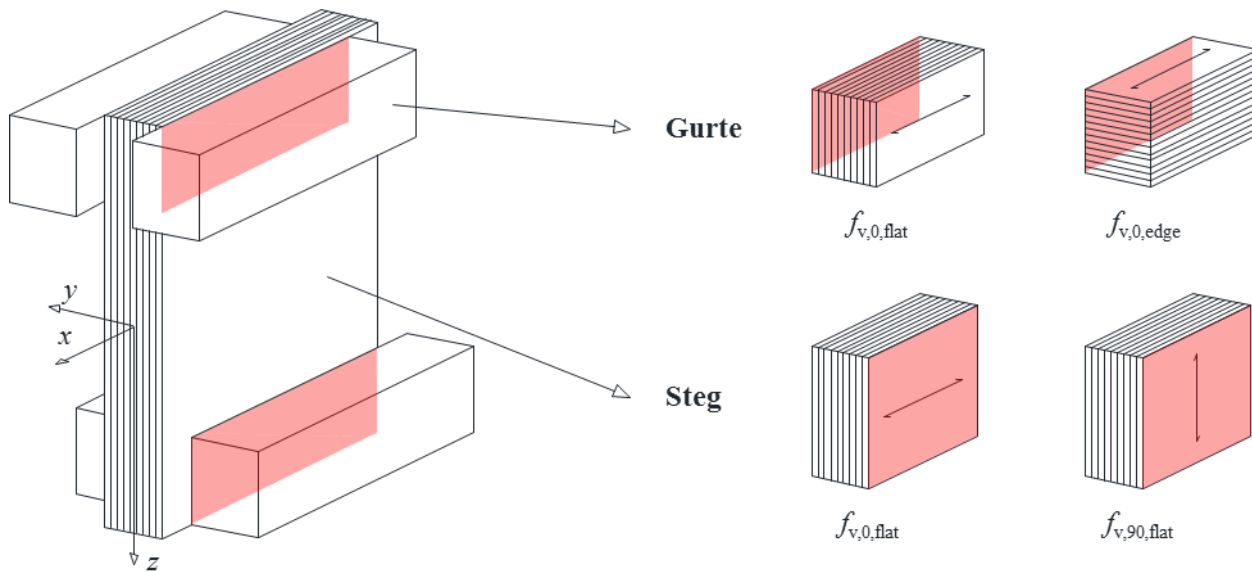


Abbildung 4-16: Festigkeiten der Klebefuge in Abhängigkeit von der Faserorientierung der angrenzenden Materialien

#### 4-7.2.4 Auflagerpressung

Wie bereits in Abschnitt 4-1 erwähnt, wird Holz in der Praxis als orthotropes Material angenommen. Wie auch bei anderen Eigenschaften, weist Holz unterschiedliche Druckfestigkeiten in Längs- und Querrichtung auf. Bei einer Belastung quer zur Faserrichtung werden die Zellwände zusammengedrückt und es kommt zu großen Verformungen und einer Komprimierung des Materials. Im Gegensatz zu den anderen Nachweisen dient der Nachweis auf Querdruck vor allem dazu, die Eindrückungen am Auflager bzw. an der Lasteinleitungsstelle zu beschränken. In der Regel kommt es bei Erreichen der Querdruckfestigkeit infolge einer Querdruckbelastung zu keinem Bruchversagen. [55]

Die Größe der Querdruckspannungen an einem Auflager oder Lasteinleitungspunkt ist davon abhängig, ob ein Überstand des Bauteils in Bauteillängsrichtung auf eine oder beide Seiten gegeben ist. Durch den sogenannten „Einhängeeffekt“ werden bei Lagerungen mit Überstand höhere Tragfähigkeiten und geringere Eindrückungen erzielt. Dieser Effekt wird über eine Vergrößerung der Lasteinleitungsfläche parallel zur Faserrichtung berücksichtigt (siehe Abbildung 4-17). [12]

Da der Steg durch die Querlagen eine höhere Steifigkeit in  $z$ -Richtung als die Gurte besitzt, wird dieser anfänglich den Großteil der Querdruckspannungen aufnehmen. Durch die Nachgiebigkeit des Bauteils werden die Gurte mit steigender Last einen zunehmenden Beitrag zur Abtragung der Querdruckspannungen leisten. Als konservative Annahme kann somit für die Auflagerbreite die Stegbreite angesetzt werden.

$$A_{\text{eff}} = b \cdot l_{\text{eff}} = b \cdot (l_A + \ddot{u}_1 + \ddot{u}_2) \quad (4.64)$$

Mit

$A_{\text{eff}}$	effektive Auflagerfläche [mm <sup>2</sup> ]
$b$	Auflagerbreite (konservative Annahme: Stegbreite) [mm]
$l_{\text{eff}}$	effektiv wirksame Auflagerlänge in Faserrichtung [mm]
$l_A$	Auflagerlänge [mm]
$\ddot{u}_i$	Überstand (siehe Abbildung 4-17) [mm]

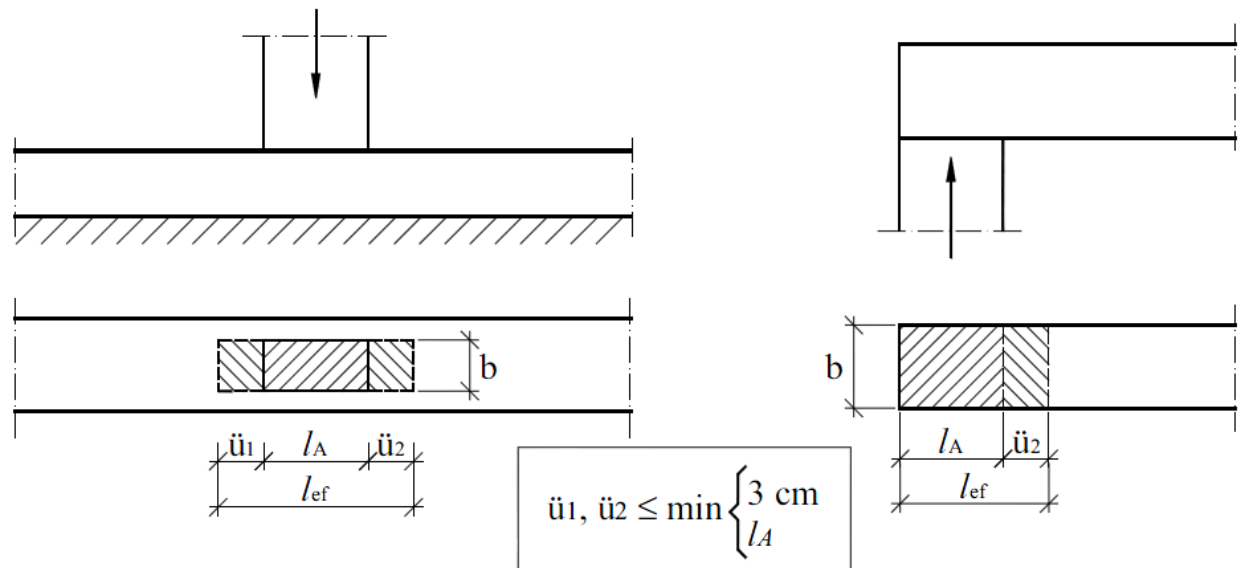


Abbildung 4-17: Beispiele zur effektiv wirksamen Auflagerlänge  $l_{eff}$  [12]

Die Querdruckspannung ergibt sich somit zu:

$$\sigma_{c,90} = \frac{V}{A_{eff}} \quad (4.65)$$

Mit

$\sigma_{c,90}$	Querdruckspannung [N/mm <sup>2</sup> ]
$V$	Auflagerkraft [N]
$A_{eff}$	effektive Auflagerfläche [mm <sup>2</sup> ]

### Nachweisführung

Die Bemessungswerte der Querdruckfestigkeit eines Materials können, je nach Art der Belastung, Spaltgefahr und Grad der Druckverformung mit dem  $k_{c,90}$ -Beiwert erhöht werden. Dieser berücksichtigt die Größe der effektiven Auflagerfläche und den Abstand benachbarter Druckflächen. Zudem ist dieser Beiwert materialabhängig. Die ON B 1995-1-1 [44] gibt nur Werte für Vollholz und BSH aus Nadelholz an. Beiwerte für Furnierschichtholz können aus den entsprechenden Zulassungen entnommen werden.

Der Nachweis kann wie in Gl. (4.66) geführt werden.

$$\frac{\sigma_{c,90}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,edge,d}} \leq 1 \quad (4.66)$$

Mit

$k_{c,90}$	Beiwert für die Teilflächenpressung [-]
$f_{c,90,edge,d}$	Bemessungswert der Druckfestigkeit rechtwinklig zur Faserrichtung (siehe Abschnitt 4-2.1) [N/mm <sup>2</sup> ]

### 4-7.2.5 Druck im Steg im Auflagerbereich

Die in Abschnitt 4-7.2.4 beschriebenen Kräfte werden dann vom Auflager in den Steg des Balkens weitergeleitet. Wie in Abbildung 4-18 zu erkennen ist, wird dabei ein Lastausbreitungswinkel von  $30^\circ$  über die Höhe des Gurtes angenommen. Die von der eingeleiteten Kraft beeinflusste Fläche entspricht der effektiven Auflagerlänge  $l_{eff}$  multipliziert mit der Breite des Steges  $b_s$ .

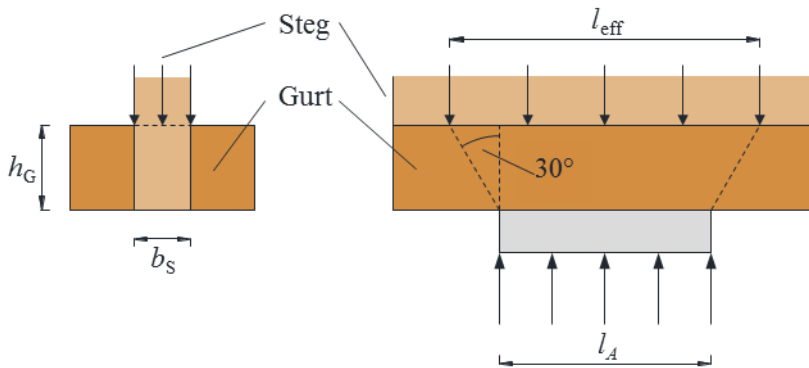


Abbildung 4-18: Lastausbreitung am Auflager und Querdruckspannung im Steg

Die effektive Fläche beträgt somit:

$$A_{eff} = b_s \cdot l_{eff} = b_s \cdot (l_A + 2 \cdot h_G \cdot \tan(30^\circ)) \quad (4.67)$$

Mit

$A_{eff}$	effektive Fläche [mm <sup>2</sup> ]
$l_{eff}$	effektiv wirksame Länge [mm]
$l_A$	Auflagerlänge [mm]

Die Spannung im Steg wird nach Gl. (4.65) berechnet.

### Nachweisführung

Der Nachweis auf Querdruck im Steg kann nach Gl. (4.68) geführt werden:

$$\frac{\sigma_{c,90}}{f_{c,90,d}} \leq 1 \quad (4.68)$$

## 4-7.3 STABILITÄT

Stabilität beschreibt einen Gleichgewichtszustand des Systems, bei dem es, unter einer äußeren Belastung, zu hinreichend kleinen Verformungen kommt. Im Allgemeinen treten Stabilitätsprobleme auf, wenn eine äußere Belastung mehrere Verschiebungszustände ermöglicht. Man unterscheidet generell, wie in Abbildung 4-19 zu sehen, zwischen Verzweigungsprobleme und Durchschlagprobleme. Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich Verzweigungsprobleme betrachtet. [59]

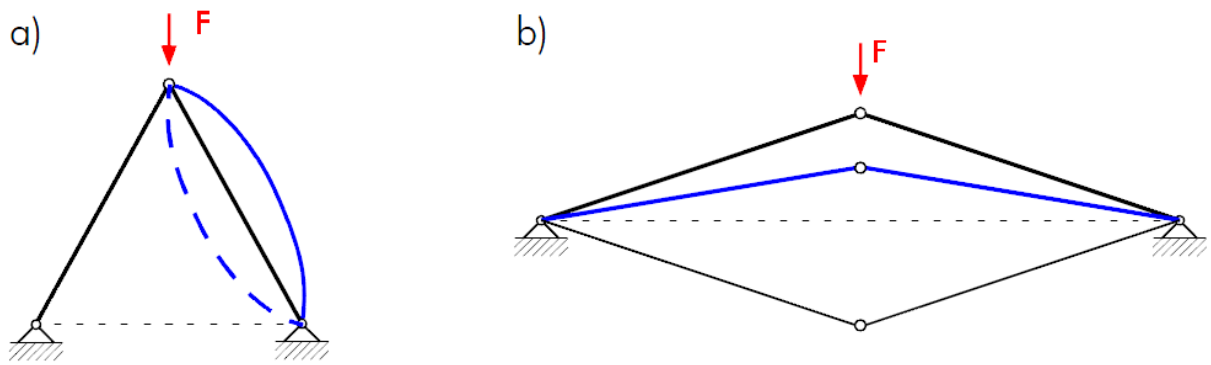


Abbildung 4-19: a) Verzweigungsproblem (in diesem Fall Knicken); b) Durchschlagproblem [59]

Stabilitätsprobleme treten meist unter einer Druckbelastung auf. Durch die großen auftretenden Systemverformungen kommt es zu zusätzlichen Biegebelastungen am Tragwerk. Die Bemessung geht von einer sogenannten kritischen Last aus, die als maximale Last bevor ein Stabilitätsverlust eintritt, angesehen werden kann. [59]

In Abbildung 4-20 werden die drei Stabilitätszustände eines idealen Druckstabes dargestellt. Ein System ist stabil, wenn sogenannte Rückstellkräfte den Körper in seiner Ausgangslage zurückzwingen. Bei einer Steigerung der Belastung kommt es zu einer Verringerung dieser Rückstellkräfte, bis diese Null erreichen. Ist dieser Fall erreicht, kann der Stab ohne Widerstand ausgelenkt werden und man spricht von einem indifferenten Stabilitätszustand. Bei einer weiteren Steigerung der Last werden die Rückstellkräfte negativ, was einer weiteren Auslenkung des Systems zufolge hat. Dieser Fall wird als Knicken bezeichnet, und kann zum Versagen des Bauteils führen. [59]

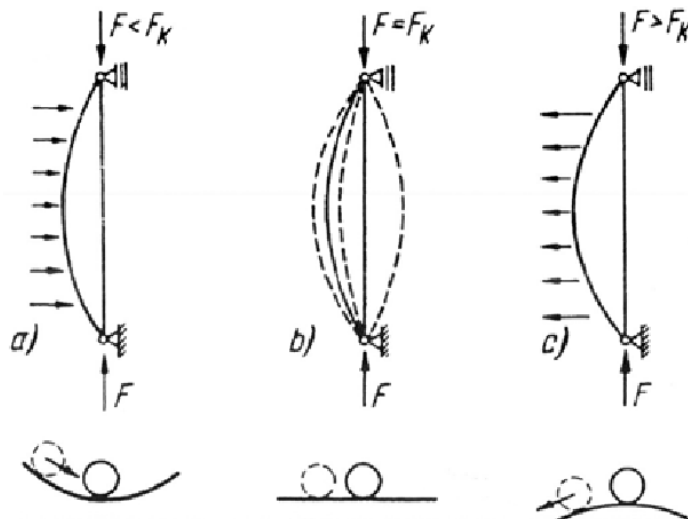


Abbildung 4-20: Gleichgewichtszustände eines idealen Druckstabes: a) stabil; b) indifferent; c) labil [59]

Im Allgemeinen können Stabilitätsprobleme bei stabförmigen (z. B. Kippen, Biegedrillknicken, ...) und flächenförmigen (z. B. Beulen) Tragwerken auftreten. In den nächsten Abschnitten wird auf diese Stabilitätsprobleme genauer eingegangen.

#### 4-7.3.1 Biegedrillknicken

Biegedrillknicken, oder auch Kippen genannt, ist ein Versagensmechanismus bei dem eine Überlagerung von Durchbiegungen in der Ebene, aus der Ebene und Torsion stattfindet. Ähnlich wie beim Knicken, kommt es hier ab einer bestimmten Last, in diesem Fall  $M_{cr}$ , zu einem instabilen Zustand bei dem der

Druckgurt aus der Ebene ausweicht und der Zuggurt als stabilisierend wirkt. Die Wechselwirkung der beiden Gurte führt dazu, dass sich der Träger um seine eigene Achse dreht. Es kommt also zu einer Torsionsbeanspruchung. Biegedrillknicken kann von vielen Faktoren beeinflusst werden. Die wichtigsten darunter sind:

- Belastung
- Lagerbedingungen
- Spannweite bzw. Entfernung zwischen den Kippsicherungen
- Querschnitt des Trägers
- verwendete Materialien

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Biegedrillknicken in der Dimensionierung eines Trägers zu berücksichtigen. Die erste Möglichkeit besteht darin, die ungehaltene Länge zwischen den Kippsicherungen mit einer effektiven Länge, die oben genannte Faktoren berücksichtigt und eine einfache Berechnung ohne Stabilitätsversagen ermöglicht, zu ersetzen. Die Alternative sieht vor, eine kritische Last zu berechnen und diese mit der Belastung am System zu vergleichen. [4]

Um das kritische Moment  $M_{cr}$  zu berechnen, wird das System zunächst durch drei Gleichgewichtsbedingungen beschrieben. Eine Gleichung beschreibt Biegung in der Ebene, die zweite Biegung aus der Ebene und die dritte beschreibt die Torsion. Aus diesen drei Gleichungen erhält man ein System von Differentialgleichungen. Das kritische Moment kann dann durch Lösen dieses Systems berechnet werden. [4]

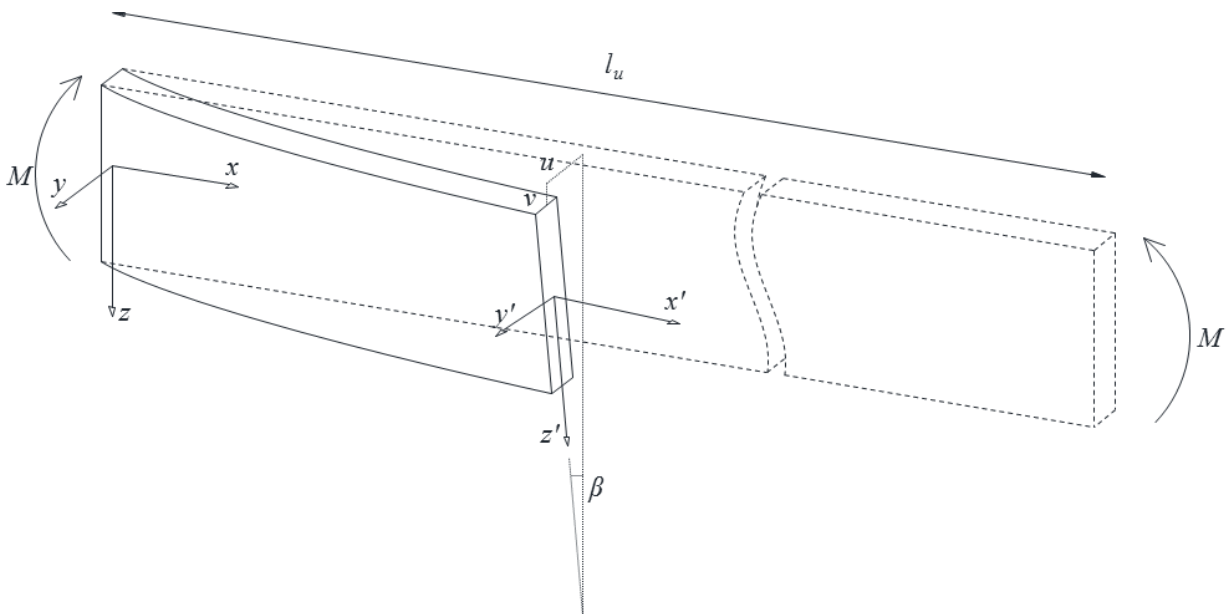


Abbildung 4-21: Biegedrillknicken eines Trägers

Beim System in Abbildung 4-21 handelt es sich um einen einfachen Einfeldträger, der durch ein konstantes Moment belastet ist. Dieses System kann relativ leicht beschrieben werden, und  $M_{cr}$  errechnet sich zu:

$$M_{y,cr} = \frac{\pi}{l_u} * \sqrt{EI_z GI_t} \quad (4.69)$$

Mit



$M_{y,cr}$	Kritisches Moment um die y-Achse [Nmm]
$l_u$	ungehaltene Länge [mm]
$EI_z$	Biegesteifigkeit um die z-Achse [Nmm <sup>2</sup> ]
$GI_t$	Torsionssteifigkeit [Nmm <sup>2</sup> ]

Ahnlen [2] untersucht in seiner Arbeit die Berechnung des kritischen Moments für ein beliebiges System. Die analytische Berechnung von  $M_{cr}$  kann entweder durch Energiemethoden oder, in der Praxis weitaus üblicher, durch Verwenden der sogenannten „Drei-Faktor Gleichung“ durchgeführt werden. Diese Gleichung stützt sich auf einen Referenzlastfall und wird durch Komponenten erweitert, die verschiedene Situationen berücksichtigen sollen. Die Referenzgleichung (4.70) ergibt sich aus einem doppelsymmetrischen Träger, der durch eine Gabellagerung einfach gelagert ist und durch ein konstantes Moment belastet wird:

$$M_{y,cr} = \frac{\pi^2 * EI_z}{L^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \cdot GI_t}{\pi^2 \cdot EI_z}} \quad (4.70)$$

Um diese Gleichung für beliebige Lastsituationen und Querschnitte gültig zu machen, werden, für doppelsymmetrische Querschnitte, zwei Korrekturfaktoren eingeführt:  $C_1$  und  $C_2$ . Um zudem Beulen und Verdrehung am Auflager einzubeziehen wurden die Konstanten  $k_w$  und  $k_z$  verwendet. Diese zwei Konstanten sind im häufig auftretenden Fall einer Gabellagerung als Auflagerbedingung mit 1 anzusetzen.

Die vollständige Gleichung lautet somit:

$$M_{y,cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot EI_{z,eff}}{(k_z \cdot L)^2} \left( \left( \sqrt{\left( \frac{k_z}{k_w} \right) \frac{I_w}{I_{z,eff}} + \frac{(k_z \cdot L)^2 \cdot GI_{t,eff}}{\pi^2 \cdot EI_{z,eff}} + (C_2 \cdot z_g)^2} \right) - C_2 \cdot z_g \right) \quad (4.71)$$

Mit

$E$	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$G$	Schubmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$I_{z,eff}$	effektives Trägheitsmoment um die z-Achse [mm <sup>4</sup> ]
$I_{t,eff}$	effektives Torsionsträgheitsmoment [mm <sup>4</sup> ]
$I_w$	Wölbwiderstandsmoment [mm <sup>6</sup> ]
$L$	Distanz zwischen Kipphalterungen [mm]
$k_z$	Faktor für die Berücksichtigung der Verdrehung am Auflager [-]
$k_w$	Faktor für die Berücksichtigung des Beulens am Auflager [-]
$z_g$	Distanz zw. dem Lasteinleitungspunkt und dem Schubmittelpunkt [mm]
$z_j$	Distanz abhängig von der Asymmetrie um die y-Achse [mm]
$C_1$	Faktor zur Berücksichtigung des Momentenverlaufes [-]
$C_2$	Faktor zur Berücksichtigung des Lasteinleitungspunktes [-]

Die Faktoren  $C_1$  und  $C_2$  können wie folgt berechnet werden:

$$C_1 = \frac{12M_{\max}}{3M_A + 4M_B + 3M_C + 2M_{\max}} \quad (4.72)$$

Mit

- $M_{\max}$  maximales Moment am Balken [Nmm]
- $M_A$  Moment bei  $x = L/4$  [Nmm]
- $M_B$  Moment bei  $x = L/2$  [Nmm]
- $M_C$  Moment bei  $x = 3L/4$  [Nmm]

Für  $C_2$  werden Tabellenwerte aus einem von Access-Steel [1] veröffentlichten NCCI (non-contradictory complementary information) Dokument, basierend auf der ON EN 1993 [43], verwendet.

In Abbildung 4-22 können die Faktoren  $C_1$  und  $C_2$  für einige übliche Belastungsfälle und Auflagerbedingungen entnommen werden.

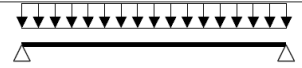

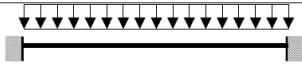

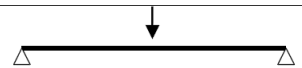
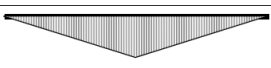
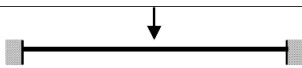
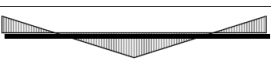
Belastungsfall und Auflagerbedingungen	Biegemomentenverlauf	$C_1$	$C_2$
		1,127	0,454
		2,578	1,554
		1,348	0,630
		1,683	1,645

Abbildung 4-22: Werte für  $C_1$  und  $C_2$  für einige Fälle von in Querrichtung belasteten Bauteilen [1]

Nach der Berechnung des kritischen Moments folgt die Berechnung der kritischen Biegespannung. Die Gleichung dafür ist analog zu Gl. (4.35) zu führen. Aus der kritischen Biegespannung und dem charakteristischen Wert der Biegefestigkeit errechnet sich nach Gl. (4.74) der bezogene Kippschlankheitsgrad, was letztendlich zum Kippbeiwert  $k_{\text{crit}}$  nach Gl. (4.75) führt.

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{E_i}{E_{\text{ref}}} \cdot \frac{M_{y,\text{cr}}}{I_{y,\text{eff}}} \cdot z \quad (4.73)$$

Mit

- $\sigma_{m,\text{crit}}$  kritische Knickspannung [N/mm<sup>2</sup>]

$$\lambda_{\text{rel,m}} = \sqrt{\frac{f_{\text{m,k}}}{\sigma_{\text{m,crit}}}} \quad (4.74)$$

Mit

$\lambda_{\text{rel,m}}$  bezogener Kippschlankheitsgrad [-]

$f_{\text{m,k}}$  charakteristischer Wert der Biegefestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]

$$k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_{\text{rel,m}} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel,m}} & \text{für } 0,75 < \lambda_{\text{rel,m}} \leq 1,4 \\ \frac{1}{\lambda_{\text{rel,m}}^2} & \text{für } 1,4 < \lambda_{\text{rel,m}} \end{cases} \quad (4.75)$$

Mit

$k_{\text{crit}}$  Kippbeiwert

### **Nachweisführung**

Der Einfluss von Biegedrillknicken bzw. Kippen wird im Nachweis durch die Verminderung der Biegefestigkeit um den Faktor  $k_{\text{crit}}$  berücksichtigt. [44]

$$\frac{\sigma_x}{k_{\text{crit}} \cdot f_{\text{m,d}}} \leq 1 \quad (4.76)$$

Mit

$\sigma_x$  maximale Biegenormalspannung [N/mm<sup>2</sup>]

$f_{\text{m,d}}$  Bemessungswert der Biegefestigkeit (siehe Abschnitt 4-2.1) [N/mm<sup>2</sup>]

### 4-7.3.2 Beulen des Steges

Beim Beulen handelt es sich, wie bei Knicken und Biegedrillknicken, um ein Stabilitätsproblem des Systems. Knicken findet in einer Ebene statt und nur bei stabförmigen Elementen. Beulen einer Platte hingegen findet in zwei Ebenen statt, was eine Berechnung deutlich komplexer macht. [70]

Ein weiterer Unterschied zu Knicken und Biegedrillknicken liegt in dem nicht sofortigen Versagen des Systems beim Eintreten einer Instabilität. Nachdem die Beulung begonnen hat, zeichnet sich das Tragverhalten einer Platte durch eine überkritische Tragfähigkeit aus. [51]

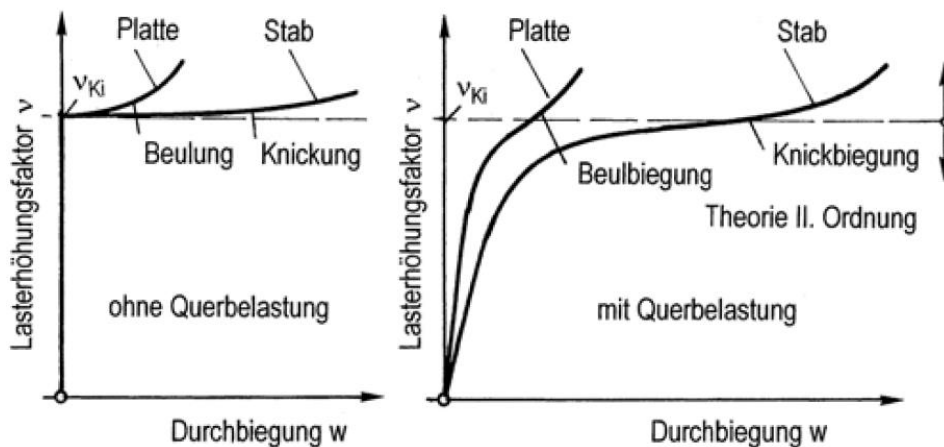


Abbildung 4-23: Tragverhalten einer Platte beim Beulen [51]

In Abbildung 4-23 kann man dieses Verhalten erkennen. Beim Erreichen der kritischen Knicklast eines Stabes kommt es zu einer sprunghaften Deformation. Eine geringe Laststeigerung genügt, um das System weiter zu verformen, bis es sich in einem neuen überkritischen Gleichgewichtszustand einstellt. Eine Platte hingegen kann, durch die zweiachsige Tragwirkung, eine höhere überkritische Tragwirkung erreichen. Dabei führt eine Erhöhung der Last nur zu verhältnismäßig kleinen Durchbiegungen. [51]

Um eine kritische Beulspannung für allgemeine Spannungszustände zu erhalten, müsste man eine Differentialgleichung der Biegetheorie II. Ordnung analytisch lösen, was aber in diesem Fall nicht möglich ist. Auf Basis der FEM kann man zu Näherungslösungen in Abhängigkeit der Plattengröße und Lagerung kommen. Je nach Plattengröße stellen sich verschiedene Anzahlen an Sinus-Halbwellen in Längsrichtung ein. Die Anzahl an Halbwellen in Querrichtung wird immer 1 sein, da dies immer zur betragskleinsten Lösung der Differentialgleichung der kritischen Beullast führt. [51]

Um die kritische Beulspannung zu berechnen soll vorher eine Bezugsspannung nach Gl. (4.77) bestimmt werden.

$$\sigma_e = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (4.77)$$

Mit

- $\sigma_e$       Bezugsspannung [N/mm<sup>2</sup>]
- $b$          Breite der Platte bzw. Höhe des Steges [mm]
- $t$          Dicke der Platte bzw. des Steges [mm]
- $\nu$          Poissonzahl des Stegmaterials [-]

Bei der Bestimmung der kritischen Beulspannung ist zu unterscheiden, ob das Beulen von einer Druckspannung oder einer Schubspannung eingeleitet wird. Die dafür entsprechenden Gleichungen der Beulspannung lauten:

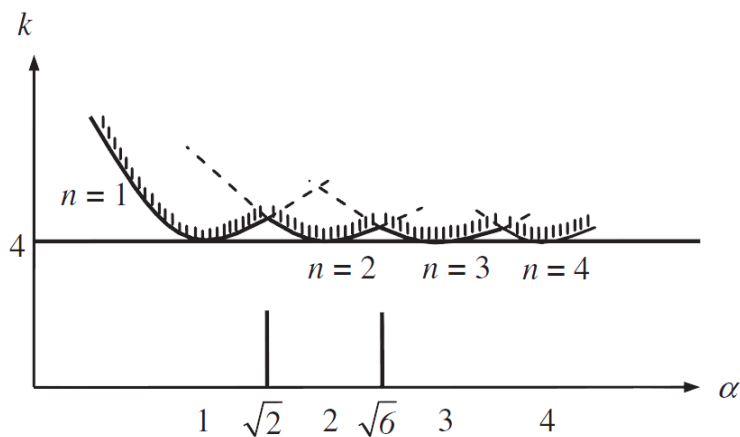
$$\sigma_{cr} = k_\sigma \cdot \sigma_e \quad (4.78)$$

$$\tau_{cr} = k_\tau \cdot \sigma_e \quad (4.79)$$

Mit

$k_\tau$ bzw. $k_\sigma$	Beulbeiwert [-]
$\tau_{cr}$ bzw. $\sigma_{cr}$	kritische Beulspannung [N/mm <sup>2</sup> ]

Wenn Beulen aus einer Druckspannung im Bauteil entsteht, wird Gl. (4.78) verwendet. Das Lösen dieser Differentialgleichung liefert eine Kurve für jede Halbwelle in Längsrichtung. Wie in Abbildung 4-24 ersichtlich, entsteht durch die Überlagerung dieser Kurven in einem Diagramm eine Kurvenschar. Maßgebend ist die Einhüllende dieser Schar (sog. Girlandenkurve), die den sogenannten Beulwert  $k$  für verschiedene Seitenverhältnisse  $\alpha$  der Platte beschreibt. Dieser Beulwert ergibt sich aus den Randbedingungen der Platte, die wiederum von der Plattenlagerung abhängig sind.



**Abbildung 4-24: Kurvenschar für eine Rechteckplatte mit allseitig unverschieblichen und frei drehbaren Rändern [51]**

Beulwerte für weitere Lagerbedingungen bei einer Druckbelastung können aus Petersen [51] entnommen werden.

Entsteht Beulen hingegen aus Schubspannungen im Bauteil wird der Beiwert  $k_\tau$  verwendet. Dieser ergibt sich durch das Lösen der Gl.(4.79) und ist wiederum von den Lagerbedingungen und den Abmessungen der Platte abhängig. Die für diese Arbeit maßgebende Lagerbedingung ist eine auf vier Seiten gelenkig gelagerte Platte. Die Abmessungen der Platte, oder in diesem Fall des Steges, fließen durch den Beiwert  $\alpha$  ein. [5]

$$\alpha = \frac{L}{h_w} \quad (4.80)$$

Mit

$L$  Spannweite des Trägers [mm]

$h_w$  Höhe des Steges [mm]

$$k_\tau = 4 + \frac{5,34}{\alpha^2} \quad \text{für } \alpha \leq 1 \quad (4.81)$$

$$k_\tau = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2} \quad \text{für } \alpha > 1 \quad (4.82)$$

Mit

$k_\tau$  Beulbeiwert [-]

Die Gleichungen der Beulbeiwerte für verschiedene Lagerbedingungen können aus Yoo [70] entnommen werden.

Die kritische Schubbeulspannung ergibt sich zu:

$$\tau_{cr} = k_\tau \left( \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2) \left( \frac{h_w}{t_w} \right)^2} \right) \quad (4.83)$$

Mit

$h_w$  Höhe des Steges [mm]

$t_w$  Dicke des Steges [mm]

### **Nachweisführung**

Die Nachweisführung laut ON B 1995-1-1 [44] sieht nur eine Begrenzung des Verhältnisses zwischen Dicke und Höhe Steges vor. Damit wird eine Versagenswahrscheinlichkeit auf Beulen minimiert.

Falls kein genauer Nachweis geführt wird, soll folgende Bedingung eingehalten werden:

$$\frac{h_w}{t_w} < 70 \quad (4.84)$$

## **4-8 GRENZZUSTAND DER GEBRAUCHSTAUGLICHKEIT**

Der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit berücksichtigt die Nachweisführung der Verformungen und Schwingungen nach ON B 1995-1-1 [44] und dient hauptsächlich zur Begrenzung der Schäden annähernder Bauteile sowie zur Berücksichtigung des Erscheinungsbilds des Bauwerks.

Die Berechnung der Verformungen erfolgt nach Abschnitt 4-6.

### **Nachweisführung**

Die Nachweise für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind mit den charakteristischen Werten der Einwirkungen und mit den Mittelwerten der Steifigkeitskenngrößen zu führen. [44]

Der Nachweis soll an der Stelle mit der maximalen Verformung für drei verschiedene Belastungskombinationen geführt werden: Anfangsdurchbiegung, Enddurchbiegung und gesamte Enddurchbiegung. Dadurch werden Verformungen im Anfangszustand und im Endzustand, mit Einfluss von Kriechen, berücksichtigt.

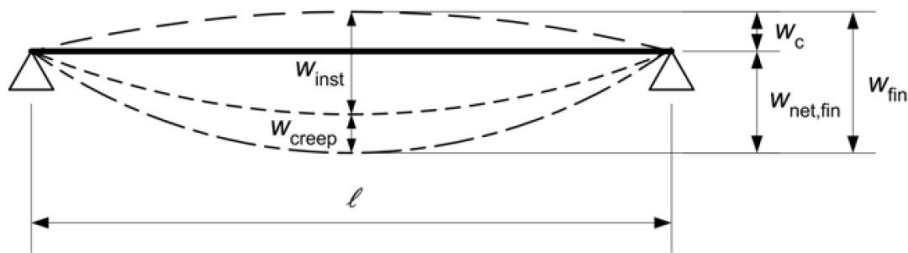


Abbildung 4-25: Anteile der Durchbiegung [44]

Die in Abbildung 4-25 dargestellten Anteile der Durchbiegung bedeuten lt. ON B 1995-1-1 [44]:

$w_c$	Überhöhung (falls vorhanden) [mm]
$w_{inst}$	Anfangsdurchbiegung [mm]
$w_{creep}$	Durchbiegung infolge Kriechens [mm]
$w_{fin}$	Enddurchbiegung [mm]
$w_{net,fin}$	gesamte Enddurchbiegung (Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung) [mm]

Anfangsdurchbiegung:

$$w_{inst} = \sum_{j \geq 1} w_{inst,G,j} + w_{inst,Q,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot w_{inst,Q,i} \quad (4.85)$$

Gesamte Enddurchbiegung:

$$\begin{aligned} w_{net,fin} &= w_{inst,2} + w_{creep} - w_c \\ &= \left[ \sum_{j \geq 1} w_{inst,G,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right] + \left[ \sum_{j \geq 1} w_{inst,G,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right] \cdot k_{def} - w_c \quad (4.86) \\ &= \left[ \sum_{j \geq 1} w_{inst,G,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right] \cdot (1 + k_{def}) - w_c \end{aligned}$$

Mit

$w_{inst}$	elastische Anfangsdurchbiegung für die charakteristische Einwirkungskombination [mm]
$w_{inst,2}$	elastische Anfangsdurchbiegung für die quasi-ständige Einwirkungskombination [mm]
G	infolge ständiger Einwirkungen
Q	infolge veränderlicher Einwirkungen
$\psi$	Kombinationsbeiwert [-]
$k_{def}$	Verformungsbeiwert [-]

Der Nachweis gilt als erfüllt, wenn die Durchbiegungen die Grenzwerte lt. Tabelle 4-2 nicht überschreiten.

**Tabelle 4-2: Grenzwerte der Durchbiegungen von beidseitig aufliegenden Bauteilen [44]**

	$w_{inst}$	$w_{net,fin}$
<b>Auswirkungen am Tragwerk</b>	nicht umkehrbar	umkehrbar
<b>Bauteile wie z. B. Decken, Teile von begehbaren Dächern und ähnlich genutzte Bauteile</b>	$l/300$	$l/250$
<b>Bauteile, bei denen die Durchbiegung eine untergeordnete Bedeutung hat, wie z. B. nicht begehbare Dächer</b>	$l/200$	$l/150$

Für auskragende Biegestäbe sind die in Tabelle 4-2 angegebene Grenzwerte zu verdoppeln.

## 4-9 MITWIRKENDE BREITE

Wenn die Gurtbreite im Gegensatz zum Rest des Trägers sehr groß ist, wird sich in  $y$ -Richtung eine nicht lineare Spannungsverteilung  $\sigma_{x,vorh}$  (siehe Abbildung 4-26) im Gurt einstellen. Dies spricht gegen die Theorie der Balkenbiegung, die besagt, dass die Dehnung einer einzelnen Faser annähernd proportional zur Entfernung dieser zu einer neutralen Faser ist. Das heißt, dass laut der Balkentheorie die Spannung im Gurt, unabhängig von der Breite, bei einem konstanten Abstand zur neutralen Faser gleichmäßig ist. Um diese Theorie nutzen zu können, bedient man sich der sogenannten mitwirkenden Breite eines Trägers. Dabei handelt es sich um eine ideelle Breite, bei der die Normalspannungen im Schwerpunkt des Gurtes, unter Berücksichtigung der Balkentheorie, dem Maximalwert der reellen Spannungen  $\sigma_{x,max}$  (siehe Abbildung 4-26) entsprechen. [6]

Mistler [33] untersucht in seiner Arbeit die Berechnung dieser mitwirkenden Breite bei doppelschaligen Tafелеlementen. Die Berechnungen und Annahmen in dieser Arbeit basieren auf einem von Möhler et al. [32] veröffentlichten Artikel.

Wie in Abbildung 4-26 ersichtlich, wird für die Berechnung der mitwirkenden Plattenbreite der Spannungsverlauf in der Beplankungsscheibe bestimmt. Als Ansatz für die Spannungsfunktion wird eine Gleichung herangezogen, mit der man die orthotrope Scheibe berechnen und dessen Randbedingungen erfüllen kann. Um die Verbindung zwischen Rippe und Platte korrekt darzustellen, müsste die Scheibengleichung so erweitert werden, dass die Steifigkeit der Längsrippen und die Momentenverteilung berücksichtigt werden. Durch ein Näherungsverfahren wird auf den Einfluss der Steifigkeit der Längsrippen verzichtet und man ersetzt die dafür zuständige Randbedingung durch einen Ausdruck, der die Querkraftlinie aus der äußeren Belastung beschreibt. Diese wird mit der Schubspannung am Rand der Scheibe gleichgesetzt und in die Spannungsfunktion eingetragen. Durch Entwickeln einer trigonometrischen Reihe zur Beschreibung der äußeren Querkraftlinie lassen sich die Integrationskonstanten durch Fourierkoeffizienten ausdrücken. Setzt man alles in der ursprünglichen Gleichung ein, erhält man eine angenäherte Spannungsfunktion für die Scheibe. Die mitwirkende Breite kann dann aus einem Verhältnis der Maximalspannung in der Scheibe und der Gesamtspannung auf der ganzen Breite berechnet werden. [33]



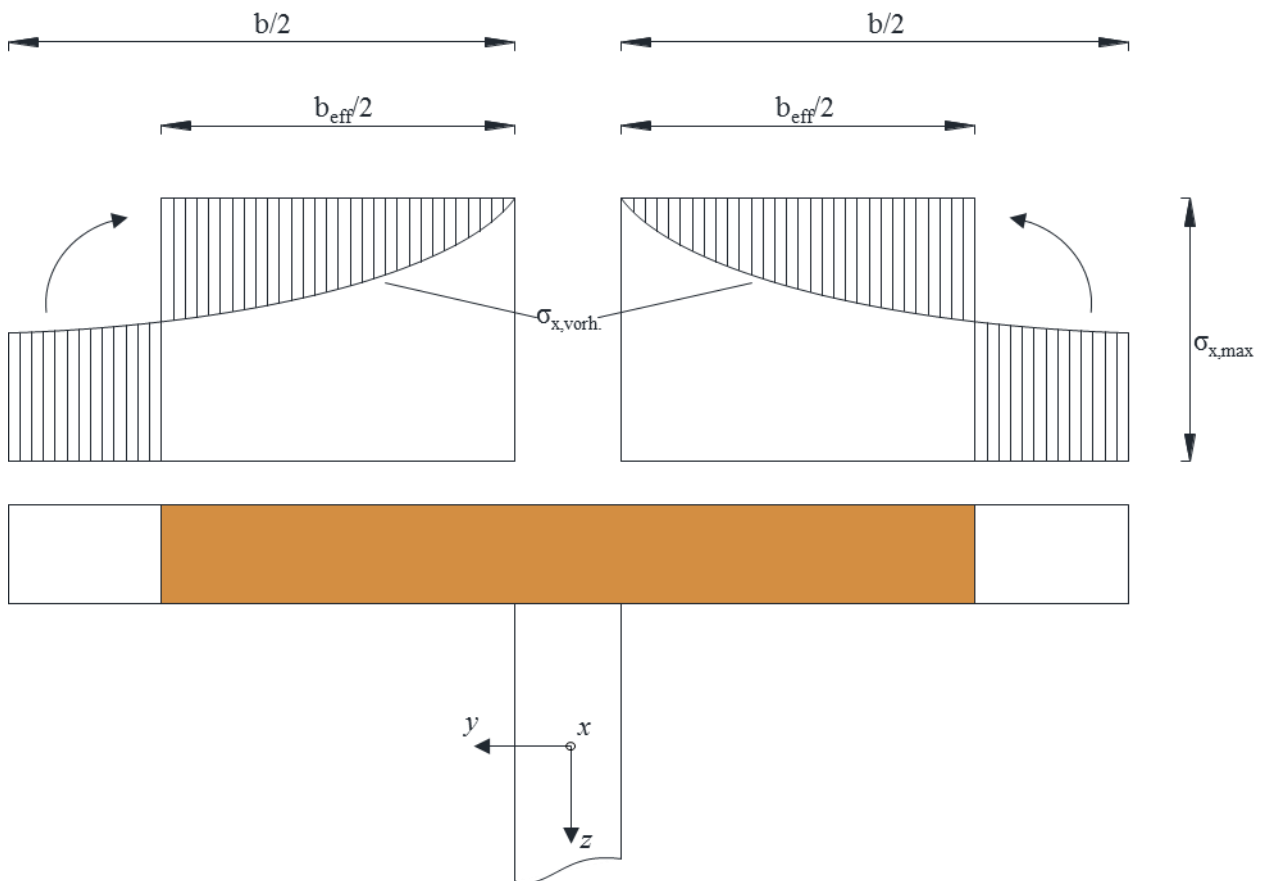


Abbildung 4-26: Spannungsverteilung bei der mitwirkenden Breite

Die weitere Untersuchung dieser Berechnung führte laut Mistler [33] zu folgende Betrachtungen:

- Wenn man für  $L$  den Abstand der Momentennullpunkte verwendet, kann die mitwirkende Breite auch für Durchlaufträger berechnet werden
- Bei steigendem Verhältnis von  $b/L$ , sinkt  $b_{eff}/b$
- Bei steigendem Verhältnis von  $E_0/G$ , sinkt  $b_{eff}/b$
- Der Einfluss von  $E_{90}$  ist vernachlässigbar
- Bei einer gleichmäßig verteilten Last ist  $b_{eff}$  an der Stelle des maximalen Moments am größten

Mit

$L$	Gesamtlänge des Bauteils [mm]
$E_0$	Elastizitätsmodul in Faserrichtung des Materials [N/mm <sup>2</sup> ]
$E_{90}$	Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung des Materials [N/mm <sup>2</sup> ]
$G$	Schubmodul des Materials [N/mm <sup>2</sup> ]

### Diskussion

Bei den betrachteten Trägerabmessungen ist der Einfluss dieser nicht-linearen Spannungsverteilung im Gurt, aufgrund der verhältnismäßig geringen Gurtbreite, nicht erkennbar, wurde aber zur Vollständigkeit trotzdem angeführt. Falls das System z. B. als Rippendecke ausgeführt wird ist die mitwirkende Breite zu berücksichtigen.

## Kapitel 5: THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN

In diesem Kapitel wird auf die Berechnung und Optimierung eines Trägers auf Basis der in Kapitel 4 dargelegten Berechnungsansätze eingegangen. Als erster Schritt werden prinzipielle Überlegungen zur Konzeption des I-Trägers dargelegt. Basierend darauf wird ein parametrisiertes Berechnungsmodell, unter Berücksichtigung der wesentlichen Kriterien hinsichtlich Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit, entwickelt. Dieses Berechnungsmodell soll es ermöglichen, unterschiedliche Querschnittsgeometrien, Verbindungen zwischen Steg und Gurt, Materialien und Lagerbedingungen zu untersuchen, um somit die Einflüsse ausgewählter Variablen durch eine Sensibilitätsanalyse bzw. Parameterstudie darzustellen. Die theoretischen Untersuchungen sollen dann durch die experimentellen Untersuchungen (Kapitel 6) validiert werden und in Kapitel 7 verglichen werden.

### 5-1 PRINZIPIELLE ÜBERLEGUNGEN ZUR KONZEPTION DES I-TRÄGER QUERSCHNITTS

In diesem Abschnitt werden prinzipielle Überlegungen zur Konzeption eines Trägers mit I-förmigem Querschnitt dargelegt. Dazu werden die Bestandteile eines I-förmigen Querschnittes einzeln betrachtet und potentielle Aspekte zur Verbesserung der Tragfähigkeit und Steifigkeit des zusammengesetzten Trägers dargelegt bzw. diskutiert.

Abbildung 5-1 zeigt dabei die Komponenten eines I-förmigen Trägers die in den nächsten Abschnitten besprochen werden.

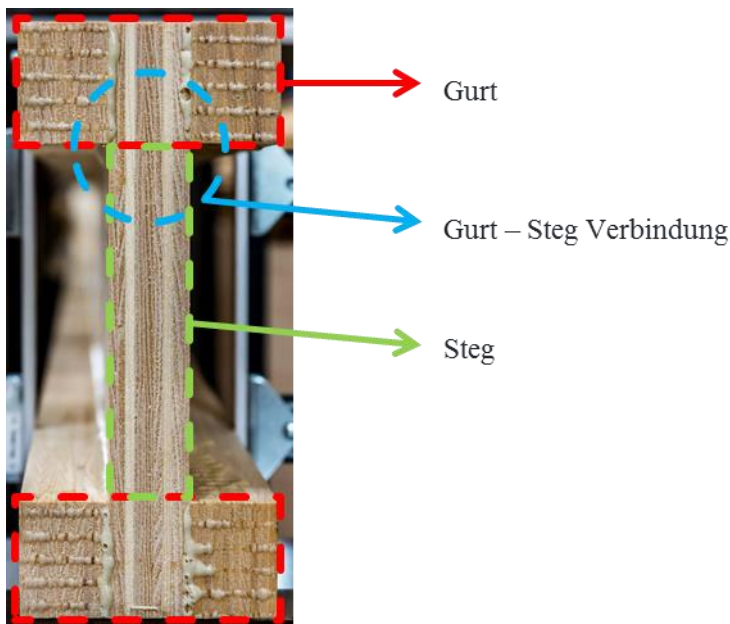


Abbildung 5-1: Elemente eines Trägers mit I-förmigem Querschnitt

## 5-1.1 GURT

Wie bereits in Abschnitt 2-2.1 erwähnt, übernehmen die Gurte die Aufgabe, die aus einer Biegebeanspruchung auftretenden Normalkräfte (Biegezug- und Biegedruckkräfte) in Bauteillängsrichtung aufzunehmen. Betrachtet man die formalen Beziehungen nach Abschnitt 4-7.2.1, so ergeben sich die maximalen Normalspannungen an den Bauteilrandzonen (Biegezug- und Biegedruckspannung) an der Stelle des maximalen Momentes. Gleichzeitig stellt der E-Modul in Bauteillängsrichtung des Gurtmaterials in Abhängigkeit der Lage der Gurtfläche, bezogen auf den Gesamtschwerpunkt des Querschnitts, die maßgebliche Einflussgröße bezüglich resultierender Durchbiegung bei Biegung um die starke Achse (um die y-Achse) des Trägers dar. Insofern gilt es, Holz (Holzart) bzw. Holzwerkstoffe mit ausgeprägt hohen E-Moduln und möglichst hohen Festigkeitseigenschaften in Längsrichtung für die Gurtbereiche zu verwenden.

Damit bietet sich als Ausgangsmaterial zur Ausbildung der Gurtbereiche Furnierschichtholz, bestehend aus durchgängig in Längsrichtung orientierten verklebten Furnierschichten (bezogen auf die Faserrichtung), an.

Ein weiteres, für die Ausbildung der Gurtbereiche, geeignetes Ausgangsmaterial ist Vollholz. Jedoch sind die mechanischen Eigenschaften von Vollholz geringer als die eines Furnierschichtholzes bestehend aus der selben Holzart. Zudem kann bei einer Ausbildung der Gurte aus Vollholz, aufgrund der Längenverfügbarkeit des Ausgangsmaterials, ein Längsstoß erforderlich sein, was vor allem bei einer Zugbeanspruchung des Gurtes in Längsrichtung die Tragfähigkeit des gesamten Bauteils einschränken kann.

Großen Einfluss hat zudem die Holzart, die dafür verwendet wird. Es soll eine Holzart mit einem möglichst hohen Zug-Elastizitätsmodul bzw. einer hohen Zugfestigkeit in Faserlängsrichtung verwendet werden (z. B. Birke).

Falls für Steg und Gurt unterschiedliche Holzarten verwendet werden, ist die Wirksamkeit der Verklebung zwischen diesen Bauteilen sicherzustellen. Zudem sind mögliche Zwangsbelastungen aufgrund einer unterschiedlichen Verformung der einzelnen Bestandteile des Trägers bei Feuchteeinwirkung zu berücksichtigen.

## 5-1.2 STEG

Die Hauptaufgabe des Steges ist es, Querkräfte aufzunehmen (siehe Abschnitt 2-2.2).

Folgende Aspekte bezüglich des Steges haben den größten Einfluss auf die Tragfähigkeit und Steifigkeit des zusammengesetzten Bauteils.

### 5-1.2.1 Ausführung des Steges

Der Steg kann entweder vollwandig oder aufgelöst (Bsp. Gitterträger) ausgeführt werden.

Bei einer vollwandigen Ausführung des Steges wird dieser als Scheibe beansprucht und nimmt die einwirkende Querkraft als Schubbelastung auf. Der Hauptvorteil eines vollwandigen Steges ist vor allem die einfache Herstellung.

Zur Reduzierung des Eigengewichtes kann der Steg aufgelöst ausgeführt werden. Ein Beispiel einer aufgelösten Ausführung ist der Gitterträger, der aus diagonal ausgerichteten Gitterstreben besteht. Die Querkräfte werden dabei nicht wie bei einem Träger mit einem Vollwandsteg als Schubbelastung aufgenommen, sondern wie bei einem Fachwerk vor allem als Zug- und Druckkräfte in den Streben. Ein Nachteil dieser Ausführung ist die aufwendigere Herstellung.

### 5-1.2.2 Material und Holzart

Eine der Hauptanforderungen an das Stegmaterial ist eine hohe Formstabilität. Dies kann vor allem durch die Wahl von Holzwerkstoffen mit gesperrtem Aufbau (siehe Abschnitt 2-3) erreicht werden. Zudem ist es erwünscht, ein Material bzw. eine Holzart mit einer möglichst hohen Schubfestigkeit und Steifigkeit (Biege- und Schubsteifigkeit) zu verwenden. Je nach gewählter Verbindung zwischen Steg und Gurt kann auch die Biegefestigkeit des Materials bzw. der Holzart eine wichtige Rolle spielen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Fokus auf Furnierschichtholz gesetzt, was zu den folgenden Aspekten führt.

### 5-1.2.3 Position und Anzahl der Querlagen im Stegaufbau

Wie bereits in Abschnitt 2-3 erläutert, kann durch Anpassung der Orientierung bezüglich der Faserrichtung einiger Schichten (Querlagen) im Aufbau des Holzwerkstoffes eine gesperrte Struktur erzielt werden. Dadurch kann, auf Kosten einiger Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften ( $m$ ,  $c$ ,  $t$  nach Abschnitt 4-2.1) des Materials in Hauptrichtung (in Faserrichtung nach Abschnitt 4-2.1), eine wesentlich höhere Formstabilität des Materials erreicht werden. [58]

Um ein solches Material zu sperren ist im Allgemeinen nur eine Querlage nötig. Das Einbauen weiterer Querlagen führt zu einer Verbesserung der Formstabilität.

Folgend wird auf den Einfluss der Position und der Anzahl der Querlagen eingegangen.

#### **Position**

Im Allgemeinen sollen die Decklagen und die im Schichtaufbau zweite und vorletzte Lage (angrenzend an die Decklagen) als Längslagen (Faserrichtung parallel zur Bauteillängsrichtung) ausgeführt sein. Dadurch werden festigkeitsmindernde Merkmale dieser Furnierschichten (z. B. Abweichung der Faserrichtung bezüglich der Bauteillängsrichtung) verteilt. Zudem kommt es, durch die an die Decklage angrenzende Längslage, zu einer gegenseitigen Abdeckung der Schäftungsbereiche (Siehe Abschnitt 2-3.3).

Ein weiterer Grund, keine Querlagen als Decklagen zu verwenden, ist die Übertragung der Schubspannungen zwischen Gurt und Steg (siehe Abbildung 4-16). Wie bereits in Abschnitt 4-7.2.3 erwähnt, wäre dabei die Tragfähigkeit der Klebefuge durch die Rollschubfestigkeit des Stegmaterials begrenzt. Somit sollen die Querlagen, bei einer Steg-Gurt Verbindung die als durchgehender Steg ausgeführt wird, einen möglichst großen Abstand von der Verbindung zwischen Gurt und Steg aufweisen.

Im Gegensatz dazu führt ein größerer Abstand der Querlagen zur Mittelebene des Steges zu einem positiven Einfluss auf die Formstabilität des Materials. Um sicherzustellen, dass das Material die ursprünglichen Abmessungen auch bei Feuchteänderungen behält, ist es wichtig, dass die Querlagen in Bezug auf die Mittelebene des Steges symmetrisch angeordnet sind.

#### **Anzahl**

Die Anzahl der Querlagen hat vor allem Einfluss auf die effektive Biege- und Schubsteifigkeit sowie auf die Tragfähigkeit gegenüber Querdruckbeanspruchung des Materials, bzw. des gesamten Bauteils bei einer lokalen Lasteinleitung.

Es ist zu erwähnen, dass der Schubmodul in und quer zur Faserrichtung ( $G_{0,edge}$  und  $G_{90,edge}$  nach Abschnitt 4-2.1) gleich ist. Somit wird nur die effektive Schubsteifigkeit  $GA_{eff,S}$  (für  $A_{eff,S}$  siehe Abschnitt 4-4.3) durch die Anzahl der Querlagen beeinflusst. Wie man in Gl. (4.22) sehen kann, ist der

Schubkorrekturfaktor  $\kappa_s$  vom (effektiven) Trägheitsmoment und vom (effektiven) statischen Moment des Bauteils, und somit von der Anzahl an Querlagen, abhängig.

Abbildung 5-2 zeigt den Einfluss der Anzahl an Querlagen auf die effektive Biege- und Schubsteifigkeit eines aus Furnierschichtholz bestehenden Trägers. Der Steg besteht dabei aus neun Lagen. Wie man erkennen kann, führen Querlagen zu einer Abminderung der effektiven Biegesteifigkeit. Bei einem Steg mit vier Querlagen und fünf Längslagen ist dabei die effektive Biegesteifigkeit rund 16 % geringer als bei einem Steg, der nur aus Längslagen besteht. Der Einfluss auf die effektive Schubsteifigkeit ist bei der untersuchten Geometrie, mit einer Erhöhung von rund 1,5 %, bei vier Querlagen relativ gering.

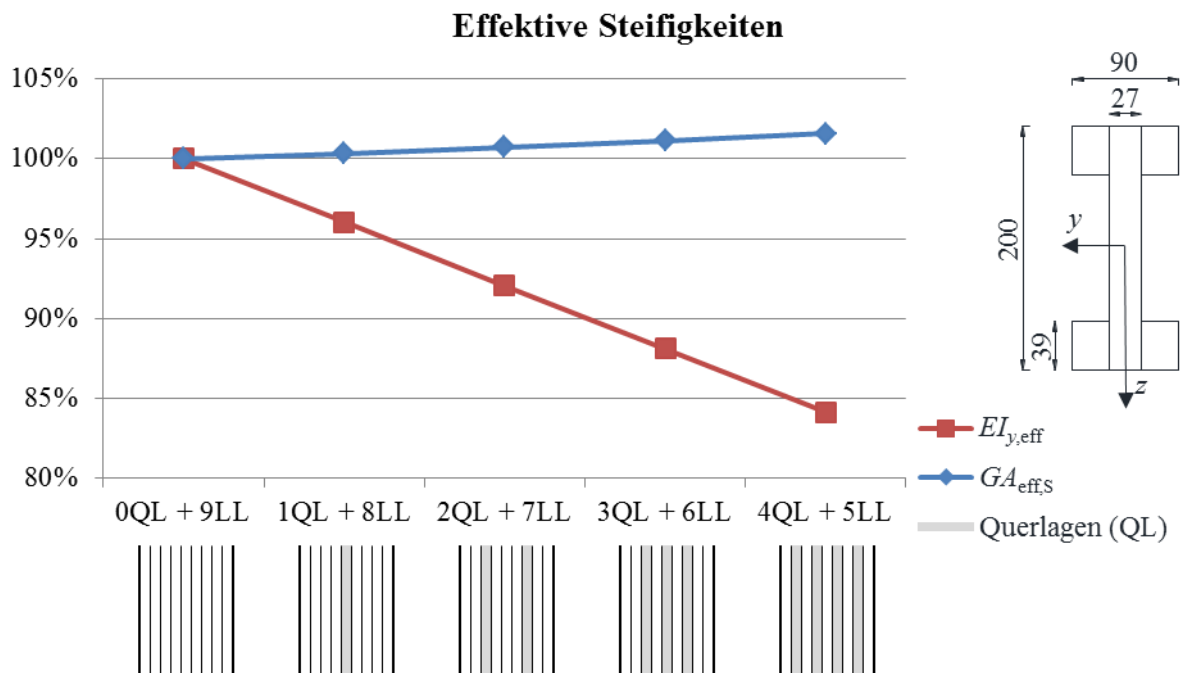


Abbildung 5-2: Einfluss der Anzahl an Querlagen im Steg auf die effektive Biege- und Schubsteifigkeit des Bauteils; QL = Querlagen, LL = Längslagen

### 5-1.2.4 Schichtorientierung

Durch eine Anpassung der Faserorientierung der einzelnen Schichten bezüglich der Stabachse um z. B. 45°, kann vor allem die Schubfestigkeit und –steifigkeit des Materials erhöht werden und die Formstabilität des Materials ist trotzdem gegeben. Jedoch kommt es dabei zu einer Verminderung der Biegesteifigkeit und der Tragfähigkeit gegenüber Querdruckbeanspruchung bei einer lokalen Lasteinleitung. Weitere Nachteile einer Anpassung der Faserorientierung der einzelnen Schichten um 45° liegen in der Herstellbarkeit und in dem, bei der Herstellung entstehenden, Verschnitt.

### 5-1.3 VERBINDUNG GURT-STEG

Die Hauptaufgabe der Verbindung zwischen Gurt und Steg (siehe Abschnitt 2-2.3) ist vor allem die Übertragung der Schubspannungen zwischen den zwei Bauteilen. Dafür wird diese Verbindung hauptsächlich als eine schubstarre bzw. verklebte Verbindung ausgeführt.

Folgend wird auf drei übliche Gurt-Steg-Verbindungen eingegangen.

### 5-1.3.1 Keilzinkung

Die Problematik bei einer Keilzinkenverbindung ist vor allem ein Versagensmechanismus (sog. „knife through“), der aufgrund einer, bei einer lokalen Lasteinleitung, entstehenden Querkzugbeanspruchung im Gurt eintreten kann. Dieser Versagensmechanismus entsteht vor allem bei Trägern mit Vollholzgurten. Aufgrund der Zinkengeometrie entsteht im Gurt Querkzug, was im Falle eines Vollholzgurtes bei einer ungünstigen Orientierung der Jahrringe im Gurt zum Versagen führen kann. [11, 54]

Vorteil dieser Verbindung ist die im Vergleich geringe Schwächung des Gurtes durch das, bezüglich der mechanischen Eigenschaften auf Biegung, meist schlechtere Stegmaterial (siehe Abbildung 5-5).

### 5-1.3.2 Stumpfstoß

Bei einem Stumpfstoß gibt es keine Schwächung der Gurte. Jedoch ist, aufgrund der Abhängigkeit der Klebefläche von der Stegbreite, vor allem bei I-Trägern mit dünneren Stegen die Tragfähigkeit einer solchen Verbindung sicherzustellen.

Zudem sind bei einem Stumpfstoß mögliche Beanspruchungen des Gurtes in  $z$ -Richtung bzw. Schälbeanspruchungen (siehe Abbildung 5-3) zu berücksichtigen.

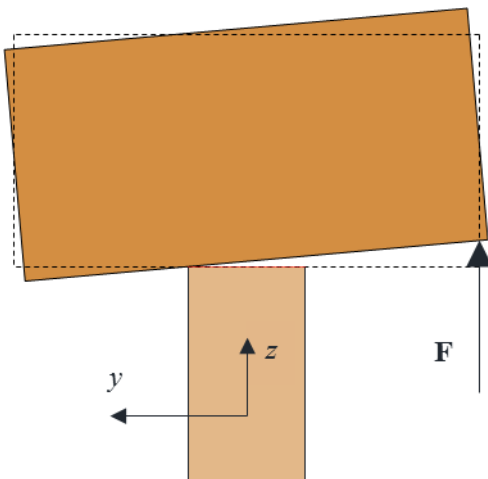


Abbildung 5-3: mögliche Schälbeanspruchung bei einem Stumpfstoß

### 5-1.3.3 Durchgehender Steg

Mit einem durchgehenden Steg wird der Gurtbereich durch die Querlagen geschwächt (siehe Abbildung 5-5). Dadurch kommt es zu einer Abminderung der Biegetragfähigkeit und –steifigkeit des Bauteils. Vorteile dieser Verbindungsart sind die einfache Herstellung und die, für die Übertragung der Schubspannungen zwischen Gurt und Steg, meist ausreichende Klebefläche.

Wird ein I-Träger mit einer solchen Verbindung ausgeführt, ist auf eine möglichst hohe Maßgenauigkeit zu achten. Die Unterkante des Steges soll bezüglich der Unterkante des Gurtes nicht in  $z$ -Richtung (siehe Abbildung 5-4) versetzt sein. Dies würde zur Folge haben, dass die gesamte Auflagerkraft über eine Scherbelastung der Klebefuge übertragen werden muss. [5]

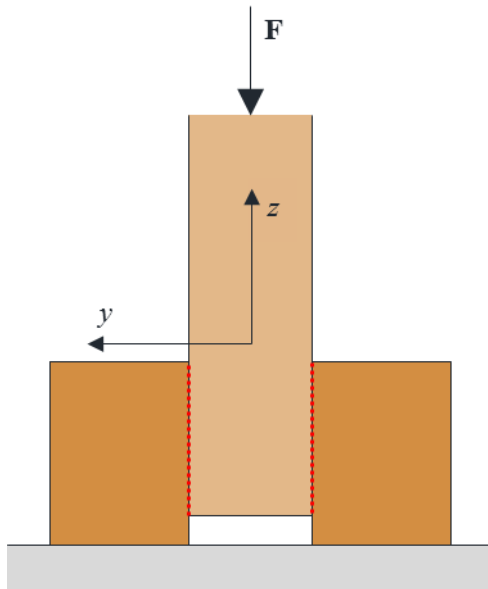


Abbildung 5-4: Versatz des Steges bei einer Steg-Gurt Verbindung

### 5-1.3.4 Vergleich der effektiven Biegesteifigkeiten

Abbildung 5-5 zeigt den Einfluss der Verbindung zwischen Steg und Gurt auf die effektive Biegesteifigkeit eines aus Furnierschichtholz bestehenden Trägers. Durch die Schwächung der Gurte bei einer Keilzinkung wird die effektive Biegesteifigkeit um ca. 2 % gesenkt. Wird die Verbindung als durchgehender Steg ausgeführt, kommt es zu einer Abminderung von rund 6 %.

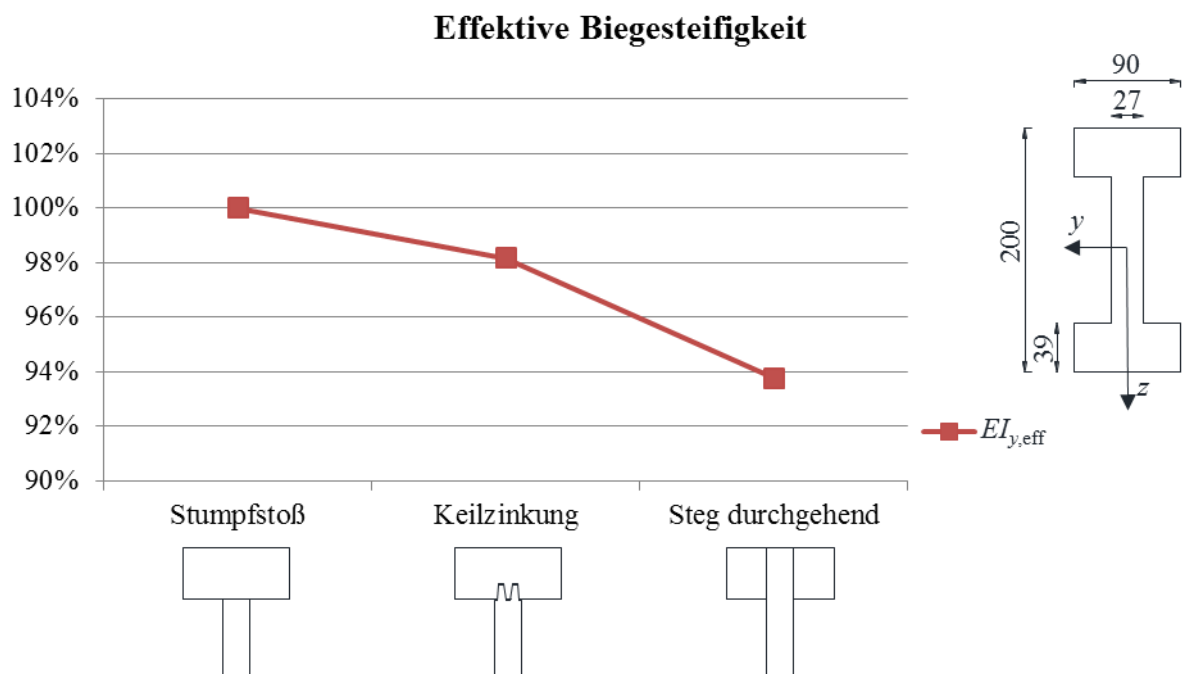


Abbildung 5-5: Einfluss der Verbindung zwischen Steg und Gurt auf die effektive Biegesteifigkeit des Bauteils

## 5-1.4 ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Abschnitt wird eine zusammenfassende Übersicht der in Abschnitt 5-1 durchgeführten Überlegungen gegeben.

### Gurt

Die Gurte sollen so eingebaut werden, dass sie in Faserlängsrichtung belastet werden. Dafür geeignete Materialien sind Vollholz und Furnierschichtholz (Faserrichtung parallel zur Bauteillängsrichtung), wobei letzteres im Allgemeinen höhere mechanische Eigenschaften in Faserlängsrichtung aufweist.

### Steg

Der Steg braucht mindestens zwei Querlagen damit eine ausreichende Formstabilität sichergestellt werden kann. Diese sollen jeweils durch zwei Längslagen an der äußeren Seite abgedeckt werden. Je nach Dicke des Steges sollen zwischen den Querlagen weitere Längslagen bzw. bezüglich der Mittelebene symmetrisch angeordnete Querlagen eingebracht werden. Auf eine Anpassung der Faserorientierung um  $45^\circ$  wird verzichtet.

### Verbindung Gurt-Steg

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Fokus auf die einfache Herstellung der Verbindung zwischen Steg und Gurt gelegt. Bei Verwendung eines Stumpfstoßes kann die gesamte Biegesteifigkeit der Gurte angesetzt werden, es ist jedoch die Wirksamkeit der Klebefuge, bezüglich der verhältnismäßig geringen Klebefläche und den möglichen Schälbeanspruchungen (siehe Abbildung 5-3), sicherzustellen.

Mit einer Keilzinkung kann die Problematik der geringen Klebefläche gelöst werden, es kann aber zu einem „knife-through“-Versagen kommen.

Mit einem durchgehenden Steg können die oben genannten Probleme der zwei anderen Verbindungen, auf Kosten der Biegesteifigkeit des Bauteils (siehe Abbildung 5-5), gelöst werden.

Im Folgenden Abschnitt wird auf die Erstellung des parametrisierten Berechnungsmodells eingegangen.

## 5-2 BERECHNUNGSMODELL

---

Die Berechnung wird in Microsoft Excel 2010 in tabellarischer Form durchgeführt. Für die Vereinfachung einzelner Berechnungsschritte wurde das Modell durch einige Makros, die in Visual Basic programmiert wurden, erweitert.

In Abbildung 5-6 ist eine grobe Darstellung des Bemessungsvorgangs geschildert. Das Modell wird im Allgemeinen in Eingabe, Randbedingungen und Bemessung eingeteilt.





- Steg-Gurt Verbindung: Steg durchgehend  
Stumpfstoß
- Material: mechanische Eigenschaften
- Last: konstante Flächenlast  
Dreipunktbiegeversuch  
Vierpunktbiegeversuch

## 5-2.2 RANDBEDINGUNGEN

Für die allgemeine Berechnung der Träger gelten folgende Randbedingungen:

- System – Einfeldträger
- Berechnungsansätze nach Kapitel 4
- starr verklebte Steg – Gurt Verbindung
- doppelsymmetrischer Querschnitt (bezüglich der Geometrie und den mechanischen Eigenschaften)

## 5-2.3 BEMESSUNG

Die eigentliche Bemessung gliedert sich in mehrere Tabellenblätter auf. Hier werden die Eingabeparameter und Randbedingungen als Grundlage für weitere Berechnungsschritte verwendet.

In den folgenden Abschnitten werden diese Berechnungsschritte mit den jeweiligen Ein- und Ausgaben genauer erläutert.

### Beiwerte

Hier werden, je nach Materialwahl, Nutzungsklasse, Lasteinwirkungsdauer und Art der Belastung, erforderliche Beiwerte berechnet bzw. aus Tabellen entnommen. Diese Beiwerte sind z. B. für die Berechnung der Designwerte oder der maßgebenden Durchbiegungen notwendig.

### Materialkennwerte

In diesem Berechnungsschritt werden die charakteristischen Materialeigenschaften in Bemessungswerte umgerechnet.

### Querschnittskennwerte

Hier werden die Querschnittskennwerte lt. Abschnitt 4-4 berechnet. Es handelt sich dabei um geometrische Größen, die beim Verwenden von Materialien mit unterschiedlichen E-Moduln für Steg und Gurt, eine Anpassung in Abhängigkeit dieser Materialkenngrößen erfahren können.

### Lastkombinationen

In diesem Berechnungsschritt werden die maßgebenden Lastfallkombinationen für die Grenzzustände der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit bestimmt.

## Schub

Dadurch, dass die Berechnung der Schubspannungen im Vergleich zur Berechnung der Biegespannungen aufwendiger ist, wurde diese separat in einem Arbeitsblatt durchgeführt. Hier werden somit die maßgebenden Schubspannungen in Stegmitte und in der Klebefuge lt. Abschnitt 4-7.2.2 und 4-7.2.3 berechnet.

## Schubeinfluss

In diesem Tabellenblatt erfolgt die Berechnung des Einflusses von Schub auf die Gesamtdurchbiegung nach Abschnitt 4-6.

## Stabilität

Hier wird der Einfluss von Stabilitätsversagen auf die Tragfähigkeit des Trägers bestimmt. Die Berechnung dieser Einflüsse kann aus dem Abschnitt 4-7.3 entnommen werden.

## ULS und SLS Nachweise

Hier werden die Normal- und Schubspannungen und die sich daraus ergebenden Verformungen an den maßgebenden Stellen in Abhängigkeit vom statischen System (Einfeldträger) und von der einwirkenden Last berechnet und die entsprechenden Nachweise geführt. Die Nachweisführung ist für den Grenzzustand der Tragfähigkeit in Abschnitt 0 und für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit in Abschnitt 4-8 ersichtlich.

## 5-3 OPTIMIERUNG

In diesem Abschnitt wird auf die Optimierung der betrachteten I-förmigen Träger eingegangen. Durch weitere Randbedingungen wird die Anzahl an variablen Größen, die beim Optimierungsprozess berücksichtigt werden, eingeschränkt.

Die Optimierung erfolgt auf Basis eines Hochbauträgers, der als Dachträger für eine Flachdachkonstruktion verwendet wird. Die am System (Einfeldträger siehe Abbildung 5-7) einwirkende, gleichmäßig verteilte Last setzt sich aus einer Kombination von Eigengewicht der Dachkonstruktion, Schneelast und Nutzlast zusammen. Basierend auf die in Abschnitt 5-1 geführten Überlegungen wurde der Fokus auf aus Furnieren zusammengesetzten I-Trägern mit einer Steg-Gurt Verbindung die entweder als Stumpfstoß oder als durchgehender Steg ausgeführt wird, gelegt.

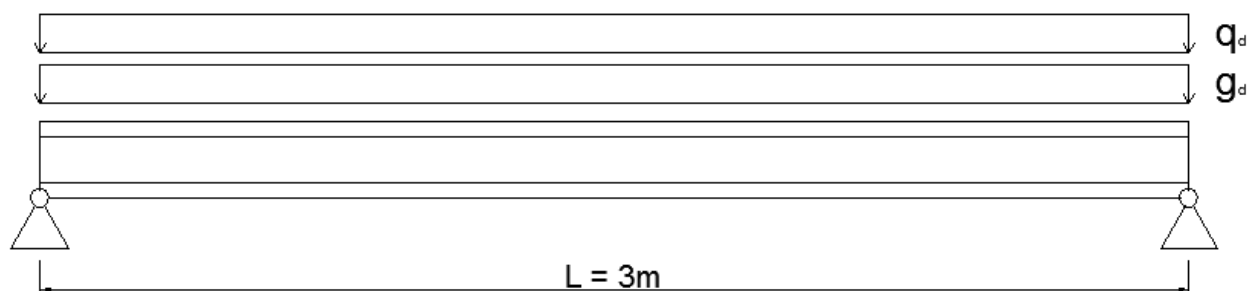


Abbildung 5-7: Systemaufbau für die Optimierung

Die in Abschnitt 5-1.4 angeführten Überlegungen zur Anordnung und Anzahl an Querlagen im Stegaufbau stimmen mit dem Schichtaufbau des von der Firma Metsä Wood zugelassenen Material Kerto-Q überein. Somit werden für die folgenden Untersuchungen die Materialkennwerte für das Stegmaterial aus der Kerto-Q Zulassung [72] übernommen. Für das Gurtmaterial werden die Materialkennwerte von Kerto-S [72] verwendet.

Die charakteristischen Materialkennwerte können aus Tabelle 5-1 entnommen werden. Da sich bei Kerto-Q der Schichtaufbau je nach Dicke des Werkstoffes ändert, werden zwei unterschiedliche Materialkennwerte in Abhängigkeit der Materialdicke angegeben.

**Tabelle 5-1:** Charakteristische Materialkennwerte von Kerto-S und Kerto-Q [72]

Eigenschaft [N/mm <sup>2</sup> ]	Kerto-S	Kerto-Q 21-24 mm	Kerto-Q 27-69 mm
$f_{m,0,edge,k}$	44	28	32
$f_{m,0,flat,k}$	50	32	36
$f_{c,0,k}$	35	19	26
$f_{c,90,edge,k}$	6	9	9
$f_{v,0,edge,k}$	4,1	4,5	4,5
$f_{v,0,flat,k}$	2,3	1,3	1,3
$E_{0,mean}$	13800	10000	10500
$G_{0,edge,mean}$	600	600	600

Zusammenfassend werden, zusätzlich zu den in Abschnitt 5-2.2 aufgezählten Randbedingungen, folgende Parameter festgelegt:

- System – Einfeldträger (Abbildung 5-7):
  - Spannweite: 3 m
  - Auflagerlänge: 100 mm
  - Einflussbreite: 1,5 m
  - Kipphalterungen an den Auflagerpunkten
  
- Lasten – nicht begehbare Flachdach:
  - Nutzungsstufe: 2
  - Ständige Last: 1,50 kN/m<sup>2</sup>
  - Schneelast: 1,50 kN/m<sup>2</sup>
  - Nutzlast: 0,75 kN/m<sup>2</sup>
  
- Steg und Gurt aus Furnierschichtholz
  
- Materialkennwerte:
  - Steg: Kerto-Q
  - Gurt: Kerto-S

### 5-3.1 OPTIMIERUNGSPROZESS

Durch die Optimierung des Trägers sollen die in den Abschnitten 0 und 4-8 angeführten Nachweise, mit gleichzeitiger Minimierung der Querschnittsfläche, erfüllt werden. Weitere Faktoren, die bei der Optimierung berücksichtigt werden, sind die Aufteilung der Ausnutzungen einzelner Nachweise und der Einfluss einer bestimmten geometrischen Änderung auf die Tragfähigkeit bzw. Steifigkeit des Bauteils.

In Abbildung 5-8 ist eine Übersicht des Optimierungsprozesses zu sehen. Dieser kann grundsätzlich in zwei Schritten beschrieben werden.

Als erster Schritt wird eine der zwei betrachteten Verbindungen zwischen Steg und Gurt gewählt. Darauf werden die in Abbildung 5-8 dargestellten geometrischen Größen ( $B$ ,  $H$ ,  $h_G$ ,  $b_S$ ) variiert. Es handelt sich dabei um einen Iterationsprozess mit dem Ziel, die kleinstmögliche Querschnittsfläche zu erreichen und gleichzeitig alle Nachweise zu erfüllen.

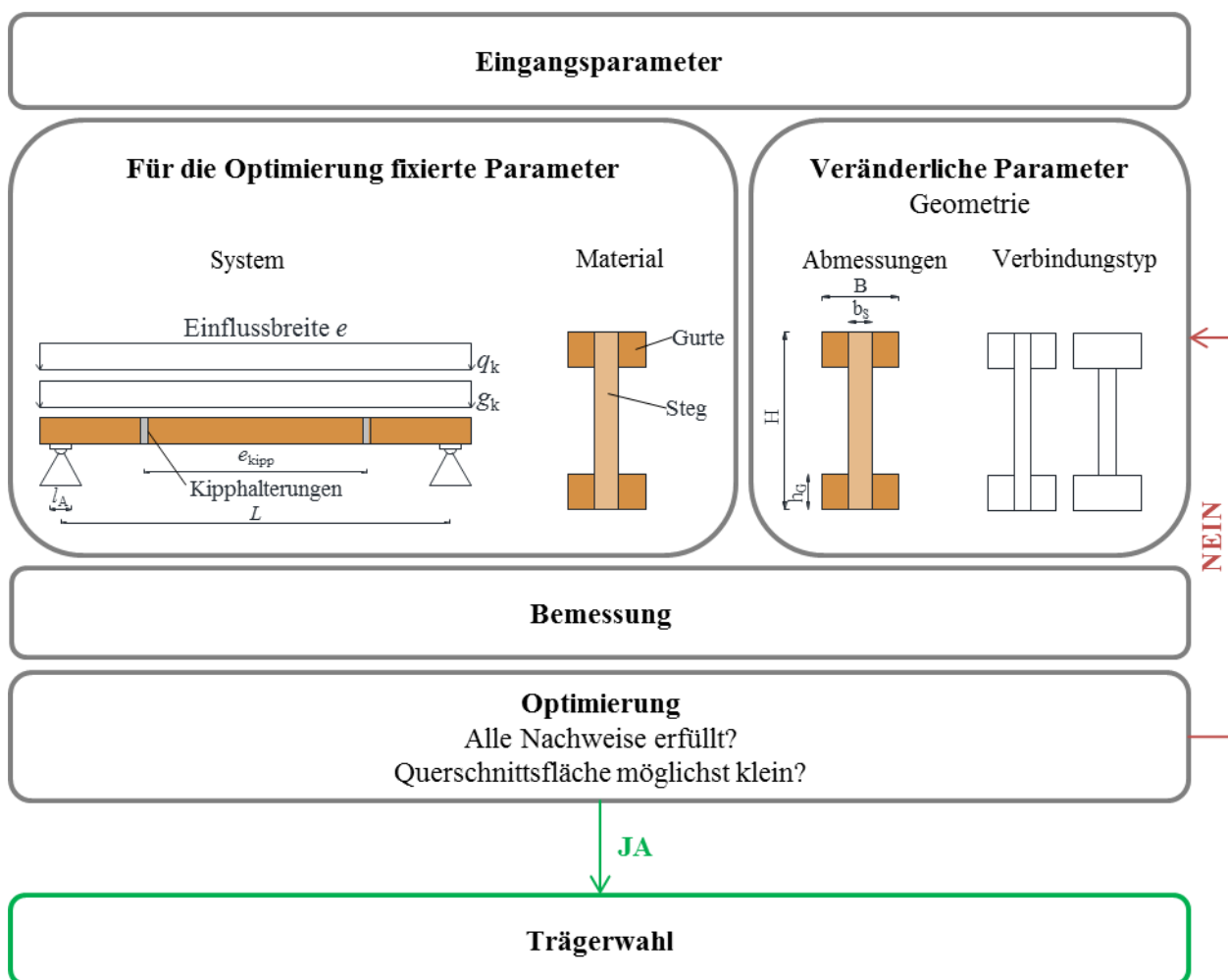


Abbildung 5-8: Übersicht des Optimierungsprozesses

## 5-4 ERGEBNISSE

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der durchgeführten Berechnungen dargelegt. Durch den Optimierungsvorgang wurde die Wahl eines optimalen Trägers auf drei mögliche Varianten mit unterschiedlichen Eigenschaften bzw. Querschnittsgeometrie eingeschränkt. Ein Vergleich der Ausnutzungen und weitere vom Querschnitt abhängige Kennwerte (z. B. Kippbeiwert) dieser drei Querschnitte führte dann zur Bestimmung eines, hinsichtlich der angenommenen Randbedingungen und Auswahlkriterien, geometrisch optimierten Trägers. Auf Basis des gewählten Trägers wurden dann Parameterstudien bzw. Sensibilitätsanalysen zum Einfluss geometrischer Kenngrößen auf die Ausnutzungen maßgebender Nachweise und Beiwerte (Schubeinflusszahl und Kippbeiwert) geführt.

Im folgenden Abschnitt wird auf den Vergleich der oben genannten Varianten eingegangen.

### 5-4.1 VARIANTENVERGLEICH

Der erste Schritt bestand darin, die Wahl des optimierten Trägers auf drei unterschiedliche Varianten zu beschränken. In Abbildung 5-9 sind diese drei Varianten ersichtlich. Der Träger 1 weist eine geringe Gesamtbreite auf, verwendet aber dickere Gurte, um eine ähnliche Biegesteifigkeit wie bei den Trägern 2 und 3 zu erreichen. Bei den Trägern 1 und 2 ist der Steg durchgehend und die Gurte werden seitlich angeklebt. Bei Träger 3 wurde ein Stumpfstoß als Verbindung zwischen Steg und Gurt verwendet.

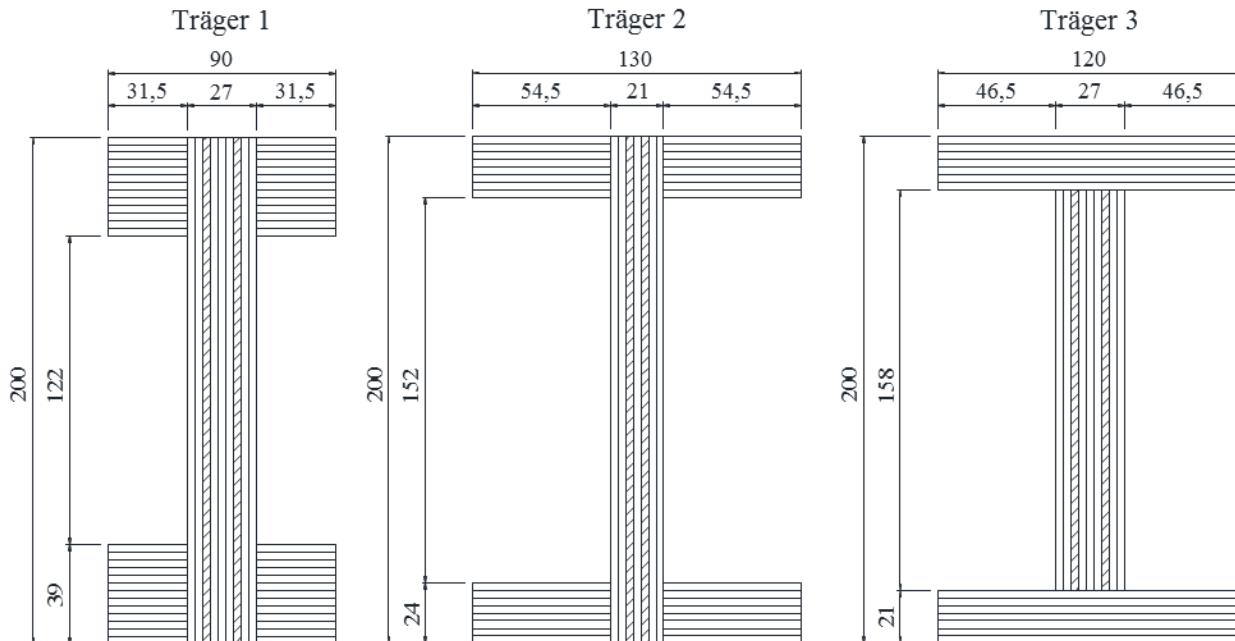


Abbildung 5-9: Drei Trägervarianten (Querlagen schraffiert)

Diese drei Trägertypen wurden bei den, in Abschnitt 5-1, beschriebenen Randbedingungen verglichen. Die Abmessungen der Träger können aus Abbildung 5-9 entnommen werden. Wie bereits erwähnt, werden Träger 1 und Träger 2 mit einem durchgehenden Steg berechnet, während bei Träger 3 ein Stumpfstoß als Verbindung zwischen Steg und Gurt verwendet wird.

### Interpretation der Ergebnisse

In Abbildung 5-10 sind die Ergebnisse der ersten Untersuchung dargestellt. Es werden die Ausnutzungsgrade  $\eta$  aus der Nachweisführung und die Querschnittsfläche  $A$  gegenübergestellt. Die Berechnung kann am Beispiel von Träger 1 in Anhang B1 eingesehen werden.

Der limitierende Faktor ist bei allen Varianten die Ausnutzung beim Nachweis auf Biegung, wobei, aufgrund der geringeren Klebefläche zwischen Steg und Gurt bei den Trägern 2 und 3, eine hohe Ausnutzung der Schubtragfähigkeit der Klebefuge erreicht wird. Obwohl die Biegesteifigkeit des Steges geringer ist als die vom Gurt, fällt der Nachweis der Randbiegespannungen für den Steg bei den Trägern 1 und 2 höher aus. Dies ist auf die Verringerung der Biegetragfähigkeit durch die Querlagen zurückzuführen.

Die Ausnutzung der Schubtragfähigkeit im Steg ist vor allem von der Stegdicke abhängig. Dadurch schließen hier die Träger 1 und 3 besser ab. Für den Nachweis der Klebefuge ist, aufgrund der vereinfachten Berechnung, eine geringe Ausnutzung erwünscht. Da auf Basis der verwendeten Berechnungsansätze die Klebefuge nur durch eine in Trägerlängsrichtung verlaufende und über die Höhe

$h_G$  des Gurtes konstante Schubspannung  $\tau_{yx, Fuge}$  beansprucht wird, werden mögliche Spannungsspitzen vernachlässigt. Die Ausnutzung des Gurtes auf Druck zeigt wiederum einen direkten Zusammenhang mit der Dicke des Steges. Die Ausnutzung beim Nachweis der Durchbiegungen für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist bei allen Trägern ungefähr gleich.

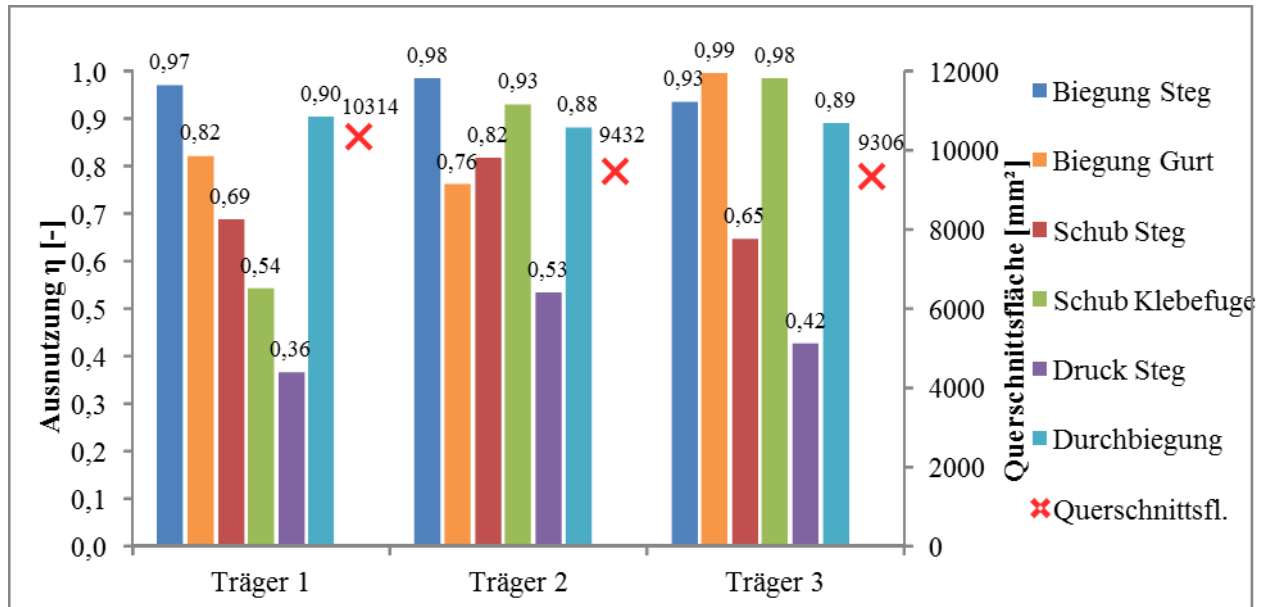


Abbildung 5-10: Vergleich der Nachweise und Querschnittsfläche der drei Varianten, Berechnung von Träger 1 in Anhang B1 ersichtlich

Abbildung 5-11 zeigt den Kippbeiwert  $k_{crit}$  und den Einfluss von Schub auf die gesamte Durchbiegung, in Form der Schubeinflusszahl  $c$ . In diesem Diagramm sind eine geringe Schubeinflusszahl und ein hoher Kippbeiwert erwünscht.

Hier schneidet Träger 1 mit einer Schubeinflusszahl  $c = 0,21$  und einem Kippbeiwert  $k_{crit} = 0,52$  am besten ab. Träger 2 zeigt vor allem aufgrund des dünneren Steges eine relativ hohe Schubeinflusszahl  $c = 0,30$ . Träger 3 weist mit  $k_{crit} = 0,41$  einen sehr niedrigen Kippbeiwert auf, was eine optimale Ausnutzung des Querschnitts auf Biegung nicht ermöglicht.

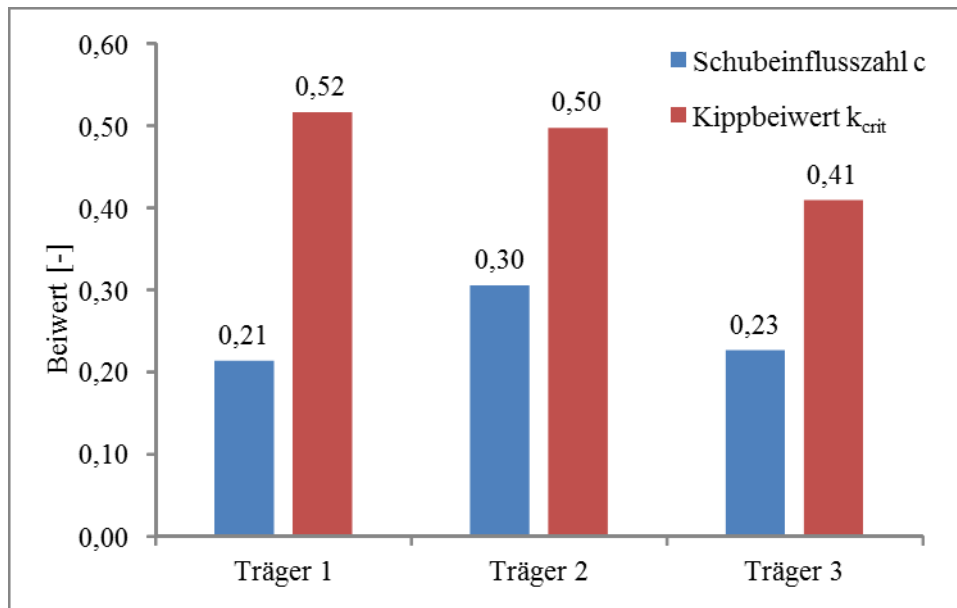


Abbildung 5-11: Vergleich der Schubeeinflusszahl und Kippbeiwert der drei Varianten

### **Fazit**

Wie bereits erwähnt, soll für eine Optimierung die Querschnittsfläche des Trägers minimiert werden. Obwohl in diesem Fall die Querschnittsfläche von Träger 1 rund 10 % höher ist als die von den Trägern 2 und 3, wird dieser trotzdem für die weiteren Untersuchungen gewählt. Gründe dafür sind die Tragfähigkeitsreserve auf Schub in der Klebefuge, der geringere Einfluss von Schub auf die gesamte Durchbiegung und die günstigen Eigenschaften gegenüber Biegedrillknicken.

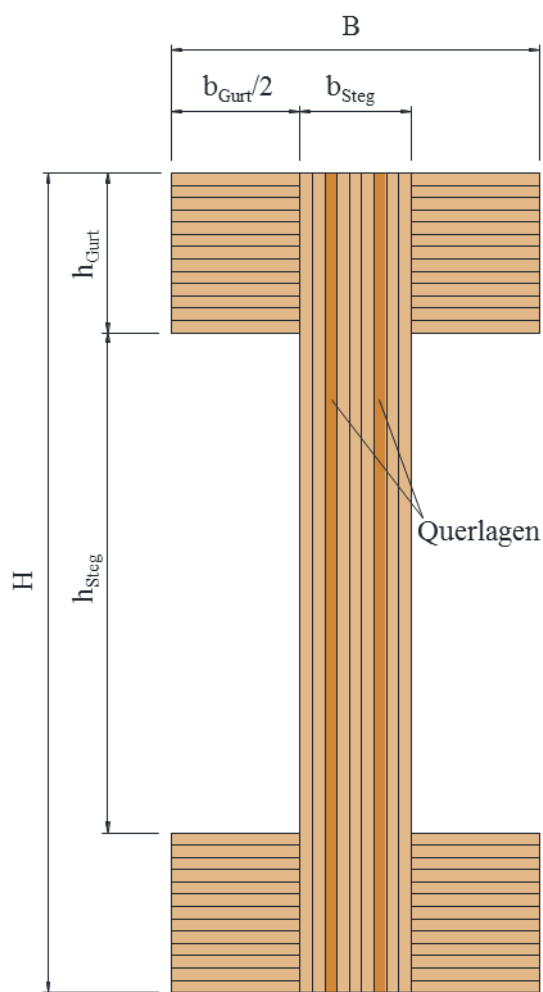
## **5-4.2 TRÄGERWAHL**

Wie bereits in Abschnitt 5-4.1 erwähnt, wurde der Trägertyp 1 aus Abbildung 5-9 für die weiteren Untersuchungen gewählt. In diesem Abschnitt soll auf die Querschnittskennwerte und auf den Aufbau dieses Trägers genauer eingegangen werden.

In Abbildung 5-12 ist der ausgewählte Träger mit den in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen dargestellt. Die Abmessungen und wichtige geometrische Kenngrößen werden auf der rechten Seite angeführt.

Der Träger besteht aus einem 9-schichtigen Steg (sieben Längslagen und zwei Querlagen), wobei die Dicke der einzelnen Furnierschichten 3 mm beträgt. In Abbildung 5-12 ist die Anordnung der zwei Querlagen dargestellt. An den durchgehenden Steg werden oben und unten jeweils zwei horizontal verlaufende, 13-schichtige Gurte angeklebt.





$H$	=	200	[mm]
$B$	=	90	[mm]
$h_{\text{Gurt}}$	=	39	[mm]
$h_{\text{Steg}}$	=	122	[mm]
$b_{\text{Gurt}}$	=	63	[mm]
$b_{\text{Steg}}$	=	27	[mm]
$A$	=	10314	[mm <sup>2</sup> ]
$EI_{y,\text{eff}}$	=	$6,37E^{11}$	[Nmm <sup>2</sup> ]
$GA_{\text{eff,S}}$	=	$3,22E^6$	[N]
$c$	=	0,21	[-]
$k_{\text{crit}}$	=	0,52	[mm]
Dicke Einzelfurnier		3	[mm]
Anzahl Querlagen		2	[-]

Abbildung 5-12: Bezeichnung der Abmessungen und Darstellung der Querlagen des gewählten Trägers

### 5-4.3 EINFLUSS GEOMETRISCHER KENNGRÖßEN

In diesem Abschnitt wird der Einfluss ausgewählter geometrischer Parameter auf die Tragfähigkeit, die Durchbiegung, den Schubeffluss bei der Durchbiegung und das Kippen untersucht. Dabei wird der in Abschnitt 5-4.2 beschriebene Träger als Referenz verwendet. Auf der Abszisse wird die Größe ausgewählter geometrischer Kenngrößen zwischen 50 % und 150 % des Referenzwertes variiert. In Tabelle 5-2 sind die vier untersuchten Geometrieparameter aufgelistet. Dazu steht der entsprechende Referenzwert mit den minimalen und maximalen Werten für die folgenden Untersuchungen. Es ist zu erwähnen, dass Materialkennwerte des verwendeten Stegmaterials nur bis zu einer minimalen Dicke von 21 mm angegeben werden. Somit wird die Untersuchung der Stegbreite auf einen Minimalwert von 21 mm, bzw. rund 80% des Referenzwertes von 27 mm beschränkt.

**Tabelle 5-2:** *Minimal-, Maximal- und Referenzwerte der untersuchten geometrischen Kenngrößen*

Bezeichnung		min	Referenz	max
$x_i/x_{ref}$	[-]	0,5 (0,8)	1	1,5
$H$	[mm]	100	200	300
$B$	[mm]	45	90	135
$h_{Gurt}$	[mm]	19,5	39	58,5
$b_{Steg}$	[mm]	(21,6)	27	40,5

Im ersten Diagramm beschreibt die y-Achse das Verhältnis  $\eta_{ref}/\eta_i$  der Ausnutzungen zwischen dem Referenzträger und dem Träger mit der variierten Kenngröße. Ein Verhältnis  $\eta_{ref}/\eta_i > 1$  steht für eine Verbesserung der betrachteten Eigenschaft. Eine gestrichelte Linie steht für eine Ausnutzung  $\eta_i > 1$  des entsprechenden Nachweises.

Das zweite Diagramm verdeutlicht den Einfluss dieser geometrischen Kenngrößen auf die Schubflusszahl  $c$  und auf den Kippbeiwert  $k_{crit}$ . Ein Verhältnis der Schubflusszahl  $c_i/c_{ref} > 1$  beschreibt in diesem Fall eine Verschlechterung des Trägers, während  $k_{crit,i}/k_{crit,ref} > 1$  wieder für eine Verbesserung steht. Betrachtet man die Steigung der einzelnen Kurven in den nachfolgenden Diagrammen, kann daraus der maßgebende Einfluss der betrachteten geometrischen Größe ermittelt werden, wobei der Einfluss mit zunehmender Steigung größer wird.

Die Referenzwerte der Ausnutzungen und der Beiwerte können für Träger 1 aus Abbildung 5-10 und Abbildung 5-11 entnommen werden.

### Einfluss der Trägerhöhe

Abbildung 5-13 zeigt den Einfluss der Trägerhöhe. Obwohl die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{y,eff}$  des Trägers, und dadurch die Biegerandspannungen sinken, wird durch eine Vergrößerung der Gesamthöhe des Trägers nur eine sehr geringe Verbesserung beim Nachweis auf Biegung beobachtet. Mit einem steigenden  $H/B$ -Verhältnis zeigt der Träger ein ungünstiges Verhalten auf Biegedrillknicken. Dieser Einfluss vermindert die Effektivität eines höheren Trägers auf den Ausnutzungsgrad bei Biegung.

Die Biegesteifigkeit des Trägers hat aber einen direkten Einfluss auf die Durchbiegung. Vor allem durch eine Erhöhung des Steiner-Anteils der Gurte beim Flächenmoment 2. Ordnung kann eine deutliche Abminderung der Ausnutzung bei den Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit beobachtet werden. Durch Erhöhung des Flächenmoments 2. Ordnung werden zudem die Schubspannungen im Steg und in der Klebefuge verringert, was zu einer Verbesserung der Schubtragfähigkeit des Trägers führt. Die Drucktragfähigkeit des Steges bleibt bei dieser Untersuchung konstant.

Durch eine Vergrößerung der Stegfläche wird die schubwirksame Fläche erhöht. Durch die Erhöhung der Biegesteifigkeit des Trägers kommt es zu einer starken Abnahme der Verformung aus Biegung. Dadurch nimmt die Schubflusszahl  $c$  als Verhältnis der Verformungen aus Biegung und Schub (siehe Gl. (4.43)), trotz Verbesserung der schubwirksamen Fläche, zu.

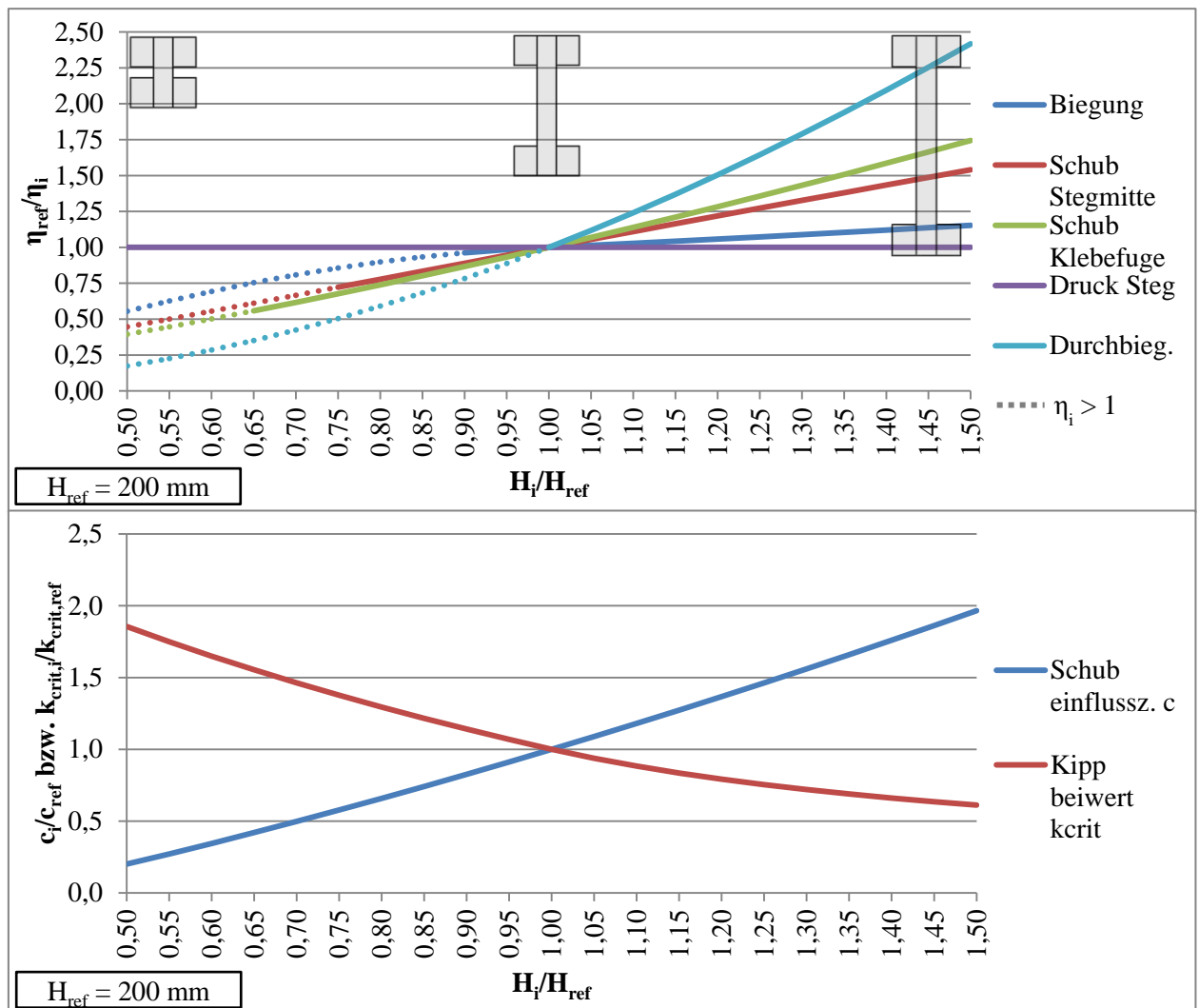


Abbildung 5-13: Einfluss der Trägerhöhe

## Einfluss der Trägerbreite

Abbildung 5-14 zeigt den Einfluss der Trägerbreite.

Durch eine Vergrößerung der Trägerbreite werden die Stabilität aus der Ebene, also das Verhalten des Trägers auf Biegedrillknicken, und die Biegesteifigkeit des Trägers verbessert. Dies führt zu einer deutlichen Abminderung der Ausnutzung beim Nachweis auf Biegung.

Eine geringe Verbesserung kann auch bei der Durchbiegung des Trägers beobachtet werden. Eine reine Erhöhung der Biegesteifigkeit würde zu einer deutlich größeren Verbesserung der Durchbiegung führen, da aber, durch die Verkleinerung der schubwirksamen Fläche, der Schubanteil steigt, bleibt diese relativ niedrig.

Mit abnehmender Trägerbreite sinkt die Schubspannung, die über die Klebefuge übertragen werden muss. Dadurch kann im linken Bereich des Diagramms eine Abminderung der Ausnutzung beim Nachweis der Schubspannungen in der Klebefuge beobachtet werden.

Die Tragfähigkeit auf Druck und Schub im Steg bleibt im untersuchten Bereich relativ konstant.

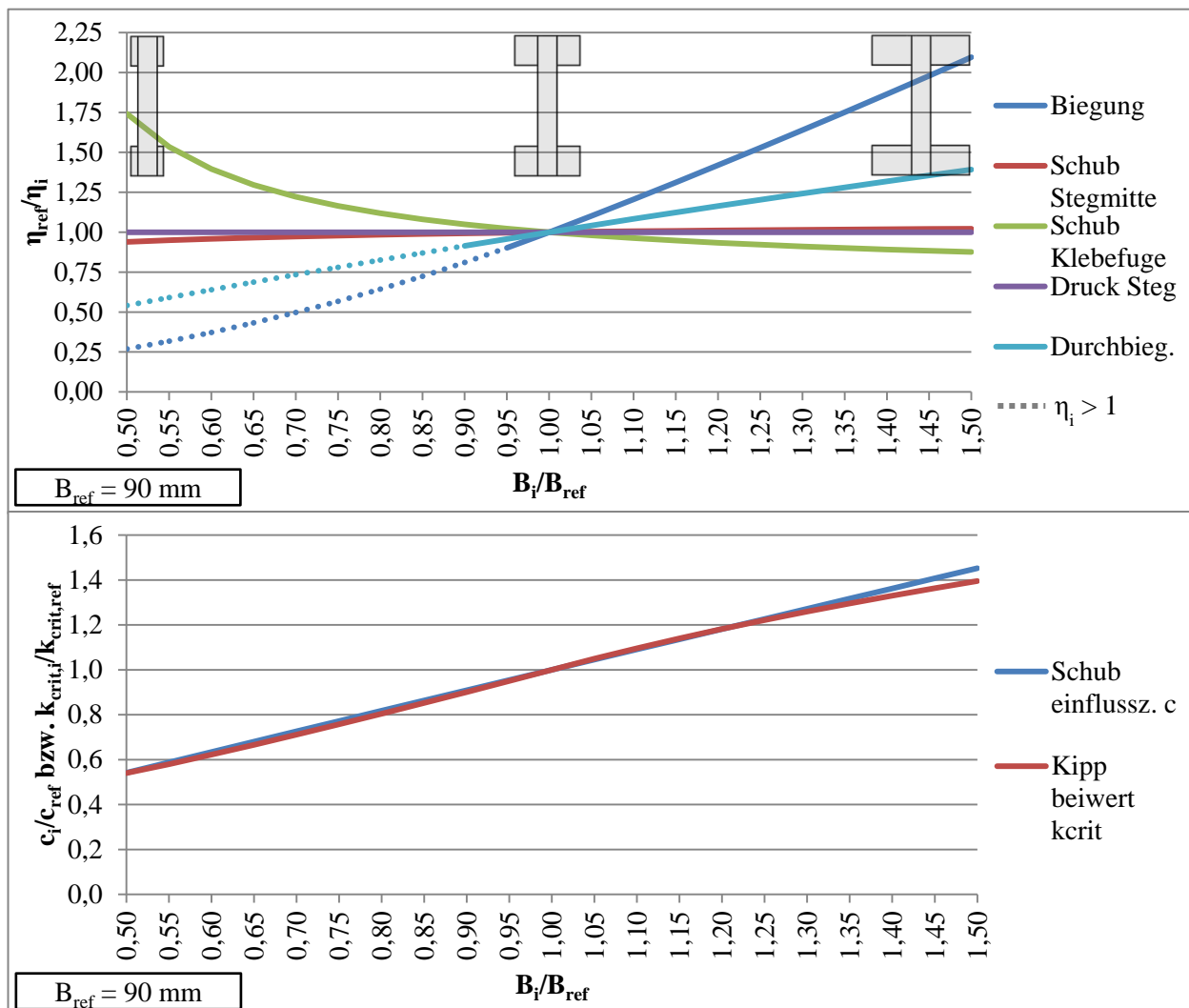


Abbildung 5-14: Einfluss der Trägerbreite

## Einfluss der Gurthöhe

Abbildung 5-15 zeigt den Einfluss der Gurthöhe.

Die Veränderung der Gurthöhe führt zu verhältnismäßig geringen Auswirkungen der betrachteten Eigenschaften.

Aufgrund einer deutlichen Erhöhung der seitlichen Stabilität bei einer Vergrößerung der Gurthöhe, verbessert sich das Verhalten des Trägers gegenüber Biegedrillknicken. Dies und die geringe Erhöhung der Biegesteifigkeit führen zu einer Verbesserung der Biegetragfähigkeit.

Durch eine Verringerung der Klebefläche zwischen Steg und Gurt sinkt bei einer kleineren Gurthöhe die Schubtragfähigkeit der Klebefuge.

Alle anderen Eigenschaften werden von der Gurthöhe nur in einem geringen Maße beeinflusst.

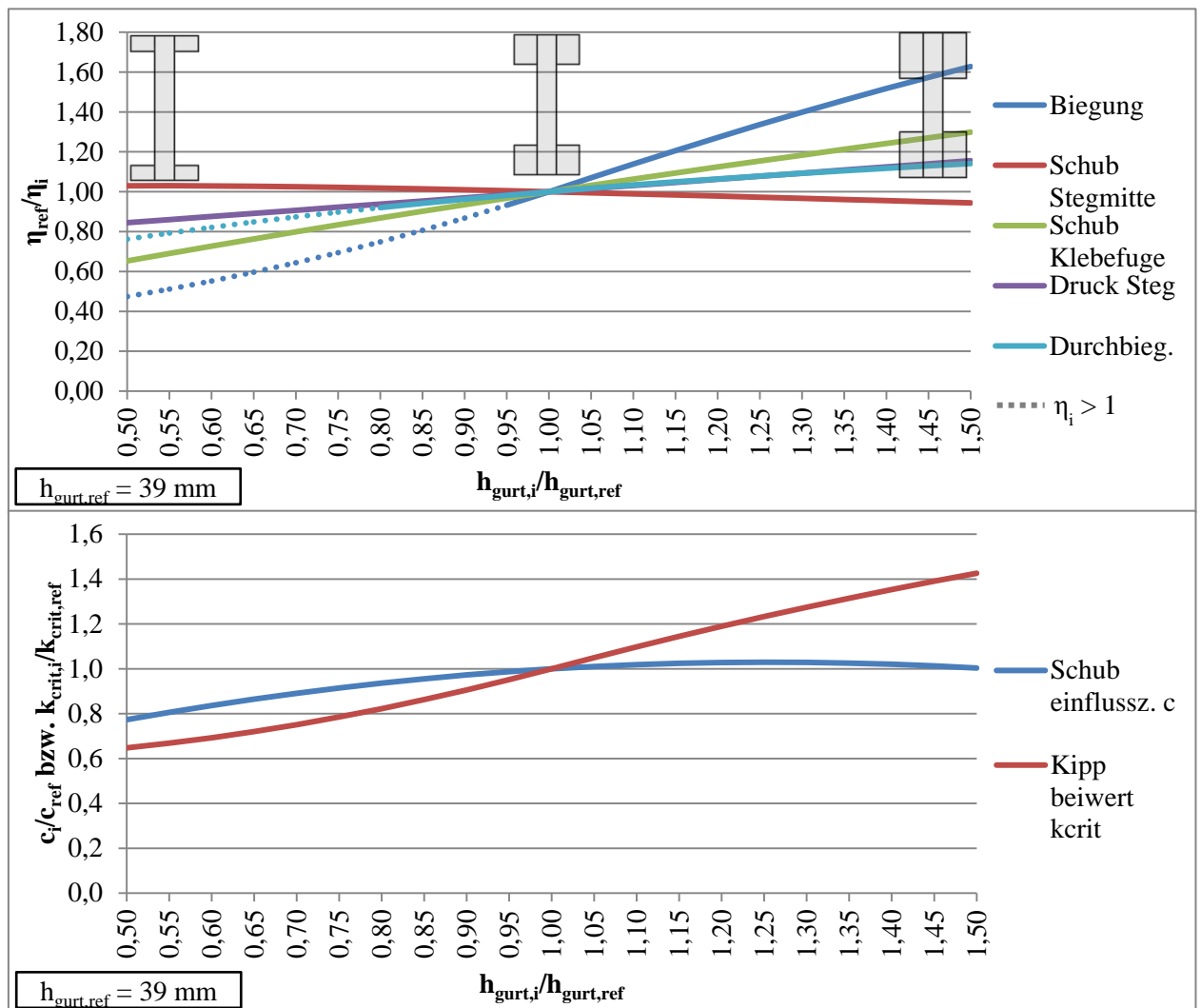


Abbildung 5-15: Einfluss der Gurthöhe

## Einfluss der Stegdicke

Abbildung 5-16 zeigt den Einfluss der Stegdicke auf die Leistung des Trägers. Die minimale Dicke wird dabei, aufgrund fehlender Materialkennwerte, auf 21 mm begrenzt.

Durch eine Erhöhung der Stegfläche kann die Tragfähigkeit des Trägers auf Schub im Steg und Druck im Steg direkt verbessert werden. Zudem wird dabei die effektiv schubwirksame Querschnittsfläche (siehe Abschnitt 4-4.3) vergrößert, was eine Verminderung des Schubanteils bei der Durchbiegung zu Folge hat.

Die restlichen Eigenschaften zeigen bei einer Veränderung der Stegdicke nur geringe Einflüsse.

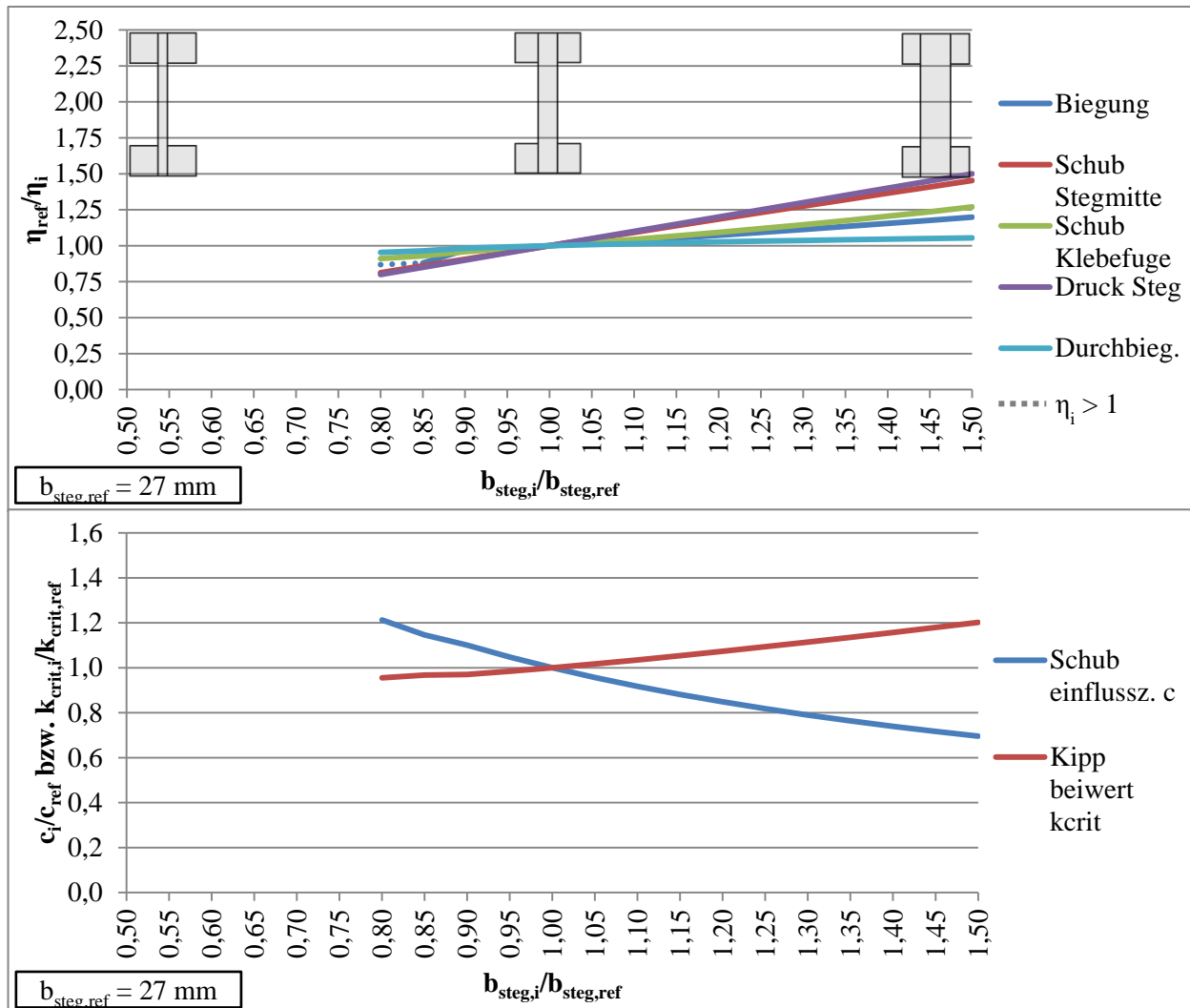


Abbildung 5-16: Einfluss der Stegdicke

## 5-5 ZUSAMMENFASSUNG

Durch die theoretischen Untersuchungen konnte, durch eine Sensibilitätsanalyse und Parameterstudie, eine optimierte Querschnittsform für biegebeanspruchte Träger mit Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen gefunden werden.

Bei Betrachtung der Steigung der einzelnen Kurven bei den in Abschnitt 5-4.3 dargestellten Diagrammen können die maßgebenden geometrischen Einflussgrößen auf die betrachteten Nachweise bzw. Beiwerte ermittelt werden. Wie man sehen kann, hat die Höhe des Querschnittes einen hohen Einfluss auf viele Nachweise (Schub in Stegmitte, Schub in der Klebefuge und Durchbiegung). Die Ausnutzung beim Nachweis auf Biegung kann vor allem durch eine Verbreiterung des Trägers abgemindert werden. Der Nachweis „Druck im Steg“ kann hauptsächlich durch die Stegbreite beeinflusst werden. Um das Verhalten des Trägers gegenüber Kippen zu verbessern, bietet eine Erhöhung der Gurte die besten Ergebnisse.

Die Schubeinflusszahl  $c$  kann durch mehrere geometrische Kenngrößen stark beeinflusst werden. Die größte Verbesserung (also Verkleinerung der Schubeinflusszahl  $c$ ) kann durch eine kleinere Trägerhöhe  $H$  erreicht werden. Eine andere maßgebende Einflussgröße ist die Stegbreite  $b_s$ , wobei eine Vergrößerung dieser Kenngröße zu einer Verbesserung führt.

In Tabelle 5-3 wird der Einfluss der geometrischen Größen auf die betrachteten Nachweise bzw. Ausnutzungen zusammengefasst.

**Tabelle 5-3:** Zusammenfassung des Einflusses der geometrischen Größen auf Nachweise des ULS und SLS sowie auf dem Schubeinfluss und dem Kippbeiwert

Nachweis bzw. Beiwert	Maßgebende Einflussgröße
<b>Biegung</b>	B
<b>Schub Stegmitte</b>	H
<b>Schub Klebefuge</b>	H
<b>Druck Steg</b>	$b_s$
<b>Durchbiegung</b>	H
<b>Schubeinfluss</b>	H, $b_s$
<b>Kippbeiwert</b>	$h_G$

## Kapitel 6: **EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN**

In diesem Kapitel wird auf die Herstellung der Prüfkörper und die durchgeführten Prüfungen näher eingegangen. Im ersten Schritt werden die verwendeten Ausgangsmaterialien und die eigentliche Herstellung der Prüfkörper näher erläutert. Die darauf folgenden Prüfungen können in Materialprüfungen (zwei Serien: S und E) und Bauteilprüfungen (Serie BP) eingeteilt werden, wobei die Materialprüfungen hauptsächlich zur Bestimmung des Elastizitäts- und Schubmoduls für die weitere Verwendung in den Bauteilprüfungen vorgesehen sind. Für die drei erwähnten Prüfserien werden die entsprechenden Prüfkonfigurationen und die, für den Ablauf der Prüfung, nötigen Eingangsparameter (z. B. erwartete Maximallasten, Prüfgeschwindigkeit, ...) bestimmt. Neben den Auswertemethoden werden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen zum Tragverhalten dargelegt und diskutiert.

### **6-1 MATERIAL**

---

In diesem Abschnitt wird auf die Ausgangsmaterialien für die Herstellung der Träger näher eingegangen.

#### **6-1.1 FURNIERE**

Die Herstellung der in dieser Arbeit verwendeten Furniere wurde bereits in der Masterarbeit von Schwabl [63] behandelt. In den nächsten Abschnitten werden die wichtigsten Informationen zum Material aus dieser Arbeit entnommen und zusammengefasst.

Als Ausgangsmaterial für die von Schwabl [63] durchgeführten Untersuchungen dienten zehn Fichtenstämme mit mittleren Durchmessern von 76 cm bis 94 cm und einer Länge von 4 m. Die Verarbeitung dieser Stämme fand in dem Furnierwerk Merkscha Furnirnica in Celje, Slovenien statt. Die maximale Verarbeitungslänge der Stämme ist aufgrund der Schälmaschine auf 3,3 m beschränkt, somit wurden die Stämme bereits vor dem Kochen auf die besagte Länge zugeschnitten. Nach dem Entfernen der Rinde wurden die Stämme zweieinhalb Tage lang in Kochgruben gekocht, zunächst bei niedrigen Temperaturen und in den letzten 16 Std. bei 100°C. Als nächstes folgt das eigentliche Schälen der Furniere. Zuerst müssen die Furniere auf eine vollständig kreiszylindrische Form gebracht werden. Die Furniere werden im Furnierwerk Merkscha nicht kontinuierlich, sondern schichtweise geschält. Damit erhält man einzelne Furnierblätter deren Breite dem Umfang des Stammes entspricht. Die Stämme wurden bis auf einem Restdurchmesser von rund 35 cm geschält. Nach dem Trocknen wurden die Furniere an das Institut für Holzbau und Holztechnologie nach Graz geliefert.

#### **6-1.2 KLEBSTOFF**

Für das Verkleben der Furniere wurde ein Polyurethanklebstoff für tragende Holzkonstruktionen nach DIN 1052 verwendet. Dabei handelt es sich um einen flüssigen Einkomponentenklebstoff, der ohne Zusatz von Formaldehyd und Lösungsmitteln hergestellt wird.

Der verwendete PURBOND HB 181 Klebstoff [71] bietet eine Verarbeitungszeit von rund 2 Std. Der Erhärtungsprozess dieses Polyurethanklebstoffes findet unter Einfluss von Material- und Luftfeuchte statt. Die Mindestpresszeit ist abhängig von Temperatur und Luft- bzw. Holzfeuchte, wobei in einem



Normklima (20° C, 65 % rel. Luftfeuchte) und bei einer Holzfeuchte von 12 % eine Presszeit von mindestens 6,5 Std. gewährleistet werden soll. Dabei wird eine hochfeste, wasserbeständige und dauerhafte Klebefuge gebildet. Um einen gleichmäßigen Klebstoffauftrag von mindestens 180 g/m<sup>2</sup> zu gewährleisten, wird dieser durch ein spezielles Auftragssystem im Durchlaufverfahren automatisch appliziert. Damit eine Fugendicke von 0,3 mm nicht überschritten wird, soll ein Pressdruck zwischen 0,6 N/mm<sup>2</sup> und 0,8 N/mm<sup>2</sup> angewendet werden.

## 6-1.3 BESTIMMUNG DER PHYSIKALISCHEN MATERIALKENNGRÖßEN

### 6-1.3.1 Holzfeuchte

Holz ist ein kapillarporöser Stoff und kann durch das Hohlraumsystem Wasser aus der Luft bzw. allgemein Flüssigkeiten (Wasser, Holzschutzmittel, Klebstoffe usw.) durch kapillare Transportprozesse aufnehmen. Alle physikalischen, mechanischen und technologischen Eigenschaften des Holzes werden durch die Holzfeuchte beeinflusst. [58]

Für diese Arbeit werden zwei unterschiedliche Feuchtebestimmungsmethoden verwendet.

#### Darrverfahren nach ON EN 13183-1 [39]

Beim Darrverfahren handelt es sich um ein direktes Messverfahren.

In Abbildung 6-1 ist die Entnahme des Prüfkörpers zu sehen. Der Prüfkörper muss in Faserlängsrichtung ein Maß von mindestens 20 mm aufweisen und den gesamten Querschnitt des Schnittholzes umfassen. Unmittelbar nach dem Schneiden muss der Prüfkörper gewogen werden. Die Trocknung des Prüfkörpers erfolgt in einem Darrschrank bei einer Temperatur von (103 ± 2) °C und zwar so lange, bis ein Masseunterschied zwischen zwei Wägevorgängen im Abstand von 2 h geringer als 0,1 % ist.

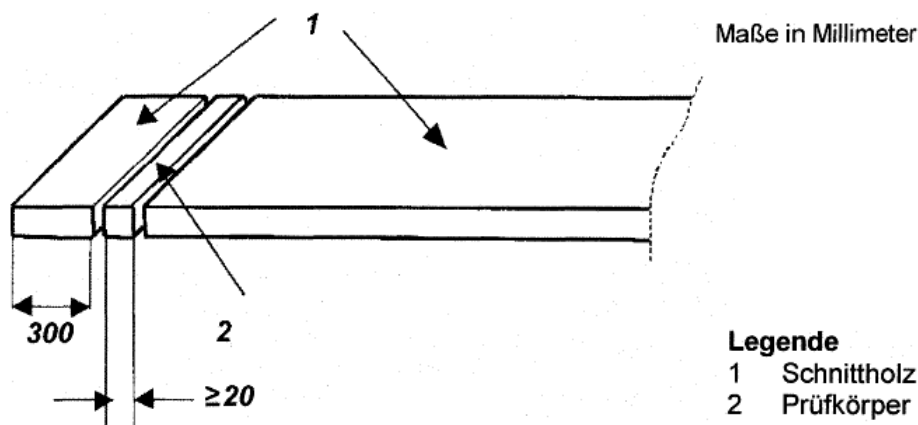


Abbildung 6-1: Entnahme des Prüfkörpers für die Bestimmung der Holzfeuchte durch Darrverfahren [39]

Die Holzfeuchte errechnet sich dann zu:

$$u = \frac{m_1 - m_0}{m_0} \cdot 100 \% \quad (6.1)$$

Mit

$u$  Holzfeuchtegehalt [%]

$m_1$  Masse des Prüfkörpers vor dem Darrtrocknen [g]

$m_2$  Masse des Prüfkörpers nach dem Darrtrocknen [g]

### Elektrisches Widerstands-Messverfahren nach ON EN 13183-2 [37]

Beim elektrischen Widerstands-Messverfahren handelt es sich um ein indirektes Messverfahren. Dabei wird die Holzfeuchte indirekt über den elektrischen Widerstand zwischen zwei, im Probekörper eingeschlagenen, Elektroden bestimmt.

Diese Art von Messung ist generell für die Ermittlung des Feuchtegehaltes in einzelnen Stücken eines Loses oder Lieferung geeignet. Bevor die Messung durchgeführt wird ist eine Justierung des Holzfeuchtemessgeräts über die, beim Gerät enthaltene, Holzartenkorrekturliste durchgeführt. Die Messungen sollen üblicherweise in Faserrichtung geführt werden.

Das Messgerät wird, wie in Abbildung 6-2 ersichtlich, mit einem Abstand von mindestens 300 mm vom Probenende so eingeschlagen, dass die Spitze der Messelektroden in eine Tiefe von ca. 30 % der Dicke  $t$  der Probe reichen.

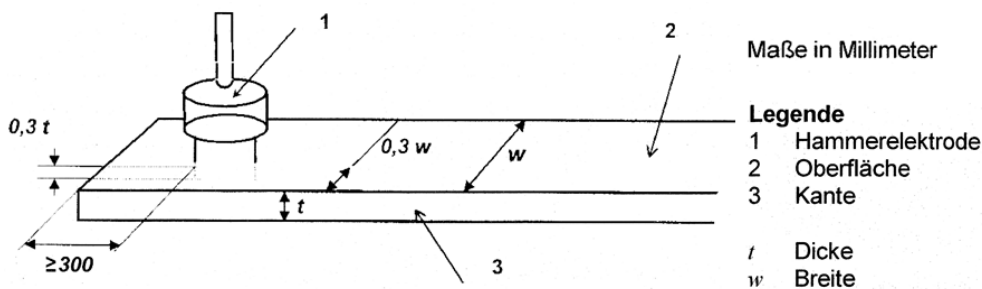


Abbildung 6-2: Position für die Messung der Holzfeuchte durch elektrisches Widerstands-Messverfahren [37]

### 6-1.3.2 Rohdichte

Die Rohdichte  $\rho_u$  des Holzes bei einem definierten Feuchtegehalt lässt sich aus dem Quotient aus der Masse  $m_u$  und dem äußeren Volumen  $V_u$  bestimmen. Dabei sind der Porenraum und das darin enthaltene Wasser eingeschlossen. Die Rohdichte lässt sich nach folgender Gleichung bestimmen: [58]

$$\rho_u = \frac{m_u}{V_u} \quad (6.2)$$

Mit

$\rho_u$  Rohdichte bei einer Holzfeuchte  $u$  [kg/m<sup>3</sup>]

$m_u$  Masse der Probe mit der Holzfeuchte  $u$  [kg]

$V_u$  Volumen der Probe mit der Holzfeuchte  $u$  [m<sup>3</sup>]

## 6-2 HERSTELLUNG PRÜFKÖRPER

Die Prüfkörper wurden am Lignum Test Center (LTC) selbst hergestellt. Dabei handelt es sich um I-förmige Träger, bestehend aus Fichtenfurnieren.

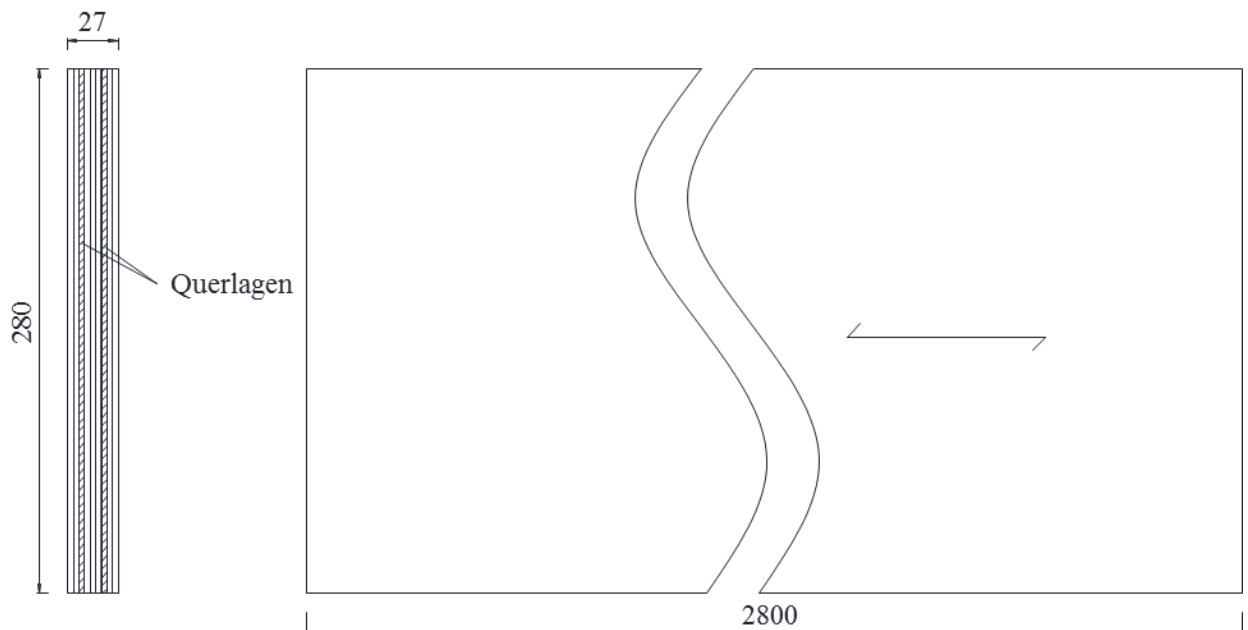
Für die experimentellen Untersuchungen sind drei Prüfserien vorgesehen:

- Serie S für Schubmodul
- Serie E für Elastizitätsmodul
- Serie BP für BauteilPrüfung

### **SERIE S**

Da beim endgültigen Träger kaum Platz für das Anbringen eines Schubkreuzes am Steg besteht, wurde für die Bestimmung des Schubmoduls des Materials eine eigene Prüfkonfiguration und somit Prüfserie vorgesehen. Dabei wurde eine maximale Höhe der Prüfkörper angestrebt, was bei den aktuellen maschinellen Bedingungen bei ca. 28 cm liegt. Damit sichergestellt wird, dass die Prüfung im elastischen Bereich stattfindet, wurden diese Prüfkörper für die Bestimmung des jeweiligen Schubmoduls mit ca. 40 % der Versagenslast einer Dreipunktbiegeprüfung unterzogen.

In Abbildung 6-3 sind die Abmessungen der Prüfkörper der Serie S ersichtlich. Es handelt sich um einen Rechteckquerschnitt mit einer Dicke von 27 mm, einer Höhe von 280 mm und einer Gesamtlänge von 2,8 m. Die, auf jeder Seite, äußeren zwei und die inneren drei Lagen verlaufen in Längsrichtung des Trägers. Die zwei Querlagen sind schraffiert dargestellt.



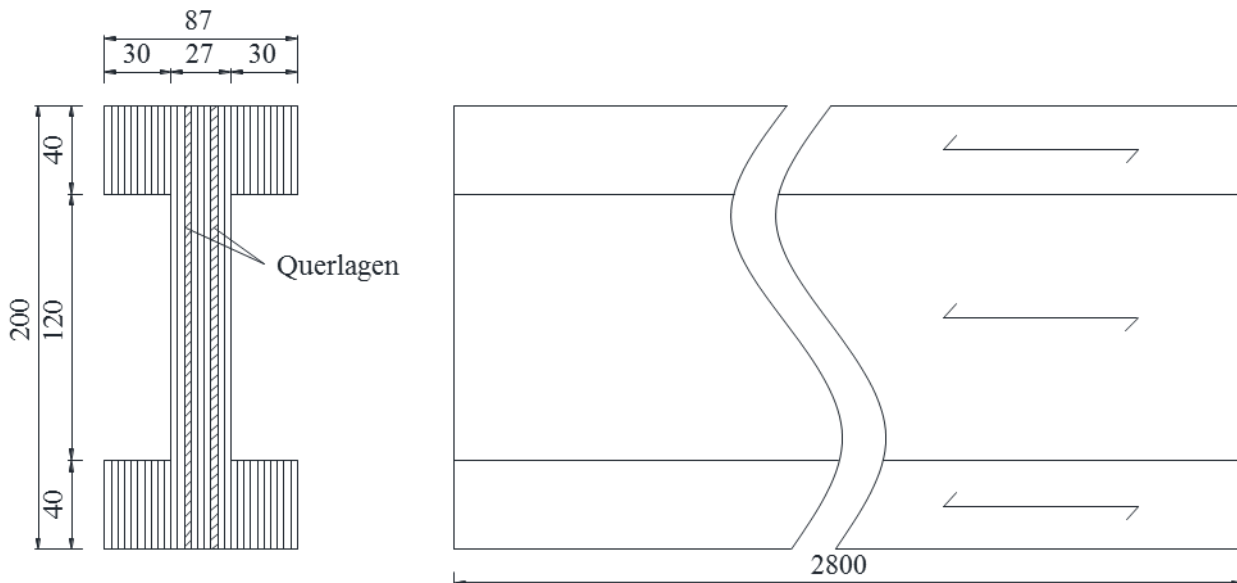
**Abbildung 6-3: Abmessungen und Schichtorientierungen der Prüfkörper der Serie S in [mm]; Faserorientierung der Decklagen**

### **SERIE E und BP**

Die Prüfserien E und BP umfassen Prüfungen an den zusammengesetzten Trägern. Die Herstellung erfolgt durch das Wiederverwenden der Prüfkörper aus Serie S. Dabei werden diese auf 20 cm Höhe zugeschnitten und als Stege für die Prüfkörper der Serien E und BP verwendet. Das Gurtmaterial wird auf die gewünschten Abmessungen zugeschnitten und seitlich angeklebt. Diese Prüfserien dienen vor allem

zur Kontrolle und zum Vergleich zwischen den theoretischen und experimentellen Untersuchungen. Diese Prüfkörper werden einer 4-Punkt Biegeprüfung unterzogen.

In Abbildung 6-4 sind die Abmessungen und Schichtorientierungen der Prüfkörper der Serien E und BP dargestellt. Im Gegensatz zu dem in Kapitel 5 untersuchten Träger, verlaufen die einzelnen Furnierlagen der Gurte nicht horizontal sondern vertikal. Die Qualität einer Verklebung zwischen Steg und Gurt wäre bei horizontal verlaufenden Schichten eingeschränkt. In einer Klebefuge soll, wenn möglich, der Kontakt zu bestehenden Klebefugen vermieden werden. Diese Änderung hat eine geringe Verminderung der Biegetragfähigkeit der Gurte zur Folge, da aber die Biegetragfähigkeit des gesamten Trägers vor allem von den Randspannungen im Steg eingeschränkt wird, wurde diese Änderung trotzdem vorgenommen.



**Abbildung 6-4:** Abmessungen und Schichtorientierungen der Prüfkörper der Serie E und BP in [mm]; Faserorientierung der Decklagen

## 6-2.2 FURNIERE

Als Rohmaterial wurden Schälurniere der Holzart Fichte verwendet. Die einzelnen Furnierblätter weisen eine Dicke von 3 mm, eine Länge von 3,2 m und eine Breite zwischen 0,8 m und 1,2 m auf.

Da die einzelnen Stämme unsortiert geliefert und gelagert wurden, bestand der erste Schritt darin, unbrauchbare Furnierblätter zu beseitigen. Viele der restlichen Furniere wiesen Fehlstellen wie Längsrisse, Astlöcher und Unregelmäßigkeiten der Furnierdicke und -form auf. Wenn diese Fehlstellen nur begrenzt auftraten und die nötigen Maße eingehalten werden konnten, wurden solche Furnierlamellen trotz Fehler verwendet.

Um die Wahrscheinlichkeit, dass sich Fehlstellen angrenzender Lamellen überlagern so gering wie möglich zu halten, wurden Furniere aus vier verschiedenen Stämmen verwendet. Diese Stämme weisen unterschiedliche Qualitäten in Bezug auf Längsrisse und Astigkeit auf. Damit ähnliche Festigkeiten und Steifigkeiten aller Furnierplatten erzielt werden, wurden die Furnierlamellen aus den einzelnen Stämmen gleichmäßig aufgeteilt.

Die Länge der Träger und Breite der Stegfurniere sind, durch die im Labor vorhandenen Maschinen, begrenzt. Die benutzte Kreissäge kann Materialien mit einer maximalen Länge von ca. 2,90 m weiter verarbeiten. Die Breite der Stege vor dem Zuschnitt wird durch die Klebstoffauftragsmaschine auf 32 cm begrenzt. Der Verschnitt konnte später als Querlagen eingesetzt werden.

In Tabelle 6-1 sind die Anzahl und die Abmessungen der verwendeten Furnierblätter dargestellt.

**Tabelle 6-1:** Anzahl und Abmessungen der einzelnen Furnierblättern

Querschnittsteil	Faserorientierung [-]	Anzahl [-]	Abmessungen	
			Länge [cm]	Breite [cm]
Steg	längs	42	290	32
	quer	12		
Gurt	längs	60	290	22

Die Querlagen bestehen aus 30 bis 80 cm langen Einzelfurnieren. Diese werden seitlich durch einen Stumpfstoß mit Papierklebeband verbunden. Um weitere Längsrisse zu vermeiden, werden die einzelnen Furnierblätter stirnseitig durch Papierklebeband verstärkt. Wenn möglich, wurden für die Querlagen Furniere aus dem gleichen Stamm verwendet, da somit eine einheitliche Dicke über die gesamte Länge sichergestellt werden kann. Falls dies nicht möglich war, sollten die einzelnen Furniere die gleiche Dicke aufweisen.

Im nächsten Schritt wurden die einzelnen Lagen bereits in der gewünschten Reihenfolge zu Paketen zusammengestellt. Um einen möglichst homogenen Holzwerkstoff zu erhalten, wurde darauf geachtet, dass die Einzelfurniere gut durchmischt werden.

## 6-2.3 KLIMATISIERUNG

Durch die Lagerung der Furniere in einer nicht genormten Umgebung, ist es für den weiteren Verlauf notwendig, die Ausgangsfeuchte des Materials zu bestimmen. Dafür wurden Teile des Furniers einer Darrtrocknung (siehe Abschnitt 6-1.3.1) unterzogen und die Masse vor und nach dem Trocknen verglichen. Dies ergab eine mittlere Holzfeuchte von 7,5 %. Für das Verkleben der Einzellamellen mit einem Polyurethanklebstoff soll die Holzfeuchte nicht weniger als 10 % betragen, dafür werden die Furniere zur Erhöhung der Holzfeuchte klimatisiert.

Im Labor befinden sich zwei unterschiedliche Klimakammern:

- NKL 1:                      20°C                      65 % rel. Luftfeuchtigkeit
- NKL 2:                      20°C                      80 % rel. Luftfeuchtigkeit

Die gewünschte Feuchtigkeit von ca. 12 % entspricht der Ausgleichsfeuchte von Fichte bei einer, der Nutzungsklasse 1 entsprechenden, Umgebung, also 20°C und 65 % relative Luftfeuchtigkeit.

Um die gewünschte Feuchtigkeit zu erreichen, wurden die Furniere zuerst in die Klimakammer der Nutzungsklasse 2 gegeben. Nach 3 Tagen wurden diese dann bis zum Erreichen der Ausgleichsfeuchte in die Klimakammer der Nutzungsklasse 1 verschoben.

Damit alle Furniere der Feuchtigkeit gleichmäßig ausgesetzt sind, werden jeweils maximal 2-3 aufeinandergestapelt und durch mehrere Querlatten getrennt (siehe Abbildung 6-5). Dies erhöht die der Luft ausgesetzten Oberfläche der Furniere. Um die Feuchte vor dem Verkleben prüfen zu können, wurden ein paar Furnierreste mit in die Klimakammer gegeben.



*Abbildung 6-5: Stapelung der Furnierblätter für die Klimatisierung*

Nach ca. einer Woche wurde bei den Furnierresten eine weitere Feuchtigkeitsprüfung durch die Darrtrocknungsmethode geführt. Mit rund 12,5 % Holzfeuchte waren die Einzelfurniere somit für das Verkleben bereit.

## 6-2.4 KLEBEN

Beim Kleben der Furniere kommen 2 Maschinen zum Einsatz: die Klebstoffauftragsmaschine und die Presse.

Die Klebstoffauftragsmaschine, in Abbildung 6-6 (links) ersichtlich, ermöglicht es, die gewünschte Menge an Klebstoff gleichmäßig auf die gesamte Fläche der Einzelfurniere aufzutragen. Beim Polyurethankleber Purbond HB 181 ist eine Mindestauftragsmenge von 180 g/m<sup>2</sup> zu gewährleisten. Nachdem die Furnierblätter, wie man in Abbildung 6-6 (rechts) erkennen kann, durch den Klebstoffvorhang mit einer konstanten Geschwindigkeit durchgelassen wurden, werden sie in der entsprechenden Reihenfolge wieder zusammengestellt. Um eine gleichmäßige Verteilung des Klebers nach dem Zusammenstapeln sicherzustellen, wurde dabei darauf geachtet, die Furniere nach dem Platzieren nicht mehr zu verschieben.



**Abbildung 6-6:** (links) Klebstoffauftragsmaschine, (rechts) Klebstoffauftrag auf die Furnierblätter

Die zusammengesetzten Furnierpakete sind somit bereit und können in die Presse gelegt werden (siehe Abbildung 6-7). Laut Datenblatt des Klebstoffes [71] soll ein konstanter Pressdruck zwischen  $0,6 \text{ N/mm}^2$  und  $0,8 \text{ N/mm}^2$  während der gesamten Presszeit gewährleistet werden. Um diesen Pressdruck zu erreichen, können maximal zwei Stege zu jeweils 32 cm bzw. drei Gurtplatten zu jeweils 22 cm gleichzeitig gepresst werden.

Die Furnierpakete werden dann 6,5 Std. lang, also bis zum Erreichen der Anfangsfestigkeit des Klebers, gepresst.



**Abbildung 6-7:** Pressen der Furnierpakete

Für die Herstellung der Prüfkörper der Serien E und BP werden die Gurte mit dem Steg verklebt. Dabei werden jeweils vier Gurte durch die Klebstoffauftragsmaschine geführt. Die Gurte werden dann am Steg platziert und, damit sie beim Pressvorgang nicht verschoben werden, mit einer Nagelpistole gesichert. Der Pressdruck soll wiederum rund  $0,7 \text{ N/mm}^2$  und die Presszeit 6,5 Std. betragen.

## 6-2.5 ZUSCHNEIDEN

Durch Ungenauigkeiten beim Kleben und Zusammenstapeln müssen die geklebten Furnierpakete vor dem Prüfen zugeschnitten werden (Abbildung 6-8). Der Verschnitt soll dabei minimiert werden, wobei ein voller Längs- und Querschnitt sichergestellt werden muss.



Abbildung 6-8: Zuschneiden der Furnierpakete für die Serie S

### Serie S

Durch Zuschneiden der geklebten Furnierpakete auf 28 cm Breite und 2,8 m Länge konnte ein sauberer und konstanter Längs- und Querschnitt gewährleistet werden. Diese Abmessungen ergaben somit die aktuelle Größe der Prüfkörper der Serie S.

### Serie E und BP

Für die Serien E und BP wurden die Prüfkörper aus Serie S auf die gewünschten 20 cm zugeschnitten. Die Rohquerschnitte der Gurte wurden in vier Einzelquerschnitte mit einer jeweiligen Breite von 4 cm geteilt. Die Länge wurde dabei, wie bei den Prüfkörpern der Serie S, auf 2,8 m begrenzt.

## 6-2.6 LAGERN

Die Prüfkörper müssen lt. Prüfnorm ON EN 408 [42] vor den Prüfungen in einer genormten Umgebung, also bei  $20 \pm 2$  °C und  $65 \pm 5$  % rel. Luftfeuchtigkeit gelagert werden. Sie müssen diesen Bedingungen so lange ausgesetzt werden, bis Massekonstanz erreicht wird. Diese besagt, dass bei zwei, in einem Abstand von 6 Stunden, durchgeführten Wiegeungen ein Massenunterschied von 0,1 % nicht überschritten werden darf.



## 6-3 PRÜFUNG

---

Alle Prüfungen werden auf der Universalprüfmaschine „lignum\_uni\_275“ (Z-250 der Firma Zwick, Deutschland) durchgeführt. In den folgenden Kapiteln werden die verwendeten Prüfkongfigurationen, Messinstrumente und Eingangsparameter erklärt.

Im Gegensatz zu den in Kapitel 5 behandelten Untersuchungen werden bei den experimentellen Untersuchungen unterschiedliche Systeme bzw. Prüfkongfigurationen verwendet.

### 6-3.1 PRÜFKONFIGURATION

In diesem Kapitel wird auf die Wahl der passenden Prüfkongfiguration für die drei Prüfserien eingegangen.

#### 6-3.1.1 Serie S

Die Bestimmung des Schubmoduls eines Materials kann auf unterschiedliche Weisen erfolgen. Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde der Schubmodul durch eine Prüfung des Schubfeldes bestimmt.

In den folgenden Abschnitten wird auf drei mögliche Prüfkongfigurationen genauer eingegangen.

#### **ON EN 408 [42]**

Für die Bestimmung des Schubmoduls sieht die ON EN 408 [42] einen Vierpunktbiegeversuch vor. Im Idealfall soll die Länge des Prüfkörpers der 19-fachen Querschnittshöhe entsprechen. Die Auflagerpunkte müssen mindestens  $0,5 h$  von den Probenenden entfernt sein. Dies ergibt eine Spannweite des Prüfkörpers gleich der 18-fachen Querschnittshöhe. Die Lasteinleitungsstellen sollen symmetrisch, in einem Abstand von  $6 h$  vom Auflager, angebracht werden. Wenn die Länge durch den Prüfkörper oder die Prüfmaschine nicht eingehalten werden kann, ist es möglich, die Distanz zwischen Auflager und Lasteinleitungsstelle, unter Beibehaltung der Symmetrieverhältnisse, um die 1,5fachen Querschnittshöhe zu verändern. Dies ergibt eine minimale Prüfkörperlänge von  $16 h$  und eine minimale Spannweite von  $15 h$ .

Die Lagerung des Prüfkörpers erfolgt auf zwei gelenkigen Auflagern. Um örtliche Eindrückungen zu vermeiden bzw. so klein wie möglich zu halten, dürfen zwischen Probekörper und Lasteinleitungspunkte bzw. Auflager Stahlplatten mit einer maximalen Breite von  $h/2$  eingelegt werden.

Um Biegedrillknicken zu verhindern, soll der Prüfkörper durch seitliche Abstützungen gehalten werden. Es ist sicherzustellen, dass eine vertikale Durchbiegung des Trägers ohne einen wesentlichen Reibungswiderstand erfolgen kann.

Die Belastungsgeschwindigkeit der Prüfmaschine ist bei dieser Prüfung auf die 0,003-fache Querschnittshöhe pro Sekunde beschränkt.

Um sicherzustellen, dass die Bestimmung des Schubmoduls im elastischen Bereich erfolgt, darf die aufgebrachte Last 40 % der Maximallast nicht überschreiten.

Die Schubkreuze werden im Mittelpunkt zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt angebracht.

#### **Nach GEHRI [18]**

Gehri [18] untersucht die Einflüsse von Feuchtigkeit, Temperatur, Belastungssituation und Größe des Probekörpers auf Schubeigenschaften.

Die Schubfestigkeit und -steifigkeit zeigen eine große Abhängigkeit von den oben genannten Einflüssen, was in der Prüfnorm ON EN 408 [42] kaum berücksichtigt wird. Um die bestmöglichen Ergebnisse zu erreichen soll eine Prüfkongfiguration verwendet werden, die möglichst einer realen Belastungssituation

entspricht. Damit wird sichergestellt, dass Größeneffekte des Holzes bei der Bestimmung von Festigkeiten und Steifigkeiten berücksichtigt werden.

In Abbildung 6-9 ist der Referenz-Schubträger bzw. die Schubprüfkonfiguration nach Gehri dargestellt. Wie man erkennen kann, schlägt er eine Vierpunktbiegeprüfung vor, wobei die Entfernung zwischen den Lasteinleitungsstellen der Breite des Prüfkörpers entspricht. Die Distanz zwischen Lasteinleitungsstelle und Auflager beträgt  $1,75 h$ .

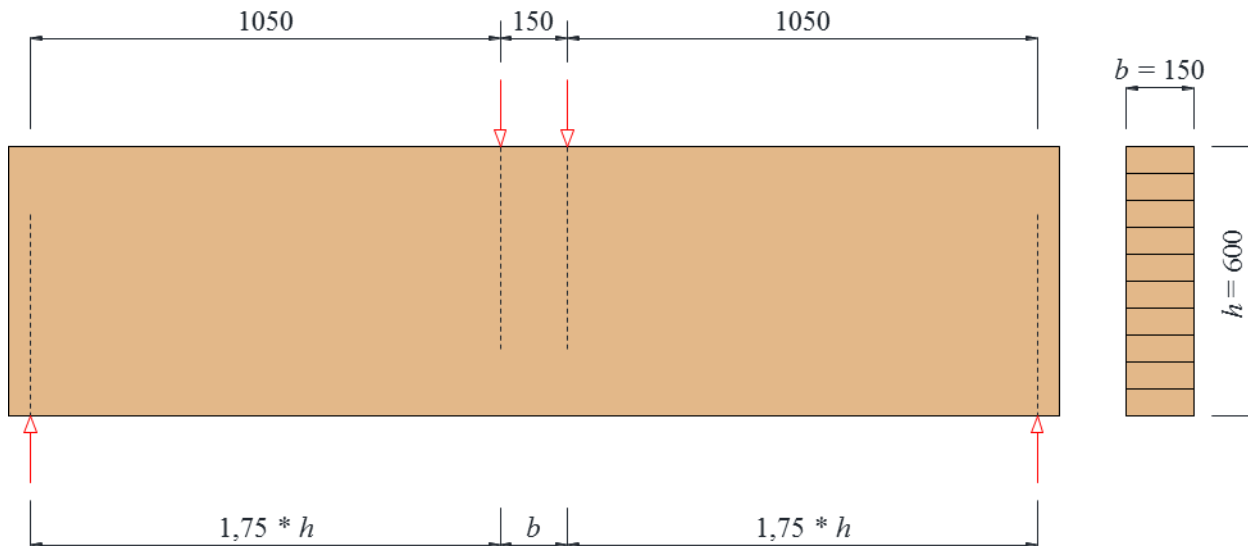


Abbildung 6-9: Schubprüfkonfiguration nach Gehri [18]

Das Einsetzen von Stahlplatten an den Lasteinleitungsstellen und am Auflager führt dazu, dass die in Längsrichtung effektiv wirksame Schubfläche des Trägers weit von der geometrischen Schubfläche abweicht. Um somit eine punktuelle Lasteinleitung zu ermöglichen, schlägt Gehri vor, Vollgewindeschrauben oder eingeklebte Gewindestangen zur Verstärkung zu verwenden. Diese sollen ein mögliches Versagen auf Querdruck vermeiden und gleichzeitig einen möglichst reinen Schubzustand am Schubkreis, ohne den Einfluss von Querdruckspannungen, gewährleisten.

### **Nach SILLY [64]**

Silly [64] untersucht hier eine von Gehri unveröffentlichte Arbeit zur Bestimmung des Rollschubmoduls von Laubholz.

In dieser Arbeit wird ein Dreipunktbiegeversuch mit einer Spannweite gleich der 5-fachen Höhe des Trägers verwendet. Dies ergibt eine Distanz zwischen Auflager und Lasteinleitungsstelle von  $2,5 h$ . Die Lasteinleitung erfolgt über Stahlplatten mit einer der halben Trägerhöhe entsprechenden Breite.

Silly vergleicht verschiedene Versuchskonfigurationen und deren Einfluss auf den Schubspannungsverlauf. Durch ein FE-Modell untersucht er, wie groß die Abweichungen der Spannungsverläufe zu jenen der Timoschenko Stabtheorie sind. Obwohl im Mittelpunkt zwischen Auflager und Lasteinleitungsfläche eine konstante Querkraft herrscht, unterscheiden sich die Schubspannungsverläufe deutlich. Bei einer Lasteinleitung über Stahlplatten entstehen Querdruckspannungen die einen Einfluss auf den Schubspannungen haben.

Dieses Problem kann durch eine Erhöhung der Distanz zwischen Auflager und Lasteinleitungsstelle behoben werden. Silly schlägt nach mehreren Untersuchungen und Vergleichen eine Distanz von  $4 h$  vor. Dadurch kann sich im Querschnitt ein einflussfreier Schubspannungsverlauf einstellen.

## Diskussion und Auswahl der verwendeten Prüfkongfiguration

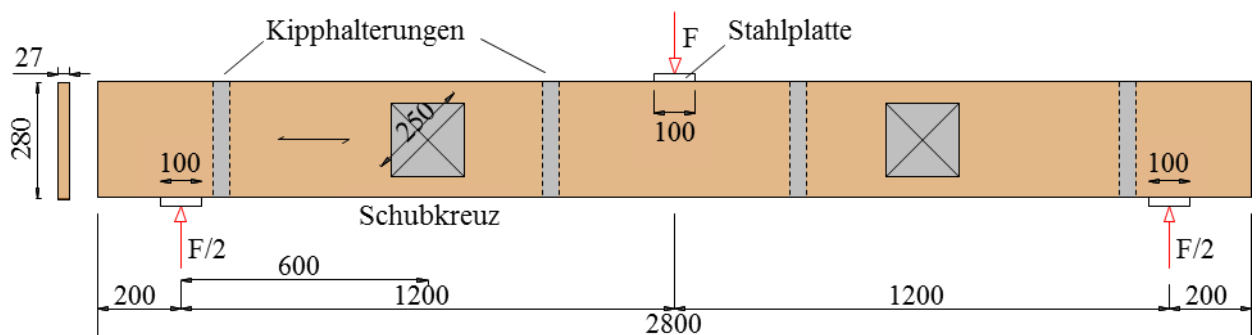
Durch Einschränkungen bei der Herstellung, kann die Versuchskonfiguration nach ON EN 408 [42] nicht realisiert werden. Die maximal herstellbare Länge der Prüfkörper im Labor beträgt 2,8 m, was bei einer Prüfkörperhöhe von 28 cm ein  $l/h$ -Verhältnis von 10 ergibt. Dies entspricht nicht dem laut ON EN 408 [42] minimalen Verhältnis von 16.

Die vorgeschlagene Versuchskonfiguration nach Gehri sieht eine Lasteinleitung über Verstärkungsschrauben vor. Diese verhindern bei der kurzen Spannweite ein Querdruckversagen und ermöglichen einen möglichst reinen Schubzustand an der gemessenen Stelle. Da bei den in dieser Masterarbeit geplanten Prüfungen keine Verstärkung durch Vollgewindeschrauben bzw. eingeklebte Gewindestangen vorgesehen ist, eignet sich diese Versuchskonfiguration nicht.

Auf eine Lasteinleitung über Vollgewindeschrauben kann durch das Anwenden der von Silly vorgeschlagenen Versuchskonfiguration verzichtet werden. Trotz einer Lasteinleitung über Stahlplatten kann sich, durch die Erhöhung der Distanz zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt, der gewünschte Schubspannungsverlauf einstellen.

Abbildung 6-10 zeigt die für die Prüfserie S verwendete Versuchskonfiguration. Dabei handelt es sich um eine Dreipunktbiegeprüfung mit einer Spannweite von 2,4 m. Die Distanz zwischen Auflager und Lasteinleitungsfläche beträgt dabei 1,2 m. Die Lasteinleitung erfolgt über 100 mm breite Stahlplatten. Das Schubkreuz soll sich in der Mitte zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt befinden und, um die Genauigkeit der Messung zu erhöhen, so groß wie möglich sein. Somit wurde die vorhandene Messeinrichtung mit einer Diagonale von 250 mm verwendet. Der genaue Schichtaufbau kann aus Abbildung 6-3 entnommen werden.

Um Biegedrillknicken zu verhindern, wurden die Prüfkörper im Abstand von 80 bzw. 60 cm seitlich gehalten. Diese Abstützungen sollen eine Durchbiegung des Prüfkörpers ohne wesentlichen Reibungswiderstand ermöglichen.



**Abbildung 6-10:** Serie S – Verwendete Versuchskonfiguration; Faserorientierung der Decklagen

### 6-3.1.2 Serie E und BP

Die Prüfkörper der Serie E und BP werden mittels einer Vierpunktbiegeprüfung getestet. Der von der ON EN 408 [42] vorgeschlagene Versuchsaufbau ist analog zu der in Abschnitt 6-3.1.1 besprochenen Prüfkongfiguration. Obwohl die Höhe des Trägers von 28 cm auf 20 cm reduziert wurde, können die vorgeschlagenen Grenzen nicht eingehalten werden.

Für die Bestimmung des lokalen E-Moduls ist es jedoch wichtig, dass die Distanz zwischen den Lasteinleitungspunkten nicht zu klein wird. Die Verformungen infolge des konstanten Momentes in Feldmitte sollen mit entsprechender Genauigkeit gemessen werden können. Dazu wird für die Versuchskonfiguration der Prüfserie E (siehe Abbildung 6-11) ein Abstand der Lasteinleitungspunkte von

6h, wie von der ON EN 408 [42] vorgesehen, verwendet. Dies ergibt einen Abstand der Fixpunkte für die Messung der lokalen Durchbiegung von 5h.

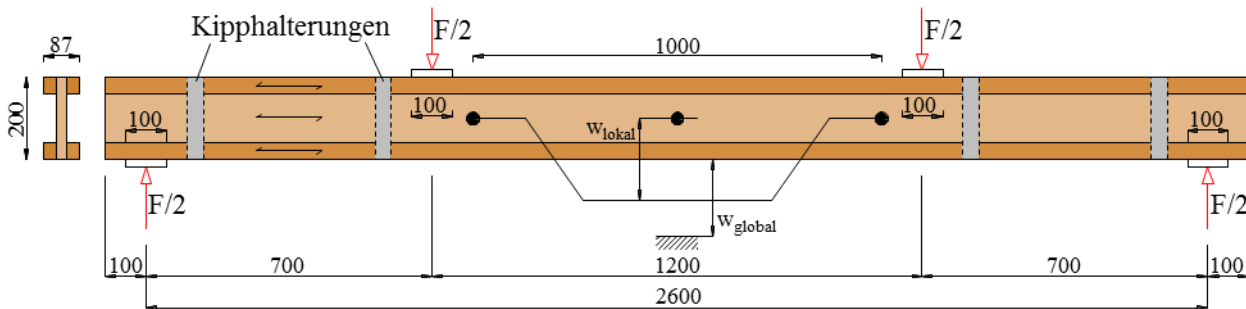


Abbildung 6-11: Prüfkongfiguration der Serie E; Faserorientierung der Decklagen

Die Prüfkongfiguration der Serie BP (Siehe Abbildung 6-12) unterscheidet sich von der Konfiguration der Serie E durch den Abstand der Lasteinleitungspunkte und die nicht durchgeführte Messung der lokalen Durchbiegung. Die gewählten Abstände  $a$  zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt werden in Abschnitt 6-3.2.2 angegeben.

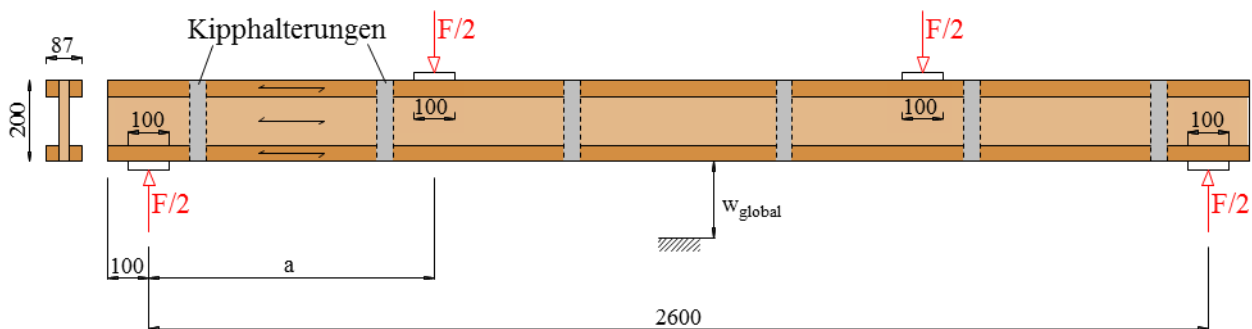


Abbildung 6-12: Prüfkongfiguration der Serie BP, Faserorientierung der Decklagen

Das Trennen dieser zwei Prüfungen ermöglicht zudem das Anbringen weiterer Kipphalterungen zwischen den Lasteinleitungspunkten, was bei der Prüfkongfiguration der Serie E, aufgrund der Messeinrichtung für die lokale Durchbiegung, nicht möglich wäre. Insgesamt werden bei der Serie E vier und bei der Serie BP sechs Kipphalterungen angebracht.

## 6-3.2 PRÜFVORBEREITUNG

Bevor eine Prüfung durchgeführt wird, muss die Größe der zu erwartenden Maximallasten bekannt sein. Damit die Prüfserien S und E im linearen Bereich belastet werden, soll die maximal aufgebrachte Kraft 40 % der Maximallast nicht überschreiten. Dies ist für die Bestimmung des Schubmoduls und der E-Moduln über einen linearen Bereich nötig. Zudem sollen die Prüfkörper der Serie S bei der Prüfung nicht beschädigt werden, damit sie als Stege für Prüfkörper der Serien E und BP verwendet werden können. Für die Prüfserie BP muss die erwartete Durchbiegung bei Bruch bekannt sein, damit man eine Belastungsgeschwindigkeit rückrechnen kann.

Aufgrund der eigenen Herstellung der Träger erweist sich eine genaue Berechnung der geschätzten Maximallasten und der Durchbiegungen als schwierig, da die genauen Kennwerte des hergestellten Materials nicht bekannt sind. Da sich die Modellierung und Optimierung des Trägers laut Kapitel 5 auf Kerto Q und Kerto S Werte der Firma Metsä Wood stützt, wurden diese auch zur Abschätzung der Eingangsparameter für die Prüfungen verwendet. Gleich wie bei den selbst hergestellten

Furnierwerkstoffen, werden die Kerto-Furniere aus 3 mm starken Fichtenfurnieren produziert. Zudem stimmt der Schichtaufbau von Kerto-Q und Kerto-S jeweils mit dem des Steges und der Gurte überein.

Da in den Zulassungen [72] im Regelfall nur charakteristische Werte angegeben werden, müssen diese zuerst auf Mittelwerte rückgerechnet werden. Dafür wird ein, bei Furnierschichtholz üblicher, Variationskoeffizient (COV) von 10 % angenommen und dieser mit dem charakteristischen Wert der Festigkeit in Gleichung (6.3) eingesetzt.

$$f_{\text{mean}} = \frac{f_k}{1 - 1,65 \cdot COV} \quad (6.3)$$

Mit

$f_{\text{mean}}$	Mittelwert der Festigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_k$	charakteristischer Wert der Festigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
COV	Variationskoeffizient [%]

Die für die Umrechnung verwendeten Festigkeiten und die daraus errechneten Mittelwerte können aus Tabelle 6-2 entnommen werden. Die Kenngrößen für den Elastizitäts- und Schubmodul werden in der Zulassung bereits als Mittelwerte angegeben und werden somit direkt übernommen.

**Tabelle 6-2: Charakteristische und mittlere Kenngrößen von Kerto-S und Kerto-Q Furnierwerkstoffen**

<b>KERTO-Q:</b>	<b>charakteristische Werte</b>	<b>Mittelwerte</b>
<b>Biegung</b>	$f_{m,0,edge,k} = 32,0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{m,0,edge,mean} = 38,3$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Querdruck</b>	$f_{c,90,edge,k} = 9,00$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{c,90,edge,mean} = 10,8$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Schub</b>	$f_{v,0,edge,k} = 4,50$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{v,0,edge,mean} = 5,39$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	$f_{v,0,flat,k} = 1,30$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{v,0,flat,mean} = 1,56$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>E-Modul</b>		$E_{0,mean} = 10500$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>G-Modul</b>		$G_{0,mean} = 600$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>KERTO-S:</b>		
<b>Biegung</b>	$f_{m,0,edge,k} = 44,0$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{m,0,edge,mean} = 52,7$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Querdruck</b>	$f_{c,90,edge,k} = 6,00$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{c,90,edge,mean} = 7,2$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Schub</b>	$f_{v,0,edge,k} = 2,30$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{v,0,edge,mean} = 2,75$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>E-Modul</b>		$E_{0,mean} = 13800$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>G-Modul</b>		$G_{0,mean} = 600$ [N/mm <sup>2</sup> ]

Im nächsten Schritt werden diese Mittelwerte für die Berechnung der zu erwartenden Maximallasten verwendet.

### 6-3.2.1 Berechnung der Eingangsparameter: Serie S

Abbildung 6-13 zeigt das statische System und die zugehörigen Schnittkraftverläufe der Prüfkongfiguration für die Serie S. Die erforderlichen Spannungen zur Berechnung der geschätzten Maximallasten werden hier qualitativ dargestellt.

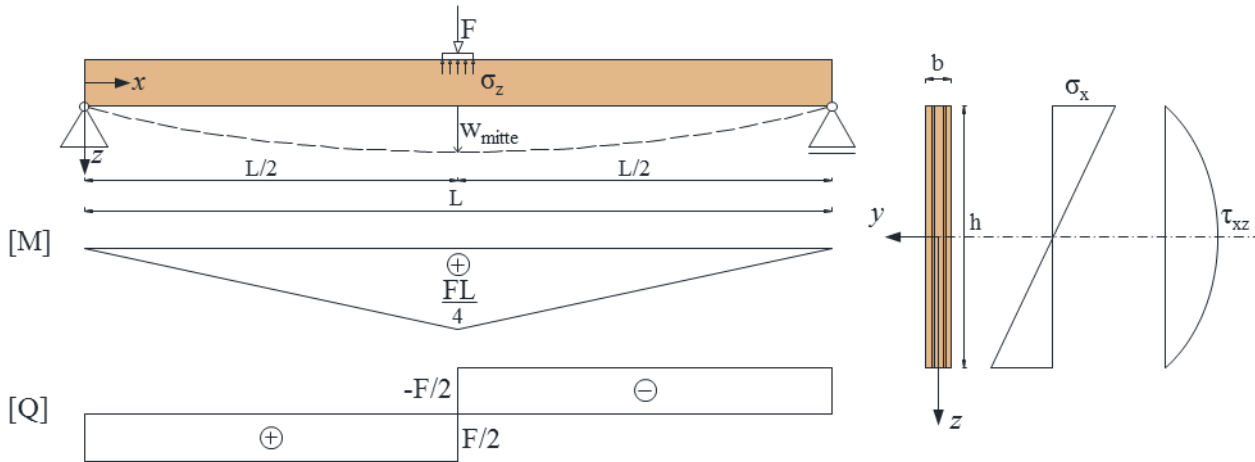


Abbildung 6-13: Statisches System, Schnittkraftverläufe und maßgebende Spannungen der Serie S

Wie bereits in Abschnitt 6-3.1.1 beschrieben, handelt es sich dabei um eine Dreipunktbiegeprüfung mit einer Spannweite von 2,4 m. Als Materialkennwerte werden die in Tabelle 6-2 angegebenen Mittelwerte von Kerto-Q verwendet.

Um den linearen Bereich zur Bestimmung des Schubmoduls zu identifizieren, wird die geschätzte Maximallast  $F_{\text{est}}$  bei der gewählten Prüfkongfiguration berechnet. Es wird zwischen drei maßgebenden Versagensmechanismen unterschieden: Biegung, Schub und Querdruck.

#### Biegung

Das maximale Moment in Feldmitte für eine 3-Punkt Biegeprüfung errechnet sich zu:

$$M_{y,3\text{-Punkt},m} = \frac{F_{\text{est}} \cdot L}{4} \quad (6.4)$$

Mit

$M_{y,3\text{-Punkt},m}$	maximales Biegemoment um die y-Achse in Feldmitte bei einer Dreipunktbiegeprüfung [Nmm]
$F_{\text{est}}$	geschätzte Maximallast [N]
$L$	Spannweite des Systems [mm]

Um die Biegerandspannungen zu berechnen wird zuerst das Widerstandsmoment des Rechteckquerschnitts lt. Gl. (6.5) berechnet.

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (6.5)$$

Mit

$W_y$	Widerstandsmoment um die y-Achse eines Rechteckquerschnitts [mm <sup>3</sup> ]
-------	--

$b$  Breite des Probekörpers [mm]

$h$  Höhe des Probekörpers [mm]

$$\sigma_x = \frac{M_{y,3\text{-Punkt},m}}{W_y} \quad (6.6)$$

Mit

$\sigma_x$  maximale Biegenormalspannung [N/mm<sup>2</sup>]

$$\frac{\sigma_x}{f_{m,0,edge,mean}} \leq 1 \quad (6.7)$$

Mit

$f_{m,0,edge,mean}$  Mittelwert der Biegefestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]

Durch Einfügen der Gl. (6.4) bis Gl. (6.6) in Gl. (6.7) und Umformen auf  $F_{est}$  ergibt sich:

$$F_{est} = \frac{2}{3} \cdot \frac{b \cdot h^2}{L} \cdot f_{m,0,edge,mean} \quad (6.8)$$

$$F_{est} = \frac{2}{3} \cdot \frac{27 \cdot 280^2}{2400} \cdot 38,3 = 22,5 \text{ kN} \quad (6.9)$$

## **Schub**

Die Querkraft am Träger ist zwischen dem Auflager und dem Lasteinleitungspunkt konstant und berechnet sich zu:

$$Q_{z,3\text{-Punkt}} = \frac{F_{est}}{2} \quad (6.10)$$

Mit

$Q_{z,3\text{-Punkt}}$  maximale Querkraft in  $z$ -Richtung bei einer Dreipunktbiegeprüfung [N]

Die maximale Schubspannung stellt sich, wie in Abbildung 6-13 ersichtlich, im Schubmittelpunkt des Querschnitts ein. Für einen Rechteckquerschnitt errechnet sich diese zu:

$$\tau_{xz} = \frac{1,5 \cdot Q_{z,3\text{-Punkt}}}{b \cdot h} \quad (6.11)$$

Mit

$\tau_{xz}$  maximale Schubspannung am Schubmittelpunkt [N/mm<sup>2</sup>]

$$\frac{\tau_{xz}}{f_{v,0,edge,mean}} \leq 1 \quad (6.12)$$

Mit

$f_{v,0,edge,mean}$  Mittelwert der Schubfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]

Durch Einfügen der Gl. (6.10) und (6.11) in Gl. (6.12) und Umformen auf  $F_{est}$  ergibt sich:

$$F_{est} = \frac{4}{3} \cdot b \cdot h \cdot f_{v,0,edge,mean} \quad (6.13)$$

$$F_{est} = \frac{4}{3} \cdot 27 \cdot 280 \cdot 5,39 = 54,3 \text{ kN} \quad (6.14)$$

### Querdruck

Die maßgebende Stelle für die Berechnung der geschätzten Maximallast auf Querdruck befindet sich an dem Lasteinleitungspunkt. Durch Gleichgewichtsbedingungen ergibt sich eine resultierende Querdruckkraft, die der geschätzten Maximallast entspricht.

$$F_{c,90,m} = F_{est} \quad (6.15)$$

Mit

$F_{c,90,m}$  Querdruckkraft am Lasteinleitungspunkt [N]

Für die Berechnung der Querdruckspannung wird eine konstante Verteilung über die wirksame Kontaktfläche angenommen. Laut Kerto-Zulassung [72] ist bei Kerto-Q keine Erhöhung der tatsächlichen Kontaktlänge vorgesehen, somit wird für die Berechnung der Querdruckspannung die Länge der Stahlplatte als Kontaktlänge verwendet.

$$\sigma_z = \frac{F_{c,90,m}}{A_{ef}} \quad (6.16)$$

Mit

$\sigma_z$  Querdruckspannung in z-Richtung am Lasteinleitungspunkt [N/mm<sup>2</sup>]

$A_{ef}$  wirksame Kontaktfläche am Lasteinleitungspunkt [mm<sup>2</sup>]

$$\frac{\sigma_z}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,mean}} \leq 1 \quad (6.17)$$

Mit

$k_{c,90}$  Querdruckbeiwert [-]

$f_{c,90,edge,mean}$  Mittelwert der Querdruckfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]



Für nicht kontinuierlich gestützte Bauteile aus Furnierschichtholz, die eine Distanz zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt größer als  $2h$  aufweisen, kann ein Querdrukbeiwert von 1,30 angenommen werden. [72]

Durch Einfügen der Gl. (6.15) und (6.16) in Gl. (6.17) und Umformen auf  $F_{est}$  ergibt sich:

$$F_{est} = A_{ef} \cdot k_{c,90} \cdot f_{c,90,edge,mean} \quad (6.18)$$

$$F_{est} = 100 \cdot 27 \cdot 1,3 \cdot 10,8 = 37,9 \text{ kN} \quad (6.19)$$

**Tabelle 6-3: geschätzte Maximallasten bei verschiedenen Versagensmechanismen**

Prüfkörper	$F_{est}$		
	Biegung	Schub	Querdruk
[-]	[kN]	[kN]	[kN]
<b>S01-S06</b>	22,5	54,3	37,9

Wie man in Tabelle 6-3 erkennen kann, wird bei dieser Prüfkonfiguration mit hoher Wahrscheinlichkeit ein Versagen auf Biegung bei einer geschätzten Maximallast  $F_{est} = 22,5$  kN eintreten. Dies ist auf die gewählte Spannweite zurückzuführen.

Im Gegensatz zu den anderen Nachweisen dient der Nachweis auf Querdruk vor allem dazu, die plastische Verformung zu beschränken. In der Regel kommt es bei einer Querdrukbelastung zu keinem Bruchversagen.

Die Bestimmung der Belastungsgeschwindigkeit erfolgt in Abhängigkeit der Durchbiegung in Feldmitte. Wie bereits in Abschnitt 4-8 beschrieben, erfolgt die Berechnung der Verformung  $w$  auf Basis der virtuellen Arbeit. Das Anwenden der Gl. (4.37) auf die aktuelle Prüfkonfiguration, also eine Dreipunktbiegeprüfung, liefert folgende Durchbiegung  $w_{mitte}$  (Abbildung 6-13) in Feldmitte:

$$w_{mitte} = \frac{F_{est} \cdot L^3}{48 \cdot EI_y} + \kappa_S \cdot \frac{F_{est} \cdot L}{4 \cdot GA} \quad (6.20)$$

Mit

$w_{mitte}$  gesamte Durchbiegung in Feldmitte bei der geschätzten Maximallast  $F_{est}$  [mm]

$F_{est}$  geschätzte Maximallast in Feldmitte [N]

$EI_y$  Biegesteifigkeit um die y-Achse [Nmm<sup>2</sup>]

$GA$  Schubsteifigkeit [N]

$\kappa_S$  Schubkorrekturfaktor [-]

Die Durchbiegung soll für die aktuelle Prüfkonfiguration in Feldmitte, bei einer Maximallast  $F_{est}$  von 22,5 kN berechnet werden. Als Elastizitätsmodul wird der Mittlere E-Modul laut Kerto Datenblatt [72] verwendet. Der Schubkorrekturfaktor für rechteckige Querschnitte beträgt  $\kappa_S = 1,2$ .

$$w_{mitte} = \frac{22500 \cdot 2400^3}{48 \cdot 10500 \cdot \frac{27 \cdot 280^3}{12}} + 1,2 \cdot \frac{22500 \cdot 2400}{4 \cdot 600 \cdot 27 \cdot 280} = 16,06 \text{ mm} \quad (6.21)$$

Bei einer Prüfung im elastischen Bereich soll lt. ON EN 408 [42] die Belastungsgeschwindigkeit nicht größer als  $0,003 h$  mm/s sein. Als Abschätzung wurde eine Dauer von der Erstbelastung bis zum Bruch von ca. 180 s gewählt. Das ergibt bei der laut Gl. (6.21) errechneten Durchbiegung eine Vorschubgeschwindigkeit des Belastungskolbens von ca. 5 mm/min, oder 0,083 mm/s. Dieser Wert liegt lt. Gl. (6.22) unter dem Grenzwert von  $0,003 h$ .

$$0,003 \cdot h = 0,003 \cdot 280 = 0,84 \left[ \frac{\text{mm}}{\text{s}} \right] \geq 0,083 \left[ \frac{\text{mm}}{\text{s}} \right] \quad (6.22)$$

### 6-3.2.2 Berechnung der Eingangsparameter: Serie E

In diesem Abschnitt werden die geschätzten Maximallasten und die Belastungsgeschwindigkeit für die Prüfungen der Serie E berechnet.

#### System

Abbildung 6-14 zeigt das statische System und die zugehörigen Schnittkraftverläufe der Prüfkonfiguration für die Serie E. Die erforderlichen Spannungen zur Berechnung der geschätzten Maximallasten werden hier qualitativ dargestellt.

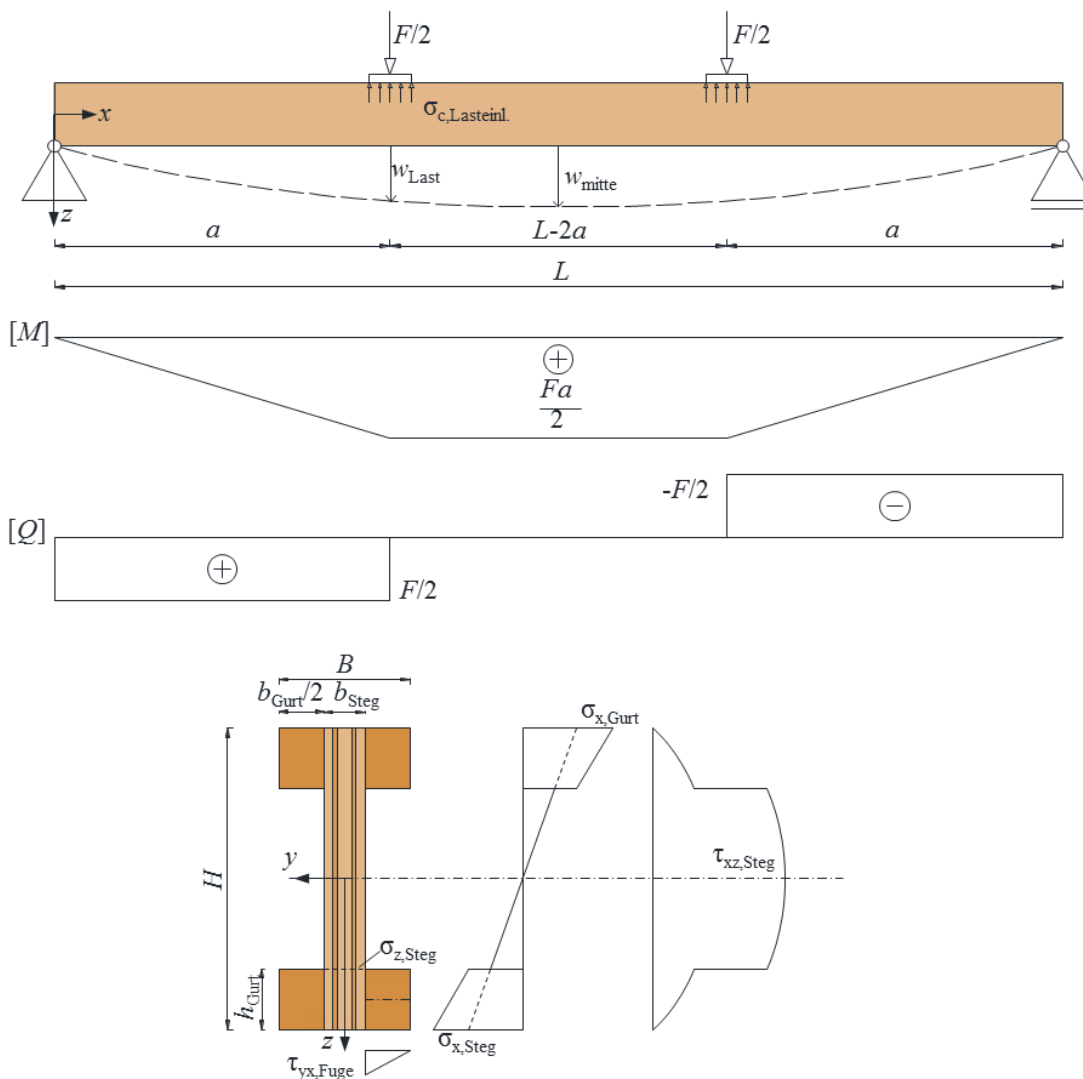


Abbildung 6-14: Statisches System, Schnittkraftverläufe und maßgebende Spannungen der Serie E

## Eingangswerte der Berechnung

In Tabelle 6-4 sind die Eingangswerte für die Bestimmung der geschätzten Maximallast für die Serie E angeführt. Als Materialkennwerte werden die in Tabelle 6-2 angegebenen Mittelwerte des entsprechenden Materials verwendet.

**Tabelle 6-4:** Eingangswerte für die Bestimmung der geschätzten Maximallast für die Serie E

	Eigenschaft	Bezeichnung	Größe	Einheit
<b>System</b>	<b>Spannweite</b>	$L$	2,6	[m]
	<b>Abstand Aufl. Lasteinl.</b>	$a$	0,7	[m]
	<b>Auflagerlänge</b>	$l_A$	100	[mm]
<b>Querschnitt</b>	<b>Gesamthöhe</b>	$H$	200	[mm]
	<b>Gesamtbreite</b>	$B$	87	[mm]
	<b>Gurthöhe</b>	$h_{\text{Gurt}}$	40	[mm]
	<b>Gurtbreite</b>	$b_{\text{Gurt}}$	60	[mm]
	<b>Stegbreite</b>	$b_{\text{Steg}}$	27	[mm]
<b>Material</b>	<b>Gurte</b>	Kerto-S		
	<b>Steg</b>	Kerto-Q		

## Querschnittswerte

Die Querschnittswerte für die Prüfkörper der Serie E werden nach Abschnitt 4-4 berechnet.

Das Trägheitsmoment der Gurte setzt sich aus dem Eigenträgheitsmoment und dem Steiner-Anteil zusammen. Da der Querschnitt aus zwei unterschiedlichen Materialien besteht, wird ein effektives Trägheitsmoment nach Gl. (6.25) berechnet.

$$I_{y,\text{Steg}} = \frac{b_{\text{Steg}} \cdot H^3}{12} = \frac{27 \cdot 200^3}{12} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned} I_{y,\text{Gurt}} &= 2 \cdot \left( \frac{b_{\text{Gurt}} \cdot h_{\text{Gurt}}^3}{12} + b_{\text{Gurt}} \cdot h_{\text{Gurt}} \cdot \left( \frac{H - h_{\text{Gurt}}}{2} \right)^2 \right) \\ &= 2 \cdot \left( \frac{60 \cdot 40^3}{12} + 60 \cdot 40 \cdot 80^2 \right) = 3,14 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned} I_{y,\text{eff}} &= \frac{E_G}{E_{\text{ref}}} \cdot I_{y,\text{Gurt}} + \frac{E_S}{E_{\text{ref}}} \cdot I_{y,\text{Steg}} = \frac{13800}{13800} \cdot 3,14 \cdot 10^7 + \frac{10500}{13800} \cdot 1,8 \cdot 10^7 \\ &= 4,51 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \end{aligned} \quad (6.25)$$

Mit

$I_{y,\text{Steg}}$  Trägheitsmoment des Steges um die y-Achse [mm<sup>4</sup>]

$I_{y,\text{Gurt}}$  Trägheitsmoment des Gurtes um die y-Achse [mm<sup>4</sup>]

$I_{y,\text{eff}}$  effektives Trägheitsmoment um die y-Achse [mm<sup>4</sup>]

$E_{\text{ref}}$  Referenz-Elastizitätsmodul [N/mm<sup>2</sup>]

$E_S$  Elastizitätsmodul des Stegmaterials [N/mm<sup>2</sup>]

$E_G$  Elastizitätsmodul des Gurtmaterials [N/mm<sup>2</sup>]

Weiters können die effektiven statischen Momente  $S_{y,eff}$  für die Berechnung der Spannung in Stegmitte und in der Klebefuge berechnet werden.

$$\begin{aligned}
 S_{y,Stegmitte,eff} &= \sum \frac{E_i}{E_{ref}} A_i(z) \cdot e_{z,i}(z) \\
 &= \left[ \frac{13800}{13800} \cdot 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 80 \right] + \left[ \frac{10500}{13800} \cdot 100 \cdot 27 \cdot 50 \right] \\
 &= 294720 \text{ mm}^3
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

$$\begin{aligned}
 S_{y,Klebefuge,eff} &= \sum \frac{E_i}{E_{ref}} A_i(z) \cdot e_{z,i}(z) = \left[ \frac{13800}{13800} \cdot 30 \cdot 40 \cdot 80 \right] \\
 &= 96000 \text{ mm}^3
 \end{aligned} \tag{6.27}$$

Mit

$S_{y,Stegmitte,eff}$  effektives statisches Moment in y-Richtung in Stegmitte [mm<sup>3</sup>]

$S_{y,Klebefuge,eff}$  effektives statisches Moment in y-Richtung in der Klebefuge [mm<sup>3</sup>]

Die Schubsteifigkeit des Trägers berechnet sich zu:

$$\begin{aligned}
 GA &= G_S \cdot A_S + G_G \cdot A_G = 600 \cdot 200 \cdot 27 + 600 \cdot 4 \cdot 30 \cdot 40 \\
 &= 6,12 \cdot 10^6 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

Mit

$GA$  Schubsteifigkeit [N]

$G_S$  Schubmodul des Steges [N/mm<sup>2</sup>]

$G_G$  Schubmodul des Gurtes [N/mm<sup>2</sup>]

$A_S$  Fläche des Steges [mm<sup>2</sup>]

$A_G$  Fläche des Gurtes [mm<sup>2</sup>]

Weiters wird der Schubkorrekturfaktor benötigt. Dieser kann nach Abschnitt 4-6 bzw. analog zu Anhang B1 berechnet werden und beträgt somit:

$$\kappa_s = 1,92 \tag{6.29}$$

Mit

$\kappa_s$  Schubkorrekturfaktor [-]

## Ermittlung der geschätzten Maximallasten

### Biegung

Als erstes erfolgt die Berechnung des maximalen Momentes in Feldmitte:

$$M_{y,\max} = \frac{F_{\text{est}} \cdot a}{2} \quad (6.30)$$

Mit

$M_{y,\max}$  maximales Biegemoment um die y-Achse in Feldmitte [Nmm]

$F_{\text{est}}$  geschätzte Maximallast [N]

Daraus können die entsprechenden Biegerandspannungen am Gurt und am Steg berechnet werden:

$$\sigma_{x,\text{Steg}} = \frac{E_S}{E_{\text{ref}}} \cdot \frac{M_{y,\max}}{I_{y,\text{eff}}} \cdot z \quad (6.31)$$

$$\sigma_{x,\text{Gurt}} = \frac{E_G}{E_{\text{ref}}} \cdot \frac{M_{y,\max}}{I_{y,\text{eff}}} \cdot z \quad (6.32)$$

Mit

$\sigma_{x,\text{Steg}}$  maximale Biegenormalspannung im Steg [N/mm<sup>2</sup>]

$\sigma_{x,\text{Gurt}}$  maximale Biegenormalspannung im Gurt [N/mm<sup>2</sup>]

$z$  Abstand der Randfaser zum Flächenschwerpunkt des Querschnitts [mm]

Der Nachweis ist erfüllt, wenn:

$$\frac{\sigma_x}{f_{m,\text{mean}}} \leq 1 \quad (6.33)$$

Durch Einfügen der Gl. (6.30) und (6.31) bzw. (6.32) in Gl. (6.33) und Umformen auf  $F_{\text{est}}$  ergibt sich:

$$F_{\text{est,m,Steg}} = f_{m,\text{edge,0,mean,Steg}} \cdot \frac{2 \cdot I_{y,\text{eff}} \cdot E_{\text{ref}}}{a \cdot z \cdot E_S} = 38,3 \cdot \frac{2 \cdot 4,51 \cdot 10^7 \cdot 13800}{700 \cdot 100 \cdot 10500} = 64,8 \text{ kN} \quad (6.34)$$

$$F_{\text{est,m,Gurt}} = f_{m,\text{edge,0,mean,Gurt}} \cdot \frac{2 \cdot I_{y,\text{eff}} \cdot E_{\text{ref}}}{a \cdot z \cdot E_G} = 52,7 \cdot \frac{2 \cdot 4,51 \cdot 10^7 \cdot 13800}{700 \cdot 100 \cdot 13800} = 67,9 \text{ kN} \quad (6.35)$$

Mit

$F_{\text{est,m,Steg}}$  geschätzte Maximallast auf Biegung im Steg [N]

$F_{\text{est,m,Gurt}}$  geschätzte Maximallast auf Biegung im Gurt [N]

$f_{m,\text{edge,0,mean,Steg}}$  Mittelwert der Biegefestigkeit des Stegmaterials [N/mm<sup>2</sup>]

$f_{m,\text{edge,0,mean,Gurt}}$  Mittelwert der Biegefestigkeit des Gurtmaterials [N/mm<sup>2</sup>]

## Schub

Als erstes erfolgt die Berechnung der Maximalen Querkraft:

$$Q_{z,\max} = \frac{F_{\text{est}}}{2} \quad (6.36)$$

Mit

$Q_{z,\max}$  maximale Querkraft in  $z$ -Richtung [N]

Daraus können die entsprechenden Schubspannungen in Stegmitte und in der Klebefuge berechnet werden:

$$\tau_{xz,\text{Steg}} = \frac{Q_{z,\max}}{b_S} \cdot \frac{S_{y,\text{Stegmitte,eff}}}{I_{y,\text{eff}}} \quad (6.37)$$

$$\tau_{yx,\text{Fuge}} = \frac{Q_{z,\max}}{h_G} \cdot \frac{S_{y,\text{Klebefuge,eff}}}{I_{y,\text{eff}}} \quad (6.38)$$

Mit

$\tau_{xz,\text{Steg}}$  maximale Schubspannung im Steg [N/mm<sup>2</sup>]

$\tau_{yx,\text{Fuge}}$  maximale Schubspannung in der Klebefuge [N/mm<sup>2</sup>]

$I_{y,\text{eff}}$  effektives Trägheitsmoment um die  $y$ -Achse [mm<sup>4</sup>]

Der Nachweis ist erfüllt wenn:

$$\frac{\tau}{f_{v,\text{mean}}} \leq 1 \quad (6.39)$$

Durch Einfügen der Gl. (6.62) und (6.63) bzw. (6.64) in Gl. (6.65) und Umformen auf  $F_{\text{est}}$  ergibt sich:

$$\begin{aligned} F_{\text{est},v,\text{Steg}} &= f_{v,0,\text{edge,mean,Steg}} \cdot \frac{2 \cdot I_{y,\text{eff}} \cdot b_{\text{Steg}}}{S_{y,\text{Stegmitte,eff}}} \\ &= 5,39 \cdot \frac{2 \cdot 4,51 \cdot 10^7 \cdot 27}{294720} = 44,5 \text{ kN} \end{aligned} \quad (6.40)$$

$$\begin{aligned} F_{\text{est},v,\text{Fuge}} &= f_{v,0,\text{flat,mean,Steg}} \cdot \frac{2 \cdot I_{y,\text{eff}} \cdot h_{\text{Gurt}}}{S_{y,\text{Klebefuge,eff}}} \\ &= 1,56 \cdot \frac{2 \cdot 4,94 \cdot 10^7 \cdot 40}{96000} = 58,6 \text{ kN} \end{aligned} \quad (6.41)$$

Mit

$F_{\text{est},v,\text{Steg}}$  geschätzte Maximallast auf Schub im Steg [N]

$F_{\text{est},v,\text{Fuge}}$  geschätzte Maximallast auf Schub in der Klebefuge [N]

- $f_{v,0,edge,mean,Steg}$  Mittelwert der Schubfestigkeit des Steges bei einer Scheibenbeanspruchung [N/mm<sup>2</sup>]  
 $f_{v,0,flat,mean,Steg}$  Mittelwert der Schubfestigkeit des Steges bei einer Plattenbeanspruchung [N/mm<sup>2</sup>]

## Querdruck

Die Berechnung der geschätzten Maximallast auf Querdruck kann bei dieser Prüfkonfiguration entweder am Auflager oder am Lasteinleitungspunkt erfolgen. Durch Gleichgewichtsbedingungen ergibt sich folgende resultierende Querdruckkraft:

$$F_{c,90} = \frac{F_{est}}{2} \quad (6.42)$$

Mit

$F_{c,90}$  Querdruckkraft am Lasteinleitungspunkt oder am Auflager [N]

Da der Steg durch die Querlagen eine höhere Steifigkeit in Belastungsrichtung besitzt als die Gurte, wird für die Kontaktbreite konservativ nur die Stegbreite angesetzt

$$\sigma_{z,Lasteinl.} = \frac{F_{c,90}}{A_{eff}} \quad (6.43)$$

Mit

$\sigma_{z,Lasteinl.}$  Querdruckspannung in  $z$ -Richtung am Lasteinleitungspunkt oder am Auflager [N/mm<sup>2</sup>]

$A_{eff}$  wirksame Kontaktfläche am Lasteinleitungspunkt oder am Auflager [mm<sup>2</sup>]

$$\frac{\sigma_z}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,edge,mean}} \leq 1 \quad (6.44)$$

Mit

$k_{c,90}$  Querdruckbeiwert [-]

$f_{c,90,edge,mean}$  Mittelwert der Querdruckfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]

Für nicht kontinuierlich gestützte Bauteile aus Furnierschichtholz, die eine Distanz zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt größer als  $2h$  aufweisen, kann ein Querdruckbeiwert von 1,30 angenommen werden. [72]

Durch Einfügen der Gl. (6.42) und (6.43) in Gl. (6.44) und Umformen auf  $F_{est}$  ergibt sich:

$$F_{est} = 2 \cdot A_{eff} \cdot k_{c,90} \cdot f_{c,90,mean} \quad (6.45)$$

$$F_{est} = 2 \cdot 100 \cdot 27 \cdot 1,3 \cdot 10,8 = 75,8 \text{ kN} \quad (6.46)$$

## Druck im Steg

Die Berechnung der geschätzten Maximallast auf Druck im Steg kann bei dieser Prüfkonfiguration entweder am Auflager oder am Lasteinleitungspunkt erfolgen. Durch Gleichgewichtsbedingungen ergibt sich folgende resultierende Querdruckkraft:

$$F_{c,90} = \frac{F_{est}}{2} \quad (6.47)$$

Mit

$F_{c,90}$  Querdruckkraft im Steg am Lasteinleitungspunkt oder am Auflager[N]

Für die Berechnung der Querdruckspannung im Steg wird ein Lastausbreitungswinkel von  $30^\circ$  angenommen (Siehe 4-7.2.5). Somit ergibt sich eine effektiv wirksame Fläche  $A_{eff}$ :

$$A_{eff} = (l_A + 2 \cdot h_G \cdot \tan(30)) \cdot b_S = (100 + 2 \cdot 40 \cdot \tan(30)) \cdot 27 = 3947 \text{ mm}^2 \quad (6.48)$$

$$\sigma_{z,Steg} = \frac{F_{c,90}}{A_{eff}} \quad (6.49)$$

Mit

$l_A$  Auflagerlänge [mm]

$\sigma_{z,Steg}$  Querdruckspannung in  $z$ -Richtung im Steg am Lasteinleitungspunkt oder am Auflager [N/mm<sup>2</sup>]

$A_{eff}$  wirksame Fläche im Steg am Lasteinleitungspunkt oder am Auflager [mm<sup>2</sup>]

$$\frac{\sigma_z}{f_{c,90,edge,mean}} \leq 1 \quad (6.50)$$

Mit

$f_{c,90,edge,mean}$  Mittelwert der Querdruckfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]

Durch Einfügen der Gl. (6.47), (6.48) und (6.49) in Gl. (6.50) und Umformen auf  $F_{est}$  ergibt sich:

$$F_{est} = 2 \cdot A_{eff} \cdot f_{c,90,edge,mean} \quad (6.51)$$

$$F_{est} = 2 \cdot 3947 \cdot 10,8 = 85,3 \text{ kN} \quad (6.52)$$

**Tabelle 6-5: Geschätzte Maximallasten der Serie E**

		$F_{est}$					
Prüfkörper	a	Biegung		Schub		Druck	Querdruck
		Steg	Gurt	Steg	Klebfuge	Steg	Lasteinl.
[-]	[m]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
<b>E01 - E06</b>	<b>0,70</b>	64,8	67,9	44,5	58,6	85,3	75,8



Die Berechnung der Durchbiegung des Trägers am Lasteinleitungspunkt erfolgt über das Prinzip der Virtuellen Arbeit nach Abschnitt 4-8. Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 w_{\text{Last}} &= \frac{F_{\text{est}} \cdot a^2}{12 \cdot EI_{y,\text{eff}}} \cdot (3L - 4a) + \kappa_S \cdot \frac{F_{\text{est}} \cdot a}{2 \cdot GA} \\
 &= \frac{44500 \cdot 700^2}{12 \cdot 6,22 \cdot 10^{11}} \cdot (3 \cdot 2600 - 4 \cdot 700) + 1,92 \cdot \frac{44500 \cdot 700}{2 \cdot 6120000} \\
 &= 14,6 + 4,9 = 19,5 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{6.53}$$

Mit

$w_{\text{Last}}$	Durchbiegung des Trägers am Lasteinleitungspunkt [mm]
$EI_{y,\text{eff}}$	effektive Biegesteifigkeit des Trägers um die y-Achse [Nmm <sup>2</sup> ]
$GA$	Schubsteifigkeit des Trägers [N]
$\kappa_S$	Schubkorrekturfaktor [-]

Daraus ergibt sich, bei einer Belastungsdauer von 300 s bis zum Erreichen der Maximallast, eine Vorschubgeschwindigkeit des Belastungskolbens von ca.  $v_{\text{Prüf}} = 4 \text{ mm/min}$

### 6-3.2.3 Berechnung der Eingangsparameter: Serie BP

Die Bestimmung der geschätzten Maximallasten für die Prüfungen der Serie BP ist vom Abstand  $a$  zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt (Siehe Abbildung 6-14) abhängig. Insgesamt wurden drei unterschiedliche Abstände  $a$  untersucht, wobei eine explizite Berechnung nur für die Serie E in 6-3.2.2 geführt wurde. Die Berechnung der geschätzten Maximallasten für die Serie BP kann analog dazu, durch Verwendung der in Tabelle 6-6 angegebenen Eingangswerte, geführt werden.

**Tabelle 6-6:** Eingangswerte für die Bestimmung der geschätzten Maximallasten für die Serie BP

	Eigenschaft	Bezeichnung	Größe	Einheit
<b>System</b>	<b>Spannweite</b>	$L$	2,6	[m]
	<b>Abstand Aufl. Lasteinl.</b>	$a$ (BP01-BP03)	1,0	[m]
		$a$ (BP04)	0,7	[m]
		$a$ (BP05-BP06)	0,45	[m]
	<b>Auflagerlänge</b>	$l_A$	100	[mm]
<b>Querschnitt</b>	<b>Gesamthöhe</b>	$H$	200	[mm]
	<b>Gesamtbreite</b>	$B$	87	[mm]
	<b>Gurthöhe</b>	$h_{\text{Gurt}}$	40	[mm]
	<b>Gurtbreite</b>	$b_{\text{Gurt}}$	60	[mm]
	<b>Stegbreite</b>	$b_{\text{Steg}}$	27	[mm]
<b>Materialkennwerte</b>	<b>Festigkeit - Gurte</b>	aus Kerto-S*		
	<b>Festigkeit - Steg</b>	aus Kerto-Q*		
	<b>Schubmodul</b>	Serie S		[N/mm <sup>2</sup> ]
	<b>Elastizitätsmodul</b>	Serie E		[N/mm <sup>2</sup> ]

\* Für die Prüfung der Prüfkörper BP05 und BP06 wurden Schubfestigkeiten aus Taibon [66] verwendet

Da die Festigkeiten des hergestellten Materials nicht bekannt sind, wurde zunächst eine Prüfkfiguration gewählt, bei der ein Versagen auf Schub und auf Biegung bei einer ähnlichen Last auftreten kann. Eine erste Abschätzung der Bruchlasten ergab somit einen Abstand zwischen Auflager und Lasteinleitung von  $a = 1$  m. Die Prüfkörper BP01 – BP03 wurden mit dieser Konfiguration geprüft, da aber kein Schubversagen stattgefunden hat, wurde für die nächste Prüfung der Abstand auf 0,7 m, wie bei der Prüfung der Serie E, verringert. Dies führt zu einer Verringerung der Momente in Feldmitte und somit zu einer Vergrößerung der Maximallast auf Biegung. Nach einem weiteren Versagen auf Biegung beim Prüfkörper BP04, wurde für die letzten zwei Prüfkörper eine weitere Recherche über die Schubtragfähigkeit des Materials geführt.

Die für diese Arbeit verwendeten Furniere wurden bereits von Taibon [66] eingesetzt. Seine Untersuchungen legen einen Schwerpunkt auf die Schubtragfähigkeit des Materials. Wie bereits aus den Versuchen der Prüfkörper BP01 - BP04 beobachtet, stellt er fest, dass die Schubfestigkeit des Furnierschicht- und Furniersperrholzes deutlich höher liegt wie zunächst erwartet. Durch Scherversuche hat er bei einer Scheibenbeanspruchung eine mittlere Schubfestigkeit von  $7,9 \text{ N/mm}^2$  bestimmt.

Um für den weiteren Verlauf der Prüfungen die Wahrscheinlichkeit eines Schubversagens zu erhöhen, wurde eine Prüfkfiguration gewählt, bei der die Schubmaximallast beim 95 %-Quantil der Schubfestigkeit und die Biegemaximallast beim charakteristischen Wert der Biegefestigkeit gleich sind. Für die Berechnung des 95 %-Quantils der Schubfestigkeit wurde eine lognormal-Verteilung angenommen und ein Variationskoeffizient im normalverteilten Raum von 10%. Die Zusammenhänge zwischen dem normalverteilten und den lognormalverteilten Raum werden in den folgenden Gleichungen dargestellt.

$$\mu = e^{\mu_{LN} + \frac{\sigma_{LN}^2}{2}} \quad (6.54)$$

$$\sigma = \sqrt{(e^{\sigma_{LN}^2} - 1) \cdot e^{2\mu_{LN} + \sigma_{LN}^2}} \quad (6.55)$$

$$f_{v,95} = e^{\mu_{LN} + 1,65 \cdot \sigma_{LN}} \quad (6.56)$$

Mit

$\mu$	Mittelwert der Schubfestigkeit [ $\text{N/mm}^2$ ]
$\sigma$	Standardabweichung der Schubfestigkeit [ $\text{N/mm}^2$ ]
$\mu_{LN}$	Mittelwert der Schubfestigkeit im lognormalverteilten Raum [ $\text{N/mm}^2$ ]
$\sigma_{LN}$	Standardabweichung der Schubfestigkeit im lognormalverteilten Raum [ $\text{N/mm}^2$ ]
$f_{v,95}$	95% Quantil der Schubfestigkeit [ $\text{N/mm}^2$ ]

Durch Lösen der Gl. (6.54) und Gl. (6.55) auf  $\mu_{LN}$  und  $\sigma_{LN}$  und Einsetzen dieser Werte in Gl. (6.56) ergibt sich das lognormalverteilte 95%-Quantil der Schubfestigkeit.

Das Gleichsetzen der Maximallasten auf Schub mit  $f_{v,95} = 9,27 \text{ N/mm}^2$  und auf Biegung mit  $f_{m,0,edge,k} = 32 \text{ N/mm}^2$  ergibt einen Abstand  $a$  zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt von 0,45 m.

In Tabelle 6-7 werden Maximallasten für die drei unterschiedlichen Abstände  $a$  zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt dargelegt. Die grau hinterlegten Felder zeigen die rechnerisch maßgebende Maximallast, die in diesem Fall immer von der Schubfestigkeit des Steges bestimmt wird. Zu erwähnen

ist, dass die Maximallast für den Abstand  $a = 0,45$  m mit der neu bestimmten Schubfestigkeit von  $7,9 \text{ N/mm}^2$  berechnet wurde. Aufgrund der Unterschätzung der Schubfestigkeit des Materials sollte die Schubtragfähigkeit der Klebefuge höher sein. Da jedoch von Taibon [66] keine genauen Untersuchungen für die entsprechende Belastungsrichtung zur Berechnung der neuen Maximallast für die Klebefuge geführt wurden, wird hier dieser Wert in Klammern dargestellt und nicht als maßgebend erachtet.

**Tabelle 6-7: Maximallasten für unterschiedliche Abstände  $a$**

Prüfkörper [-]	$a$ [m]	$F_{\text{est}}$					
		Biegung		Schub		Druck	Querdruck
		Steg [kN]	Gurt [kN]	Steg [kN]	Klebefuge [kN]	Steg [kN]	Lasteinl. [kN]
<b>BP01-BP03</b>	<b>1,00</b>	44,7	47,8	44,5	58,8	85,0	75,6
<b>BP04</b>	<b>0,700</b>	63,8	68,2	44,5	58,8	85,0	75,6
<b>BP05-BP06</b>	<b>0,450</b>	99,3	106,2	65,5 <sup>1)</sup>	(58,8) <sup>2)</sup>	85,0	75,6

<sup>1)</sup> dafür wurde die neu berechnete Schubfestigkeit von  $7,9 \text{ N/mm}^2$  [66] verwendet

<sup>2)</sup> Die Tragfähigkeit der Klebefuge wurde bei den Prüfkörpern BP01-BP04 unterschätzt; es wurden die entsprechenden Schubfestigkeiten in Taibon [66] nicht explizit untersucht.

Für die Anpassung der Schubfestigkeit der Prüfkörper BP05 und BP06 wurde, wie bereits erwähnt, die von Taibon [66] bestimmte Schubfestigkeit der Furniere verwendet, dabei ergibt sich eine ca. 50% höhere Maximallast auf Schub als bei Verwendung der Werte aus der Kerto-Zulassung [72].

Unter Verwendung der in Tabelle 6-7 grau hinterlegten Maximallasten, wurden die Belastungsgeschwindigkeiten für die 3 unterschiedlichen Prüfkonfigurationen berechnet (siehe Tabelle 6-8).

**Tabelle 6-8: Durchbiegungen und Prüfgeschwindigkeiten der gewählten Prüfkonfigurationen**

Prüfkörper [-]	$a$ [m]	$F_{\text{est}}$ [kN]	$w_{\text{Last}}$ [mm]	$v_{\text{Prüf}}$ [mm/min]
<b>BP01 - BP03</b>	<b>1,00</b>	44,5	33,4	6,7
<b>BP04</b>	<b>0,700</b>	44,5	21,9	4,4
<b>BP05-BP06</b>	<b>0,450</b>	65,5	17,0	3,4

Die Belastungsgeschwindigkeit wird so gewählt, dass die Maximallast nach  $300 \pm 120$  s erreicht wird. Da die Prüfmaschine weggesteuert ist, ist eine Berechnung der Durchbiegung am Lasteinleitungspunkt bei der erwarteten Maximallast zu führen.

### 6-3.3 PRÜFDURCHFÜHRUNG

Die Prüfung der hergestellten Prüfkörper soll auf der Universalprüfmaschine „lignum\_uni\_275“ (Z-250 der Firma Zwick, Deutschland) durchgeführt werden. Die Prüfkörper sollen bis zum Zeitpunkt der Prüfung in der Klimakammer gelagert werden.

Wie in Tabelle 6-9 dargestellt, setzt sich die Prüfkörperbezeichnung aus der aktuellen Projektnummer, der Bezeichnung der Serie und der Nummer des Prüfkörpers zusammen.

**Tabelle 6-9: Prüfkörperbezeichnung**

Projektbezeichnung	Prüfserie	Prüfkörpernr.
PA15-472-1	S	01-06
	E	
	BP	

Mit

S	Bestimmung des Schubmoduls
E	Bestimmung des Elastizitätsmoduls
BP	Biegeprüfung für die Bestimmung der Tragfähigkeit

### 6-3.3.1 Serie S

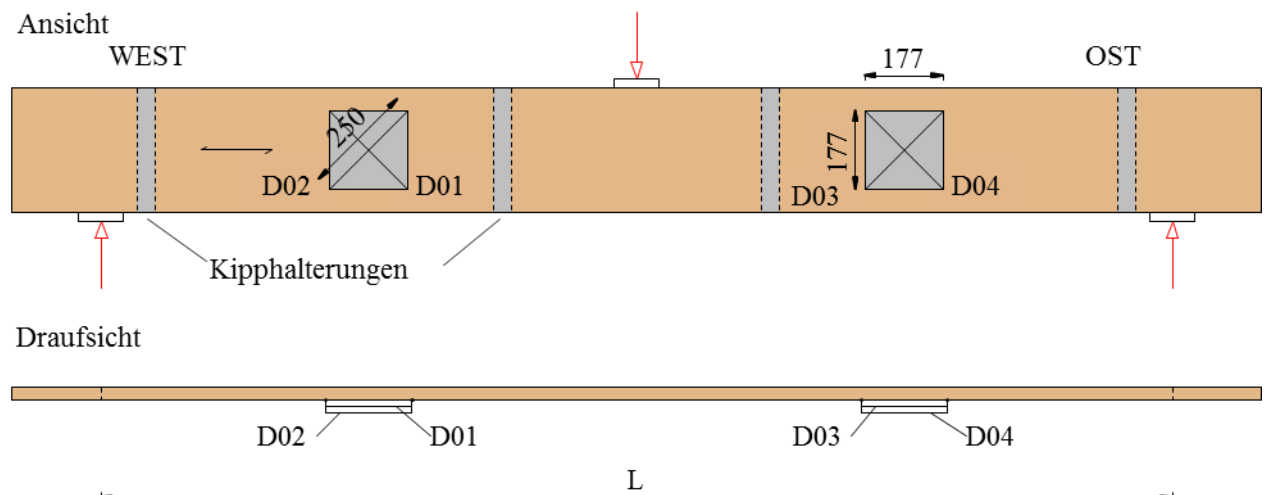
Die Prüfung der Serie S soll laut 6-3.1.1 durchgeführt werden. Der Prüfkörper wird mit einer Spannweite von 2,4 m auf zwei gelenkige, 100 mm breite Platten gelagert. Um ein mögliches Biegedrillknicken zu vermeiden, wird der Prüfkörper durch 4 Kippsicherungen aus der Ebene gehalten. Die Kipphalterungen bestehen jeweils aus zwei vertikalen Schienen, die im Abstand von ca. 3 cm von den zwei Seiten des Trägers starr befestigt wurden. Um den Träger vom seitlichen Ausweichen zu schützen, ohne dabei eine vertikale Durchbiegung einzuschränken, werden, wie in Abbildung 6-15 (links) ersichtlich, zwischen den Schienen und dem Träger Metallplatten mit kleinen Gummirädern eingeschoben.



**Abbildung 6-15: (links) Kipphalterungen für die Prüfkörper der Serie S, (rechts) Schubkreuz für die Messung des Schubfeldes bei der Serie S**

Damit die Diagonalen des Schubkreuzes angebracht werden können, wird in der Mitte des Schubfeldes ein Loch zum Eindrehen der Halterung vorgebohrt. Wie in Abbildung 6-15 (rechts) zu sehen ist, werden die Diagonalen dann durch Federn an diese Halterung befestigt.

Die Lage der Prüfkörper in der Halle wird durch die Himmelsrichtungen West und Ost gekennzeichnet (Abbildung 6-16). Zudem ist die Bezeichnung der Messdiagonalen ersichtlich. Jeder Prüfkörper wird mit der entsprechenden Prüfkörperbezeichnung beschriftet. Die eingezeichnete Faserorientierung ist für die oberste Lage gültig. Der genaue Schichtaufbau kann aus Abbildung 6-3 entnommen werden.



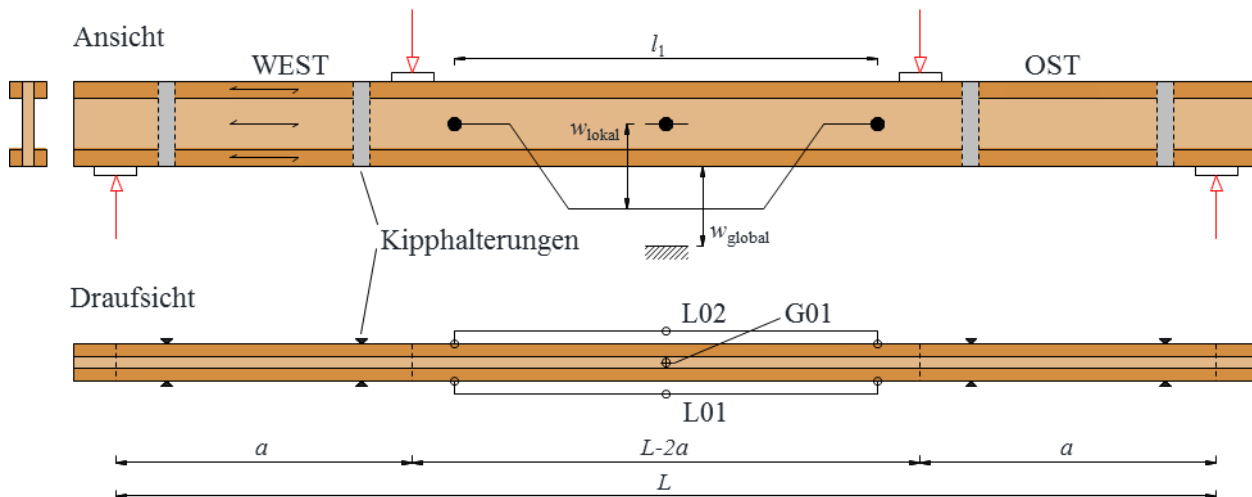
**Abbildung 6-16:** Beschriftung des Prüfkörpers und Bezeichnung der Diagonalen für die Serie S; Faserorientierung der Decklage

Die Prüfmaschine wird dann kalibriert und auf der in 6-3.2.1 berechneten Vorschubgeschwindigkeit von 5 mm/min eingestellt. Alle Prüfungen werden mit einer Ent- und Wiederbelastung, also Hysterese, durchgeführt. Damit werden z. B. Mikrorisse des Holzes und Ungenauigkeiten der Lagerung bei der Erstbelastung eingestellt. Die Berechnung des Schubmoduls erfolgt dann am Wiederbelastungsabschnitt der Prüfung.

Da die Prüfkörper dieser Serie in den Serien E und BP wiederverwendet werden, ist die Entnahme der Probekörper für eine Messung der Holzfeuchte über die Darmmethode nach Abschnitt 6-1.3.1 nicht möglich. Deswegen wird nach der Prüfung die Holzfeuchte der Prüfkörper über das elektrische Widerstands-Messverfahren (siehe Abschnitt 6-1.3.1) bestimmt.

### 6-3.3.2 Serie E

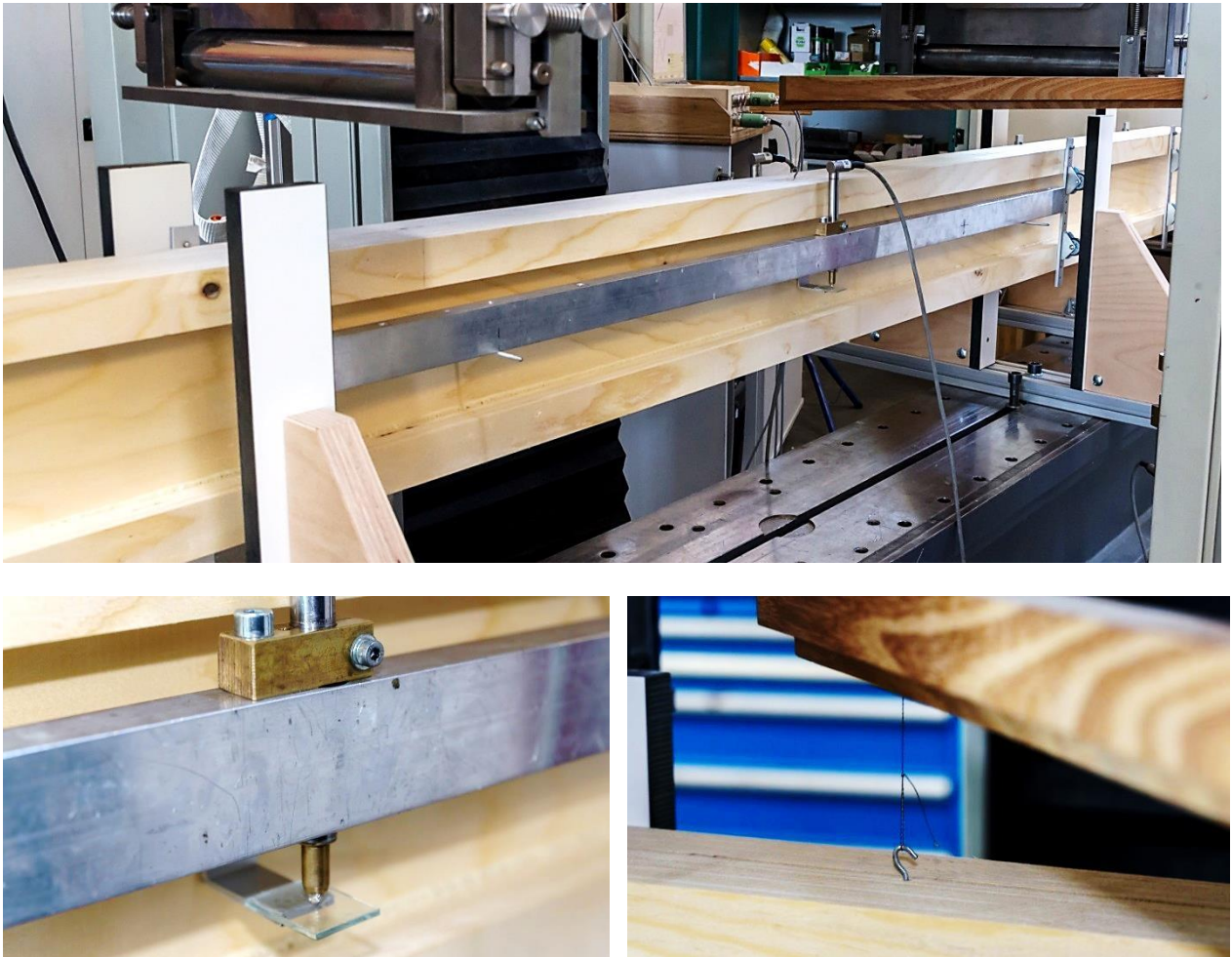
Die Prüfkonfiguration der Serie E kann aus Abschnitt 6-3.1.2 entnommen werden. Wie bereits erwähnt, handelt es sich dabei um einen Vierpunktbiegeversuch. Der Prüfkörper wird mit einer Spannweite von 2,6 m auf zwei gelenkig gelagerte Stahlplatten mit einer Breite von 100 mm gelagert. Die Last wird auch über zwei gelenkig gelagerte Stahlplatten eingeleitet. Um Biegedrillknicken zu verhindern, sind jeweils zwei Kipphalterungen zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt vorgesehen. Durch die Messeinrichtung der lokalen Durchbiegung ist das Anbringen weiterer Kipphalterungen zwischen den zwei Lasteinleitungspunkten nicht möglich, dies ist jedoch nicht nötig, da die maximale Prüflast nur 40% der erwarteten Maximallast beträgt. Ein Überblick der Prüfkonfiguration mit der Bezeichnung der Sensoren kann aus Abbildung 6-17 entnommen werden.



**Abbildung 6-17:** Beschriftung des Prüfkörpers und Bezeichnung der Sensoren für die Serie E; Faserorientierung der Decklage

Die Messeinrichtung für die lokale Durchbiegung wird in Abbildung 6-18 (unten-links) genauer dargestellt. Eine Leiste wird im Abstand von  $l_1 = 5h$  auf zwei eingedrehte Schrauben gelagert. In der Mitte dieser Leiste befindet sich der Wegsensor, der die lokale Durchbiegung auf einem am Steg angebrachten Aluminiumwinkel misst. Um die Genauigkeit der Messung zu erhöhen wird am Aluminiumwinkel zudem eine kleine Glasplatte angebracht. Die Messung der lokalen Durchbiegung wird auf beiden Seiten des Trägers durchgeführt.

Die globale Durchbiegung wird, wie in Abbildung 6-18 (unten-links) gezeigt, durch einen Tauchanker gemessen. Ein Faden wird an einem Haken an der Oberseite des Trägers befestigt. Durch die Verschiebung des Trägers wird der Faden über Rollen angezogen und die Bewegung kann von einem Wegsensor gemessen werden.



**Abbildung 6-18:** (oben) Überblick der Prüfkongfiguration der Serie E, (unten-links) lokale Messung der Durchbiegung, (unten-rechts) globale Messung der Durchbiegung durch einen Tauchanker

Wie bei der Serie S, erfolgt die Belastung bei den Prüfungen dieser Serie auch mit einer Hysterese. Die Prüfgeschwindigkeit beträgt dabei 4 mm/min.

Die Bestimmung der Holzfeuchte erfolgt über die Darmmethode (siehe Abschnitt 6-1.3.1) nach dem Prüfen der Serie BP.

### 6-3.3.3 Serie BP

Die unterschiedlichen Prüfkongfigurationen der Serie BP können aus Abschnitt 6-3.1.2 entnommen werden. Im Gegensatz zur Serie E wird bei diesen Prüfungen keine lokale Durchbiegung gemessen und die Last wird ohne Hysterese bis zum Bruch aufgetragen. Zudem können, aufgrund der fehlenden Messeinrichtung zwischen den Lasteinleitungspunkten, weitere Kipphalterungen angebracht werden. Insgesamt sind 6 Kipphalterungen für diese Versuche vorgesehen. Um Schäden an der Messeinrichtung zu vermeiden, wurde bei Erreichen von ca. 80 % der Maximallast der Faden für die Messung der globalen Durchbiegung ausgehängt. Ein Überblick der Prüfkongfiguration mit der Bezeichnung der Sensoren kann aus Abbildung 6-19 entnommen werden.

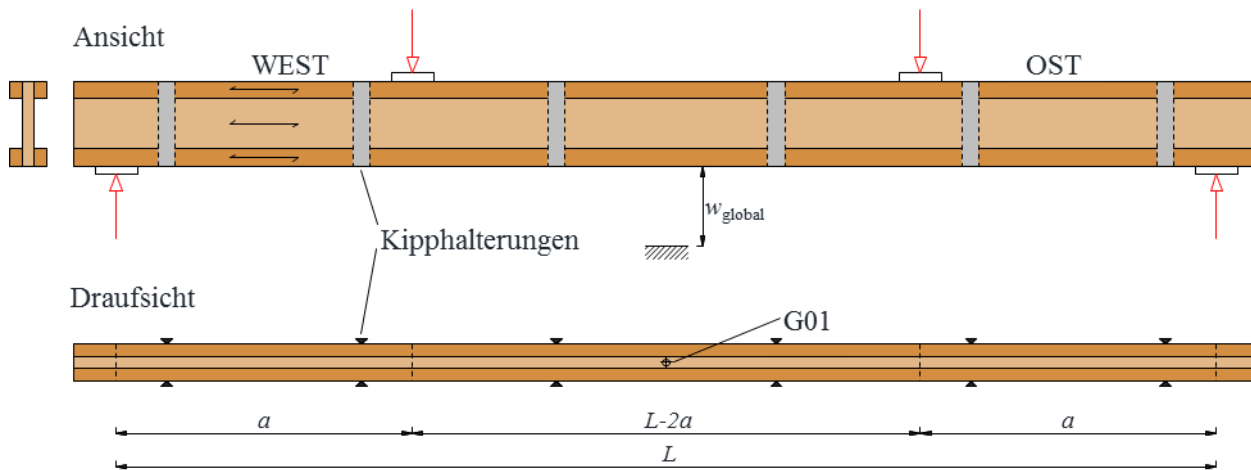


Abbildung 6-19: Beschriftung des Prüfkörpers und Bezeichnung der Sensoren für die Serie BP; Faserorientierung der Decklage

Um die Wahrscheinlichkeit eines Schubbruchs zu erhöhen, wird ab Prüfkörper BP04 der Abstand  $a$  zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt verringert. Dies führt gleichzeitig zu einer Verminderung der Durchbiegung in Feldmitte und am Lasteinleitungspunkt. Dafür muss für unterschiedliche Konfigurationen eine unterschiedliche Prüfgeschwindigkeit gewählt werden.

Nach der Prüfung erfolgt die Bestimmung der Holzfeuchte über die Darmmethode nach Abschnitt 6-1.3.1.

## 6-4 AUSWERTEMETHODEN

In diesem Abschnitt werden die Schritte zur Auswertung der durchgeführten Versuche dargelegt.

Die Rohdaten der Universalprüfmaschine werden durch den angeschlossenen Computer aufgezeichnet und gespeichert. Die Bezeichnung der einzelnen Messinstrumente soll bei der Auswertung bekannt sein und soll somit bereits bei der Prüfdurchführung notiert werden. Die Messdaten werden in einem Intervall von 200 ms aufgezeichnet, was eine ausreichende Genauigkeit für die Auswertung ermöglicht.

Folgende Daten werden bei jeder Prüfung aufgezeichnet:

- Zeit  $t$  [s]
- Kraft  $F$  [N]
- Traversenweg der Prüfmaschine [mm]

Prüfserienspezifische Messdaten werden in den entsprechenden Abschnitten genauer erläutert.

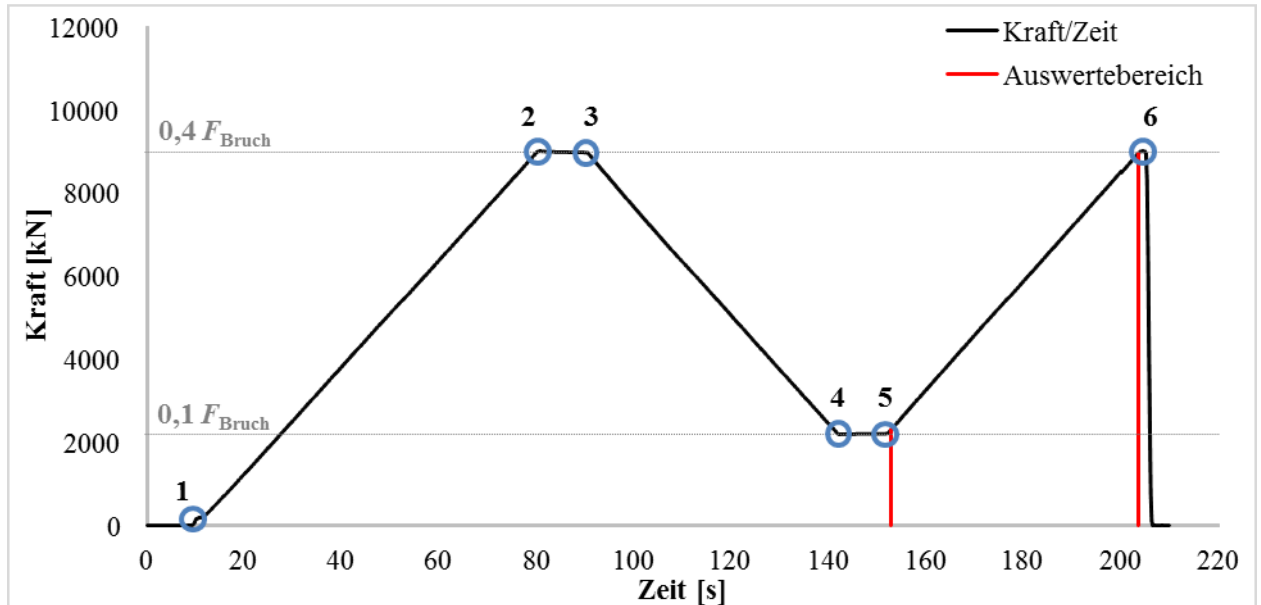
Die Messdaten können von dem erstellten Textfile in einer Excel-Tabelle importiert und weiter bearbeitet werden. Die einzelnen Datenreihen können dann richtig bezeichnet werden und in die gewünschte Reihenfolge gebracht werden.

Als nächstes erfolgt die Bestimmung wichtiger Datenpunkte:

- Anfang der Prüfung
- Punkte der Hysterese (Siehe Abbildung 6-20)
- Entfernung der Messeinrichtung
- Erreichen der maximalen Last
- Bruch
- Ende der Prüfung



Diese Datenpunkte definieren den Auswertebereich und sind zudem für die Berechnung der Versuchsdauer nötig.



**Abbildung 6-20:** *Typisches Kraft/Zeit-Diagramm bei einer Belastung mit Hysterese: 1) Anfang Prüfung, 2-3) Erreichen und halten von 40 % der Maximallast, 4-5) Entlasten und halten von 10 % der Maximallast, 6) Ende der Prüfung bei 40 % der Maximallast*

Abbildung 6-20 zeigt den typischen Kraft/Zeit Verlauf einer Prüfung mit Hysterese. Der Prüfkörper wird einer Be- und Entlastung unterzogen, die von der Prüfmaschine weggesteuert aufgetragen wird. Der Auswertebereich (rot eingezeichnet) liegt dann bei der erneuten Belastung, wo der Einfluss plastischer Verformungen und geringer Ungenauigkeiten bei der Lagerung usw. minimiert wird.

In Abbildung 6-21 wird der selbe Prüfungsvorgang dargestellt, statt dass die Kraft aber in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt wird, ist sie in diesem Diagramm von der Durchbiegung des Prüfkörpers abhängig.

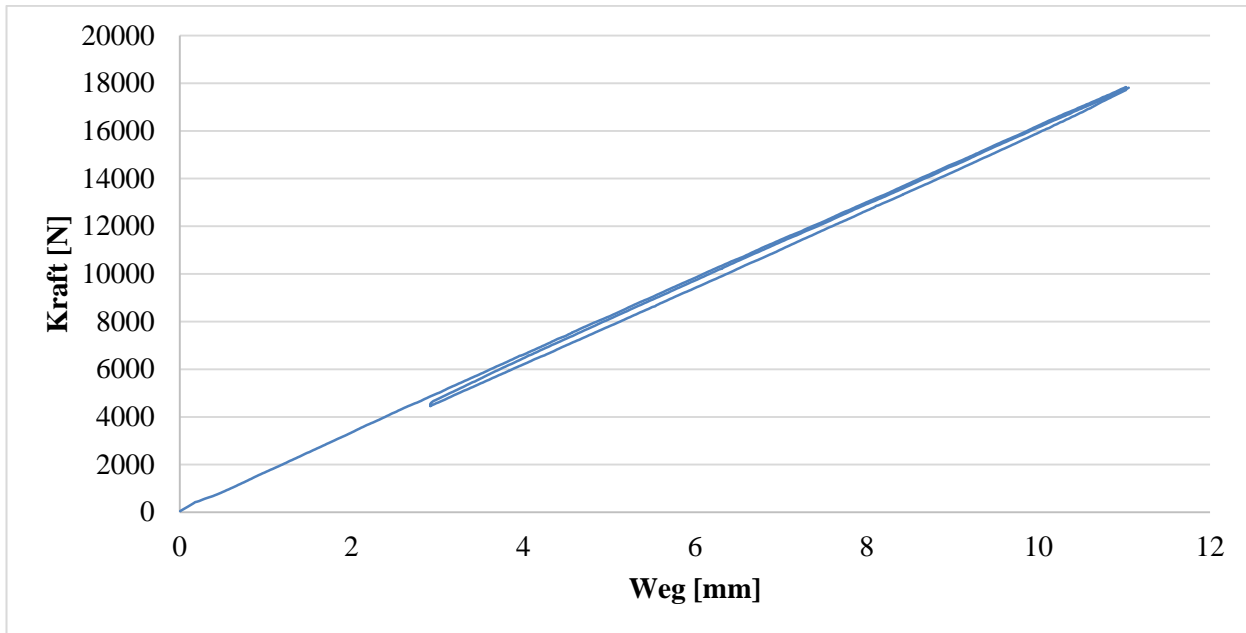


Abbildung 6-21: Typisches Kraft/Weg-Diagramm einer Hysterese-Schleife

Laut ON EN 408 [42] ist der Bereich für die Auswertung so zu wählen, dass für den Kurvenabschnitt der maßgebenden Datenreihe ein Korrelationskoeffizient von mindestens 0,99 erreicht wird.

$$Kor(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (6.57)$$

Der Korrelationskoeffizient gibt den Grad des linearen Zusammenhangs zweier Datenreihen an. In diesem Fall wird für die Auswertung eine Korrelation zwischen Kraft und Weg untersucht.

### 6-4.1 SERIE S

Zu den allgemeinen Messdaten kommen bei der Serie S die Verzerrungen der zwei Schubkreuze hinzu:

- West – D01 [mm]
- West – D02 [mm]
- Ost – D03 [mm]
- Ost – D04 [mm]

Die Verschiebungen der einzelnen Diagonalen in Abhängigkeit von der Zeit sind in Abbildung 6-22 ersichtlich. Man kann sehen, dass die Diagonalen D01 und D03 eine Verlängerung, während D02 und D04 eine Verkürzung erfahren. Dadurch ergibt sich eine Verzerrung des Schubkreuzes, aus der man den Schubmodul des Materials errechnen kann.

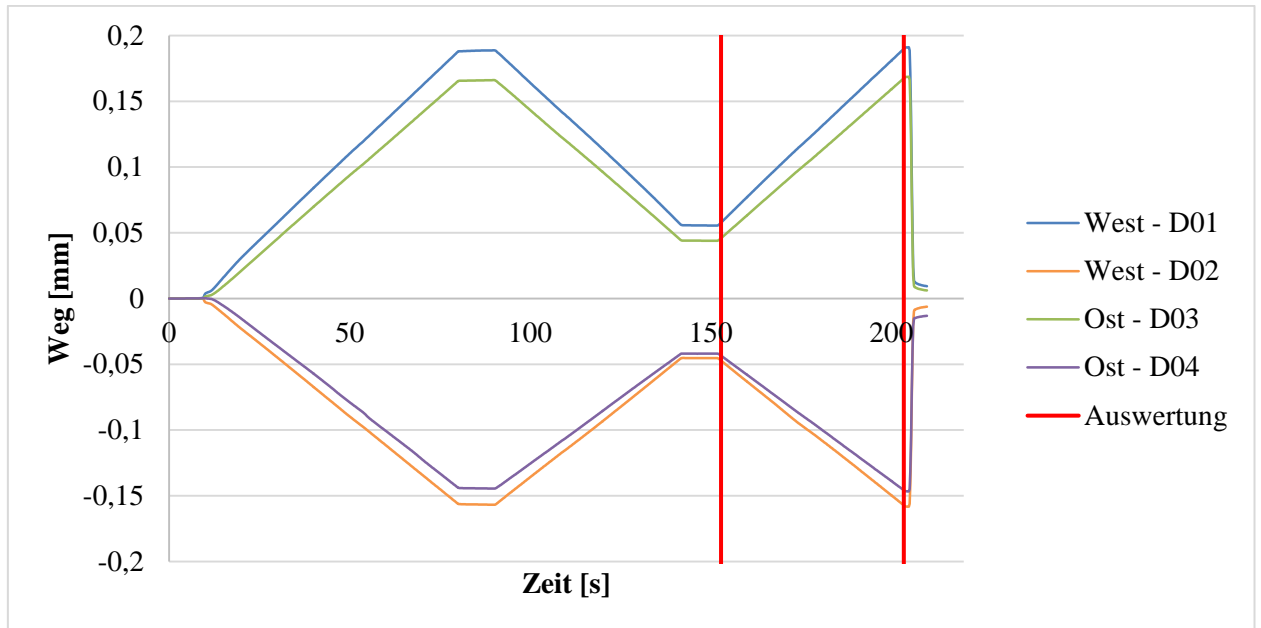


Abbildung 6-22: Weg/Zeit-Diagramm der Schubkreuze

Die direkte Bestimmung des Schubmoduls durch Prüfen des Schubfeldes erfolgt laut Bogensperger [8]. In Abbildung 6-23 sind die nötigen Parameter und Zusammenhänge für die Berechnung des Schubmoduls ersichtlich.

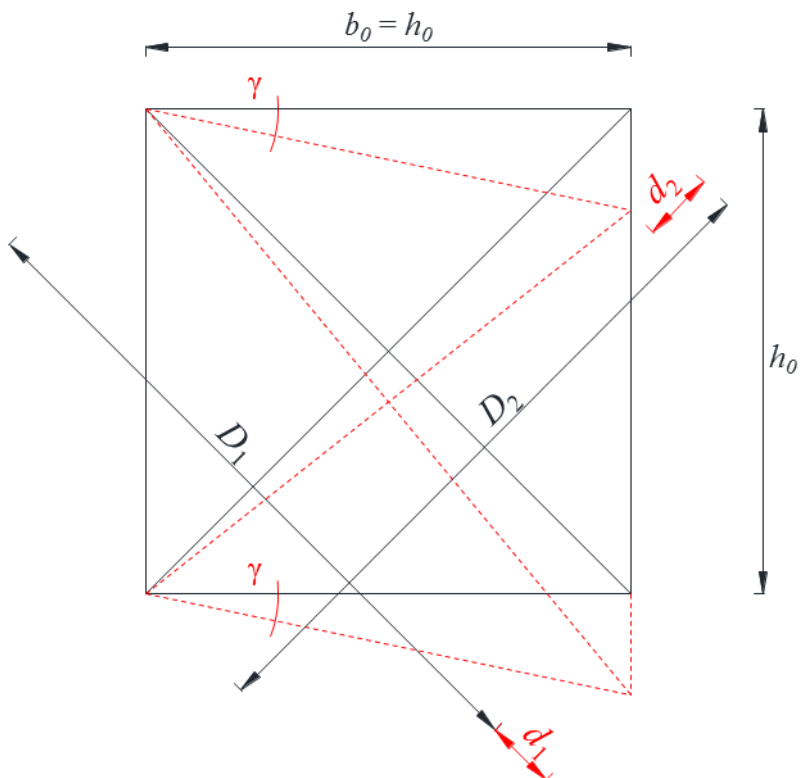


Abbildung 6-23: Bezeichnung der Parameter für die Bestimmung des Schubmoduls

Die mittlere Längenänderung der Diagonalen errechnet sich zu:

$$d_m = \frac{|d_1| + |d_2|}{2} \quad (6.58)$$

Mit

$d_m$  mittlere Längenänderung der Diagonalen [mm]

$d_i$  Längenänderung der Diagonale  $i$  [mm]

Daraus ergibt sich eine Schubverzerrung  $\gamma$ .

$$\gamma = \frac{d_m \cdot \sqrt{2}}{h_0} \quad (6.59)$$

Mit

$h_0$  Höhe des Schubfeldes [mm]

Da die Schubspannung und die Schubverzerrung über den Querschnitt nicht konstant sind, wird der Korrekturfaktor  $\alpha$  eingeführt. Die in Gl. (6.60) angeführte Korrekturfunktion ist nur für rechteckförmige Querschnitte gültig.

$$\alpha = \frac{3}{2} - \frac{h_0^2}{4 \cdot h^2} \quad (6.60)$$

Mit

$h$  Höhe des Rechteckquerschnitts [mm]

Damit der Schubmodul zwischen 10 % und 40 % der Maximallast errechnet werden kann, ist eine Zunahme der Verzerrung und der Schubspannung zu berücksichtigen.

$$\Delta\gamma = \gamma_{40\%} - \gamma_{10\%} \quad (6.61)$$

$$\Delta V = V_{40\%} - V_{10\%} \quad (6.62)$$

Mit

$\Delta\gamma$  Zunahme der Verzerrung [-]

$\Delta V$  Zunahme der Querkraft [N]

Der Schubmodul kann dann lt. Gl. (6.63) berechnet werden.

$$G = \alpha \cdot \frac{\Delta\tau}{\Delta\gamma} = \alpha \cdot \frac{\Delta V}{A} \cdot \frac{h_0}{\Delta d_m \cdot \sqrt{2}} \quad (6.63)$$

Mit

$\tau$  mittlere wirkende Schubspannung [N/mm<sup>2</sup>]

$A$  Querschnittsfläche des Prüfkörpers [mm<sup>2</sup>]

V                      Querkraft am Prüfkörper [N]

Da bei der Prüfkfiguration jeweils ein Schubkreuz pro Seite verwendet wurde, wird die Schubverzerrung der beiden Schubkreuze gemittelt.

## 6-4.2 SERIE E

Zu den allgemeinen Messdaten kommen bei der Serie E die lokale und die globale Durchbiegung in Feldmitte dazu:

- $w_{\text{Lokal L01}}$  [mm]
- $w_{\text{Lokal L02}}$  [mm]
- $w_{\text{Global G01}}$  [mm]

Wie bei den Prüfungen der Serie S, werden diese Prüfungen mit einer Hysterese-Schleife durchgeführt. Die Auswertung wird am zweiten steigenden Ast der Kurve durchgeführt.

### 6-4.2.1 Lokaler E-Modul

Der lokale E-Modul ist aufgrund der in Feldmitte fehlenden Querkraft bei einer Vierpunktbiegeprüfung frei von Schubinflüssen und wird durch die lokale Durchbiegung berechnet. Diese wird auf zwei Seiten gemessen und dann gemittelt.

Die Berechnung des lokalen E-Moduls wird lt. ON EN 408 [42] durchgeführt.

$$E_{m,l,eff} = \frac{a \cdot l_1^2 \cdot (F_2 - F_1)}{16 \cdot I_{y,ges} \cdot (w_{2,l} - w_{1,l})} \quad (6.64)$$

Mit

$E_{m,l,eff}$	effektiver lokaler Biege-Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$a$	Abstand zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt [mm]
$l_l$	Abstand zwischen den Lasteinleitungspunkten [mm]
$F_2 - F_1$	Laststeigerung im gewählten Auswertungsbereich [N]
$I_{y,ges}$	Trägheitsmoment des Querschnitts um die y-Achse [mm <sup>4</sup> ]
$w_{2,l} - w_{1,l}$	Verformungszunahme der lokalen Wegmessung im gewählten Auswertebereich [mm]

### 6-4.2.2 Globaler E-Modul

Die Berechnung des globalen E-Moduls erfolgt über die globale Durchbiegung des Trägers. Da hier im Bereich zwischen Auflager und Lasteinleitung eine Querkraft vorhanden ist, wird eine Korrektur der Schubverformung durchgeführt. Die in der ON EN 408 [42] angegebenen Gleichung ist nur für Rechteckquerschnitte gültig, was eine Anpassung der Gleichung für I-förmige Querschnitte verlangt.

Die Gleichung (6.67) für den globalen E-Modul wurde über den Arbeitssatz, also Gl (6.66), hergeleitet.

$$W_{\text{global}} = W_{\text{Biegung}} + W_{\text{Schub}} \quad (6.65)$$

$$w_{\text{global}} = \frac{F \cdot a}{48 \cdot EI_{y,\text{eff}}} \cdot (3L^2 - 4 \cdot a^2) + \frac{F \cdot a}{2 \cdot GA_{\text{eff,S}}} \quad (6.66)$$

$$E_{m,g,\text{eff}} = \frac{a \cdot (3L^2 - 4a^2)}{48 \cdot I_{y,\text{ges}} \cdot \left( \frac{w_{2,g} - w_{1,g}}{F_2 - F_1} - \frac{a}{2 \cdot GA_{\text{eff,S}}} \right)} \quad (6.67)$$

$E_{m,g,\text{eff}}$	effektiver globaler Biege-Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$L$	Spannweite des Prüfkörpers [mm]
$I_{y,\text{ges}}$	Trägheitsmoment des Querschnitts um die y-Achse [mm <sup>4</sup> ]
$GA_{\text{eff,S}}$	effektive Schubsteifigkeit [N]
$w_{2,g} - w_{1,g}$	Verformungszunahme der globalen Wegmessung im gewählten Auswertebereich [mm]

Die Berechnung des Schubkorrekturfaktors  $\kappa_s$  für die effektive Schubsteifigkeit kann aus der im Anhang B1 angeführten Bemessung des Trägers entnommen werden und ergibt:

$$\kappa_s = 1,92 \quad (6.68)$$

### 6-4.2.3 Schubeinflusszahl

Die Schubeinflusszahl (siehe Abschnitt 4-6.2) beschreibt den Anteil der Schubverformung in Feldmitte. Damit dieser, im Abschnitt 4-7.3.2 beschriebene Effekt, mit den durchgeführten Prüfungen verglichen werden kann, wird für den Auswertebereich eine theoretische, schubfreie Verformungszunahme  $\Delta w_{\text{Biegung}}$  in Feldmitte nach Gl. (6.69) mit dem lokalen E-Modul berechnet. Vergleicht man diese Verformungszunahme mit den Werten der gemessenen globalen Durchbiegung, kann der Einfluss von Schub betrachtet werden. Eine Darstellung der für die Berechnung des Schubeinflusses benötigten Verformungen ist in Abbildung 6-24 ersichtlich.

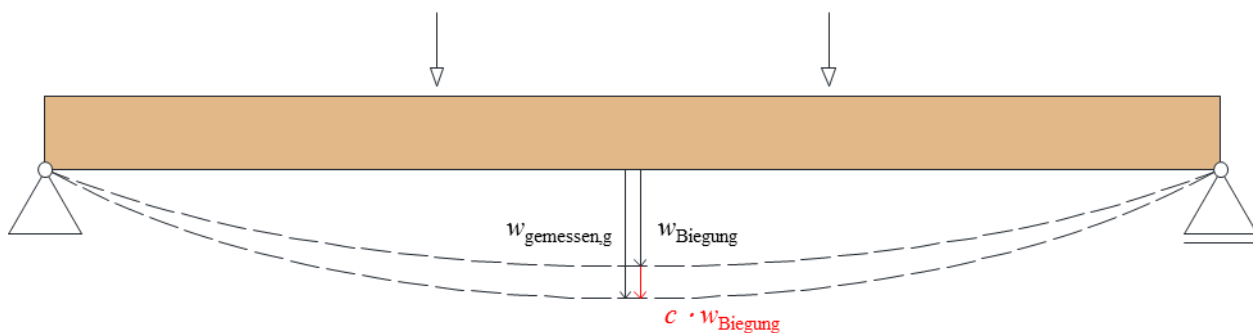


Abbildung 6-24: Übersicht der Verformungen zur Bestimmung der Schubeinflusszahl  $c$

$$\Delta w_{\text{Biegung}} = \frac{(F_2 - F_1) \cdot a}{48 \cdot E_{m,l,\text{eff}} \cdot I_{y,\text{ges}}} \cdot (3L^2 - 4a^2) \quad (6.69)$$

Mit

$\Delta w_{\text{Biegung}}$  berechnete Biegeverformungszunahme im gewählten Auswertebereich [mm]

$F_2 - F_1$  Laststeigerung im gewählten Auswertungsbereich [N]

Somit errechnet sich die Schubeinflusszahl  $c$  zu:

$$c_{\text{Prüfung}} = \frac{w_{2,g} - w_{1,g}}{\Delta w_{\text{Biegung}}} - 1 \quad (6.70)$$

Mit

$w_{2,g} - w_{1,g}$  Verformungszunahme der globalen Wegmessung im gewählten Auswertebereich [mm]

#### 6-4.2.4 Schubkorrekturfaktor

Alternativ wird der Einfluss von Schub auf die Gesamtdurchbiegung über den sogenannten Schubkorrekturfaktor  $\kappa_S$ , wie in Abschnitt 4-6.1 erklärt, berücksichtigt. Dieser Faktor beschreibt das Verhältnis  $A/A_S$ , also das Verhältnis der Gesamtfläche des Querschnitts zur schubwirksamen Fläche. Um diesen Wert aus den Messungen auswerten zu können ist eine Umformung und Anpassung der Gl. (6.66) erforderlich. Die entsprechende Gleichung lautet somit:

$$\kappa_S = \left( \left( w_{2,g} - w_{1,g} \right) - \frac{(F_2 - F_1) \cdot a}{48 \cdot E_{m,l,eff} I_{y,ges}} \cdot (3L^2 - 4a^2) \right) \cdot \frac{2 \cdot GA}{(F_2 - F_1) \cdot a} \quad (6.71)$$

#### 6-4.3 SERIE BP

Zu den allgemeinen Messdaten kommt bei der Serie BP die globale Durchbiegung in Feldmitte dazu:

- Global G01 [mm]

Bei der Serie BP geht es hauptsächlich um die Bestimmung der Maximallast und der Versagensart der Prüfkörper. Die Messung der Durchbiegung wird lediglich zur Kontrolle der berechneten Durchbiegung durchgeführt.

Die Bestimmung der Spannungen bei der ermittelten Maximallast erfolgt analog zu den in Abschnitt 6-3.2.2 dargelegten Berechnungen. Die Eingangswerte dafür können aus Tabelle 6-6 entnommen werden. Diese Spannungen zeigen die theoretischen Ausnutzungsgrade des Querschnitts auf unterschiedliche Belastungsarten.

## 6-5 ERGEBNISSE UND DISKUSSION

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen dargestellt. Da für jede Serie nur sechs Prüfkörper untersucht wurden, werden in den folgenden Abschnitten zunächst die Resultate der einzelnen Prüfkörper dargelegt, gefolgt von einer statistischen Untersuchung und einer Diskussion der gesamten Prüfserie.

## 6-5.1 SERIE S

In diesem Abschnitt werden die Einzelergebnisse für die Materialkenngrößen Rohdichte  $\rho$ , Holzfeuchte  $u$  und Schubmodul  $G$  der Prüfserie S dargestellt und diskutiert. Diese Serie dient vor allem zur Bestimmung vom Schubmodul des Materials, der für die Modellierung und Vorabschätzung der Parameter der Prüfserien E und BP verwendet wird.

In Tabelle 6-10 werden die Einzelergebnisse dieser Serie dargestellt.

*Tabelle 6-10: Materialkenngrößen der Serie S*

Prüfkörper	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$u$ [%]	$G$ [N/mm <sup>2</sup> ]
S01	460	10,5	588,4
S02	466	10,4	614,9
S03	473	10,5	614,4
S04	473	9,8	616,0
S05	482	11,8	611,1
S06	483	10,7	657,8

## Diskussion

Tabelle 6-11 zeigt eine statistische Auswertung der Einzelergebnisse der Serie S. Diese Auswertung ist in Abbildung 6-25 grafisch dargestellt.

*Tabelle 6-11: Statistische Auswertung der Serie S*

Bezeichnung	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$u$ [%]	$G$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>n</b>	6	6	6
<b>min</b>	460	9,8	588
<b>max</b>	483	11,8	658
<b>mean</b>	<b>473</b>	<b>10,6</b>	<b>617</b>
<b>median</b>	473	11	615
<b>STABW</b>	8,4	0,6	20,5
<b>COV</b>	1,77%	5,64%	3,33%



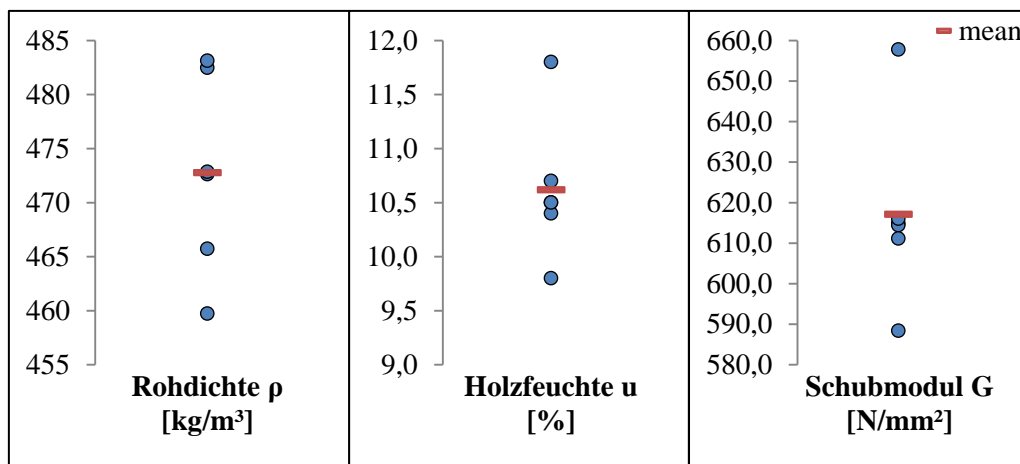


Abbildung 6-25: Rohdichte, Holzfeuchte und Schubmodul der Serie S

Die Rohdichte des Materials liegt mit 473 kg/m<sup>3</sup> knapp unter der von Metsä Wood [72] angegebenen Rohdichte von 480 kg/m<sup>3</sup> für Kerto-Q und Kerto-S.

Die Messungen der Holzfeuchte weisen eine relativ hohe Streuung auf. Dies ist vermutlich auf die Verwendung des elektrischen Widerstandsverfahrens nach Abschnitt 6-1.3.1 zurückzuführen. Durch die unterschiedliche Einschlagtiefe der Elektroden bei den einzelnen Prüfkörpern kann nicht genau bestimmt werden ob die Messung an einer Klebefuge stattfindet oder nicht.

Die Auswertung ergibt einen mittleren Schubmodul von 617 N/mm<sup>2</sup> mit einem Variationskoeffizienten von 3,3 %. Im Vergleich wird von Metsä Wood [72] ein mittlerer Schubmodul von 600 N/mm<sup>2</sup> angegeben.

## 6-5.2 SERIE E

In diesem Abschnitt werden die Einzelergebnisse für die Materialkenngrößen Rohdichte  $\rho$ , Holzfeuchte  $u$ , lokaler und globaler Elastizitätsmodul  $E$ , sowie die Schubeinflusszahl  $c$  und der Schubkorrekturfaktor  $\kappa_S$  der Prüferie E dargestellt und diskutiert. Diese Serie dient vor allem zur Bestimmung vom Elastizitätsmodul des Materials, der für die Modellierung und Vorabschätzung der Parameter der Prüferie BP verwendet wird.

In Tabelle 6-12 werden die Einzelergebnisse dieser Serie dargestellt.

Tabelle 6-12: Einzelergebnisse der Serie E

Prüfkörper	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$u$ [%]	$E_{\text{lokal}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{\text{global}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$c$ [-]	$\kappa_S$ [-]
<b>E01</b>	462	9,0%	10851	10595	0,238	2,14
<b>E02</b>	469	8,7%	10905	10581	0,246	2,19
<b>E03</b>	473	8,9%	10922	10756	0,230	2,06
<b>E04</b>	469	8,6%	10528	10331	0,226	2,10
<b>E05</b>	476	9,0%	10671	10467	0,230	2,10
<b>E06</b>	474	8,7%	10588	10427	0,223	2,06

## Diskussion

Beim Betrachten der Daten aus Serie E fiel auf, dass es bei jedem Lastwechsel der Hysterese zu einer verformungslosen Kraftänderung  $\Delta F$  kam (Siehe Abbildung 6-26). Der Grund dieses Fehlers ist vermutlich eine falsche Anordnung der Messinstrumente für die globale Durchbiegung. Durch eine instabile Lagerung des Messsystems kommt es bei Lastwechseln zunächst zu einer Schiefstellung der Halterung. Damit können die Laststeigerungen ohne eine Änderung der Durchbiegung erklärt werden. Aufgrund der Berechnung der Moduln und des Einflusses von Schub durch eine Verformungs- bzw. Lastzunahme und nicht bei einem absoluten Wert, wirkt sich dieser Fehler nicht auf die Bestimmung dieser Größen aus.

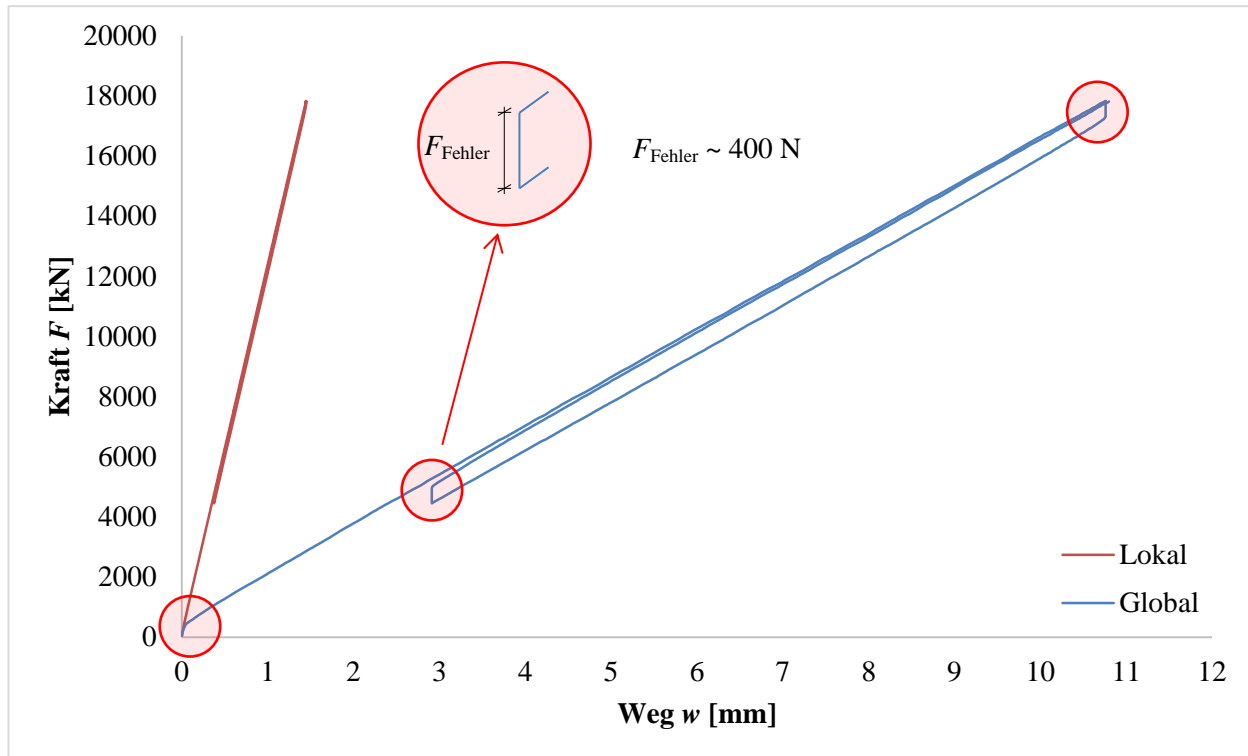


Abbildung 6-26: Betrachteter Messfehler bei der globalen Durchbiegung

Tabelle 6-13 zeigt eine statistische Auswertung der Einzelergebnisse der Serie E.

Tabelle 6-13: Statistische Auswertung der Serie E

Bezeichnung	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$u$ [%]	$E_{\text{lokal}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{\text{global}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$c$ [-]	$\kappa_S$ [-]
n	6	6	6	6	6	6
min	462	8,6%	10528	10331	0,223	2,06
max	476	9,0%	10922	10756	0,246	2,19
mean	<b>470</b>	<b>8,8%</b>	<b>10744</b>	<b>10526</b>	<b>0,232</b>	<b>2,11</b>
median	471	8,8%	10761	10524	0,230	2,10
STABW	4,6	0,1%	156	137	0,007	0,05
COV	1,0%	1,5%	1,5%	1,3%	3,2%	2,2%

Abbildung 6-27 zeigt die Auswertung der Rohdichte und Holzfeuchte der Serie S in grafischer Form. Mit einem Mittelwert von 470 kg/m<sup>3</sup> liegt die Rohdichte des Materials in geringem Maße unter der von Metsä Wood [72] angegebenen Rohdichte von 480 kg/m<sup>3</sup> für Kerto-Q und Kerto-S.

Die Feuchtigkeit im Holz ist aufgrund der Verwendung von Kleber ziemlich gering. Bei der Darrtrocknung verliert der Kleber nicht an Masse, was bei der Messung zu einer scheinbar geringen Feuchtigkeit des Holzwerkstoffes führt.

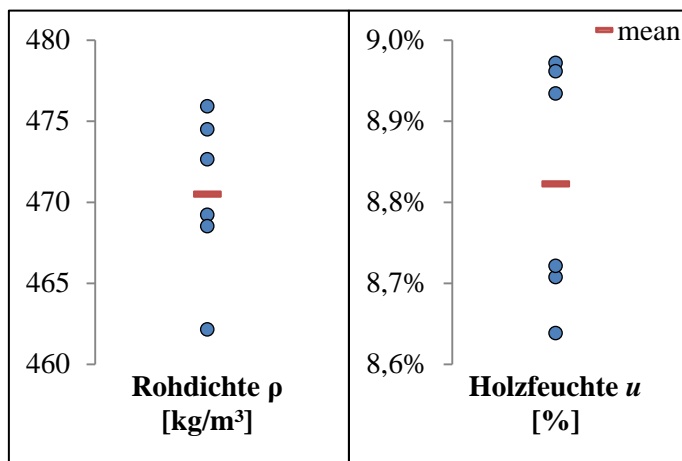


Abbildung 6-27: Rohdichte und Holzfeuchte der Serie E

In Abbildung 6-28 ist die Auswertung der E-Moduln und der Schubflusszahl dargestellt. Der globale E-Modul ist im Allgemeinen geringer als der lokale. Dies ist vor allem auf eine Messung der globalen Durchbiegung mit einem Tauchanker zurückzuführen. Dadurch werden die Eindrückungen des Prüfkörpers am Auflager mitgemessen, was bei der Messung zu einem erhöhten Wert der Verformung führt. Zudem wird bei der Bestimmung des globalen E-Moduls ein Schubanteil der Durchbiegung angenommen, was zu weiteren Ungenauigkeiten bei der Berechnung führen kann. Der lokale Elastizitätsmodul wird hingegen im schubfreien Bereich zwischen den Lasteinleitungspunkten ermittelt.

Durch die Auswertung wurde ein mittlerer lokaler E-Modul von 10744 N/mm<sup>2</sup> und ein mittlerer globaler E-Modul von 10526 N/mm<sup>2</sup> bestimmt. Diese Messdaten weisen einen Variationskoeffizienten von 1,5 % beim lokalen und 1,3 % beim globalen E-Modul auf.

Die Untersuchung des Einflusses von Schub ergibt eine mittlere Schubflusszahl  $c = 0,232$ . Analog zu der Schubflusszahl wurde auch der Schubkorrekturfaktor bestimmt. Die Auswertung ergab einen mittleren Schubkorrekturfaktor  $\kappa_s = 2,11$ .

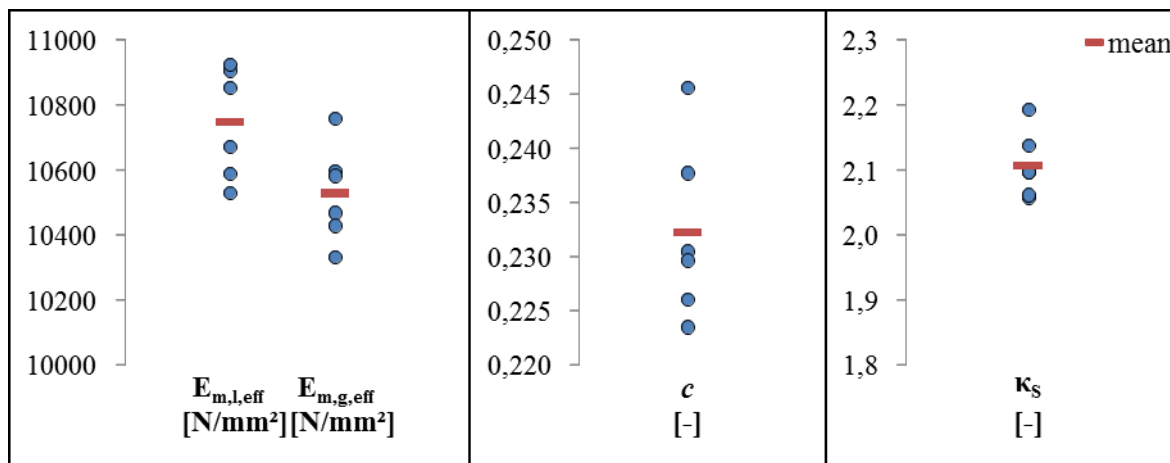


Abbildung 6-28: E-Moduln und Schubflusszahlen der Serie E

### 6-5.3 SERIE BP

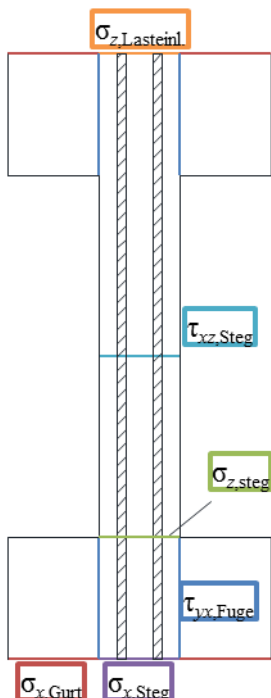
In diesem Abschnitt werden die Einzelergebnisse der Prüferserie BP dargestellt. Es ist zu erwähnen, dass die Bruchlasten nur bedingt vergleichbar sind, da während den Prüfungen die Prüfkonfiguration angepasst wurde. Die Prüfkörper können daher in drei unterschiedliche Prüfungen eingeteilt werden, die jeweils durch einen unterschiedlichen Abstand  $a$  zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt gekennzeichnet sind.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse dieser Prüferserie ist in Tabelle 6-14 dargestellt.

**Tabelle 6-14: Zusammenfassung der Ergebnisse der Prüferserie BP**

Prüfk.	$a$ [m]	Versagensart	$F_{\max}$ [kN]
BP01	1,00	Biegedruck im OG	47,4
BP02	1,00	Biegedruck im OG	45,8
BP03	1,00	Biegedruck im OG	48,4
BP04	0,70	Biegedruck im OG	62,4
BP05	0,45	Schub im Steg	83,0
BP06	0,45	Mischbruch	89,1

Insgesamt wurden bei den Prüfungen drei unterschiedliche Versagensmechanismen beobachtet. In den nächsten Abschnitten folgt eine nähere Betrachtung und Diskussion der einzelnen Versagensmechanismen. Die Bestimmung der maßgebenden Spannungen (Siehe Abbildung 6-29) erfolgt laut Abschnitt 6-4.3.



**Abbildung 6-29: Bezeichnung der berechneten Spannungen**

Da für die Prüfserien E und BP die gleichen Prüfkörper verwendet wurden, können die Ergebnisse für die Materialkenngrößen Rohdichte  $\rho$  und Holzfeuchte  $u$  aus Abschnitt 6-5.2 entnommen werden.

### 6-5.3.1 Biegedruck im Obergurt

In diesem Abschnitt werden die Einzelergebnisse für die erreichten Maximallasten  $F_{\max}$  und die entsprechenden Spannungen ( $\sigma_{x,\text{Steg}}$ ,  $\sigma_{x,\text{Gurt}}$ ,  $\tau_{xz,\text{Steg}}$ ,  $\tau_{yx,\text{Fuge}}$ ,  $\sigma_{z,\text{Steg}}$ ,  $\sigma_{z,\text{Lasteinl}}$ ) am Querschnitt der Prüfkörper mit einem Versagen auf Druck im Obergurt dargestellt und diskutiert.

Folgende Prüfkörper wiesen ein Versagen auf Biegedruck im Obergurt auf:

- BP01
- BP02
- BP03
- BP04

In Tabelle 6-15 werden die Einzelergebnisse der Prüfkörper mit einem Versagen auf Druck im Obergurt dargestellt.

**Tabelle 6-15:** Einzelergebnisse der Prüfkörper mit Versagen auf Druck im Obergurt

Prüfkörper	$a$ [m]	$F_{\max}$ [kN]	$\sigma_{x,\text{Steg}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{x,\text{Gurt}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{xz,\text{Steg}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{yx,\text{Fuge}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{z,\text{Steg}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{z,\text{Lasteinl}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
<b>BP01</b>	1,00	47,4	<b>40,5</b>	<b>52,0</b>	5,74	1,25	5,96	8,73
<b>BP02</b>	1,00	45,8	<b>39,1</b>	<b>50,3</b>	5,54	1,21	5,77	8,44
<b>BP03</b>	1,00	48,4	<b>41,4</b>	<b>53,2</b>	5,87	1,28	6,10	8,93
<b>BP04</b>	0,70	62,4	<b>37,3</b>	<b>48,0</b>	7,55	1,65	7,85	11,5

### Diskussion

Am häufigsten gab es bei den Prüfkörpern der Serie BP ein Biegedruckversagen im Obergurt. Dabei handelt es sich um eine duktile Versagensart, die nach Erreichen der Maximallast eine gewisse Resttragfähigkeit bis zum endgültigen Bruch aufweist. Dieses Verhalten ist in Abbildung 6-30 am Beispiel der Prüfkörper BP01 – BP03 ersichtlich. Der endgültige Bruch erfolgt meistens auf Biegezug im Untergurt und ist ein plötzlicher bzw. Sprödbruch.

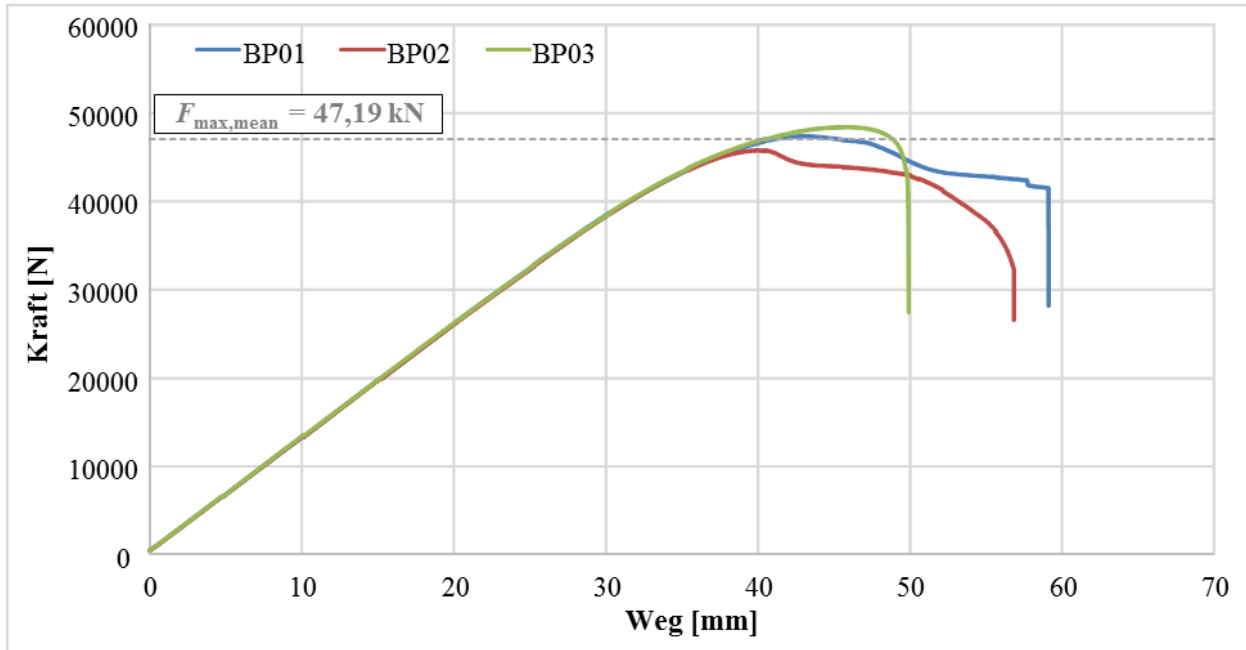


Abbildung 6-30: Kraft/Weg-Verlauf der Prüfkörper BP01 – BP03

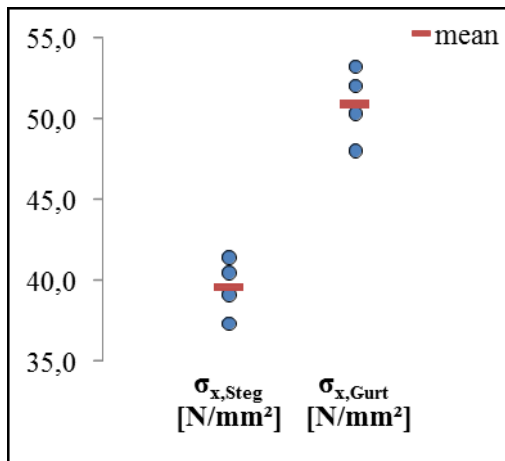
Aufgrund der unterschiedlichen Prüfkfigurationen können die Bruchlasten der Prüfkörper BP01 – BP03 mit dem Prüfkörper BP04 nicht direkt verglichen werden; darum wurden die entsprechenden Spannungen beim Versagen gegenübergestellt.

Tabelle 6-16 zeigt eine statistische Auswertung der Prüfkörper mit einem Versagen auf Biegedruck im Obergurt.

Tabelle 6-16: Statistische Auswertung der Prüfkörper mit Versagen auf Biegedruck

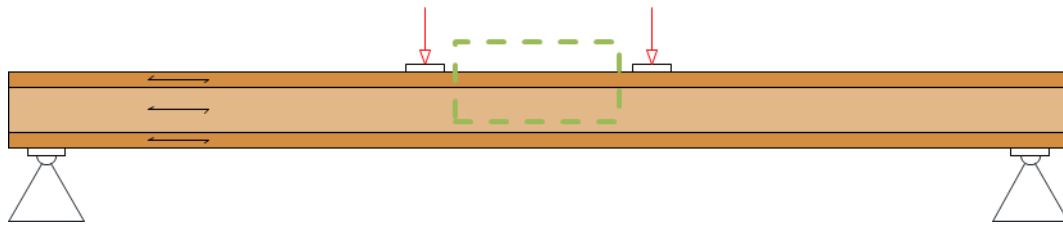
Bezeichnung	$\sigma_{x,Steg}$	$\sigma_{x,Gurt}$
	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>n</b>	4	4
<b>min</b>	37,3	48,0
<b>max</b>	41,4	53,2
<b>mean</b>	<b>39,6</b>	<b>50,9</b>
<b>median</b>	39,8	51,2
<b>STABW</b>	1,54	1,96
<b>COV</b>	3,9%	3,8%

In Abbildung 6-31 sind die Ergebnisse der Prüfkörper BP01-04 grafisch dargestellt. Die Rückrechnung der Spannungen bei der entsprechenden Bruchlast laut Abschnitt 6-4.3 liefert die mittlere Biegetragfähigkeit der Prüfkörper. Daraus lässt sich die Biegefestigkeit des Steges und des Gurtes berechnen. Diese beträgt für den Steg 39,6 N/mm<sup>2</sup> und für den Gurt 50,9 N/mm<sup>2</sup>. Zum Vergleich beträgt die mittlere Biegefestigkeit (mit einem angenommenen Variationskoeffizienten von 10 %) von Kerto-Q 38,3 N/mm<sup>2</sup> und die von Kerto-S 52,7 N/mm<sup>2</sup>.



**Abbildung 6-31: Biegenormalspannungen im Gurt und Steg beim Erreichen der Maximallast der Prüfkörper BP01 - BP04**

Erste Anzeichen eines Biegedruckversagens können bereits früh beobachtet werden. Es kommt zu einer Komprimierung und Überlagerung der Fasern im Bereich des Versagens. Dieser Effekt kann in Abbildung 6-32 (links) beobachtet werden. Durch diese Überlappung der Fasern kommt es, wie man am Versagen des Prüfkörpers BP03 in Abbildung 6-32 (rechts) erkennen kann, zu einer Querdehnung bzw. zu einem Querzug in diesem Bereich.



**Abbildung 6-32: (links) Überlagerung der Druckfasern beim Prüfkörper BP04, (rechts) Querzug am Obergurt im Bereich des Versagens beim Prüfkörper BP03**

Die maximale Tragfähigkeit des Prüfkörpers wird an diesem Punkt erreicht. Eine Umlagerung der Spannungen hat eine gewisse Resttragfähigkeit zur Folge, die dann nach einer weiteren Laststeigerung zum endgültigen Bruch des Prüfkörpers führt.

Zur Vollständigkeit werden charakteristische Bruchbilder dieser Prüfkörper in Abbildung 6-33 dargestellt. Die Bruchursache bei den Prüfkörpern BP02-BP04 war Biegezug im Untergurt. Beim Prüfkörper BP01 ist die endgültige Bruchursache nicht eindeutig bestimmbar. Es handelt sich vermutlich, wie in Abbildung 6-33 (unten-rechts) ersichtlich, um eine Mischung aus Zug im Untergurt und Schub/Rollschub in der Klebefuge.



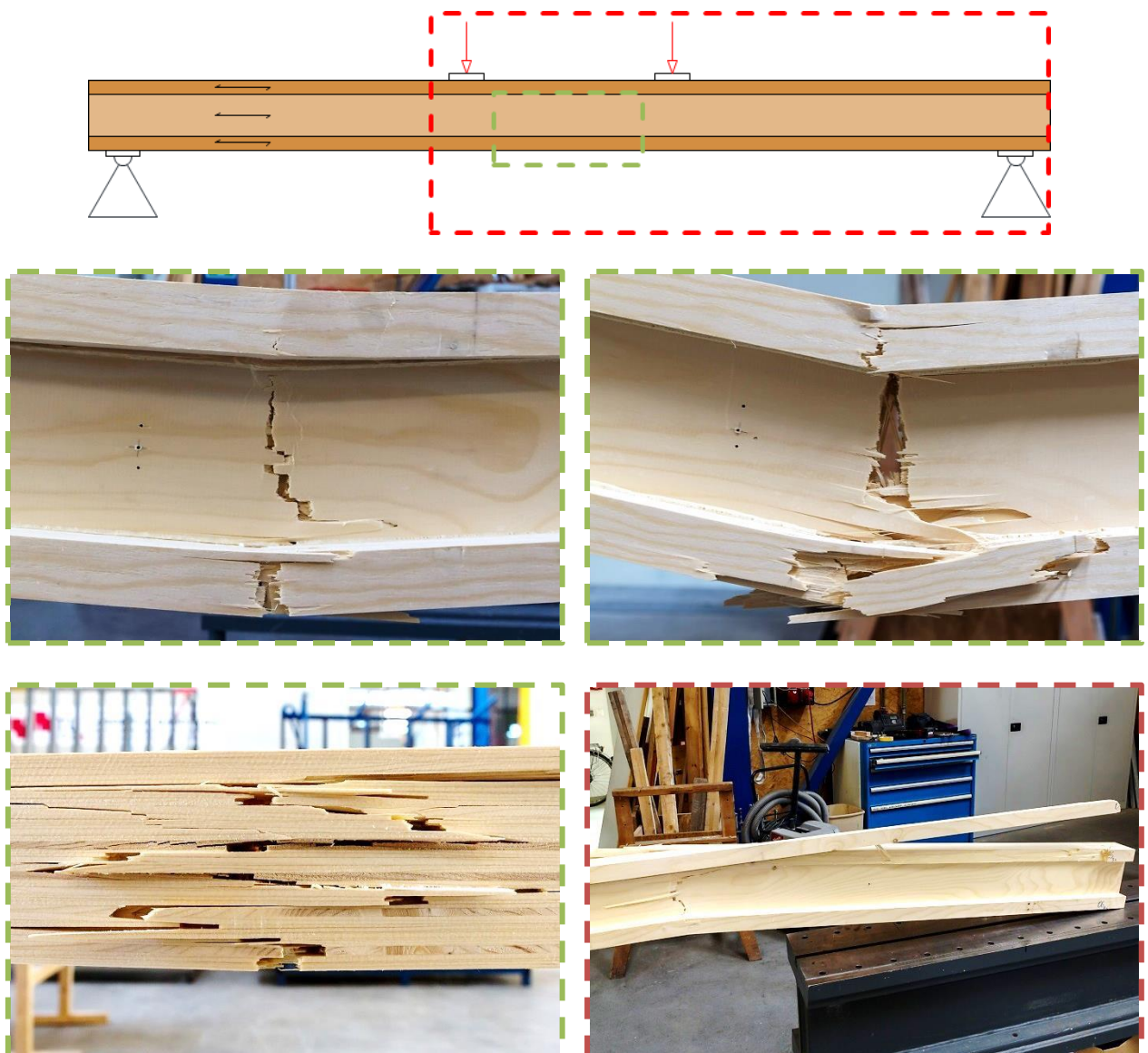


Abbildung 6-33: (oben-links) Biegezug-Bruch bei BP02, (oben-rechts) Biegezug Bruch bei BP04, (unten-links) Zugversagen der einzelnen Furniere bei BP02, (unten-rechts) Zug- bzw. mögliches Rollschubversagen im Untergurt bei BP 01

### 6-5.3.2 Schub im Steg

In diesem Abschnitt werden die Einzelergebnisse für die erreichten Maximallasten  $F_{\max}$  und die entsprechenden Spannungen ( $\sigma_{x,\text{Steg}}$ ,  $\sigma_{x,\text{Gurt}}$ ,  $\tau_{xz,\text{Steg}}$ ,  $\tau_{yx,\text{Fuge}}$ ,  $\sigma_{z,\text{Steg}}$ ,  $\sigma_{z,\text{Lasteinl}}$ ) am Querschnitt der Prüfkörper mit einem Versagen auf Schub im Steg dargestellt und diskutiert.

Folgende Prüfkörper wiesen ein Versagen auf Schub im Steg auf:

- BP05

In Tabelle 6-17 werden die Einzelergebnisse der Prüfkörper mit einem Versagen auf Druck im Obergurt dargestellt.

Tabelle 6-17: Einzelergebnisse der Prüfkörper mit Versagen auf Schub

Prüfkörper	$a$ [m]	$F_{\text{Bruch}}$ [kN]	$\sigma_{x,\text{Steg}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{x,\text{Gurt}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{xz,\text{Steg}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{yx,\text{Fuge}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{z,\text{Steg}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{z,\text{Lasteinl}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
BP05	0,45	83,0	31,9	41,0	<b>10,05</b>	2,20	10,45	15,30

### Diskussion

Wie bereits in Abschnitt 6-3.2.2 erklärt, ist bei den ersten Prüfungen der Serie BP, aufgrund einer Unterschätzung der Schubfestigkeit des Materials, kein Schubversagen eingetreten. Nach einer weiteren Verringerung des Abstands  $a$  zwischen Auflager und Lasteinleitungspunkt konnte beim Prüfkörper BP05 ein Schubversagen im Steg erreicht werden. In dem in Abbildung 6-34 dargestellten Kraft/Weg-Verlauf des Prüfkörpers BP05 kann eine weitere Steigerung der Last nach dem anfänglichen Schubversagen beobachtet werden.

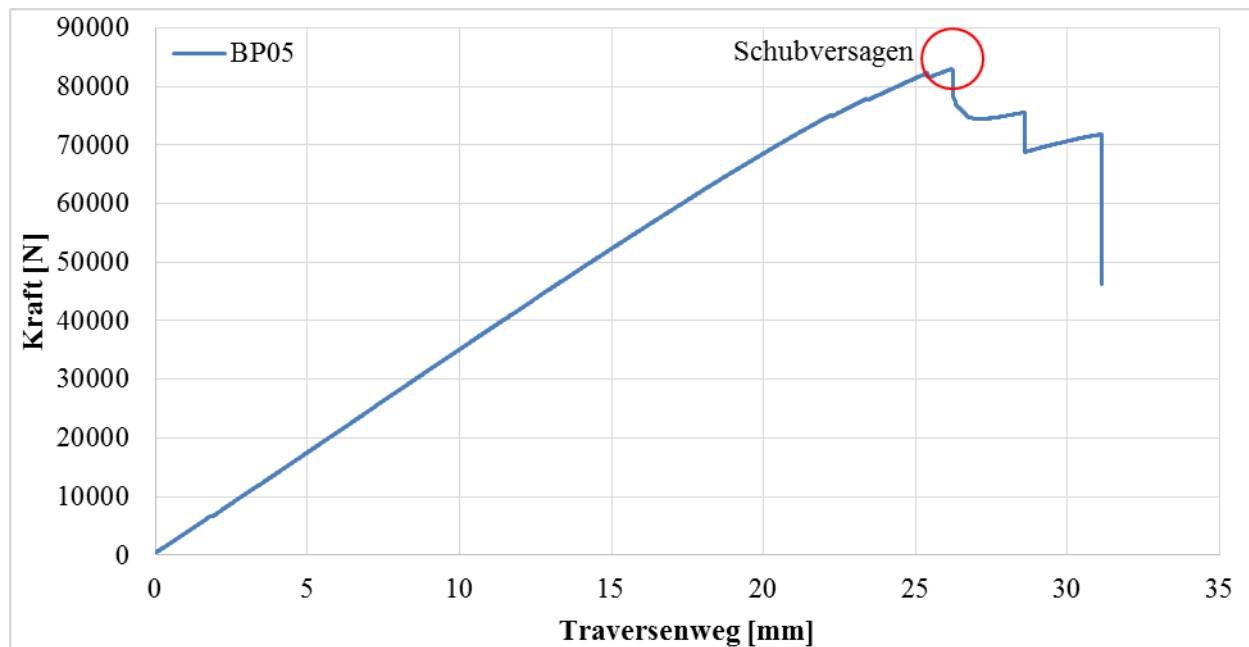


Abbildung 6-34: Kraft/Weg-Verlauf des Prüfkörpers BP05

Da von allen Prüfungen nur ein Schubversagen des Steges eingetroffen ist, ist die daraus errechnete Schubtragfähigkeit des Bauteils nicht aussagekräftig.

Die Abbildung 6-35 zeigt links das Schubversagen beim Erreichen der Maximallast. Bei Betrachtung des Prüfkörpers nach dem endgültigen Bruch wurden zusätzlich zum Schubversagen weitere Bruchmechanismen beobachtet. Zum einen ein Biegezugversagen im Untergurt (oben-rechts) und zum anderen ein Schubversagen im Steg, in der Nähe der Klebefuge zwischen Gurt und Steg (unten-rechts).

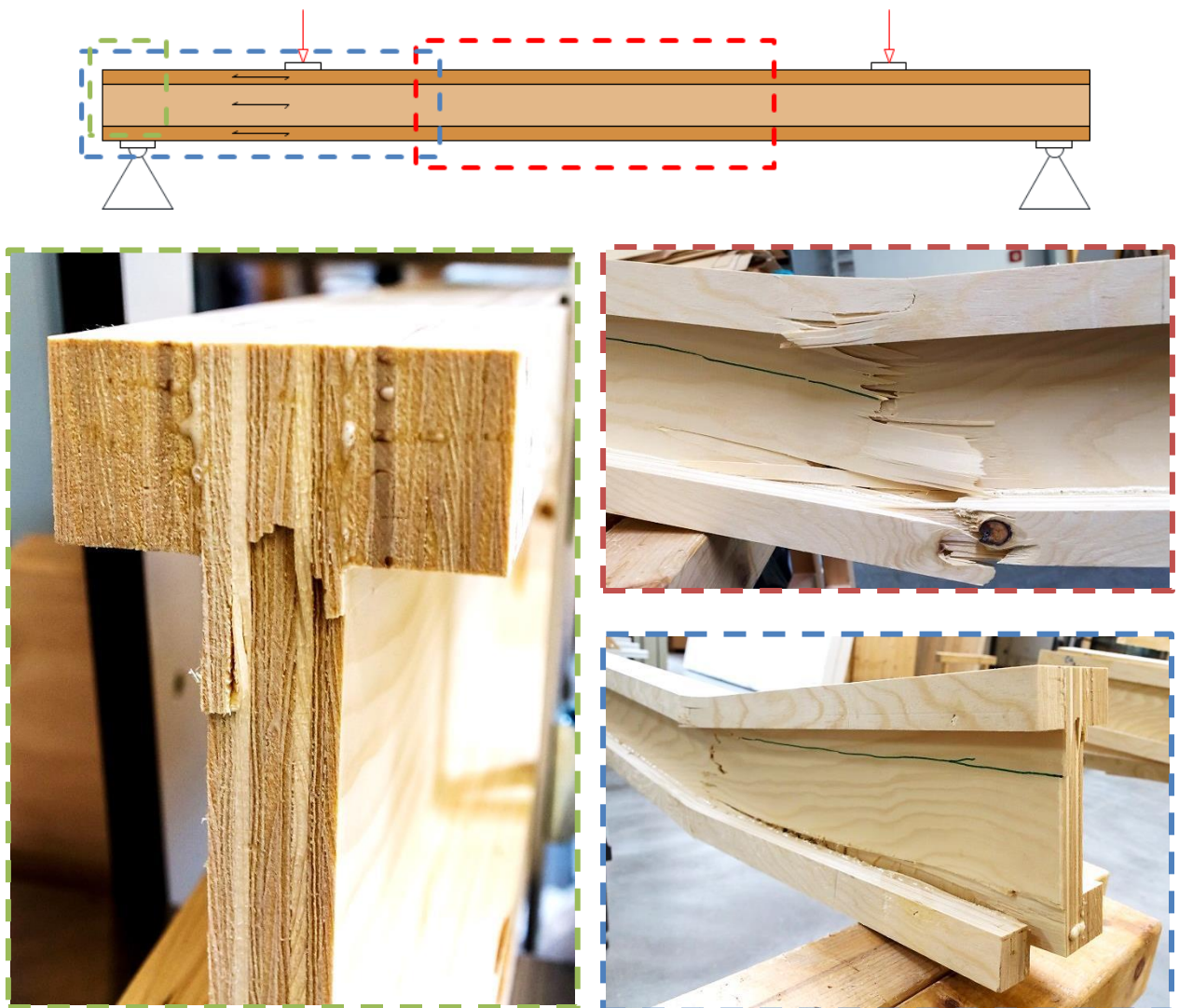


Abbildung 6-35: (links) Schubversagen im Steg, (oben-rechts) Biegezugversagen im Untergurt, (unten-rechts) Schubversagen in der Nähe der Klebefuge zwischen Steg und Gurt

### 6-5.3.3 Mischbruch

In diesem Abschnitt werden die Einzelergebnisse für die erreichten Maximallasten  $F_{\max}$  und die entsprechenden Spannungen ( $\sigma_{x,\text{Steg}}$ ,  $\sigma_{x,\text{Gurt}}$ ,  $\tau_{xz,\text{Steg}}$ ,  $\tau_{yx,\text{Fuge}}$ ,  $\sigma_{z,\text{Steg}}$ ,  $\sigma_{z,\text{Lasteinl}}$ ) am Querschnitt der Prüfkörper mit einem gemischten Versagen dargestellt und diskutiert.

Folgende Prüfkörper wiesen ein Mischversagen auf:

- BP06

In Tabelle 6-18 werden die Einzelergebnisse der Prüfkörper mit einem gemischten Versagen dargestellt.

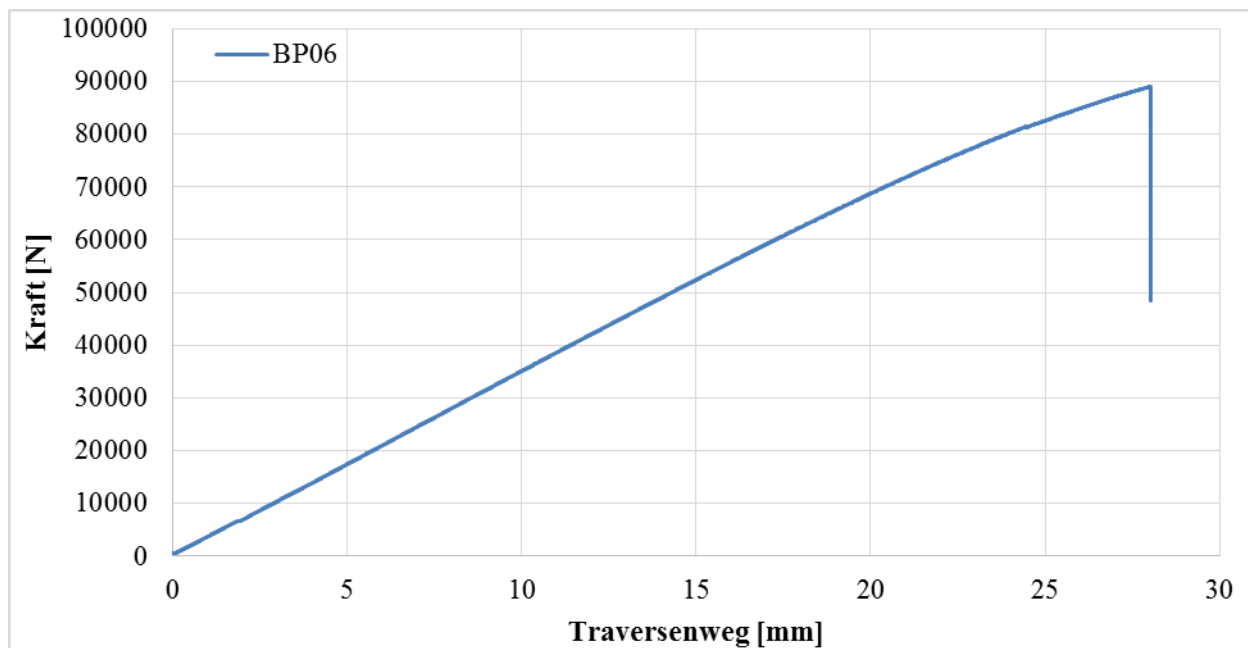
Tabelle 6-18: Einzelergebnisse der Prüfkörper mit einem gemischten Versagen

Prüfkörper	$a$	$F_{\text{Bruch}}$	$\sigma_{x,\text{Steg}}$	$\sigma_{x,\text{Gurt}}$	$\tau_{xz,\text{Steg}}$	$\tau_{yx,\text{Fuge}}$	$\sigma_{z,\text{Steg}}$	$\sigma_{z,\text{Lasteinl}}$
	[m]	[N]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
BP06	0,45	89,1	34,3	44,0	10,79	2,36	11,22	16,43

## Diskussion

Beim Prüfkörper BP06 wurde ein sprödes Versagen beobachtet. In Abbildung 6-36 ist der Kraft/Weg-Verlauf dieser Biegeprüfung zu sehen. Man kann erkennen, dass der Bruch des Prüfkörpers ohne Vorankündigung auftritt. Im Vergleich zu einem Versagen auf Druck im Obergurt ist nach Erreichen der maximalen Last keine Resttragfähigkeit vorhanden.

Aufgrund des spröden Versagens ist eine eindeutige Bruchursache nicht bestimmbar. Es handelt sich aber vermutlich um einen Mischbruch. Ein Versagen der Verklebung hat nicht stattgefunden, da auf jeder Seite der Bruchebene Holzfasern zu sehen waren.



**Abbildung 6-36: Kraft/Zeit-Verlauf vom spröden Bruchverhalten des Prüfkörpers BP06**

Aufgrund der nicht eindeutigen Bruchursache ist die Auswertung dieses Prüfkörpers für eine mögliche Berechnung der Biege- oder Schubtragfähigkeit nicht maßgebend.

Bei näherer Betrachtung des Prüfkörpers wurde festgestellt, dass unterschiedliche Versagensmechanismen zum Bruch des Prüfkörpers geführt haben können.

Als erste mögliche Versagensart wurde, wie in Abbildung 6-37 (unten-links) dargestellt, eine Art Zugversagen des Untergurtes beobachtet.

In Abbildung 6-37 (oben-links) kann man ein Schubversagen der Klebefuge sehen. Dieses Versagen ist vermutlich aus den Längsschubspannungen der Klebefuge entstanden.

Die dritte Möglichkeit ist ein Rollschubversagen der Querlage im Steg, wie man in Abbildung 6-37 (rechts) erkennen kann.



**Abbildung 6-37:** (oben-links) Schubversagen in der Nähe der Klebefuge zwischen Steg und Gurt, (unten-links) Zugbruch des Untergurtes, (rechts) Rollschub in der Querlage

## Kapitel 7:

# VERGLEICH THEORETISCHE – EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN

Dieses Kapitel dient zum Vergleich zwischen den experimentellen und theoretischen Untersuchungen. Die theoretischen Untersuchungen aus Kapitel 5 sollen bei Verwendung geeigneter Materialkenngrößen die Ergebnisse aus Kapitel 6 widerspiegeln. Da für das Material keine genauen Festigkeiten bestimmt wurden, konzentriert sich dieses Kapitel vor allem auf steifigkeitsabhängige Berechnungen wie Durchbiegung und Schubeinfluss. Zur Vollständigkeit werden die berechneten Bruchlasten mit denen der Prüfkörper aus der Serie BP verglichen.

Für diese Vergleiche wurden bereits bestimmte Kennwerte wie Schubmodul und E-Modul für die Modellierung verwendet.

Für die Berechnung der prozentuellen Abweichung lt. Gl. (7.1) wird der gerechnete Wert als Referenz verwendet.

$$Abweichung = \left( \frac{gemessen}{gerechnet} - 1 \right) \cdot 100\% = \left( \frac{\Delta w}{w_{gerechnet}} \right) \cdot 100\% \quad (7.1)$$

## 7-1 VERFORMUNG

Für den Vergleich der Verformungen wurden die gemessenen Daten aus der Serie BP verwendet. Der Schubmodul wurde aus den Materialprüfungen (also Serie S) und der Elastizitätsmodul aus Tripolt [67] entnommen.

### 7-1.1 BESTIMMUNG DER EINGANGSPARAMETER FÜR DIE BERECHNUNG

Der aus Tripolt [67] entnommene Modul  $E_{t,0,mean} = 11520 \text{ N/mm}^2$  entspricht dem Zug-Elastizitätsmodul eines Furnierschichtholzes in Faserrichtung. Da aber der Steg aus Längs- und Querlagen besteht, kann dafür ein verschmierter Elastizitätsmodul allgemein wie folgt berechnet werden:

$$E_S = \frac{LL \cdot E_{t,0,mean} + QL \cdot E_{t,90,mean}}{LL + QL} = \frac{7 \cdot E_{t,0,mean} + 2 \cdot E_{t,90,mean}}{9} \quad (7.2)$$

Mit

$E_S$                    Elastizitätsmodul des Steges [N/mm<sup>2</sup>]

$E_{t,0,mean}$            mittlerer Zug-Elastizitätsmodul des Materials in Faserrichtung [N/mm<sup>2</sup>]

$E_{t,0,mean}$            mittlerer Zug-Elastizitätsmodul des Materials quer zur Faserrichtung [N/mm<sup>2</sup>]

LL	Anzahl Längslagen [-]
QL	Anzahl Querlagen [-]

Mit der Annahme, dass das Material keine Steifigkeit in Querrichtung besitzt (also  $E_{t,90} = 0 \text{ N/mm}^2$ ), erhält man für den verschmierten Elastizitätsmodul des Steges:

$$E_S = \frac{7}{9} \cdot E_{t,0,mean} \quad (7.3)$$

Mit  $E_G = E_{t,0,mean}$  ergibt sich:

$$E_S = \frac{7}{9} \cdot E_G \quad (7.4)$$

## 7-1.2 KORREKTUR DES KRAFT-WEG-DIAGRAMMS FÜR DEN VERGLEICH DER VERFORMUNGEN

Wie bereits bei den Prüfungen der Serie E (siehe Abschnitt 6-5.2), wurden bei der Serie BP Ungenauigkeiten bzw. Messfehler bei der Messung der globalen Durchbiegung betrachtet. Um einen Vergleich zwischen dem Modell und der gemessenen Durchbiegung führen zu können, ist eine Korrektur der Kurve im nicht-linearen Bereich notwendig. Wie man in Abbildung 7-1 sehen kann, wird dafür eine Kraft  $\Delta F$  subtrahiert. Somit ergibt sich für die Kraft an einer beliebigen Stelle des Diagramms:

$$F_{korr} = F_{gemessen} - \Delta F \quad (7.5)$$

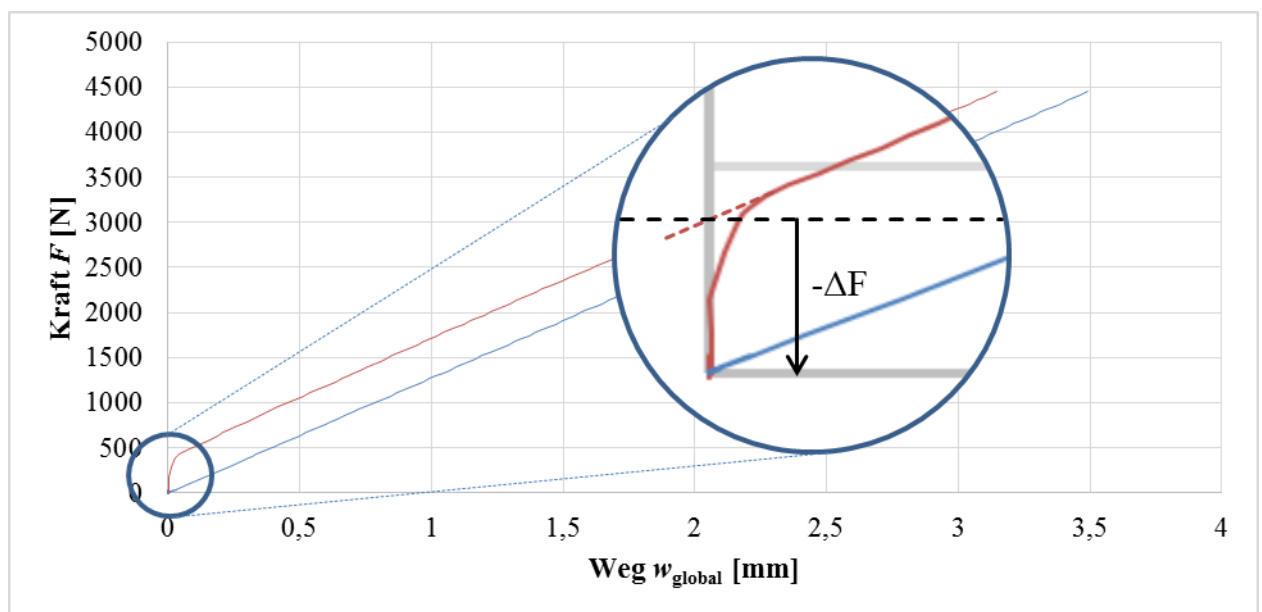


Abbildung 7-1: Korrektur der Verformungen bei den Prüfkörpern der Serie BP

### 7-1.3 BERECHNUNG DER ABWEICHUNGEN

Die Berechnung der Abweichungen wird, um sicherzustellen dass der Vergleich im linearen Bereich stattfindet, bei 40% der erreichten Maximallast geführt. Abbildung 7-2 zeigt, am Beispiel des Prüfkörpers BP02, einen Vergleich zwischen den gerechneten und gemessenen Verformungen. Der Unterschied  $\Delta w$  führt dann zur Abweichung nach Gl. (7.1).

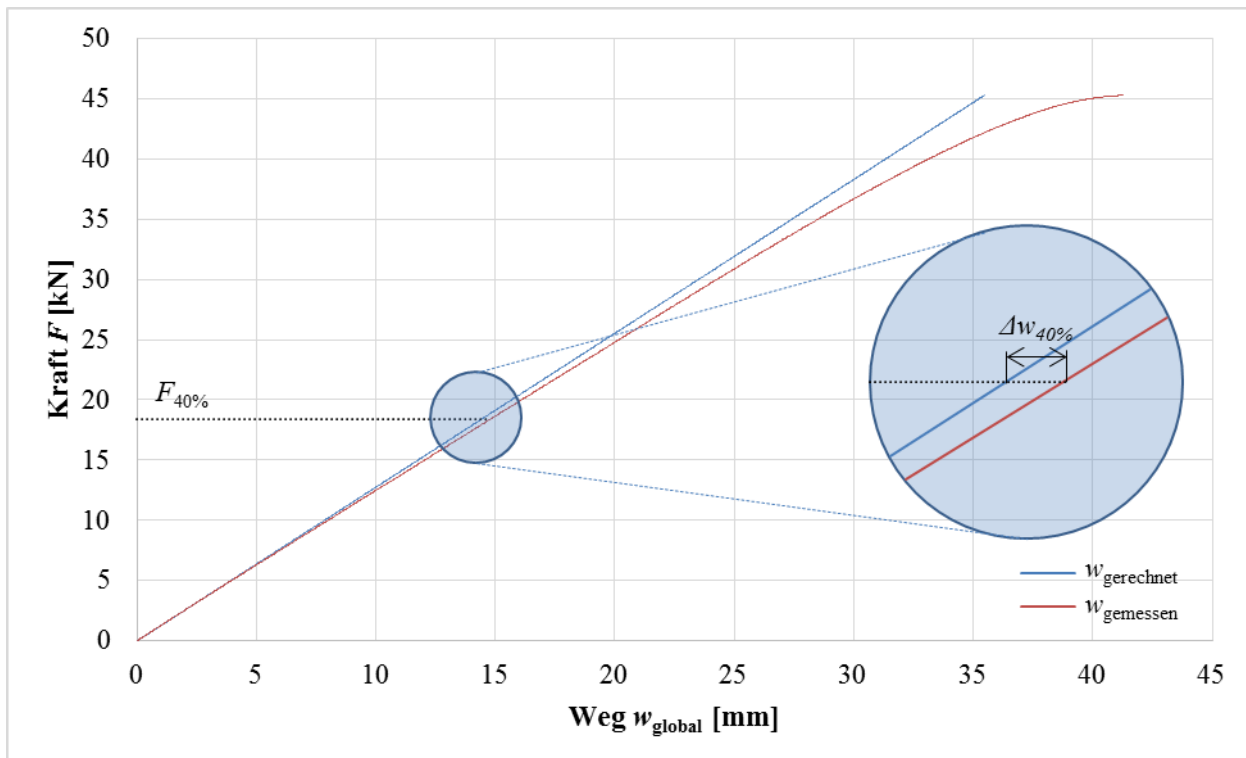
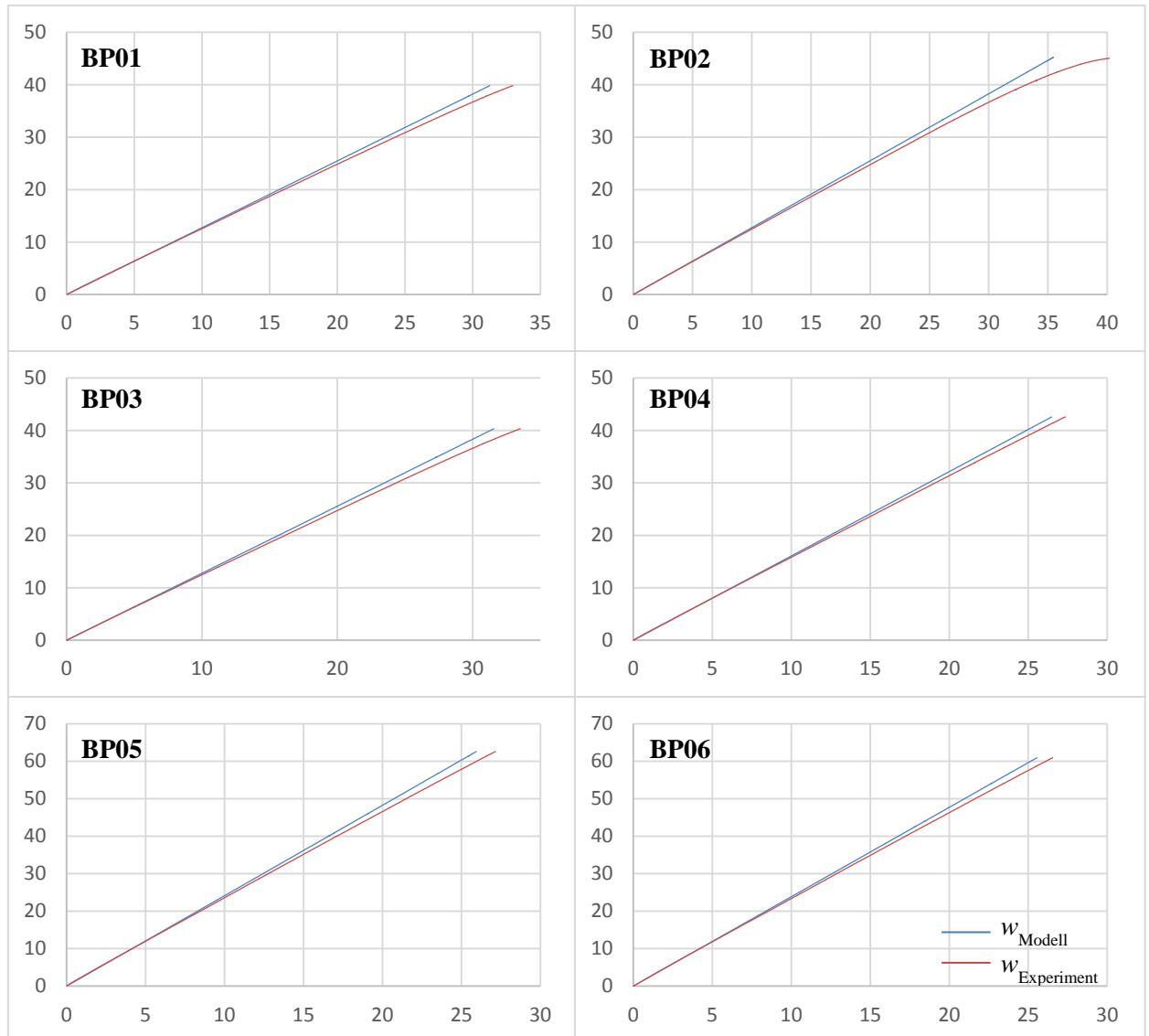


Abbildung 7-2: Darstellung der Abweichungen zwischen gemessener und gerechneter Verformung bei 40 % der Maximallast am Beispiel des Prüfkörpers BP02

In Abbildung 7-3 sind die Kraft-Weg-Diagramme aller Prüfkörper der Serie BP dargestellt. Die Abweichungen der einzelnen Prüfkörper werden analog zur Darstellung in Abbildung 7-2 bestimmt.





**Abbildung 7-3: Kraft (y-Achse) - Weg (x-Achse) -Diagramme der gerechneten und gemessenen Verformung der Prüfkörper BP01 – BP06**

In Tabelle 7-1 sind die berechneten und gemessenen Verformungen sowie die zugehörigen Abweichungen der Prüfkörper BP01 – BP06 bei 40 % der erreichten Maximallast gegenübergestellt. Die Berechnung dieser Verformungen und Abweichungen kann am Beispiel des Prüfkörpers BP01 im Anhang B2 eingesehen werden.

**Tabelle 7-1:** *Gerechnete und gemessene Verformungen und zugehörige Abweichungen der Prüfkörper BP01 - BP06 bei der entsprechenden Last*

<b>Prüfk.</b>	<b>F<sub>40%</sub></b> [kN]	<b>W<sub>gerechnet</sub></b> [mm]	<b>W<sub>gemessen</sub></b> [mm]	<b>Abw.</b> [%]
<b>BP01</b>	19,0	15,16	15,18	0,13%
<b>BP02</b>	18,3	14,67	14,71	0,29%
<b>BP03</b>	19,4	15,50	15,60	0,62%
<b>BP04</b>	25,0	15,43	15,85	2,74%
<b>BP05</b>	33,2	13,82	14,14	2,28%
<b>BP06</b>	35,6	14,92	15,32	2,65%
				<b>1,45%</b>

### Diskussion

Die Ergebnisse zeigen, dass, für die betrachteten Randbedingungen, die Verformungen mit sehr geringen Abweichungen bestimmt werden können. Somit kann man mit einer durchschnittlichen Abweichung von rund 1,5 % von einer hohen Genauigkeit des Modells sprechen.

## 7-2 SCHUBEINFLUSS

Die Abweichung des Schubeinflusses wird bei der Serie E nach Abschnitt 6-5.2 bestimmt.

Tabelle 7-2 zeigt einen Vergleich der gerechneten und gemessenen Werte sowie die zugehörige Abweichung für den Schubeinfluss  $c$  und den Schubkorrekturfaktor  $\kappa_s$  bei den Prüfkörpern der Serie E.

**Tabelle 7-2:** *Vergleich der Schubeinflusszahl und des Schubkorrekturfaktors zwischen dem Modell und den Prüfungen der Serie E*

<b>Bezeichnung</b>	<b>gerechnet</b> [-]	<b>gemessen</b> [-]	<b>Abweichung</b> [%]
<b>Schubeinfluss <math>c</math></b>	0,21	0,23	10,0%
<b>Schubkorrekturfaktor <math>\kappa_s</math></b>	1,92	2,11	10,1%

### Diskussion

Betrachtet man die Berechnung der Schubeinflusszahl  $c$  nach Abschnitt 4-6.2, kann man erkennen, dass diese direkt vom Schubkorrekturfaktor  $\kappa_s$  abhängig ist. Zudem kann man aus Tabelle 7-2 sehen, dass die Schubeinflusszahl und der Schubkorrekturfaktor die gleiche Abweichung aufweisen. Somit kann man daraus schließen, dass diese Ungenauigkeit bei der Erfassung des Schubkorrekturfaktors, und nicht bei den anderen systemabhängigen Faktoren die in der Berechnung der Schubeinflusszahl einfließen, liegt.

## 7-3 BRUCHLASTEN

Für den Vergleich der Bruchlasten bzw. der erreichten Maximallasten werden, im Gegensatz zu den in Kapitel 6 berechneten erwarteten Maximallasten, ermittelte Festigkeiten aus Taibon [66] und Tripolt [67] verwendet.

### 7-3.1 BIEGUNG

Tripolt [67] bestimmt in seiner Arbeit die Zugfestigkeit des Materials. Um die erwartete Maximallast auf Biegung bestimmen zu können, wird somit eine konservative Annahme getroffen, dass die Maximallast beim Erreichen der Zugfestigkeit in den Randfasern erreicht wird.

In Abbildung 7-4 sind die Kraft-Weg-Diagramme der Prüfkörper BP01 – BP04 ersichtlich. Im Diagramm sind zudem die erwarteten und die erreichten Maximallasten mit den zugehörigen Abweichungen dargestellt.

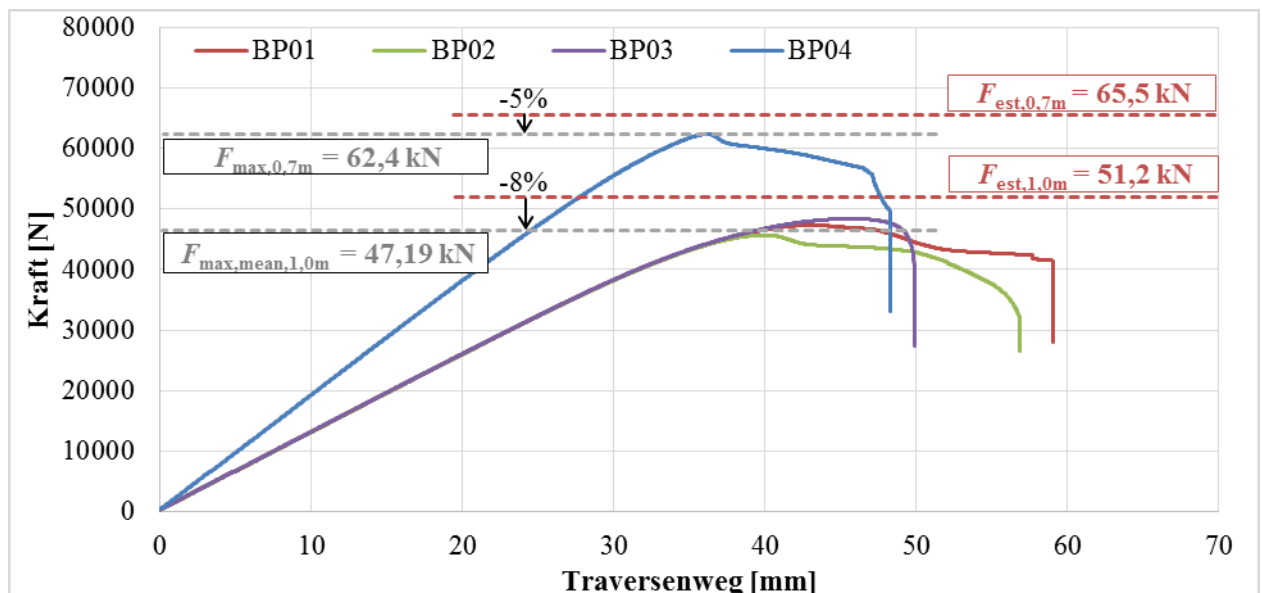


Abbildung 7-4: Erreichte und erwartete Maximallasten der Prüfkörper BP01 – BP04 die auf Biegung versagt haben.

Tabelle 7-3 zeigt einen Vergleich zwischen den erwarteten und den geprüften Maximallasten der Prüfkörper BP01 – BP04 die auf Biegung versagt haben.

Tabelle 7-3: Vergleich der Bruchlasten auf Biegung zwischen dem Modell und den Prüfungen der Serie BP

Biegung					
Prüfkörper	Versagen erwartet	$F_{\max,erw}$ [kN]	Versagen Experiment	$F_{\max,exp}$ [kN]	Abweichung [%]
BP01-BP03	Biegung	51,2	Biegung	47,2	-8%
BP04	Schub	65,5	Biegung	62,4	-5%

## Diskussion

Die Prüfkörper BP01 – BP03 haben wie erwartet auf Biegung versagt. Beim Prüfkörper BP04 wurde ein Schubversagen erwartet, es trat aber ein Biegeversagen auf. Die Abweichungen der erwarteten Maximallasten sind mit 5 % und 8 % relativ gering.

### 7-3.2 SCHUB

In Abbildung 7-5 sind die Kraft-Weg-Diagramme der Prüfkörper BP05 und BP06 ersichtlich. Im Diagramm sind zudem die erwarteten und die erreichten Maximallasten mit den zugehörigen Abweichungen dargestellt.

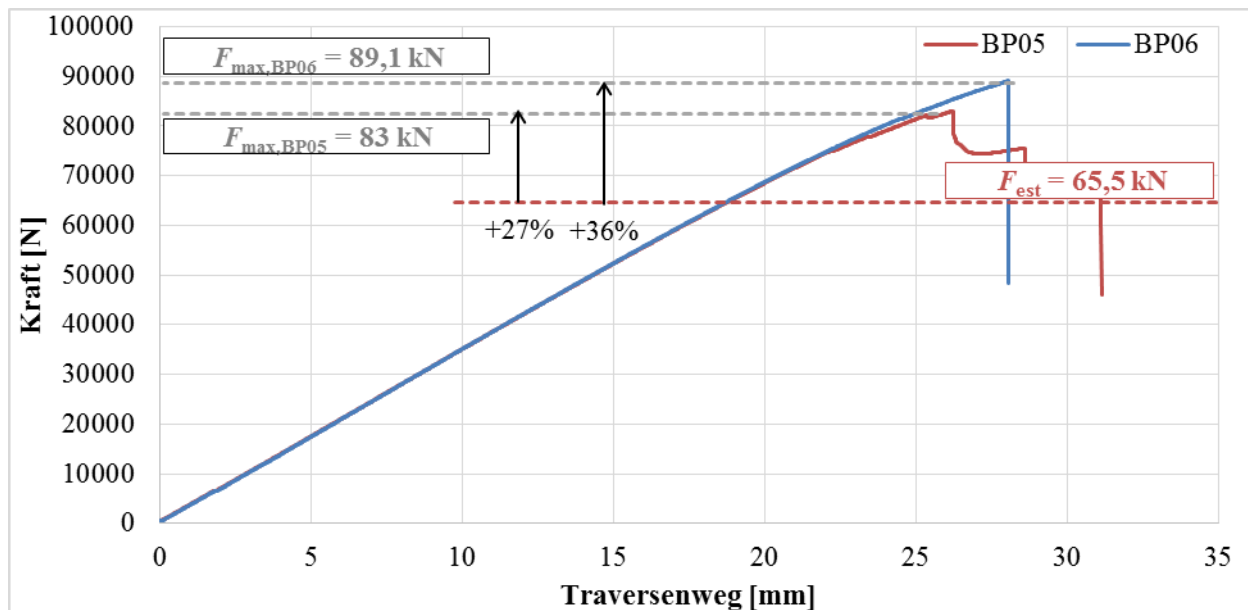


Abbildung 7-5: Erreichte und erwartete Maximallasten der Prüfkörper BP05 und BP06 die auf Schub versagt haben.

Tabelle 7-4 zeigt einen Vergleich zwischen den erwarteten und den geprüften Maximallasten der Prüfkörper BP05 und BP06. Diese Prüfkörper wiesen einen Schub- bzw. Mischbruch auf. Die berechnete Bruchlast sieht ein Versagen auf Schub im Steg vor, was aber beim Prüfkörper BP06 nicht eingetreten ist.

Tabelle 7-4: Vergleich der Bruchlasten auf Schub zwischen dem Modell und den Prüfungen der Serie BP

Schub					
Prüfkörper	Versagen erwartet	$F_{\max,erw}$ [kN]	Versagen Experiment	$F_{\max,exp}$ [kN]	Abweichung [%]
BP01-BP03	Schub	65,5	Biegung	83,0	27 %
BP04	Schub	65,5	Mischbruch	89,1	36 %

## Diskussion

Die zuvor verwendete Schubfestigkeit von Kerto-Q erwies sich als deutlich unterschätzt. Die in Abschnitt 6-3.2.2 erwähnte Schubfestigkeit aus Taibon [66] sollte daher das Material besser beschreiben. Die

großen Abweichungen sind vermutlich auf die, durch den geringen Abstand  $a$  zwischen Auflager und Lasteinleitung, sehr kleine Schubfläche in Längsrichtung zurückzuführen.

## Kapitel 8: RESÜMEE UND AUSBLICK

In den letzten Jahren wurde vor allem im Bausektor immer mehr Wert auf Ökologie und Nachhaltigkeit gelegt. Durch eine möglichst materialsparende Bauweise und die günstigen Eigenschaften hinsichtlich der statischen Leistungsfähigkeit (Tragfähigkeit und Steifigkeit) haben Holz I-Träger, als ein wichtiger Aspekt der Holz-Leichtbauweise, immer mehr an Bedeutung gewonnen und zeigen noch viel Verbesserungspotential. Nach dem gegenwärtigen Stand der Technik werden solche Träger vor allem als biegebeanspruchte Bauteile in Decken- und Dachkonstruktionen oder in der Schalungstechnik eingesetzt.

Durch die zusammengesetzte Bauweise von aus Holz bestehenden I-Trägern liegt es nahe, die einzelnen Komponenten (Steg, Gurt und die Verbindung zwischen Steg und Gurt) an die Belastungssituation (überwiegend Biegung) anzupassen. Die Leistungsfähigkeit (Tragfähigkeit und Steifigkeit) kann vor allem durch Änderungen der Querschnittsgeometrie und durch die Materialwahl der einzelnen Komponenten beeinflusst werden. Einige wissenschaftliche Publikationen zum Thema „I-förmige Bauteile aus Holz im Hochbau“ zeigen, dass OSB als Stegmaterial und Furnierschichtholz als Gurtmaterial am besten geeignet sind. Idealerweise sollen diese durch eine Keilzinkung verbunden werden.

Im Zuge dieser Arbeit wurden die Grundlagen für die Berechnung und Bemessung zusammengesetzter Bauteile mit I-förmigem Querschnitt aus Holz zusammengefasst und dargestellt. Der Fokus lag dabei auf einer Berechnung der Verformungen nach der Timoschenko-Balkentheorie, also die Berechnung schubweicher Balken. Die Nachweise der berechneten Spannungen und Verformungen wurden nach ON B 1995-1-1 [44] in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit geführt. Versagensmechanismen wie Biegedrillknicken und Beulen des Steges wurden näher betrachtet und, da sie in ON B 1995-1-1 [44] teilweise nur vereinfacht und konservativ angeführt waren, im weiteren Verlauf der Masterarbeit behandelt.

Basierend auf diesen theoretischen Ansätzen zur Bestimmung des Trag- und Verformungsverhaltens von zusammengesetzten I-Trägern und in Folge von prinzipiellen Überlegungen zur Ausbildung der einzelnen Komponenten, folgte die Entwicklung eines parametrisierten Berechnungsmodells. Indem ausgewählte Randbedingungen für den Einsatz im Hochbau festgelegt wurden, konnte ein Optimierungsprozess hinsichtlich der Ausformung des Gurt- und Stegbereiches erfolgen. Daraus wurden drei, aus Furnieren zusammengesetzte, Trägervarianten zur näheren Betrachtung herangezogen. Aus Vergleichen dieser drei Trägervarianten konnte ein, hinsichtlich der angenommenen Randbedingungen und Auswahlkriterien, geometrisch optimierter Träger bestimmt werden. Dieser Träger diente als Referenz für eine Parameterstudie zur Untersuchung des Einflusses geometrischer Kenngrößen auf die Tragfähigkeit, Durchbiegung, den Schubeinfluss bei der Durchbiegung und das Kippen.

Im nächsten Schritt wurden experimentelle Untersuchungen an den, am LTC (Lignum Test Center) hergestellten, Prüfkörpern aus Furnieren der Holzart Fichte (*Picea abies*) durchgeführt. Um die nötigen Kennwerte des Materials und der Prüfkörper zu erhalten, wurden die Prüfungen in drei unterschiedliche Prüfserien mit jeweils sechs Prüfkörpern aufgeteilt. Zwei Materialprüfungen (Prüfserien S und E) dienten zur Erfassung des Schubmoduls und des Elastizitätsmoduls des Materials, und somit als Basis für die Modellierung des in der Bauteilprüfung (Prüfserie BP) erwarteten Tragverhaltens. Alle Prüfserien wurden entweder als Dreipunkt- oder Vierpunktbiegeprüfung an einer Universalprüfmaschine durchgeführt.

Eine anfängliche Schätzung der, bei der Bauteilprüfung, erreichbaren Maximallasten und zu erwartenden Versagensmechanismen, basierend auf Festigkeitskennwerten einer bekannten Zulassung von Kerto [72], erwies sich aufgrund einer deutlichen Unterschätzung der Schubfestigkeit des Materials als problematisch. Durch eine Anpassung der Prüfkfiguration (Änderung des Abstandes zwischen Auflager und Lasteinleitung) traten die gewünschten Versagensmechanismen schließlich ein.

Um die Gültigkeit der verwendeten Berechnungsansätze zu verifizieren, wurde nach Vollendung der Prüfungen ein Vergleich zwischen den theoretischen und experimentellen Untersuchungen geführt. Daraus hat sich ergeben, dass die Bestimmung der Verformungen infolge von Querkraft und Biegung mit dem Modell eine hohe Übereinstimmung aufweist. Die Berechnung der zu erwartenden Maximallasten bzw. Versagenslasten des Bauteils zeigen jedoch bei den durchgeführten Untersuchungen verhältnismäßig große Abweichungen.

Das in dieser Masterarbeit erstellte Berechnungsmodell liefert, in Zusammenhang mit den durchgeführten experimentellen Untersuchungen, ein gutes Werkzeug zur Abschätzung der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens von I-Trägern aus Furnieren. Um das Potential solcher Träger konkret bestimmen zu können, wäre ein Vergleich mit industriell gefertigten Schalungsträgern bzw. Hochbauträgern zu führen, was im weiteren Verlauf der Untersuchung Berücksichtigung finden soll.

Es sei erwähnt, dass die geometrische Optimierung des Trägers auf eingeschränkten Randbedingungen und teilweise vereinfachten Berechnungsverfahren basiert. Weitere Untersuchungen (theoretisch und experimentell) bezüglich verwendeter Materialien, Holzarten (z. B. Pappel, Birke, usw.), Verbindungsmöglichkeiten zwischen Steg und Gurt, Ausbildungen des Steges usw., sowie eine genauere Erfassung der Spannungen in der Verbindung zwischen Steg und Gurt, könnten somit eine weitere Steigerung des Tragpotentials ermöglichen.

Ein weiterer Aspekt, der bei den experimentellen Untersuchungen nicht berücksichtigt wurde, ist das Verhalten eines Holz I-Trägers auf Biegedrillknicken. Einige der verwendeten Berechnungsansätze, vor allem für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit, wurden aus dem Stahlbau hergeleitet und sollten somit durch experimentelle Untersuchungen verifiziert werden.

Diese Arbeit soll zeigen, dass furnierbasierte I-Träger vielversprechende Bauelemente, bezüglich der Leistungsfähigkeit, Vielseitigkeit und des geringen Materialeinsatzes, für den Holz-Leichtbau sein können und soll im Allgemeinen als Grundlage für die weitere Entwicklung von Holz I-Trägern dienen.





## ANHANG A VERZEICHNISSE

### A-1 Literaturverzeichnis

- [1] **Access-Steel.** NCCI: Elastisches kritisches Biegedrillknickmoment, 2008.
- [2] **M. Ahnlén and J. Westlund.** Lateral Torsional Buckling of I-Beams, 2013.
- [3] **H. G. Ambrosy and Z. Giertlová.** Planungshandbuch Holzwerkstoffe: Technologie - Konstruktion - Anwendung. 2005.
- [4] **American Forest & Paper Association.** Designing for lateral-torsional stability in wood members. Technical report, American Wood Council, 2003.
- [5] **M. P. Ansell.** Wood Composites. 2015.
- [6] **G. Bauer et al.** Beiträge zur Technischen Mechanik und Technischen Physik. Springer, 1924.
- [7] **H. J. Blaß et al.** Erläuterungen zu DIN 1052: 2004-08. 2004.
- [8] **T. Bogensperger.** Holzbau 2 Studienblätter: Elastizitätstheorie, Materialsteifigkeiten und Materialfestigkeiten, Versuche zur Bestimmung von Materialeigenschaften, Transformationen, 2016.
- [9] **A. Chen et al.** Buckling behavior of sinusoidal web for composite wood i-joist with elastically restrained loaded edges under compression. Journal of Engineering Mechanics, 2013.
- [10] **A. Öchsner.** Theorie der Balkenbiegung. 2016.
- [11] **Y. H. Chui et al.** Enhancing shear and bearing strength of wood I-joists. Technical report, Wood Science and Technology Centre Faculty of Forestry and Environmental Management University of New Brunswick, 2005.
- [12] **F. Colling.** Holzbau - Grundlagen, Bemessungshilfen. 2008.
- [13] **Doka.** H20 top P. [https://www.doka.com/\\_ext/xmlproducts/mars-img/364px-width/05-doka-decken-systeme/00700897.jpg](https://www.doka.com/_ext/xmlproducts/mars-img/364px-width/05-doka-decken-systeme/00700897.jpg), 10.10.2017.
- [14] **Doka.** Schalungsträger. <https://www.doka.com/>, 15.01.2018.
- [15] **J. Ehlbeck.** Durchbiegungen von Biegeträgern aus Holz unter Berücksichtigung der Schubverformung. Holz als Roh- und Werkstoff, 1969.
- [16] **D. Eneva.** Berechnung und Nachweisführung des nachgiebigen Verbundes von aus Einzelquerschnitten aufgebauten Biegeträgern nach EN 1995-1-1, 2011.
- [17] **M. Fan.** Performance of wood-based panel I-Beam components. WCTE, 2010.
- [18] **E. Gehri.** Shear problems in timber engineering - analysis and solutions. WCTE, 2010.
- [19] **Georgia Pacific Building Products.** Wood I-Beam joists. <https://www.buildgp.com>, 15.01.2018.
- [20] **ICC-ES ESR-1387.** Structural Composite Lumber: Timberstrand® Laminated Strand Lumber (LSL); Parallam® Parallel Strand Lumber (PSL); Microllam® Laminated Veneer Lumber

- (LVL); Timberstrand® LSL Rim Board; TJ® Rim Board; and Weyerhaeuser Rim Board, 2017.
- [21] **R. Kindmann.** Neue Berechnungsformel für das IT von Walzprofilen und Berechnung der Schubspannungen. Stahlbau 75, 2006.
- [22] **R. Kindmann and M. Kraus.** Finite-Elemente-Methoden im Stahlbau. Ernst, Wilhelm & Sohn, 2013.
- [23] **Lana.** Habe 20. <http://www.lana.eu>, 15.01.2018.
- [24] **R. J. Leichti et al.** Prefabricated wood composite I-beams: A literature review. Wood and Fiber Science Vol.22 No.1 pp.62-79 ref.91, 1990.
- [25] **R. J. Leichti et al.** Prefabricated wood I-joists: an industry overview. Forest Products Journal, 1990.
- [26] **V. Läpple.** Einführung in die Festigkeitslehre. 2011.
- [27] **R. Mahnken.** Lehrbuch der Technischen Mechanik: Elastostatik - Mit einer Einführung in Hybridstrukturen. 2015.
- [28] **Masonite Beams.** I-Beam. <https://masonite-beams.com/>, 15.01.2018.
- [29] **Mayr Melnhof Holz.** HT 20plus. <http://www.mm-holz.com>, 15.01.2018.
- [30] **Metsä Wood.** Finnjoist. <https://www.metsawood.com>, 15.01.2018.
- [31] **MetsäWood.** Finnjoist. [https://architectenweb.nl/media/illustrations/2015/01/ccbd3ab9-cfbe-4d24-9606-1047d48018b5\\_1080.jpg](https://architectenweb.nl/media/illustrations/2015/01/ccbd3ab9-cfbe-4d24-9606-1047d48018b5_1080.jpg), 07.10.2017.
- [32] **K. Möhler et al.** Zur Berechnung doppelschaliger, geleimter Tafелеlemente. Holz als Roh- und Werkstoff, 1963.
- [33] **H. L. Mistler.** Zur Berechnung der mittragenden Plattenbreite doppelschaliger Tafелеlemente. Holz als Roh- und Werkstoff, 1977.
- [34] **Mywood.** myWood P20. <http://www.avr-rettenmeier.de/mywood/home.html>, 15.01.2018.
- [35] **P. Niemz.** Holztechnologie II: Holzwerkstoffe. 2003.
- [36] **P. Niemz.** Holz und Holzwerkstoffe. 2011.
- [37] **Norm.** ÖNORM EN 13183-2: Feuchtegehalt eines Stückes Schnittholz - Teil 2\_Schätzung durch elektrisches Widerstands-Messverfahren, 2002.
- [38] **Norm.** ÖNORM EN 13377: Industriell gefertigte Schalungsträger aus Holz - Anforderungen, Klassifizierung und Nachweis, 2002.
- [39] **Norm.** ÖNORM EN 13183-1: Feuchtegehalt eines Stückes Schnittholz - Teil 1\_Bestimmung durch Darrverfahren, 2004.
- [40] **Norm.** DIN 1052: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau, 2008.
- [41] **Norm.** ÖNORM EN 385: Keilzinkenverbindungen im Bauholz - Leistungsanforderungen und Mindestanforderungen an die Herstellung, 2008.
- [42] **Norm.** ÖNORM EN 408: Holzbauwerke - Bauholz für tragende Zwecke und Brettschichtholz - Bestimmung einiger physikalischer und mechanischer Eigenschaften, 2012.

- [43] **Norm.** ÖNORM EN 1993-1-1: Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, 2014.
- [44] **Norm.** ÖNORM B 1995-1-1: Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau, 2015.
- [45] **Norm.** ÖNORM EN 1995-1-1: Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau, 2015.
- [46] **Norm.** ÖNORM EN 14374: Holzbauwerke - Furnierschichtholz (LVL) - Anforderungen, 2016.
- [47] **Y. Ohashi et al.** Evaluation of mechanical properties and adjustment factors of wooden I-joists for structural design. WCTE, 2010.
- [48] **Y. Ohashi et al.** Mechanical properties of wooden I-joists with diagonal plywood webs. WCTE, 2012.
- [49] **Peri.** GT 24 Gitterträger. <https://www.peri.de/produkte/schalungssysteme/komponenten-zubehoer/gt-24-gittertraeger.html>, 10.10.2017.
- [50] **Peri.** VT 20K. <https://www.peri.at>, 15.01.2018.
- [51] **C. Petersen.** Stahlbau Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten 4. Auflage. 2013.
- [52] **Pfeifergroup.** PF20. <https://www.pfeifergroup.com>, 15.01.2018.
- [53] **G. Pirzada and Y. H. Chui.** Optimized design of wood I-joists. Technical report, University of New Brunswick, 2007.
- [54] **G. B. Pirzada.** Predicting knife-through failure in wood I-joist under bearing load. Technical report, Faculty of Forestry and Environmental Management, University of New Brunswick, 2006.
- [55] **J. Porteus and A. Kermani.** Structural timber design to Eurocode 5. 2007.
- [56] **pro:Holz - Arbeitsgemeinschaft der österreichischen Holzwirtschaft.** Wald in Zahlen. <http://www.proholz.at/wald-holz/wald-in-zahlen/>, 14.01.2018.
- [57] **W. F. Ribeiro et al.** Analysis of different web-to-flange joints of wood I-joists composite. WCTE, 2012.
- [58] **G. Schickhofer.** Holzbau - Der Roh- und Werkstoff Holz. 2006.
- [59] **G. Schickhofer.** Holzbau - Nachweisführungen für Konstruktionen aus Holz. 2006.
- [60] **G. Schickhofer et al.** BSPHandbuch: Holz-Massivbauweise in Brettsperrholz. 2010.
- [61] **R. Schmitt.** Die Schalungstechnik - Systeme, Einsatz und Logistik. 2001.
- [62] **K. J. Schneider.** Bautabellen für Ingenieure. Werner Verlag, 2012.
- [63] **E. Schwabl.** Kombinierte Nutzung von Fichtenstarkholz zur Schäl furnier- und Schnittholzerzeugung, 2016.
- [64] **G. Silly.** Auslotung und Aufbereitung der Möglichkeiten zu einer ressourcenschonenden Produktion von BSP-Elementen - Rollschubeigenschaften, 2013.
- [65] **Steico.** SteicoJoist. <http://www.steico.com>, 15.01.2018.

- [66] **B. Taibon.** Trag- und Verformungsverhalten von unterschiedlich verstärkten Durchbrüchen in dünnwandigen Trägern aus FSH und FSP, 2017.
- [67] **M. Tripolt.** Zugkenngrößen von Furnierschicht- und Schnittholz aus kombinierter Nutzung - Fichtenstarkholz. Technical report, Institut für Holzbau und Holztechnologie, Technische Universität Graz, 2017.
- [68] **Unilin.** I-Joist. <http://www.unilinpanels.com>, 15.01.2018.
- [69] **O. Wetzell and W. Krings.** Festigkeitslehre - Technische Mechanik für Bauingenieure 2. 2015.
- [70] **C. H. Yoo and S. C. Lee.** Stability of Structures Principles and Applications. 2011.
- [71] **Z-9.1-607.** 1K-PUR-Klebstoff PURBOND BH 181 für die Herstellung verklebter tragender Holzbauteile, 2014.
- [72] **Z-9.1-847.** Furnierschichtholz "Kerto-S" und "Kerto-Q" nach EN 14374, 2016.

## A-2 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-1:	Holz-I-Träger der Firma Metsä Wood [31] .....	4
Abbildung 2-2:	(links) Vollwandträger der Firma Doka [13], (rechts) Gitterträger der Firma Peri [49] .....	5
Abbildung 2-3:	Elemente eines Trägers mit I-förmigem Querschnitt .....	6
Abbildung 2-4:	Mögliche Ausbildungen des Steges: (links-oben) Vollwandsteg [13], (links-unten) Gitterträger [49], (rechts) Wellsteg [9] .....	7
Abbildung 2-5:	Mögliche Ausbildungen der Steg - Gurt Verbindung .....	7
Abbildung 2-6:	Holzwerkstoffe – Veränderung verschiedener Eigenschaften in Abhängigkeit der Größe einzelner Elemente .....	8
Abbildung 2-7:	Überblick über die Holzwerkstoffe hinsichtlich Zerlegungsgrad und Orientierung des Ausgangsproduktes [58] .....	9
Abbildung 2-8:	Längenaddition von Einzelfurnieren mittels (links) Schäftung und (rechts) Überlappung [58] .....	11
Abbildung 2-9:	Darstellung verwendbarer Materialien für Gurt und Steg .....	13
Abbildung 3-1:	Dünnstegige Biegestäbe (Stegträger) [44] .....	17
Abbildung 3-2:	Anordnungen für die Prüfung (oben) der Querkraft $V$ , (mitte) des Biegemomentes $M$ , (unten) des Auflagerwiderstandes $R_p$ ; 1) Platte zur Lastverteilung, 2) Stahlplatte, 3) Bereich für Keilzinkenverbindungen im Gurt und/oder Steg [38] .....	18
Abbildung 3-3:	Untersuchte Geometrien der Träger .....	19
Abbildung 3-4:	verwendete Prüfkfiguration .....	19
Abbildung 3-5:	Bezeichnung und Geometrie der Prüfkörper [47] .....	21

Abbildung 3-6:	Prüfkonfigurationen: (links) Biegeprüfung, (Mitte) Schubprüfung, (rechts) Prüfung des Auflagerwiderstandes [47] .....	21
Abbildung 3-7:	Abmessungen des Probekörpers, DPW = diagonal ausgerichtete Decklagen, PW = vertikal ausgerichtete Decklagen [48] .....	23
Abbildung 3-8:	Prüfkonfigurationen: (links) Biegeprüfung, (rechts) Schubprüfung [48] .....	24
Abbildung 3-9:	Mechanische Eigenschaften von I-Trägern aus Biege- und Schubprüfungen [48] .....	24
Abbildung 3-10:	(links) Untersuchte Verbindungsarten, (rechts) Prüfkonfiguration .....	25
Abbildung 3-11:	Prüfkonfigurationen laut Pirzada [53] .....	27
Abbildung 3-12:	Durch die FE-Analyse bestimmte zu erwartende Maximallasten in Abhängigkeit der Zinkenlänge [53] .....	28
Abbildung 4-1:	Belastungsrichtungen und Schnittebenen bei Holz [36] .....	30
Abbildung 4-2:	Bezeichnung von Festigkeiten, Elastizitätsmoduln und Schubmoduln bei furnierbasierten Werkstoffen nach ON EN 14374 [46] .....	32
Abbildung 4-3:	Indizierung von Normal- und Schubspannungen [26] .....	33
Abbildung 4-4:	Die reine Biegung: a) unverformter und b) verformter Balken mit Gitterlinien [27] .....	34
Abbildung 4-5:	Einfluss der Querkraft: a) nichtlinearer Verlauf von Schubspannung und Schubverzerrung, b) tatsächliche Verwölbung des Querschnitts, c) Näherung für Schubspannung und Schubverzerrung nach Timoschenko [27] .....	35
Abbildung 4-6:	Vergleich der Balkentheorien nach Bernoulli und Timoschenko [27] .....	35
Abbildung 4-7:	Biege- und Querkraftverformungen am Kragträger [27] .....	38
Abbildung 4-8:	Koordinatensystem und Variablen zur Berechnung des statischen Moments .....	40
Abbildung 4-9:	qualitative Biege- und Schubspannungsverläufe für unterschiedliche doppelsymmetrische Querschnitte und Elastizitätsmoduln der Teilquerschnitte ...	44
Abbildung 4-10:	Reelles und virtuelles System und zugehörige Schnittkräfte zur Bestimmung der Verformungen .....	47
Abbildung 4-11:	Bezeichnung der Geometrie- und Materialkennwerte für die vereinfachte Berechnung des Schubkorrekturfaktors für doppelsymmetrische I-förmige Balken .....	48
Abbildung 4-12:	Qualitativer Biegespannungsverlauf an einem I-förmigen Balken mit doppelsymmetrischem Querschnitt .....	51
Abbildung 4-13:	Qualitativer Schubspannungsverlauf am I-förmigen Balken mit doppelsymmetrischem Querschnitt .....	52
Abbildung 4-14:	Schubspannungen in der Klebefuge bei einer Biegebeanspruchung .....	54
Abbildung 4-15:	Schubspannungen an der Steg-Gurt Verbindung .....	55
Abbildung 4-16:	Festigkeiten der Klebefuge in Abhängigkeit von der Faserorientierung der angrenzenden Materialien .....	58

Abbildung 4-17:	Beispiele zur effektiv wirksamen Auflagerlänge $l_{\text{eff}}$ [12].....	59
Abbildung 4-18:	Lastausbreitung am Auflager und Querdruckspannung im Steg.....	60
Abbildung 4-19:	a) Verzweigungsproblem (in diesem Fall Knicken); b) Durchschlagproblem [59].....	61
Abbildung 4-20:	Gleichgewichtszustände eines idealen Druckstabes: a) stabil; b) indifferent; c) labil [59].....	61
Abbildung 4-21:	Biegedrillknicken eines Trägers.....	62
Abbildung 4-22:	Werte für $C_1$ und $C_2$ für einige Fälle von in Querrichtung belasteten Bauteilen [1].....	64
Abbildung 4-23:	Tragverhalten einer Platte beim Beulen.....	66
Abbildung 4-24:	Kurvenschar für eine Rechteckplatte mit allseitig unverschieblichen und frei drehbaren Rändern.....	67
Abbildung 4-25:	Anteile der Durchbiegung [44].....	69
Abbildung 4-26:	Spannungsverteilung bei der mitwirkenden Breite.....	71
Abbildung 5-1:	Elemente eines Trägers mit I-förmigem Querschnitt.....	72
Abbildung 5-2:	Einfluss der Anzahl an Querlagen im Steg auf die effektive Biege- und Schubsteifigkeit des Bauteils; QL = Querlagen, LL = Längslagen.....	75
Abbildung 5-3:	mögliche Schälbeanspruchung bei einem Stumpfstoß.....	76
Abbildung 5-4:	Versatz des Steges bei einer Steg-Gurt Verbindung.....	77
Abbildung 5-5:	Einfluss der Verbindung zwischen Steg und Gurt auf die effektive Biegesteifigkeit des Bauteils.....	77
Abbildung 5-6:	Aufbau des Berechnungsmodells.....	79
Abbildung 5-7:	Systemaufbau für die Optimierung.....	81
Abbildung 5-8:	Übersicht des Optimierungsprozesses.....	83
Abbildung 5-9:	Drei Trägervarianten (Querlagen schraffiert).....	84
Abbildung 5-10:	Vergleich der Nachweise und Querschnittsfläche der drei Varianten, Berechnung von Träger 1 in Anhang B1 ersichtlich.....	85
Abbildung 5-11:	Vergleich der Schubeinflusszahl und Kippbeiwert der drei Varianten.....	86
Abbildung 5-12:	Bezeichnung der Abmessungen und Darstellung der Querlagen des gewählten Trägers.....	87
Abbildung 5-13:	Einfluss der Trägerhöhe.....	89
Abbildung 5-14:	Einfluss der Trägerbreite.....	90
Abbildung 5-15:	Einfluss der Gurthöhe.....	91
Abbildung 5-16:	Einfluss der Stegdicke.....	92
Abbildung 6-1:	Entnahme des Prüfkörpers für die Bestimmung der Holzfeuchte durch Darrverfahren [39].....	95

Abbildung 6-2:	Position für die Messung der Holzfeuchte durch elektrisches Widerstands-Messverfahren [37].....	96
Abbildung 6-3:	Abmessungen und Schichtorientierungen der Prüfkörper der Serie S in [mm]; Faserorientierung der Decklagen.....	97
Abbildung 6-4:	Abmessungen und Schichtorientierungen der Prüfkörper der Serie E und BP in [mm]; Faserorientierung der Decklagen.....	98
Abbildung 6-5:	Stapelung der Furnierblätter für die Klimatisierung.....	100
Abbildung 6-6:	(links) Klebstoffauftragsmaschine, (rechts) Klebstoffauftrag auf die Furnierblätter .....	101
Abbildung 6-7:	Pressen der Furnierpakete.....	101
Abbildung 6-8:	Zuschneiden der Furnierpakete für die Serie S .....	102
Abbildung 6-9:	Schubprüfkonfiguration nach Gehri [18] .....	104
Abbildung 6-10:	Serie S – Verwendete Versuchskonfiguration; Faserorientierung der Decklagen.....	105
Abbildung 6-11:	Prüfkonfiguration der Serie E; Faserorientierung der Decklagen .....	106
Abbildung 6-12:	Prüfkonfiguration der Serie BP, Faserorientierung der Decklagen .....	106
Abbildung 6-13:	Statisches System, Schnittkraftverläufe und maßgebende Spannungen der Serie S.....	108
Abbildung 6-14:	Statisches System, Schnittkraftverläufe und maßgebende Spannungen der Serie E .....	112
Abbildung 6-15:	(links) Kipphalterungen für die Prüfkörper der Serie S, (rechts) Schubkreuz für die Messung des Schubfeldes bei der Serie S.....	122
Abbildung 6-16:	Beschriftung des Prüfkörpers und Bezeichnung der Diagonalen für die Serie S; Faserorientierung der Decklage.....	123
Abbildung 6-17:	Beschriftung des Prüfkörpers und Bezeichnung der Sensoren für die Serie E; Faserorientierung der Decklage.....	124
Abbildung 6-18:	(oben) Überblick der Prüfkonfiguration der Serie E, (unten-links) lokale Messung der Durchbiegung, (unten-rechts) globale Messung der Durchbiegung durch einen Tauchanker.....	125
Abbildung 6-19:	Beschriftung des Prüfkörpers und Bezeichnung der Sensoren für die Serie BP; Faserorientierung der Decklage.....	126
Abbildung 6-20:	Typisches Kraft/Zeit-Diagramm bei einer Belastung mit Hysterese: 1) Anfang Prüfung, 2-3) Erreichen und halten von 40 % der Maximallast, 4-5) Entlasten und halten von 10 % der Maximallast, 6) Ende der Prüfung bei 40 % der Maximallast .....	127
Abbildung 6-21:	Typisches Kraft/Weg-Diagramm einer Hysterese-Schleife .....	128
Abbildung 6-22:	Weg/Zeit-Diagramm der Schubkreuze .....	129
Abbildung 6-23:	Bezeichnung der Parameter für die Bestimmung des Schubmoduls .....	129

Abbildung 6-24:	Übersicht der Verformungen zur Bestimmung der Schubeinflusszahl $c$ .....	132
Abbildung 6-25:	Rohdichte, Holzfeuchte und Schubmodul der Serie S.....	135
Abbildung 6-26:	Betrachteter Messfehler bei der globalen Durchbiegung .....	136
Abbildung 6-27:	Rohdichte und Holzfeuchte der Serie E .....	137
Abbildung 6-28:	E-Moduln und Schubeinflusszahlen der Serie E .....	137
Abbildung 6-29:	Bezeichnung der berechneten Spannungen .....	138
Abbildung 6-30:	Kraft/Weg-Verlauf der Prüfkörper BP01 – BP03 .....	140
Abbildung 6-31:	Biegenormalspannungen im Gurt und Steg beim Erreichen der Maximallast der Prüfkörper BP01 - BP04.....	141
Abbildung 6-32:	(links) Überlagerung der Druckfasern beim Prüfkörper BP04, (rechts) Querkzug am Obergurt im Bereich des Versagens beim Prüfkörper BP03 .....	142
Abbildung 6-33:	(oben-links) Biegezug-Bruch bei BP02, (oben-rechts) Biegezug Bruch bei BP04, (unten-links) Zugversagen der einzelnen Furniere bei BP02, (unten-rechts) Zug- bzw. mögliches Rollschubversagen im Untergurt bei BP 01.....	143
Abbildung 6-34:	Kraft/Weg-Verlauf des Prüfkörpers BP05 .....	144
Abbildung 6-35:	(links) Schubversagen im Steg, (oben-rechts) Biegezugversagen im Untergurt, (unten-rechts) Schubversagen in der Nähe der Klebefuge zwischen Steg und Gurt.....	145
Abbildung 6-36:	Kraft/Zeit-Verlauf vom spröden Bruchverhalten des Prüfkörpers BP06 .....	146
Abbildung 6-37:	(oben-links) Schubversagen in der Nähe der Klebefuge zwischen Steg und Gurt, (unten-links) Zugbruch des Untergurtes, (rechts) Rollschub in der Querlage .....	147
Abbildung 7-1:	Korrektur der Verformungen bei den Prüfkörpern der Serie BP.....	149
Abbildung 7-2:	Darstellung der Abweichungen zwischen gemessener und gerechneter Verformung bei 40 % der Maximallast am Beispiel des Prüfkörpers BP02 .....	150
Abbildung 7-3:	Kraft (y-Achse) - Weg (x-Achse) -Diagramme der gerechneten und gemessenen Verformung der Prüfkörper BP01 – BP06.....	151
Abbildung 7-4:	Erreichte und erwartete Maximallasten der Prüfkörper BP01 – BP04 die auf Biegung versagt haben.....	153
Abbildung 7-5:	Erreichte und erwartete Maximallasten der Prüfkörper BP05 und BP06 die auf Schub versagt haben. ....	154

### A-3 Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1:	Derzeit verfügbare Produkte von ausgewählten Unternehmen - Schalungsträger .....	14
Tabelle 2-2:	Derzeit verfügbare Produkte von ausgewählten Unternehmen- I-joists .....	14
Tabelle 2-3:	Zusammenfassung üblicher Abmessungen von Schalungsträgern und I-joists.....	15

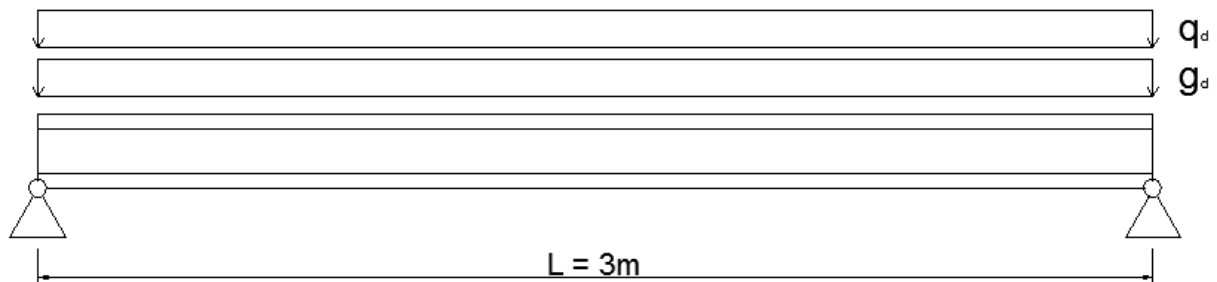


Tabelle 2-4:	Zusammenfassung üblicher Materialien von Schalungsträgern und I-joists .....	15
Tabelle 3-1:	Klassifizierung, Abmessungen und Tragfähigkeitseigenschaften von Vollwandträgern [38] .....	17
Tabelle 3-2:	Ergebnisse der Untersuchung .....	20
Tabelle 3-3:	Ergebnisse der Untersuchung .....	22
Tabelle 3-4:	Anzahl der Prüfungen und Bezeichnungen der einzelnen Prüfserien [48] .....	23
Tabelle 3-5:	Ergebnisse der Prüfung [56] .....	26
Tabelle 3-6:	Ergebnisse der Prüfungen [53] .....	28
Tabelle 4-1:	Verwendete Schubfestigkeiten der Klebefuge in verschiedenen Quellen .....	56
Tabelle 4-2:	Grenzwerte der Durchbiegungen von beidseitig aufliegenden Bauteilen [44] .....	70
Tabelle 5-1:	Charakteristische Materialkennwerte von Kerto-S und Kerto-Q [72] .....	82
Tabelle 5-2:	Minimal-, Maximal- und Referenzwerte der untersuchten geometrischen Kenngrößen .....	88
Tabelle 5-3:	Zusammenfassung des Einflusses der geometrischen Größen auf Nachweise des ULS und SLS sowie auf dem Schubeinfluss und dem Kippbeiwert .....	93
Tabelle 6-1:	Anzahl und Abmessungen der einzelnen Furnierblättern .....	99
Tabelle 6-2:	Charakteristische und mittlere Kenngrößen von Kerto-S und Kerto-Q Furnierwerkstoffen .....	107
Tabelle 6-3:	geschätzte Maximallasten bei verschiedenen Versagensmechanismen .....	111
Tabelle 6-4:	Eingangswerte für die Bestimmung der geschätzten Maximallast für die Serie E .....	113
Tabelle 6-5:	Geschätzte Maximallasten der Serie E .....	118
Tabelle 6-6:	Eingangswerte für die Bestimmung der geschätzten Maximallasten für die Serie BP .....	119
Tabelle 6-7:	Maximallasten für unterschiedliche Abstände a .....	121
Tabelle 6-8:	Durchbiegungen und Prüfgeschwindigkeiten der gewählten Prüfkfigurationen .....	121
Tabelle 6-9:	Prüfkörperbezeichnung .....	122
Tabelle 6-10:	Materialkenngrößen der Serie S .....	134
Tabelle 6-11:	Statistische Auswertung der Serie S .....	134
Tabelle 6-12:	Einzelergebnisse der Serie E .....	135
Tabelle 6-13:	Statistische Auswertung der Serie E .....	136
Tabelle 6-14:	Zusammenfassung der Ergebnisse der Prüfserie BP .....	138
Tabelle 6-15:	Einzelergebnisse der Prüfkörper mit Versagen auf Druck im Obergurt .....	139
Tabelle 6-16:	Statistische Auswertung der Prüfkörper mit Versagen auf Biegedruck .....	140
Tabelle 6-17:	Einzelergebnisse der Prüfkörper mit Versagen auf Schub .....	144

Tabelle 6-18:	Einzelergebnisse der Prüfkörper mit einem gemischten Versagen .....	145
Tabelle 7-1:	Gerechnete und gemessene Verformungen und zugehörige Abweichungen der Prüfkörper BP01 - BP06 bei der entsprechenden Last .....	152
Tabelle 7-2:	Vergleich der Schubeinflusszahl und des Schubkorrekturfaktors zwischen dem Modell und den Prüfungen der Serie E .....	152
Tabelle 7-3:	Vergleich der Bruchlasten auf Biegung zwischen dem Modell und den Prüfungen der Serie BP .....	153
Tabelle 7-4:	Vergleich der Bruchlasten auf Schub zwischen dem Modell und den Prüfungen der Serie BP .....	154

# ANHANG B1: BERECHNUNG EINES BALKENS MIT I-FÖRMIGEM QUERSCHNITT

## 1-1 SYSTEM UND LASTEN



Länge	$L$	=	3	m
Einflussbreite	$e$	=	1,5	m
Auflagerbreite	$l_A$	=	100	mm

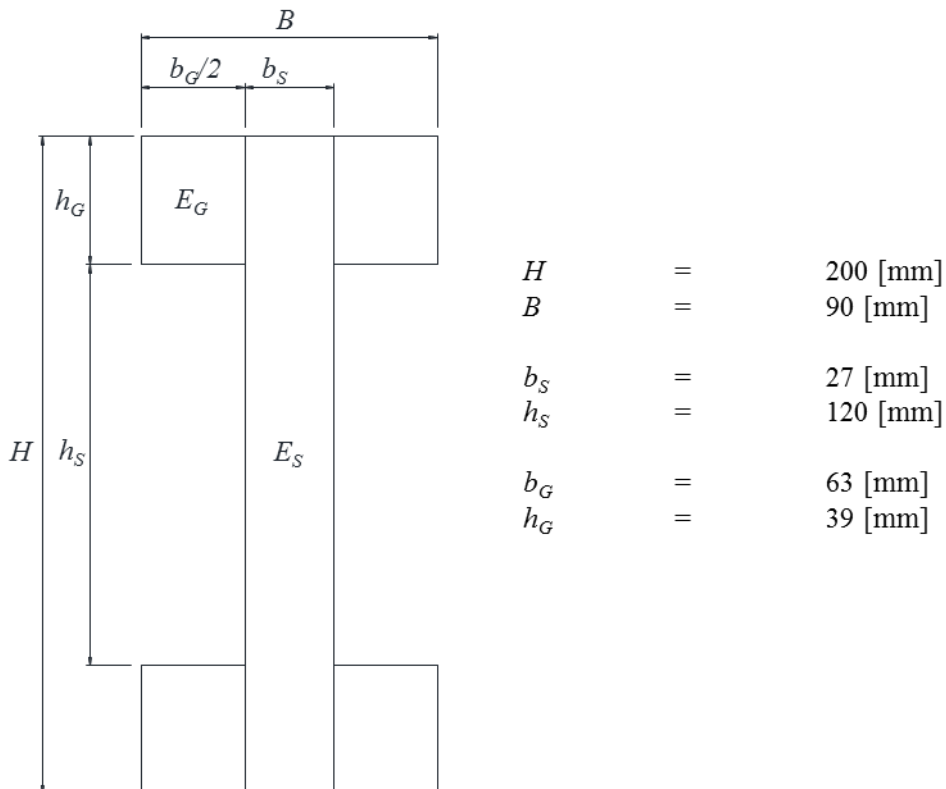
Gabellagerung

### Lasten

Nutzungsklasse	NKL		2
Lasteinwirkungsdauer	kLED		kurz

Veränderliche Last	$q_k$	=	1,5	kN/m <sup>2</sup>
Ständige Last	$g_k$	=	1,5	kN/m <sup>2</sup>

## 1-2 QUERSCHNITT



## 1-3 MATERIALKENNWERTE

$$f_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M}$$

Mit

$$k_{\text{mod}} = 0,9 [-]$$

$$\gamma_M = 1,2 [-]$$

### Gurt

Eigenschaft	Charakteristischer Wert [N/mm <sup>2</sup> ]		Bemessungswert [N/mm <sup>2</sup> ]	
<b>Biegung</b>	$f_{m,0,\text{edge},k}$	44,0	$f_{m,0,\text{edge},d}$	33,00
	$f_{m,0,\text{flat},k}$	50,0	$f_{m,0,\text{flat},d}$	37,50
<b>Druck</b>	$f_{c,90,\text{edge},k}$	6,0	$f_{c,90,\text{edge},d}$	4,50
<b>Schub</b>	$f_{v,0,\text{edge},k}$	4,1	$f_{v,0,\text{edge},d}$	3,08
	$f_{v,0,\text{flat},k}$	2,3	$f_{v,0,\text{flat},d}$	1,73
<b>E-Modul</b>			$E_{0,\text{mean}}$	13800
<b>G-Modul</b>			$G_{0,\text{edge},\text{mean}}$	600

## Steg

Eigenschaft	Charakteristischer Wert [N/mm <sup>2</sup> ]		Bemessungswert [N/mm <sup>2</sup> ]	
<b>Biegung</b>	$f_{m,0,edge,k}$	32,0	$f_{m,0,edge,d}$	24,00
	$f_{m,0,flat,k}$	36,0	$f_{m,0,flat,d}$	27,00
<b>Druck</b>	$f_{c,90,edge,k}$	9,0	$f_{c,90,edge,d}$	6,75
<b>Schub</b>	$f_{v,0,edge,k}$	4,5	$f_{v,0,edge,d}$	3,38
	$f_{v,0,flat,k}$	1,3	$f_{v,0,flat,d}$	0,98
<b>E-Modul</b>			$E_{0,mean}$	10500
	$E_{c,90,edge,k}$	2000		
<b>G-Modul</b>			$G_{0,edge,mean}$	600

## 1-4 QUERSCHNITTSWERTE

Als Referenz für den Elastizitäts- und Schubmodul bei der Berechnung der effektiven Querschnittswerte wird der Wert des Gurtes verwendet.

### 1-4.1 QUERSCHNITTSFLÄCHE

$$\begin{aligned}
 A_G &= 2 \cdot (b_G \cdot h_G) = 2 \cdot (63 \cdot 39) \\
 &= 4914 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_S &= H \cdot b_S = 200 \cdot 27 \\
 &= 5400 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{ges} &= A_G + A_S = 4914 + 5400 \\
 &= 10314 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

### 1-4.2 EFFEKTIVES STATISCHES MOMENT

#### Für die Berechnung der maximalen Spannung im Steg

$$\begin{aligned}
 S_{y,eff,Steg} &= \sum \frac{E_i}{E_{ref}} A_i(z) \cdot e_{z,i}(z) \\
 &= \left[ \frac{13800}{13800} \cdot \frac{4914}{2} \cdot 80,5 \right] + \left[ \frac{10500}{13800} \cdot 2700 \cdot 50 \right] \\
 &= 300506 \text{ mm}^3
 \end{aligned}$$

## Für die Berechnung der Schubspannung in der Klebfuge

$$\begin{aligned}
 S_{y,\text{eff},\text{Klebe}} &= \sum \frac{E_i}{E_{\text{ref}}} A_i(z) \cdot e_{z,i}(z) \\
 &= \left[ \frac{13800}{13800} \cdot \frac{4914}{4} \cdot 80,5 \right] \\
 &= 98894,3 \text{ mm}^3
 \end{aligned}$$

## 1-4.3 EFFEKTIVES TRÄGHEITSMOMENT

### Um die y-Achse

$$\begin{aligned}
 I_{y,G} &= I_y + A_G \cdot e_{z,G}^2 = 2 \cdot \left( \frac{63 \cdot 39^3}{12} + 63 \cdot 40 \cdot 80,5^2 \right) \\
 &= 3,247 \cdot 10^7 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{y,S} &= \frac{27 \cdot 200^3}{12} \\
 &= 1,8 \cdot 10^7 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{y,\text{eff}} &= \frac{E_G}{E_G} \cdot I_{y,G} + \frac{E_S}{E_G} \cdot I_{y,S} = \frac{13800}{13800} \cdot 3,247 \cdot 10^7 + \frac{10500}{13800} \cdot 1,8 \cdot 10^7 \\
 &= 4,616 \cdot 10^7 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

### Um die z-Achse

$$\begin{aligned}
 I_{z,G} &= 4 \cdot \left( \frac{39 \cdot 31,5^3}{12} + 39 \cdot 31,5 \cdot 45^2 \right) \\
 &= 4,61 \cdot 10^6 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{z,S} &= \frac{200 \cdot 27^3}{12} \\
 &= 3,28 \cdot 10^5 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{z,\text{eff}} &= \frac{E_G}{E_G} \cdot I_{z,G} + \frac{E_S}{E_G} \cdot I_{z,S} = \frac{13800}{13800} \cdot 4,61 \cdot 10^6 + \frac{10500}{13800} \cdot 3,28 \cdot 10^5 \\
 &= 4,86 \cdot 10^6 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

### 1-4.4 SCHUBKORREKTURFAKTOR

$$\kappa_S = G_1 \cdot (G_2 + G_3)$$

$$n = \frac{E_S}{E_G} = \frac{10500}{13800} = 0,761 [-]$$

$$G_1 = \frac{3(2Bh_G + b_S h_S)}{20(2b_G h_G (4h_G^2 + 6h_G h_S + 3h_S^2) + b_S H^3 n)^2}$$

$$= 5,042 \cdot 10^{-15}$$

$$G_2 = \frac{(2h_G)^3 (8H^2 + 9Hh_S + 3h_S^2) (b_G + b_S n)^2}{B}$$

$$= 2,15 \cdot 10^{13}$$

$$G_3 = h_S \left( \frac{15b_G^2 (H^2 - h_S^2)^2}{b_S} + 10b_G (3H^4 - 4H^2 h_S^2 + h_S^4) n + b_S (15H^4 - 10H^2 h_S^2 + 3h_S^4) n^2 \right)$$

$$= 122 \cdot (1,391 \cdot 10^{12} + 1,265 \cdot 10^{12} + 2,925 \cdot 10^{11})$$

$$= 3,598 \cdot 10^{14}$$

$$\kappa_S = 5,042 \cdot 10^{-15} \cdot (2,15 \cdot 10^{13} + 3,598 \cdot 10^{14})$$

$$= 1,92 [-]$$

### 1-4.5 EFFEKTIV SCHUBWIRKSAME QUERSCHNITTSFLÄCHE

$$A_{eff,S} = \frac{1}{\kappa_S} \cdot \sum \frac{G_i}{G_{ref}} A_i = \frac{1}{1,922} \cdot \left( \frac{600}{600} \cdot 4914 + \frac{600}{600} \cdot 5400 \right)$$

$$= 5364,9 \text{ mm}^2$$

### 1-4.6 EFFEKTIVES TORSIONSTRÄGHEITSMOMENT

$$I_T = \frac{1}{3} \cdot b^3 \cdot h \cdot \alpha$$

$$\alpha = 1 - 0,63 \cdot \frac{b}{h} \cdot \tanh \frac{\pi \cdot h}{2 \cdot b}$$

### Gurt

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - 0,63 \cdot \frac{39}{90} \cdot \tanh \frac{\pi \cdot 90}{2 \cdot 39} \\ &= 0,727 \quad [-]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_{T,G} &= 2 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 39^3 \cdot 90 \cdot 0,727 \right) \\ &= 2,587 \cdot 10^6 \quad mm^4\end{aligned}$$

### Steg

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - 0,63 \cdot \frac{27}{200} \cdot \tanh \frac{\pi \cdot 200}{2 \cdot 27} \\ &= 0,861 \quad [-]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_{T,S} &= \frac{1}{3} \cdot 27^3 \cdot 122 \cdot 0,861 \\ &= 6,888 \cdot 10^5 \quad mm^4\end{aligned}$$

### Gesamt

$$\begin{aligned}I_{T,eff} &= \sum \frac{G_i}{G_{ref}} \cdot I_{T,i} = \frac{600}{600} \cdot 2,59 \cdot 10^6 + \frac{600}{600} \cdot 6,89 \cdot 10^5 \\ &= 3,277 \cdot 10^6 \quad mm^4\end{aligned}$$

## 1-4.7 WÖLBWIDERSTANDSMOMENT

$$\begin{aligned}I_w &= \frac{B^3 \cdot h_G \cdot (h_S + h_G)^2}{24} = \frac{90^3 \cdot 39 \cdot (122 + 39)^2}{24} \\ &= 3,071 \cdot 10^{10} \quad mm^6\end{aligned}$$

## 1-5 ULS

### 1-5.1 LASTKOMBINATION UND SCHNITTKRAFTERMITTLUNG

$$\begin{aligned}E_{d, Linie} &= e \cdot (G_k \cdot \gamma_G + Q_k \cdot \gamma_Q) = 1,5 \cdot (1,5 \cdot 1,35 + 1,5 \cdot 1,5) \\ &= 6,41 \quad kN / m\end{aligned}$$



## Schnittkraftermittlung

$$M_{y,Ed} = \frac{E_d \cdot L^2}{8} = \frac{6,41 \cdot 3^2}{8}$$

$$= 7,21 \text{ kNm}$$

$$Q_{z,Ed} = \frac{E_d \cdot L}{2} = \frac{6,41 \cdot 3}{2}$$

$$= 9,62 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = Q_{z,Ed}$$

$$= 9,62 \text{ kN}$$

## 1-5.2 BIEGUNG

### Biegedrillknicken

$$M_{y,cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{(k_z \cdot L)^2} \left( \left( \sqrt{\left( \frac{k_z}{k_w} \right) \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z \cdot L)^2 \cdot GI_t}{\pi^2 \cdot EI_z} + (C_2 \cdot z_g)^2} \right) - C_2 \cdot z_g \right)$$

$$= 1,127 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 13800 \cdot 4,86 \cdot 10^6}{3000^2} \left( \left( \sqrt{\frac{3,071 \cdot 10^{10}}{4,86 \cdot 10^6} + \frac{3000^2 \cdot 600 \cdot 3,277 \cdot 10^6}{\pi^2 \cdot 13800 \cdot 4,86 \cdot 10^6} + (0,454 \cdot 100)^2} \right) - 0,454 \cdot 100 \right)$$

$$= 11,77 \text{ kNm}$$

$C_1$  und  $C_2$  werden aus der in Abschnitt XX dargestellten Tabelle übernommen. Durch die Gabellagerung sind die Beiwerte  $k_z$  und  $k_w$  gleich 1.

### Gurt

$$\sigma_{m,crit,G} = \frac{E_i}{E_{ref}} \cdot \frac{M_{y,cr}}{I_{y,eff}} \cdot z = \frac{13800}{13800} \cdot \frac{11,77 \cdot 10^6}{4,616 \cdot 10^7} \cdot 100$$

$$= 25,49 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m,G} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{50}{25,49}}$$

$$= 1,4 \text{ [-]}$$

$$k_{crit,G} = \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} = \frac{1}{1,4^2}$$

$$= 0,51 \text{ [-]}$$

### Steg

$$\sigma_{m,crit,S} = \frac{E_i}{E_{ref}} \cdot \frac{M_{y,cr}}{I_{y,eff}} \cdot z = \frac{10500}{13800} \cdot \frac{11,77 \cdot 10^6}{4,616 \cdot 10^7} \cdot 100$$

$$= 19,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{\text{rel,m,S}} = \sqrt{\frac{f_{\text{m,k}}}{\sigma_{\text{m,crit}}}} = \sqrt{\frac{32}{19,4}}$$

$$= 1,284 \text{ [-]}$$

$$k_{\text{crit,S}} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{\text{rel,m}} = 1,56 - 0,75 \cdot 1,284$$

$$= 0,60 \text{ [-]}$$

### Gesamt

$$k_{\text{crit}} = \min \{k_{\text{crit,G}}; k_{\text{crit,S}}\} = \min \{0,51; 0,60\}$$

$$= 0,51 \text{ [-]}$$

### Spannungsermittlung

$$\sigma_{\text{x,Steg}} = \frac{E_{\text{S}}}{E_{\text{ref}}} \cdot \frac{M_{\text{y,Ed}}}{I_{\text{y,eff}}} \cdot \frac{H}{2} = \frac{10500}{13800} \cdot \frac{7,21 \cdot 10^6}{4,616 \cdot 10^7} \cdot 100$$

$$= 11,88 \text{ N / mm}^2$$

$$\sigma_{\text{x,Gurt}} = \frac{E_{\text{G}}}{E_{\text{ref}}} \cdot \frac{M_{\text{y,Ed}}}{I_{\text{y,eff}}} \cdot \frac{H}{2} = \frac{13800}{13800} \cdot \frac{7,21 \cdot 10^6}{4,616 \cdot 10^7} \cdot 100$$

$$= 15,62 \text{ N / mm}^2$$

### Nachweis

#### Steg

$$\frac{\sigma_{\text{x,Steg}}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{\text{m,0,edge,d}}} = \frac{11,88}{0,51 \cdot 24} = 0,97 \leq 1 \quad \checkmark$$

#### Gurt

$$\frac{\sigma_{\text{x,Gurt}}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{\text{m,0,flat,d}}} = \frac{15,62}{0,51 \cdot 37,5} = 0,82 \leq 1 \quad \checkmark$$

## 1-5.3 SCHUB IM STEG

### Spannungsermittlung

$$\tau_{\text{xz,Steg}} = \frac{Q_z}{b_s} \cdot \frac{S_{\text{y,eff,Steg}}}{I_{\text{y,eff}}} = \frac{9620}{27} \cdot \frac{300506}{4,616 \cdot 10^7}$$

$$= 2,32 \text{ N / mm}^2$$

## Nachweis

$$\frac{\tau_{xz,Steg}}{f_{v,0,edge,d}} = \frac{2,32}{3,38} = 0,69 \leq 1 \quad \checkmark$$

## 1-5.4 SCHUB IN DER KLEBEFUGE

### Spannungsermittlung

$$\begin{aligned} \tau_{yx,Klebe} &= \frac{Q_z}{h_G} \cdot \frac{S_{y,eff,Klebe}}{I_{y,eff}} = \frac{9620}{39} \cdot \frac{98894}{4,616 \cdot 10^7} \\ &= 0,53 \text{ N / mm}^2 \end{aligned}$$

## Nachweis

### Steg

$$\frac{\tau_{yx,Klebe}}{f_{v,0,flat,d}} = \frac{0,53}{0,98} = 0,54 \leq 1 \quad \checkmark$$

### Gurt

$$\frac{\tau_{yx,Klebe}}{f_{v,0,edge,d}} = \frac{0,53}{3,08} = 0,17 \leq 1 \quad \checkmark$$

## 1-5.5 AUFLAGERPRESSUNG

### Ermittlung der effektiven Auflagerfläche

Konservativ wird für die Breite  $b$  nur die Stegbreite verwendet, da der Steg eine höhere Steifigkeit aufweist und somit einen großen Teil der Spannungen anzieht. Bei Kerto-Q kann laut Kerto-Datenblatt kein Überstand bei der Berechnung der effektiven Auflagerfläche angesetzt werden.

$$\begin{aligned} A_{\text{eff}} &= b \cdot l_{\text{eff}} = b \cdot (l_A + \ddot{u}_1 + \ddot{u}_2) = 27 \cdot (100) \\ &= 2700 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

### Spannungsermittlung

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{V}{A_{\text{eff}}} = \frac{9620}{2700} \\ &= 3,56 \text{ N / mm}^2 \end{aligned}$$

## Nachweis

Für Kerto-Q kann ein  $k_{c,90}$  Beiwert von 1,3 angesetzt werden.

$$\frac{\sigma_z}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,edge,d}} = \frac{3,56}{1,3 \cdot 6,75} = 0,41 \leq 1 \quad \checkmark$$

## 1-5.6 DRUCK IM STEG

### Spannungsermittlung

Für den Lastausbreitungswinkel am Auflager werden  $30^\circ$  über die Höhe des Gurtes angenommen.

$$\begin{aligned} A_{eff} &= b_s \cdot l_{eff} = b_s \cdot (l_A + 2 \cdot h_G \cdot \tan(30)) = 27 \cdot (100 + 2 \cdot 39 \cdot \tan(30)) \\ &= 3916 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{V}{A_{eff}} = \frac{9620}{3916} \\ &= 2,46 \text{ N / mm}^2 \end{aligned}$$

## Nachweis

$$\frac{\sigma_z}{f_{c,90,edge,d}} = \frac{2,46}{6,75} = 0,36 \leq 1 \quad \checkmark$$

## 1-5.7 BEULEN

Falls folgende Bedingung eingehalten wird, muss kein genauer Nachweis geführt werden.

$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{122}{27} = 4,5 < 70 \quad \checkmark$$

## 1-6 SLS

---

### 1-6.1 LASTKOMBINATIONEN

$$\Psi_{2,schnee} = 0$$

$$k_{def} = 0,8$$

$$\begin{aligned}
 E_{d,inst} &= \sum_{j \geq 1} G_j + Q_1 + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_i = 1,5 + 1,5 \\
 &= 3 \text{ kN} / \text{m}^2 \rightarrow \cdot 1,5 \text{ m} \\
 &= 4,5 \text{ kN} / \text{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{d,fin} &= \left[ \sum_{j \geq 1} G_j + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_i \right] \cdot (1 + k_{def}) - w_c = [1,5 + 0 \cdot 1,5] \cdot (1 + 0,9) - 0 \\
 &= 2,85 \text{ kN} / \text{m}^2 \rightarrow \cdot 1,5 \text{ m} \\
 &= 4,275 \text{ kN} / \text{m}
 \end{aligned}$$

## 1-6.2 VERFORMUNGSBERECHNUNG

$$w = w_M + w_Q = \int \frac{\bar{M}_y \cdot M_y}{EI_{y,eff}} dx + \kappa_s \int \frac{\bar{Q}_z \cdot Q_z}{GA} dx$$

Bei Anwendung des Arbeitssatzes am verwendeten System ergibt sich die Verformung in Feldmitte bei einer „1“ Flächenlast zu:

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{5 \cdot E_d \cdot L^4}{384 \cdot EI_{y,eff}} + \frac{E_d \cdot L^2}{8 \cdot GA_{eff}} = \frac{5 \cdot 1 \cdot 3000^4}{384 \cdot 13800 \cdot 4,616 \cdot 10^7} + \frac{1 \cdot 3000^2}{8 \cdot 600 \cdot 5365} \\
 &= 1,66 + 0,35 \\
 &= 2 \text{ mm} / (\text{kN} / \text{m})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_{inst} &= E_{d,inst} \cdot w("1") = 4,5 \cdot 2 \\
 &= 9 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_{fin} &= E_{d,fin} \cdot w("1") = 4,275 \cdot 2 \\
 &= 8,55 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

## 1-6.3 NACHWEIS

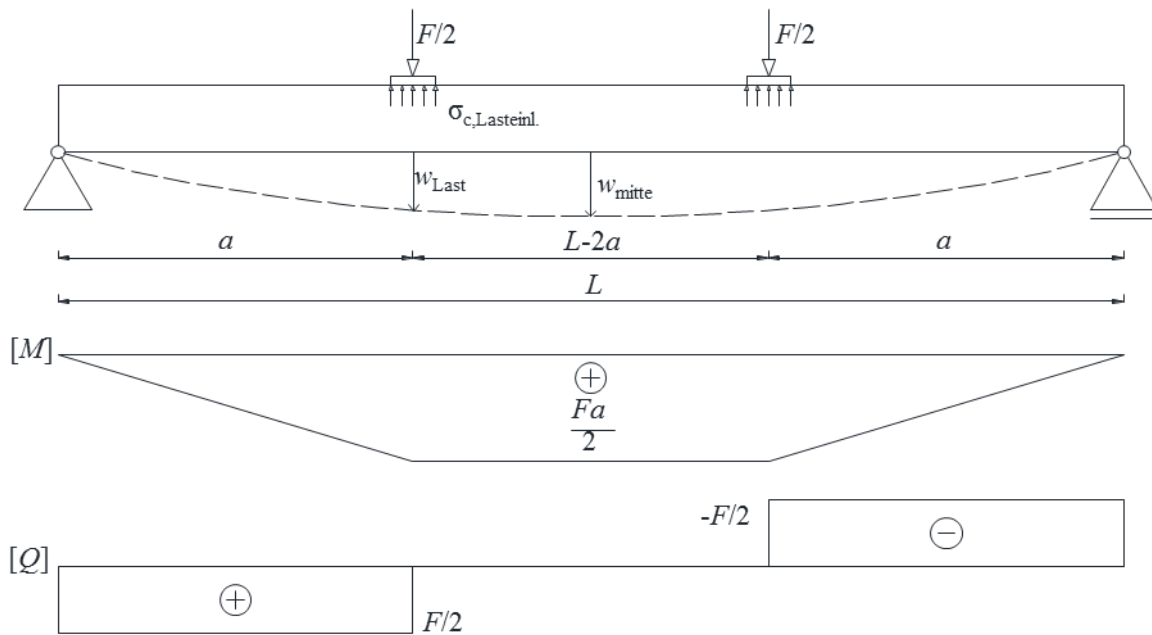
$$w_{inst} = 9 \text{ mm} \leq \frac{L}{300} = 10 \text{ mm} \checkmark$$

$$w_{fin} = 8,55 \text{ mm} \leq \frac{L}{250} = 12 \text{ mm} \checkmark$$



# ANHANG B2: BERECHNUNG DER DURCHBIEGUNG AM BEISPIEL DES PRÜFKÖRPERS BP01

## 2-1 SYSTEM UND LASTEN



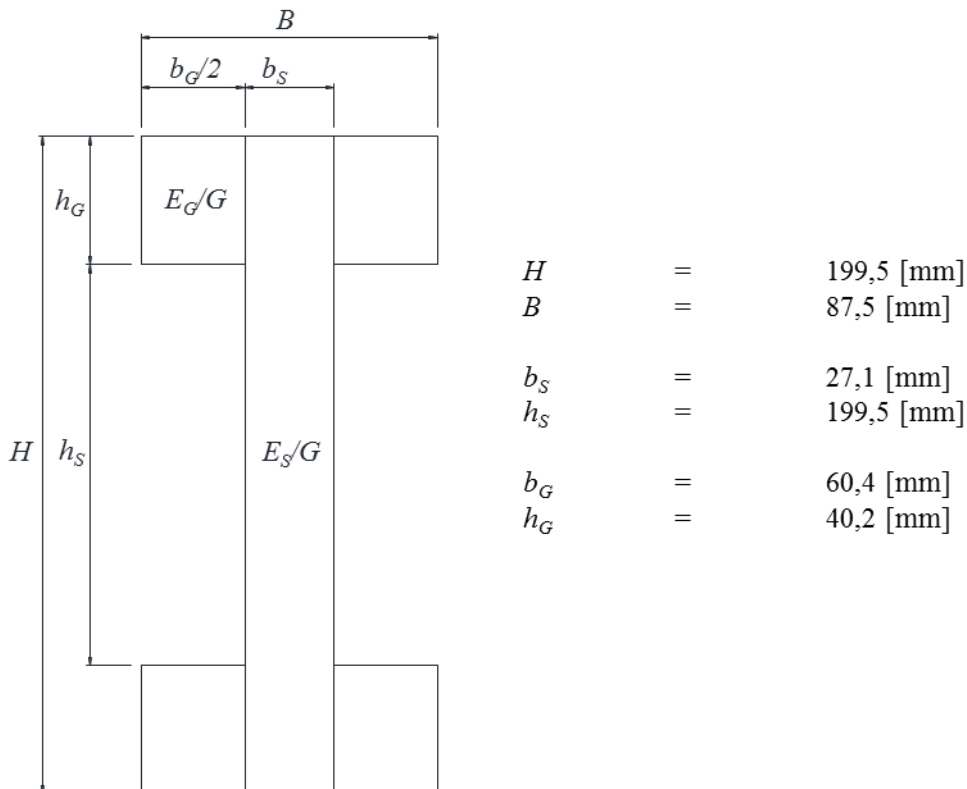
Länge	$L$	=	2,6	m
Abstand zw. Auflager und Lasteinleitung	$a$	=	1	m
Auflagerbreite	$l_A$	=	100	mm

Kippsicherungen

### Lasten

Maximal erreichte Last	$F_{max}$	=	47,40	kN
40% derMaximal erreichten Last	$F_{40\%}$	=	18,96	kN

## 2-2 QUERSCHNITT



## 2-3 MATERIALKENNWERTE

### E-Modul

Zug-Elastizitätsmodul nach Tripolt [67]:

$$E_{t,mean} = 11520 \text{ N/mm}^2 = E_G$$

Da der Steg aus insgesamt 9 Lagen besteht und 2 davon Querlagen sind (Annahme:  $E_{quer} = 0$ ) kann der verstreute Elastizitätsmodul des Steges wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} E_S &= \frac{7}{9} \cdot E_{t,mean} = \frac{7}{9} \cdot 11520 \\ &= 8960 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

### Schubmodul

Der Schubmodul von Steg und Gurt wurde in Abschnitt 6-5.1 ermittelt und beträgt somit:

$$G = 617 \text{ N/mm}^2$$



## 2-4 QUERSCHNITTSWERTE

Als Referenz für den Elastizitäts- und Schubmodul bei der Berechnung der effektiven Querschnittswerte wird der Wert des Gurtes verwendet.

### 2-4.1 QUERSCHNITTSFLÄCHE

$$\begin{aligned} A_G &= 2 \cdot (b_G \cdot h_G) = 2 \cdot (60,4 \cdot 40,2) \\ &= 4856 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_S &= H \cdot b_S = 199,5 \cdot 27,1 \\ &= 5406 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{ges} &= A_G + A_S = 4914 + 5400 \\ &= 10263 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

### 2-4.2 EFFEKTIVES TRÄGHEITSMOMENT

#### Um die y-Achse

$$\begin{aligned} I_{y,G} &= I_y + A_G \cdot e_{z,G}^2 = 2 \cdot \left( \frac{60,4 \cdot 40,2^3}{12} + 60,4 \cdot 40,2 \cdot 79,65^2 \right) \\ &= 3,146 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{y,S} &= \frac{27,1 \cdot 199,5^3}{12} \\ &= 1,793 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{y,eff} &= \frac{E_G}{E_G} \cdot I_{y,G} + \frac{E_S}{E_G} \cdot I_{y,S} = \frac{11520}{11520} \cdot 3,146 \cdot 10^7 + \frac{8960}{11520} \cdot 1,793 \cdot 10^7 \\ &= 4,541 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

### 2-4.3 EFFEKTIVER SCHUBKORREKTURFAKTOR

$$\kappa_S = G_1 \cdot (G_2 + G_3)$$

$$n = \frac{E_S}{E_G} = \frac{8960}{11520} = 0,778 \text{ [-]}$$

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{3(2Bh_G + b_S h_S)}{20(2b_G h_G (4h_G^2 + 6h_G h_S + 3h_S^2) + b_S H^3 n)^2} \\ &= 5,185 \cdot 10^{-15} \end{aligned}$$

$$G_2 = \frac{(2h_G)^3 (8H^2 + 9Hh_s + 3h_s^2)(b_G + b_s n)^2}{B}$$

$$= 2,27 \cdot 10^{13}$$

$$G_3 = h_s \left( \frac{15b_G^2 (H^2 - h_s^2)^2}{b_s} + 10b_G (3H^4 - 4H^2 h_s^2 + h_s^4) n + b_s (15H^4 - 10H^2 h_s^2 + 3h_s^4) n^2 \right)$$

$$= 122 \cdot (1,391 \cdot 10^{12} + 1,265 \cdot 10^{12} + 2,925 \cdot 10^{11})$$

$$= 3,45 \cdot 10^{14}$$

$$\kappa_s = 5,185 \cdot 10^{-15} \cdot (2,27 \cdot 10^{13} + 3,45 \cdot 10^{14}) \quad (0.1)$$

$$= 1,91 \text{ [-]}$$

## 2-5 BERECHNUNG DER VERFORMUNG

$$w = w_M + w_Q = \int \frac{\bar{M}_y \cdot M_y}{EI_{y,eff}} dx + \kappa_s \int \frac{\bar{Q}_z \cdot Q_z}{GA} dx$$

Bei Anwendung des Arbeitssatzes am verwendeten System ergibt sich die Verformung in Feldmitte zu:

$$\begin{aligned} w_{\text{gerechnet}} &= \frac{F_{40\%} \cdot a}{48 \cdot EI_{y,eff}} \cdot (3L^2 - 4a^2) + \kappa_s \cdot \frac{F_{40\%} \cdot a}{2 \cdot GA} \\ &= \frac{18960 \cdot 1000}{48 \cdot 11520 \cdot 4,541 \cdot 10^7} \cdot (3 \cdot 2600^2 - 4 \cdot 1000^2) + 1,91 \cdot \frac{18960 \cdot 1000}{2 \cdot 617 \cdot 10263} \\ &= 12,29 + 2,87 \\ &= 15,16 \text{ mm} \end{aligned}$$

## 2-6 BESTIMMUNG DER ABWEICHUNG

Um die Abweichung zwischen den theoretischen und den experimentellen Untersuchungen zu bestimmen wird zunächst die Verformung des Prüfkörpers BP01 bei 40 % der erreichten Last bestimmt. Dazu ist, wie in Abschnitt 7-1.2 angeführt, eine Korrektur der Kraft  $F$  und der globalen Verformung in Feldmitte  $w_{\text{global}}$  zu führen.

### 2-6.1 KORREKTUR

Zuerst wird die Abweichung der Kraft  $\Delta F$  bestimmt.

$$\Delta F = 515,8 \text{ N}$$

Bei dieser Kraft wird eine Abweichung der Verformung  $\Delta w$  bestimmt:

$$\Delta w = 0,103 \text{ mm}$$

Bei  $F_{\text{korr}} = F_{40\%} = 18,96 \text{ kN}$  erhält man durch die Korrektur folgende Verformung:

$$\begin{aligned}w_{korr} &= w_{gemessen} - \Delta w = 15,28 - 0,103 \\ &= 15,18 \text{ mm}\end{aligned}$$

Daraus errechnet sich die Abweichung zu:

$$\begin{aligned}Abweichung &= \left( \frac{w_{gemessen}}{w_{gerechnet}} - 1 \right) \cdot 100\% = \left( \frac{15,18}{15,16} - 1 \right) \cdot 100\% \\ &= 0,13 \%\end{aligned}$$





Dies ist eine Veröffentlichung des

### **FACHBEREICHS INGENIEURBAUKUNST (IBK) AN DER TU GRAZ**

Der Fachbereich Ingenieurbaukunst umfasst die dem konstruktiven Ingenieurbau nahe stehenden Institute für Baustatik, Betonbau, Stahlbau & Flächentragwerke, Holzbau & Holztechnologie, Materialprüfung & Baustofftechnologie, Baubetrieb & Bauwirtschaft, Hochbau & Industriebau, Bauinformatik und Allgemeine Mechanik der Fakultät für Bauingenieurwissenschaften an der Technischen Universität Graz.

Dem Fachbereich Ingenieurbaukunst ist das Bautechnikzentrum (BTZ) zugeordnet, welches als gemeinsame hochmoderne Laboreinrichtung zur Durchführung der experimentellen Forschung aller beteiligten Institute dient. Es umfasst die drei Laboreinheiten für konstruktiven Ingenieurbau, für Bauphysik und für Baustofftechnologie.

Der Fachbereich Ingenieurbaukunst kooperiert im gemeinsamen Forschungsschwerpunkt „Advanced Construction Technology“. Dieser Forschungsschwerpunkt umfasst sowohl Grundlagen- als auch praxisorientierte Forschungs- und Entwicklungsprogramme.

Weitere Forschungs- und Entwicklungskooperationen bestehen mit anderen Instituten der Fakultät, insbesondere mit der Gruppe Geotechnik, sowie nationalen und internationalen Partnern aus Wissenschaft und Wirtschaft.

Die Lehrinhalte des Fachbereichs Ingenieurbaukunst sind aufeinander abgestimmt. Aus gemeinsam betreuten Projektarbeiten und gemeinsamen Prüfungen innerhalb der Fachmodule können alle Beteiligten einen optimalen Nutzen ziehen.

Durch den gemeinsamen, einheitlichen Auftritt in der Öffentlichkeit präsentiert sich der Fachbereich Ingenieurbaukunst als moderne Lehr- und Forschungsgemeinschaft, welche die Ziele und Visionen der TU Graz umsetzt.

Nummerierungssystematik der Schriftenreihe

S – Skripten, Vorlesungsunterlagen | F – Forschungsberichte  
V – Vorträge, Tagungen | M – Masterarbeiten

Institutskennzahl:

1 – Allgemeine Mechanik | 2 – Baustatik | 3 – Betonbau  
4 – Holzbau & Holztechnologie | 5 – Stahlbau & Flächentragwerke  
6 – Materialprüfung & Baustofftechnologie | 7 – Baubetrieb & Bauwirtschaft  
8 – Hochbau & Industriebau | 9 – Bauinformatik

Fortlaufende Nummer pro Reihe und Institut / Jahreszahl