

\_ Masterarbeit \_\_\_\_\_

# VIRTUELLE ERMITTLUNG VON SEA-MODELLPARAMETERN

durchgeführt am Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation der Technischen Universität Graz, Österreich

in Zusammenarbeit mit MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik AG & Co KG Graz, Österreich

> von Marlon Meißnitzer, BSc

Betreuer: Dipl.-Ing. Dr. Gregor Müller Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Gerhard Graber

Begutachter: Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Gerhard Graber

Graz, Jänner 2013

# Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Ort, Datum

Unterschrift

# Zusammenfassung

Mit Hilfe der SEA-Simulation (Statistische Energie Analyse) von Reifenroll- und Motorgeräusch im Innenraum von Fahrzeugen werden in virtuellen Projektphasen Schallisolationsteile im Interieur und Exterieur bewertet und gegebenenfalls optimiert. Für die Erstellung von SEA-Gesamtfahrzeugmodellen sind aber auch messtechnisch ermittelte Daten nötig (Anregungs- und Modelldaten). Diese Masterarbeit beschäftigt sich mit der virtuellen Ermittlung von für eine SEA-Simulation benötigten Parametern, um damit eine größere Unabhängigkeit von realen Prototypbzw. Plattformfahrzeugen zu erlangen.

Bei komplexen Strukturen ist die Bestimmung der Eingangsleistung mittels der physikalischen Masse schwierig [1]. Aus diesem Grund wird der Zusammenhang zwischen Energie und Schwingschnelle über die äquivalente Masse hergestellt. Für die virtuelle Ermittlung dieser Größen wird dazu auf die Simulation mittels Finiter Elemente (FEM) zurückgegriffen. Ausgehend von dem Modell einer ebenen, isotropen Platte werden der Einfluss verschiedener (Material-)Parameter sowie die Anzahl und Position von Anrege- und Auswertepunkten untersucht. Anhand eines Unterbodenblechs wird danach die Wirkung von Versickungen analysiert. Des Weiteren wird auf die Systemanalyse eines Längsträgers eingegangen, und die Messergebnisse werden einer Simulation gegenübergestellt.

## Abstract

Statistical energy analysis (SEA) of tyre rolling noise and engine noise in the interior of vehicles is a common method to assess and optimize acoustic insulation parts of interior and exterior during virtual project phases. To create an SEA model of the vehicle, measurement data are needed (excitation and model data). This thesis is concerned with the virtual determination of required parameters of an SEA simulation in order to gain greater independence from real prototype or platform vehicles.

In general it is very difficult to directly measure the input power into a complex structure. Therefore, the concept of equivalent mass has been proposed in order to calculate the input power into an SEA structural subsystem from acceleration measurements [1]. The equivalent mass relates the acceleration levels to the energy in steady state. For the virtual determination of these parameters, finite element method (FEM) is used. Based on the model of a flat, isotropic plate, the influence of different (material) properties as well as the number and position of excitation and evaluation points is examined. With a reference to a sub-floor panel, the effect of beadings is analyzed. Furthermore, measurements of a longitudinal member are performed and compared with simulation results.

# Danke an...

## Meine Eltern

für viel Vertrauen, Geduld und Unterstützung,

## Gregor Müller

für die außerordentliche Betreuung, positive Motivation, interessante Gespräche und investierte Zeit und Mühe,

## NVH-Gruppe @MSF

für die unterhaltsame und angenehme Arbeitsumgebung,

## Gerhard Graber

für die Betreuung und Unterstützung,

## Anke

für Unterstützung und Ratschläge,

## Sabrina

für das Korrekturlesen dieser Arbeit,

## **Meine Freunde**

für Ratschläge und Ablenkung.

# Inhaltsverzeichnis

1	Einl	eitung	1
	1.1	Allgemeines	1
	1.2	Aufgabenstellung	4
	1.3	Gliederung der Arbeit	5
2	Gru	ndlagen	6
	2.1	Körperschallverhalten einfacher Strukturen	6
		2.1.1 Einmassenschwinger	7
		2.1.2 Frequency Response Functions	8
		2.1.3 Biegeschwingungen von Rechteckplatten	9
		2.1.4 Freiheitsgrade eines starren Körpers	11
		2.1.5 Zusammenfassung	12
	2.2	Finite Elemente Methode FEM	12
		2.2.1 Grundlegendes über die Finite Elemente Methode	13
		2.2.2 Zerlegung eines Modells in Finite Elemente	14
		2.2.3 Lösung des Modells	15
		2.2.4 Grenzen der FEM	15
		2.2.5 Zusammenfassung	16
	2.3	Statistische Energieanalyse SEA	16
		2.3.1 Entwicklung der SEA	17
		2.3.2 Grundlegendes Modell	17
		2.3.3 Parameter der SEA	21
		2.3.4 Voraussetzungen und Grenzen der SEA	24
		2.3.5 Mittelungen in der SEA	25
		2.3.6 Zusammenfassung	26
3	Prin	nzipuntersuchung an einer ebenen Platte	27
	3.1	Plattendefinition	28
	3.2	Bestimmung der Eigenfrequenzen	29
	3.3	Vernetzung	31
		3.3.1 Berechnung der Wellenlänge	31
		3.3.2 Vernetzung in COMSOL Multiphysics	31
	3.4	Wahl der Auswerte- bzw. Messpunkte	33
		3.4.1 Einfluss der Eckpunkte	34

		3.4.2 Anzahl und Position der Auswertepunkte	36		
		3.4.3 Einfluss der Anregeposition	40		
		3.4.4 Zusammenfassung	42		
	3.5	Einfluss der Materialeigenschaften	42		
		3.5.1 Dicke $d$	42		
		3.5.2 Verlustfaktor $\eta_s$	44		
		3.5.3 Elastizitätsmodul $E$	46		
		3.5.4 Dichte $\rho$	48		
		3.5.5 Querkontraktionszahl (Poissonzahl) $\mu$	50		
		3.5.6 Zusammenfassung $\ldots$	51		
	3.6	Einspannungen / Randbedingungen	52		
	3.7	Einfluss einer Versickung	53		
		3.7.1 Vernetzung	54		
		3.7.2 Einspannungen / Randbedingungen	55		
		3.7.3 Anregepunkt / Auswertepunkte	57		
		3.7.4 Zusammenfassung	60		
	3.8	Leistungseinleitung	61		
		3.8.1 VA One	62		
	3.9	Zusammenfassung	63		
4	Unte	ersuchung eines Unterbodenblechs	65		
	4.1	Eigenschaften Unterbodenblech	65		
	4.2	Simulation mit COMSOL Multiphysics	66		
		4.2.1 Vernetzung	67		
		4.2.2 Vergleich mit ebener Platte	68		
		4.2.3 Untersuchung Anregeposition	70		
		4.2.4 Zusammenfassung	71		
	4.3	Simulation mit FEMSITE und MSC Nastran	72		
		4.3.1 Aufsetzen einer FE-Simulation mittels FEMSITE und MSC Nastran	72		
	4.4	Zusammenfassung	75		
5	Mes	sung und Simulation eines Längsträgers	76		
	5.1	Messung	76		
	5.2	Simulation	78		
	5.3	Vergleich Messung / Simulation	81		
6	Zusa	nmenfassung	86		
Ał	obildu	ngsverzeichnis	88		
Та	Tabellenverzeichnis				
l it	terati	rverzeichnis	92		
			52		

# Einleitung

## 1.1 Allgemeines

Um in der Automobilbranche wettbewerbsfähig zu bleiben, verkürzen viele Hersteller Entwicklungszyklen und vergrößern ihre Modellpalette. Dies ist nicht zuletzt durch vermehrten Einsatz von verschiedenen Simulationsmethoden möglich. Mit deren Hilfe wird das Verhalten von Fahrzeugen und ihren Komponenten frühestmöglich simuliert, und der Einfluss von Änderungen kann zeitnah vorhergesagt werden.

Neben der verkürzten Entwicklungszeit gewinnt die Geräuschproblematik immer mehr an Bedeutung. Dies lässt sich aufgrund steigender Qualitäts- und Komfortansprüche der Kunden, aber auch des zunehmenden Bewusstseins, dass Verkehrslärm ein Hauptumweltproblem darstellt und einen großen Teil der alltäglichen Lärmbelästigung einnimmt, erklären. Daher werden auch in der Fahrzeugakustik in beinahe jedem Entwicklungsstadium verschiedene Simulationsmethoden zur vibro-akustischen Analyse eines Fahrzeugs und dessen Komponenten eingesetzt. Änderungen des Fahrzeugs können somit in kurzer Zeit simuliert, und Maßnahmen zur Verbesserung der (Vibro-)Akustik früher und damit auch leichter und kostengünstiger realisiert werden.

In der Fahrzeugakustik zum Einsatz kommende Simulationsmethoden und deren Frequenzbereiche sind in Abbildung 1.1 dargestellt. Zur Bestimmung des vibro-akustischen Verhaltens komplexer Strukturen bis ca. 50 Hz kommt die Mehrkörpersimulation (MKS) zum Einsatz, bei der das System durch starre Körper dargestellt und simuliert wird. Für höhere Frequenzen und größere Strukturen ist die Aufteilung in starre Körper oft nicht mehr zulässig. Aus diesem Grund kommt hier die Finite Elemente Methode (FEM) zum Einsatz. Hierbei wird die zu untersuchende Struktur in eine Vielzahl kleiner, endlicher Volums- und Oberflächenelemente unterteilt. Die physikalischen Vorgänge des Systems lassen sich als Differentialgleichungen anschreiben deren Lösungen die Eigenschwingungen und Eigenfrequenzen der Struktur liefern. Voraussetzung für die Anwendung der FEM ist das Vorhandensein der exakten Geometrie des Systems. Da dies nicht in allen Entwicklungsstadien gegeben ist und sich die Geometrie oft mehrmals ändert, muss auch die FE-Simulation ständig angepasst und neu durchgeführt werden, was mit hohem Aufwand verbunden ist. Bei hohen Frequenzen steigt zudem die Forderung nach einer detailgetreuen Abbildung und die benötigte Rechenzeit wird immer länger.



Abbildung 1.1: Vibro-akustische Simulationsmethoden und ihre Frequenzbereiche

Bei der Statistischen Energieanalyse (SEA) wird das zu analysierende System in eine Vielzahl miteinander gekoppelter Subsysteme aufgeteilt. Jedes Subsystem repräsentiert dabei eine Gruppe von Moden mit ähnlichen Eigenschaften. Eine räumliche und zeitliche Mittelung über die Eigenschwingungsformen und die Energie in einem Frequenzband vereinfacht die Problemstellung und senkt den Rechenaufwand. Des Weiteren bietet die SEA den Vorteil, dass durch die Bildung von Subsystemen Geometrieänderungen und Fertigungstoleranzen nicht berücksichtigt werden müssen.

Das Verfahren der Numerischen Aeroakustik (CAA) befasst sich mit dem Bereich der Strömungsakustik. Hierbei wird das komplette Schallfeld durch vereinfachte Grundgleichungen der Schallausbreitung, deren Lösungen mit großem Rechenaufwand verbunden sind, beschrieben.

In den letzten Jahren gewann die Statistische Energieanalyse immer mehr an Bedeutung. Schwierigkeiten bei der Anwendung der SEA ergeben sich bei der Bestimmung der benötigten SEA-Parameter. Eine theoretische Berechnung der Parameter ist zwar mit Hilfe von verschiedenen Softwaretools möglich, liefert aber aufgrund vieler Vereinfachungen oft ungenaue Ergebnisse. Bessere Resultate können mittels Messung, welche aber meist einen größeren Aufwand bedeutet und nicht immer durchgeführt werden kann, erzielt werden. Des Weiteren kann die messtechnische Erfassung erst in einem späteren Entwicklungsstand erfolgen, da dazu ein Prototyp des Fahrzeugs nötig ist. Eine frühere Festlegung der SEA-Parameter kann mit Hilfe von FE-Simulationen erfolgen. Die Bestimmung der für die SEA-Simulation benötigten Parameter (äquivalente Masse, Verlustfaktoren, etc.) bei Magna Steyr ist in Abbildung 1.2 zusammengefasst.



Abbildung 1.2: Vorgangsweisen bei Magna Steyr zur Ermittlung der für die SEA-Simulation benötigten Parameter

Hierbei werden die Übertragungsfunktionen (FRFs) mittels Messung oder Simulation bestimmt. Für die messtechnische Ermittlung wird die untersuchte Struktur mit einer definierten Kraft bzw. Leistung angeregt und der Schalldruck bzw. Beschleunigungen an bestimmten Positionen gemessen. Alternativ zu einer Messung kann eine FE-Simulation zur Ermittlung der Übertragungsfunktionen herangezogen werden. Dazu muss ein geometrisches Modell der Struktur vorhanden sein. Nach entsprechender Vernetzung und Angabe einer definierten Anregung können die FRFs für jeden Knotenpunkt simuliert werden. Anhand der FRFs werden danach mit Hilfe einer Matlab-Toolbox unter anderem die Verlustfaktoren sowie die äquivalente Masse berechnet. Diese Werte dienen danach als Eingangsgrößen für die SEA-Simulation, anhand welcher Energien, Kopplungsverlustfaktoren sowie die eingespeiste Leistung bestimmt werden können.

## 1.2 Aufgabenstellung

Für die Reallastsimulation von SEA-Gesamtfahrzeugmodellen sind messtechnisch ermittelte Daten nötig, da die Anregequelle selbst noch nicht simuliert werden kann. Um dennoch eine größere Unabhängigkeit von realen Prototyp- und Plattformfahrzeugen zu erhalten, wird im Rahmen dieser Arbeit die virtuelle Ermittlung der für eine SEA-Simulation benötigten Parameter mit Hilfe der Finite Elemente Methode behandelt. So soll auf die grundlegenden Modelle dieser Methode und der Statistischen Energieanalyse eingegangen und ein grundsätzliches Verständnis für das Körperschallverhalten einfacher Strukturen vermittelt werden.

Mittels COMSOL Multiphysics sind dazu FE-Simulationen einer ebenen, isotropen Platte durchzuführen und der Einfluss verschiedener (Material-)Parameter, die Anzahl und Position von Anrege- und Auswertepunkten sowie die Auswirkungen von Versickungen zu untersuchen. Des Weiteren soll ein Simulationsprozess mittels FEMSITE und MSC Nastran erstellt, evaluiert und eventuelle Verbesserungspotentiale aufgezeigt werden.

Die Auswertung und Analyse der Simulationsergebnisse soll dabei in Matlab, anhand des Vergleichs von Frequency Response Functions, der äquivalenten Masse und der Subsystemeingangsleistung erfolgen. Für die Bestimmung der äquivalenten Masse wird dabei auf die MSF-Matlab-Toolbox zurückgegriffen.

Um die FE-Simulation bewerten und mit Messungen vergleichen zu können, ist ein Mess- / Rechnungsvergleich einer praxisnahen Struktur durchzuführen.

## 1.3 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit lässt sich in folgende Abschnitte aufteilen:

#### • Kapitel 2: Grundlagen (Seite 6 ff.)

Kapitel 2 behandelt das Körperschallverhalten einfacher Strukturen und befasst sich mit den theoretischen Grundlagen der Finite Elemente Methode und der Statistischen Energieanalyse. Hierbei werden die Grundmodelle der Simulationsmethoden erläutert und es wird auf Voraussetzungen und Grenzen der jeweiligen Methode eingegangen.

#### • Kapitel 3: Prinzipuntersuchung an einer ebenen Platte (Seite 27 ff.)

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Schwingverhalten einer ebenen, isotropen Platte. So werden anhand von FE-Simulationen mit COMSOL Multiphysics der Einfluss unterschiedlicher (Material-)Parameter sowie die Wahl von Anrege- und Auswertepunkten untersucht.

#### • Kapitel 4: Untersuchung eines Unterbodenblechs (Seite 65 ff.)

In diesem Abschnitt wird anhand eines Unterbodenblechs die Wirksamkeit von Versickungen untersucht. Mit Hilfe von FE-Simulationen mit COMSOL Multiphysics werden die Ergebnisse mit denen einer ebenen Platte verglichen und verschiedene Anregepunkte analysiert. Darüber hinaus erfolgt eine Darstellung der Simulation des Unterbodenblechs mit FEMSITE und MSC Nastran.

#### • Kapitel 5: Messung und Simulation eines Längsträgers (Seite 76 ff.)

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Systemanalyse und FE-Simulation eines Längsträgers. Die Ergebnisse aus Messung und Simulation werden verglichen und bewertet.

#### • Kapitel 6: Zusammenfassung (Seite 86 ff.)

Das letzte Kapitel fasst die Erkenntnisse dieser Arbeit zusammen.



Diese Arbeit setzt sich mit der Simulation und Messung des Schwingverhaltens unterschiedlicher Strukturen auseinander. Um ein grundsätzliches Verständnis für diese Thematik sowie die verwendeten Simulationsmethoden zu erhalten, sind in diesem Kapitel die theoretischen Grundlagen aufbereitet. Im Zuge dessen wird auf das Körperschallverhalten einfacher Strukturen eingegangen und das Schwingverhalten eines Einmassenschwingers sowie einer ebenen, isotropen Platte beschrieben. Anschließend werden die Grundmodelle der Finite Elemente Methode und der Statistischen Energieanalyse erläutert und die Voraussetzungen und Grenzen der jeweiligen Simulationsmethode erörtert.

## 2.1 Körperschallverhalten einfacher Strukturen

Da das Körperschallverhalten unterschiedlichster komplexer Strukturen schwer zu beurteilen ist, ist es ratsam, einfachere Modelle heranzuziehen, um dadurch prinzipielle Aussagen über das Schwingverhalten treffen zu können. So können auch Änderungen (z.B. der Geometrie oder der Materialeigenschaften) untersucht und tendenzielle Aussagen über ihre Auswirkungen getroffen werden.

In diesem Kapitel wird dazu das Schwingverhalten eines Einmassenschwingers beschrieben, um ein grundsätzliches Verständnis für die Thematik zu erhalten. Danach werden die möglichen Arten von Übertragungsfunktionen erläutert.

Als weiteres Modell wird in Kapitel 2.1.3 näher auf das Schwingverhalten einer ebenen, isotropen Platte eingegangen, da damit Wände und Umrandungen vieler Strukturen angenähert und beschrieben werden können. In weiterer Folge befasst sich auch Kapitel 3 mit der Simulation einer Platte.

Zuletzt wird in Kapitel 2.1.4 auf die Freiheitsgrade eines starren Körpers eingegangen.

#### 2.1.1 Einmassenschwinger

Die meisten in der Praxis auftretenden Geräusch- und Schwingungsprobleme basieren auf Resonanzphänomenen. Hierbei wird eine oder werden mehrere Moden eines Systems von einer Kraft zum Schwingen angeregt. Die einfachste Form eines schwingfähigen Systems mit nur einem Freiheitsgrad wird dabei Einmassenschwinger genannt.

Ein Einmassenschwinger setzt sich aus einer Masse m, einer Feder mit einer Federsteifigkeit kund einem Dämpfer mit der Dämpfungskonstante c zusammen. Der einfachste Fall dieser Anordnung ist in Abbildung 2.1 dargestellt.



Abbildung 2.1: Einmassenschwinger

Wirkt auf die Masse eine Kraft F(t), kann die Begwegungsgleichung wie folgt angeschrieben werden:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \tag{2.1}$$

Gleichung 2.1 zeigt dabei, dass sich die Erregerkraft in eine Trägheitskraft  $m\ddot{x}$ , eine Dämpfungskraft  $c\dot{x}$  und eine Steifigkeits- oder Rückstellkraft kx aufteilt.

Wird von einer harmonischen Anregung ausgegangen, lässt sich die Kraft F(t) wie folgt darstellen:

$$F(t) = \hat{F}\cos(\Omega t + \varphi) \tag{2.2}$$

Unter Vernachlässigung der Dämpfung und der äußeren Anregung ergibt sich die Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  eines ungedämpften Einmassenschwingers laut Gleichung 2.3:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f_0 \tag{2.3}$$

Die Eigenschwingungsform eines mechanischen Systems wird dabei als Mode bezeichnet. Sie kann durch ihre modalen Parameter der Modenfrequenz, der Modendämpfung und der Modenform beschrieben werden.

Unter Verwendung des Abklingkoeffizienten  $\delta$  mit

$$\delta = \frac{c}{2m} \tag{2.4}$$

kann die Bewegungsgleichung nun als inhomogene, lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung dargestellt werden:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0 x = \frac{\hat{F}}{m}\cos\Omega t \tag{2.5}$$

Energie wird dabei in der Masse und in der Feder gespeichert. Wenn die Ordnung des Systems erhöht wird (mehrere Massen/Federn) und es sich um ein lineares System handelt, kann die Schwingungsform des Gesamtsystems als Superposition der einzelnen Moden gebildet werden.

#### 2.1.2 Frequency Response Functions

Eine Frequency Response Function (FRF) stellt eine Übertragungsfunktion zwischen zwei Punkten auf einer Struktur als Funktion der Frequenz dar. Als Ein- bzw. Ausgangsgrößen kommen dabei Kraft, Auslenkung, Geschwindigkeit und/oder Beschleunigungen zum Einsatz. Eine FRF wird dabei immer zwischen einem einzelnen Eingangs- und einem einzelnen Ausgangs- bzw. Auswertepunkt definiert. In der Praxis werden Anregung und Antwort meist als Zeitdaten gemessen und dann mit Hilfe der Fast-Fourier-Transformation (FFT) in den Frequenzbereich überführt. Aufgrund dieser Transformation ist die Funktion eine komplexe Größe. Erfolgt die Anregung eines Systems mit einer Kraft an einem bestimmten Punkt, können als Antwort die Auslenkung bzw. der Weg x, die Geschwindigkeit  $v = \dot{x}$  oder die Beschleunigung  $a = \dot{v} = \ddot{x}$  bestimmt werden.

Entspricht der Auswertepunkt dem Anregepunkt, werden die dazugehörigen FRFs je nach verwendeter Größe als Nachgiebigkeit, Mobilität oder Admittanz bzw. Acceleranz oder Inertanz bezeichnet. Die Kehrwerte davon werden dynamische Steifigkeit, mechanische Impedanz und dynamische Masse genannt (vgl. Tabelle 2.1). Handelt es sich bei Anrege- und Auswertepunkt nicht um den gleichen Punkt, wird von einer Transferpfad-FRF bzw. von einer Transfer- oder Übertragungsfunktion gesprochen. Zur messtechnischen Ermittlung der erwähnten Größen können für die Ermittlung der Kraft ein piezoelektrischer Kraftaufnehmer oder eine Kraftmesszelle, für die Bestimmung der Auslenkung holografische Interferometrie, für die Geschwindigkeit ein Laser-Vibrometer und für die Beschleunigung ein Accelerometer zum Einsatz kommen.

Bezeichnung	Definition	Einheit
Nachgiebigkeit (Compliance)	$X(f) = \frac{x(f)}{F(f)}$	m/N
Mobilität, Admittanz	$H(f) = \frac{v(f)}{F(f)}$	m/Ns
Acceleranz, Inertanz	$T(f) = \frac{a(f)}{F(f)}$	$m/Ns^2$
Dynamische Steifigkeit	$C_a(f) = \frac{F(f)}{x(f)}$	N/m
Mechanische Impedanz	$Z(f) = \frac{F(f)}{v(f)}$	Ns/m
Dynamische Masse	$m_a(f) = \frac{F(f)}{a(f)}$	$Ns^2/m$

Tabelle 2.1: Bewertungsgrößen für das Übertragungsverhalten von Strukturen

#### 2.1.3 Biegeschwingungen von Rechteckplatten

Transversale Biegewellen, bei denen die Auslenkungen senkrecht zur Platte und damit auch zur Wellen-Ausbreitungsrichtung sind, haben die größte praktische Bedeutung plattenförmiger Körper (vgl. [2]). Eine Platte, die Biegeschwingungen ausführt, stellt das einfachste Modell einer Abstrahlung und Weiterleitung von Schall dar. Ist dabei die Dicke h der Platte sehr viel kleiner als Länge und Breite derselben, und erfolgt eine Anregung durch eine normal auf die Platte stehende Kraft, bilden sich ausschließlich Biegewellen aus (vgl. Abbildung 2.2). Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Biegewellen ist dabei von der Frequenz abhängig. Die Biegeschwingungen versetzen die angrenzenden Luftteilchen in Längsschwingung, es entsteht Schallabstrahlung. Des Weiteren weisen Biegewellen bei senkrechter Kraftanregung verglichen mit den anderen Wellenarten einen kleineren Widerstand auf. Auf Grund dessen lassen sich Biegeschwingungen leichter anregen und dominieren das Schwingverhalten.



Abbildung 2.2: Biegewellenform (aus [3])

Die Biegewellengleichung einer ebenen, isotropen Platte lautet wie folgt:

$$B'\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}\right)v - m''\omega^2 v = j\omega p \tag{2.6}$$

Hierbei stellt p eine äußere Flächenkraft auf die Platte dar, m'' bezeichnet die auf die Fläche bezogene Masse, welche sich mit Hilfe der Plattendicke h und der Dichte  $\rho$  berechnen lässt:

$$m'' = \rho h \tag{2.7}$$

Die Biegesteifigkeit  $B^\prime$  der Platte ist wie folgt definiert:

$$B' = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \tag{2.8}$$

 $\mu$ entspricht der Querkontraktionszahl und E dem Elastizitätsmodul.

Erfolgt die Anregung durch eine Linienkraft, findet nur eine eindimensionale Wellenausbreitung statt, was sich auf die Biegewellengleichung wie folgt auswirkt:

$$\frac{1}{k_B^4} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - v = \frac{jp}{m''\omega}$$
(2.9)

Der Index  $_B$  weist darauf hin, dass hier Biegewellen betrachtet werden. Gleichung 2.10 zeigt die Berechnung von  $k_B^4$ :

$$k_B^4 = \frac{m''}{B'}\omega^2 \tag{2.10}$$

Die Wellenzahl  $k_B$  ist dabei folgendermaßen definiert:

$$k_B = \frac{2\pi}{\lambda_B} = \frac{\omega}{c_B} \tag{2.11}$$

Die frequenzabhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit und die Wellenlänge der Biegewellen in homogenen Platten lassen sich somit wie folgt berechnen:

$$\lambda_B = 2\pi \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}} \frac{1}{\sqrt{\omega}}$$
(2.12)

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}}\sqrt{w} \tag{2.13}$$

Da in der Praxis meist nur die Materialparameter der Platte gegeben sind und die Biegesteifigkeit nicht direkt bekannt ist, wird nun der Term m''/B' durch die Materialparameter ausgedrückt:

$$\frac{m''}{B'} = \frac{12\rho(1-\mu^2)}{Eh^2} \approx \frac{12\rho}{Eh^2}$$
(2.14)

Da  $\mu^2 \ll 1$ , gilt  $(1 - \mu^2) \approx 1$ . Werden die verbliebenen Materialparameter mit  $c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ zusammengefasst, ergeben sich für die Biegewellenlänge  $\lambda_B$  und die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_B$  der Platte folgende Lösungen:

$$\lambda_B \approx 1,35 \sqrt{\frac{hc_L}{f}} \tag{2.15}$$

$$c_B \approx 1,35\sqrt{hc_L f} \tag{2.16}$$

#### 2.1.4 Freiheitsgrade eines starren Körpers

Ein physikalisches Modell eines nicht verformbaren Körpers mit kontinuierlich ausgedehnten oder diskreten Massen wird als starrer Körper bezeichnet (vgl. [4]). Ein solcher Körper verfügt über maximal sechs Freiheitsgrade, wobei drei davon translatorische und drei rotatorische Freiheitsgrade darstellen (vgl. Abbildung 2.3).

Im Folgenden werden die jeweiligen Freiheitsgrade aufgelistet:

#### Translation:

- 1. Bewegung in x-Richtung (auf/ab)
- 2. Bewegung in y-Richtung (links/rechts)
- 3. Bewegung in z-Richtung (vor/zurück)

#### Rotation:

- 4. Rotation um die x-Achse
- 5. Rotation um die y-Achse
- 6. Rotation um die z-Achse



Abbildung 2.3: Freiheitsgrade eines starren Körpers [5]

#### 2.1.5 Zusammenfassung

Ausgehend von dem Modell eines Einmassenschwingers wurde in Kapitel 2.1 die Bewegungsgleichung für ein schwingfähiges System mit einem Freiheitsgrad aufgestellt. Darauf aufbauend wurde die Biegewellengleichung einer ebenen, isotropen Platte und die Berechnung der Biegewellenlänge hergeleitet, welche für die Diskretisierung einer FE-Simulation benötigt wird.

Die verschiedenen Arten von Übertragungsfunktionen wurden in Abschnitt 2.1.2 erörtert. Diese werden in weiterer Folge zur Bestimmung der äquivalenten Masse und dem Vergleich und der Bewertung von Simulationsergebnissen herangezogen.

Da die Randbedingungen und Einspannungen in der FE-Simulation durch Vorgabe der Freiheitsgrade definiert werden, wurden diese in Abschnitt 2.1.4 aufgeführt.

Nachdem in diesem Unterkapitel das Körperschallverhalten einfacher Strukturen behandelt wurde, kann nun in Kapitel 2.2 auf das Grundmodell der Finite Elemente Methode und deren Voraussetzungen und Grenzen eingegangen werden.

### 2.2 Finite Elemente Methode FEM

Bei der Simulation von physikalischen Strukturen werden diese durch entsprechende Simulationsmodelle beschrieben. Oftmals ist ein physikalisches System bzw. dessen Geometrie zu komplex, um das gesamte Verhalten in einem Schritt erfassen zu können. Die Finite Elemente Methode (FEM) löst dieses Problem, indem die zu berechnende Struktur in einfachere, endlich große Teilelemente zerlegt wird. Diese werden nach der Berechnung wieder zum ursprünglichen System zusammengesetzt und erlauben damit eine Aussage über das physikalische Verhalten des Gesamtsystems. Die FEM stellt somit ein numerisches Verfahren zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen mit Hilfe von Näherungsfunktionen dar.

In den 1950er Jahren wurde die FEM zum ersten Mal in der Luft- und Raumfahrttechnik eingesetzt. In den darauffolgenden Jahren fand sie auch in der Fahrzeugentwicklung erste Anwendungen. Heutzutage stellt die FEM einen festen Bestandteil in der Simulation und Auslegung von einzelnen Bauteilen bis hin zur Simulation kompletter Gebäudekomplexe dar.

#### 2.2.1 Grundlegendes über die Finite Elemente Methode

Will man die Eigenfrequenzen eines physikalischen Systems und damit seine Eigenmoden bestimmen, spricht man von einer Eigenfrequenz-Analyse. Ist jedoch der Wert einer physikalischen Variable (z.B. Schwingschnelle, Beschleunigung, etc.) in Abhängigkeit der Frequenz eines angeregten Systems von Interesse, wird von einer Frequenzbereichsanalyse gesprochen.

Der prinzipielle Ablauf einer FE-Berechnung gliedert sich in folgende Schritte:

- Importieren eines bestehenden Modells bzw. Erstellen einer Geometrie
- Zerlegung des Modells in Finite Elemente (Diskretisierung/Vernetzung)
- Lösung des Modells
- Postprocessing, grafische Darstellung der Ergebnisse

Die bei der FEM zerlegten kleinen, einfach geformten Teile (Finite Elemente) sind über Knoten miteinander verbunden. An diese können äußere Lasten angreifen und Randbedingungen können definiert werden. Diese Vorgehensweise wird Diskretisierung genannt. Auf Grund der hohen Anzahl der Elemente ist auch die Anzahl der Freiheitsgrade sehr groß, was sich auf die Rechenzeit auswirkt. Die Rechenzeit einer FE-Simulation ist damit sowohl von der Anzahl der Finiten Elemente und somit jener der Freiheitsgrade, als auch von den gewünschten Frequenzschritten bzw. dem geforderten Frequenzbereich abhängig.

Um ein FE-Modell simulieren zu können, müssen neben der Geometrie auch die Materialkennwerte (Elastizitätsmodul, Dichte,...) und die Dämpfung (aus Messung oder Berechnung) bekannt sein. Ebenso müssen die Randbedingungen und die äußeren Kräfte bzw. Anregungen korrekt definiert werden. Die Berechnung bzw. die Lösung der FE-Gleichungssysteme wird dem Nutzer von entsprechenden Programmen (z.B. MSC Nastran, Abaqus, COMSOL Multiphysics) abgenommen. Die Wahl der Elemente, mit denen das physikalische Modell dargestellt wird, hängt von der Geometrie (den Abmessungen und der Bauteilart), der Anregung sowie der Simulationsart (Eigenfrequenz- oder Frequenzbereichsanalyse) ab. Weitere wichtige Punkte stellen sowohl die Modellierungszeit und der benötigte Aufwand als auch die zur Verfügung stehende Hardware - und damit verbunden - die Berechnungszeit dar. Prinzipiell gilt: je mehr und je kleiner die Elemente, desto genauer sind die Ergebnisse, aber umso größer ist die Rechenzeit.

#### 2.2.2 Zerlegung eines Modells in Finite Elemente

Zur exakten mathematischen Beschreibung müssten die Teile bei der Zerlegung infinitesimal klein gewählt werden, wozu unendlich viele Elemente nötig wären. Das so entstandene Modell ließe sich durch eine oder mehrere Differentialgleichungen beschreiben. Zur rechnergestützten Lösung ist aufgrund begrenzter Rechenleistung und Zeit eine Diskretisierung des Modells mit einer endlichen Anzahl von Elementen und Knoten nötig. Auch die Differentialgleichungen und Randbedingungen müssen diskretisiert und umgeformt werden, damit diese in endlich vielen Schritten lösbar sind. Die Anzahl der Elemente bzw. die Feinheit der Unterteilung ist dabei so zu wählen, dass alle im Untersuchungsbereich existierenden Eigenschwingungsformen entsprechend dem Abtasttheorem erfasst werden können.

Zur Zerlegung können verschiedene Elemente verwendet werden. Diese unterscheiden sich dabei in Typ, Dimension, Anzahl der Ecken und Ordnung. Die Dimension des Finiten Elements definiert dabei, ob es sich um ein dreidimensionales Gebilde (d=3), eine Kante (d=2) oder eine Randfläche eines dreidimensionalen Elements handelt (d=1). Ein eindimensionales Finites Element hat immer einen Anfangs- und Endpunkt und somit zwei Ecken. Ein Element mit einer Dimension größer 1 besitzt mindestens d+1 Ecken. Knoten stellen dabei infinitesimal kleine Punkte der Dimension 0 dar. Die Anzahl der Knoten ist sowohl von der Ordnung des Elements als auch von der Dimension abhängig (vgl. [6]), die Anzahl der Freiheitsgrade entspricht jener der Freiheitsgrade der physikalischen Größen in den Knoten. In der akustischen Domäne ist die Anzahl der Freiheitsgrade je Knoten gleich 1. Bei Körperschall verfügt jeder Knotenpunkt über 6 Freiheitsgrade (vgl. Kapitel 2.1.4).

Die Anzahl der Elemente und damit die Feinheit der Diskretisierung haben wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der Näherungslösungen. So muss ein Kompromiss zwischen den zur Verfügung stehenden Hardwareressourcen bzw. der Rechenzeit und der Genauigkeit der Resultate gefunden werden. Dazu können bei der Diskretisierung Finite Elemente unterschiedlichster Größe und Art eingesetzt werden. Welche Elemente dabei die beste Wahl darstellen, lässt sich nicht generell sagen und muss für den jeweiligen Anwendungsfall separat betrachtet werden. Die Aufteilung bzw. Vernetzung des Modells unter Beachtung der zur Verfügung stehenden Rechenzeit stellen dabei die größte Herausforderung dar.

Um korrekte Näherungslösungen zu erhalten, muss bei der Diskretisierung auf eine ausreichend feine Vernetzung geachtet werden. So muss das Netz einer akustischen Domäne (z.B. Luftschall) in Schallausbreitungsrichtung durch mehr als zwei Knoten pro Wellenlänge  $\lambda_{B_{min}}$  aufgelöst sein. Bei tieffrequenten Körperschallberechnungen sollte die Wellenlänge der maximal vorkommenden Frequenz durch mindestens sechs Knotenpunkte abgetastet werden (vgl. [7]). Daraus lässt sich auch eine maximale Elementgröße  $h_{max}$  für den interessierten Frequenzbereich ermitteln:

$$h_{max} \le \lambda_{B_{min}}/6 \tag{2.17}$$

#### 2.2.3 Lösung des Modells

Bei der Eigenfrequenz-Analyse des Modells ist die Anzahl der zu ermittelnden Eigenfrequenzen oder eine obere Grenzfrequenz anzugeben. Bei der Frequenzbereichsanalyse wird dagegen der Frequenzbereich, in dem die physikalische Größe (Druck, Beschleunigung, Schnelle,...) an den Knotenpunkten bestimmt werden soll, vorgegeben.

Danach werden anhand der Modenanzahl bzw. des vorgegebenen Frequenzbereichs die Freiheitsgrade in allen Knoten des Modells simultan für jede Frequenz bestimmt. Als nächster Schritt wird durch partielle Integration das Gleichungssystem in die sogenannte schwache Form gebracht und die Randbedingungen mit eingebunden. Anschließend erfolgt die Diskretisierung und Volumszerlegung sowie das Aufstellen und Lösen der FE-Gleichungssysteme. Eine Herleitung bzw. die Gleichungssysteme, die sich je nach Domäne und Lösungsansatz unterscheiden, können in der entsprechenden Literatur (z.B. [8]) nachgeschlagen werden.

Nach der Lösung des Modells lassen sich die ermittelten physikalischen Größen der jeweiligen Knotenpunkte grafisch darstellen. Die meisten Simulationsprogramme interpolieren Werte zwischen den einzelnen Knoten, um damit eine kontinuierliche Darstellung zu erhalten.

#### 2.2.4 Grenzen der FEM

Mit Hilfe der Finite Elemente Methode lassen sich eine Vielzahl unterschiedlicher Simulationen durchführen. Trotzdem oder gerade deswegen müssen bei der FEM folgende Punkte beachtet werden:

Das physikalische Modell muss sich anhand der FE-Methode darstellen lassen und alle benötigten Parameter müssen bekannt sein. Des Weiteren sind eine FE-zugängliche Beschreibung und korrekte Modellierung der Randbedingungen und des zu lösenden Problems gefordert. Dies ist meist nicht exakt bzw. nur mit entsprechender Erfahrung realisierbar. Können diese Forderungen nicht oder nur unzureichend erfüllt werden, sinkt die Genauigkeit der Näherungslösung bzw. muss die Anwendbarkeit der Methode in Frage gestellt werden.

Erfolgt die Berechnung mit Hilfe eines Simulationsprogramms, kann der im Hintergrund ab-

laufende Prozess des Solvers nicht eingesehen werden. Da er somit eine Black Box darstellt, sind die Ergebnisse kritisch auf ihre Richtigkeit bzw. Sinnhaftigkeit zu überprüfen.

Auch mit der heute zur Verfügung stehenden Hardware ist das numerische Verfahren der FEM im Frequenzbereich nach oben begrenzt. Wie bereits in Gleichung 2.17 gezeigt, müssen pro Wellenlänge mindestens sechs Elemente vorhanden sein. Bei großen und komplexeren Modellen stößt man somit recht schnell an Grenzen, da (Rechen-)Zeit in der Wirtschaft einen wichtigen Faktor darstellt.

Damit die FEM sinnvoll eingesetzt werden kann, muss die gesamte Geometrie des Modells bis ins kleinste Detail bekannt sein. Dies ist bei Prototypen oder frühen Entwicklungsstadien nicht immer der Fall. So können geringe Änderungen der Geometrie bereits große Auswirkungen auf die Ergebnisse haben. Daher muss bei jeder Änderung (z.B. eines Prototypen) die Simulation angepasst (Geometriemodellierung, Vernetzung) und neu gestartet werden, was aufgrund der meist langen Rechenzeit oft nicht praktikabel ist.

#### 2.2.5 Zusammenfassung

In Kapitel 2.2 wurde das grundlegende Modell sowie die Voraussetzungen und Grenzen der Finite Elemente Methode erläutert. Dazu wurden die einzelnen Schritte einer FE-Berechnung behandelt und auf die Diskretisierung der Struktur eingegangen.

So kann eine FE-Simulation nur dann angewendet werden, wenn alle Randbedingungen und Eigenschaften des physikalischen Systems bekannt sind. Des Weiteren steigt bei hohen Frequenzen die Anzahl der benötigen Elemente und damit auch der Rechenaufwand. Bereits bei kleinen Änderungen der Geometrie muss die komplette Simulation erneut durchgeführt werden, was wiederum mit großem zeitlichen Aufwand verbunden ist.

Da in frühen Entwicklungsphasen oftmals noch nicht alle Eigenschaften des Systems bekannt sind und meist noch Änderungen in der Geometrie durchgeführt werden, ist eine FE-Simulation nicht immer zielführend. Hier bietet sich der Einsatz der Statistischen Energieanalyse an, welche einen statistischen Ansatz verfolgt. Dieser wird nun in Kapitel 2.3 näher erläutert.

## 2.3 Statistische Energieanalyse SEA

Dieses Kapitel gibt eine Einführung in die Statistische Energieanalyse (SEA), beginnend mit der Entwicklung der Analysemethode. Kapitel 2.3.2 geht näher auf das grundlegende Modell und die Vorgehensweise einer SEA-Analyse ein, während der Abschnitt 2.3.3 einzelne Parameter genauer behandelt. Nach diesem Überblick werden die Voraussetzungen zur Anwendung der Methode definiert (Kapitel 2.3.4) und die angewandten Mittelungen beschrieben (Kapitel 2.3.5).

#### 2.3.1 Entwicklung der SEA

Die Statistische Energieanalyse (SEA) stellt heute die bekannteste auf Energie basierende Analysemethode dar. Der Name *Statistische Energieanalyse* setzt sich dabei wie folgt zusammen: *Statistisch* weist darauf hin, dass bei der SEA statistisch gemittelte Größen (im Gegensatz zum deterministischen Ansatz der FEM) verwendet werden. *Energie* stellt die beschreibende Größe der Methode, aus der sich auch weitere Größen wie zum Beispiel der Schalldruck oder die Schwingschnelle ableiten lassen, dar. *Analyse* soll verdeutlichen, dass es sich bei der SEA um eine Untersuchung schwingungsfähiger Systeme und nicht um eine spezielle Berechnungsart handelt.

Die Entwicklung der SEA kann auf zwei unabhängige Veröffentlichungen von P.W. Smith und R.H. Lyon zurückgeführt werden. Ersterer beschäftigt sich mit der Systemantwort eines Resonators, der mit einem breitbandigen Schallfeld angeregt wurde. Smith erkannte, dass die Resonanz begrenzt wird, sobald die Abstrahldämpfung die innere Dämpfung übersteigt [9]. Lyon dagegen untersucht den Energiefluss zwischen zwei leicht gekoppelten, linearen Oszillatoren, die unabhängig voneinander mit weißem Rauschen angeregt wurden [10]. Dabei entdeckte Lyon, dass der Energieaustausch immer vom Resonator mit höherem Energieniveau zum Resonator mit geringerer Energie stattfindet, bis beide Resonatoren die gleiche Energie besitzen und somit ein energetischer Gleichgewichtszustand eintritt (vgl. Wärmeleitung). Eine Zusammenarbeit von Lyon und Smith liefert die für die SEA wichtige Erkenntnis, dass der Leistungsfluss vom angeregten Schallfeld und dem Resonator erlischt, sobald ein energetischer Gleichgewichtszustand erreicht ist. Lyon nahm sich der Erweiterung auf Systeme mit mehreren Moden an, was schließlich zur ersten Publikation unter dem Namen SEA führte [11].

In den 1960ern wurde die SEA auch erstmals in der Luft- und Raumfahrtindustrie zur Vorhersage von Schwingungen an Raketen eingesetzt. Aufgrund der geringen Anzahl benötigter Parameter konnten bereits in frühen Entwicklungsphasen Probleme erkannt und Schäden an Raketen vorhergesagt werden. In den darauffolgenden Jahren kam die SEA auch bei der Lösung von Schwingungsproblemen von Gebäuden (Bauakustik) und Schiffen (Schifffahrtsindustrie) zum Einsatz. Heute finden sich die SEA und erweiterte Varianten davon in vielen Bereichen, unter anderem auch in der Automobil- und Zulieferindustrie.

#### 2.3.2 Grundlegendes Modell

Das Prinzip der SEA unterscheidet sich grundlegend von jenem der FEM. Aufgrund der statistischen Mittelung haben kleine Änderungen in der Geometrie oder des untersuchten Systems nicht so große Auswirkungen auf die Ergebnisse wie bei der FEM, weshalb die SEA bereits in einem sehr frühen Entwicklungsstand verwendet werden kann. Des Weiteren kann mit viel geringerem Rechenaufwand die Schallausbreitung im Innenraum der Karosserie oder der Fahrgastzelle simuliert werden. Als erster Schritt der SEA wird die Gesamtstruktur in miteinander gekoppelte Subsysteme aufgeteilt (Platten, Kavitäten<sup>1</sup>,...). Danach erfolgt die Berechnung der Energie von jedem Subsystem. Da der Energieerhaltungssatz gilt, lässt sich anhand des Energieflusses zwischen den einzelnen Subsystemen das Verhalten des Systems analysieren. Mit Hilfe der Energie kann anschließend auch der Schalldruck p oder die Schnelle v einer Kavität oder eines Bauteils berechnet werden.



Abbildung 2.4: SEA-Modell zweier gekoppelter Subsysteme

Abbildung 2.4 zeigt als einfachstes SEA-Modell zwei gekoppelte Subsysteme. Besitzen beide Subsysteme unterschiedliche Energien, kommt es zu einem Leistungsfluss. Aufgrund des Energieerhaltungssatzes und der Tatsache, dass die Schwingenergie zeitlich konstant ist, entspricht die gesamte zugeführte Leistung des Subsystems der gesamten abgegebenen bzw. der im Subsystem verbrauchten Leistung. Die Leistungsbilanzen für Subsystem 1 und Subsystem 2 lauten somit:

$$\overline{P_{1,in}} + \overline{P_{21}} = \overline{P_{1,diss}} + \overline{P_{12}} \qquad \overline{P_{2,in}} + \overline{P_{12}} = \overline{P_{2,diss}} + \overline{P_{21}} \qquad (2.18)$$

Hierbei werden die jeweiligen Subsysteme mit  $\overline{P_{1,in}}$  bzw.  $\overline{P_{2,in}}$  angeregt. Der Überstrich soll verdeutlichen, dass es sich dabei um gemittelte Größen handelt.  $\overline{P_{1,diss}}$  und  $\overline{P_{2,diss}}$  stellen die dissipierten Leistungen,  $\overline{P_{12}}$  und  $\overline{P_{21}}$  die Koppelleistungen dar. Die Subsysteme besitzen die Energien  $\overline{E_1}$  und  $\overline{E_2}$  sowie die Modenzahlen  $N_1$  und  $N_2$ . Eine ausführlichere Herleitung lässt sich in der Literatur (z.B. in [11]) nachlesen.

Abbildung 2.5 zeigt den Leistungstransfer zwischen den beiden Subsystemen, wobei jede Mode des ersten mit allen Moden des zweiten Subsystems gekoppelt ist. Des Weiteren wird von einer Anregung mit weißem Rauschen ausgegangen. Damit das Modell Gültigkeit besitzt, müssen alle Moden eines Subsystems über denselben Energiegehalt verfügen. Auch die Dämpfung der Moden eines Subsystem muss in etwa gleich groß und die Anzahl der Moden in einem Frequenzband  $\Delta \omega$ gleich verteilt sein.

 $<sup>^{1}</sup>$  Kavitäten = Hohlräume bzw. Fluid-Blöcke



Abbildung 2.5: Modale Kopplung zweier Subsysteme

Sind diese Voraussetzungen erfüllt, lassen sich die modalen Energien  $\epsilon$  von jedem Subsystem wie folgt berechnen:

$$\epsilon_1 = \overline{E_{i,1}} = \frac{\overline{E_1}}{N_1}$$
 bzw.  $\epsilon_2 = \overline{E_{j,2}} = \frac{\overline{E_2}}{N_2}$  (2.19)

Hierbei repräsentiert  $\overline{E_{i,1}}$  die Energie der Mode *i* von Subsystem 1 und  $\overline{E_{j,2}}$  die Energie der Mode *j* von Subsystem 2.  $\overline{E_1}$  und  $\overline{E_2}$  stellen die Gesamtenergien des jeweiligen Subsystems und  $N_1$  und  $N_2$  die Modenzahlen der Subsysteme dar.

Aus der Anzahl der Moden N und der Breite des Frequenzbandes  $\Delta \omega$  lässt sich die Modendichte n berechnen:

$$n(f) = \frac{N}{\Delta\omega} \tag{2.20}$$

Die Verlustleistung für ein Frequenzband  $\Delta \omega$  mit der Mittenkreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  von Subsystem 1 lautet:

$$\overline{P_{1,diss}} = \omega \eta_1 \overline{E_1} \tag{2.21}$$

 $\eta_1$  stellt dabei den Eigenverlustfaktor des Subsystems dar und lässt sich anhand komplexer Materialmodule wie zum Beispiel des Elastizitätsmoduls <u>E</u> oder des Schubmoduls <u>G</u> berechnen:

$$\eta = \frac{Im(\underline{E})}{Re(\underline{E})} \tag{2.22}$$

$$\underline{E} = E(1+j\eta) \tag{2.23}$$

Wird dagegen die Kopplungsleistung  $\overline{P_{12}}$  berechnet, wird von einem Kopplungsverlustfaktor  $\eta_{12}$  gesprochen:

$$\overline{P_{12}} = \omega \overline{E_1} \eta_{12} \tag{2.24}$$

Über die Modendichte lassen sich die Kopplungsverlustfaktoren der beiden Subsysteme zueinander in Beziehung setzen:

$$n_1\eta_{12} = n_2\eta_{21} \tag{2.25}$$

Der Leistungsfluss zwischen den gekoppelten Subsystemen erfolgt dabei immer vom System mit höherer modaler Energie zu jenem mit geringerer modaler Energie, und lässt sich mit Hilfe des Proportionalitätsfaktors  $g_{12}$  anschreiben:

$$\overline{P_{12}} = g_{12}(\epsilon_1 - \epsilon_2) = g_{12}\left(\frac{\overline{E_1}}{N_1} - \frac{\overline{E_2}}{N_2}\right)$$
(2.26)

Auf Basis dieser Erkenntnisse kann nun ein Gleichungssystem zur Leistungsberechnung zweier gekoppelter Subsysteme aufgestellt werden:

$$\begin{pmatrix} \overline{P_{1,in}} \\ \overline{P_{2,in}} \end{pmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E_1} \\ \overline{E_2} \end{pmatrix}$$
(2.27)

$$\vec{P} = \omega \mathbf{L}\vec{E} \tag{2.28}$$

Die Koppelmatrix **L** und die Spaltenvektoren  $\vec{P}$  und  $\vec{E}$  sind dabei wie folgt definiert:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \eta_{1} + \sum_{i \neq 1}^{n} \eta_{1i} & -\eta_{21} & -\eta_{31} & \cdots & -\eta_{n1} \\ -\eta_{12} & \eta_{2} + \sum_{i \neq 2}^{n} \eta_{2i} & -\eta_{32} & \cdots & -\eta_{n2} \\ -\eta_{13} & -\eta_{23} & \eta_{3} + \sum_{i \neq 3}^{n} \eta_{3i} & \cdots & -\eta_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{1n} & -\eta_{2n} & -\eta_{3n} & \cdots & \eta_{n} + \sum_{i = 1}^{n-1} \eta_{ni} \end{bmatrix}$$
(2.29)

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} \overline{P_{1,in}} \\ \overline{P_{2,in}} \\ \vdots \\ \overline{P_{n,in}} \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{E} = \begin{pmatrix} \overline{E_1} \\ \overline{E_2} \\ \vdots \\ \overline{E_n} \end{pmatrix}$$
(2.30)

Die Hauptdiagonale der Koppelmatrix **L** setzt sich aus den Kopplungs- und den Eigenverlustfaktoren zusammen, während abseits der Hauptdiagonale nur Erstere stehen. Diese Gleichung lässt sich für eine beliebige Anzahl von gekoppelten Subsystemen erweitern. Da normalerweise nicht jedes Subsystem angeregt wird und auch nicht alle Subsysteme aneinandergrenzen, sind in der Koppelmatrix und im Leistungsvektor viele Elemente gleich Null.

#### 2.3.3 Parameter der SEA

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Größen der Statistischen Energieanalyse genauer erläutert.

#### Energie

Wie bereits der Name Statistische Energieanalyse verrät, stellt die Energie die wichtigste Beschreibungsgröße der SEA dar. So ist es durch Aufstellen von Energieflussbilanzen zwischen den einzelnen Subsystemen möglich, das untersuchte System zu beschreiben. Des Weiteren erlaubt die Wahl der Energie als Hauptvariable eine Beschreibung von Luft- und Körperschall anhand der gleichen Größe. Wie auch die restlichen Parameter der SEA stellt die Energie eine räumlich und spektral gemittelte Größe dar.

In der Praxis werden im Normalfall nicht die Energie, sondern Beschleunigungen, Schwingschnellen und Schalldrücke gemessen. Auch bei der Auswertung der SEA-Simulation stellt meist der Schalldruck die verwertbarste Größe dar. Der Zusammenhang zwischen der Energie und den erwähnten Größen lässt sich wie folgt herstellen:

Die durch Körperschall bedingte Energie setzt sich aus kinetischer und potentieller Energie zusammen. Eine Messung der kinetischen Energie erfolgt dabei mit Beschleunigungssensoren. Die potentielle Energie lässt sich mit Dehnmessstreifen messtechnisch erfassen. In der Praxis wird aufgrund des hohen Aufwands meist nur die kinetische Energie bestimmt und die Gesamtenergie nur durch Terme der kinetischen Energie dargestellt. Spektral gesehen sind kinetische und potentielle Energie bei der Resonanzfrequenz gleich groß. Unterhalb der Resonanzfrequenz dominiert die potentielle und darüber die kinetische Energie. Aufgrund der Mittelungen der SEA wird angenommen, dass beide gemittelten Energien in etwa gleich groß sind ( $\overline{E_{kin}} \approx \overline{E_{pot}}$ ).

Nach der messtechnischen Erfassung der Beschleunigungen kann durch Integration die Schnelle an den entsprechenden Positionen bestimmt werden. Mit Hilfe einer räumlichen Mittelung der quadrierten Teilschnellen  $v^2$  und der Teilmassen  $\delta M_i$  des Systems kann die Energie eines Subsystems bestimmt werden:

$$\overline{E} = \int_{A} \rho v^2 dA \cong \delta M_1 v_1^2 + \delta M_2 v_2^2 + \dots + \delta M_N v_N^2$$
(2.31)

Die Schwingenergie  $\overline{E}$  kann nun wie folgt beschrieben werden:

$$\overline{E} = \overline{E_{kin}} + \overline{E_{pot}} \cong 2\overline{E_{kin}} = M \langle v^2 \rangle$$
(2.32)

 $\langle v^2 \rangle$ stellt das Quadrat der zeitlich und räumlich gemittelten Schnelle dar. Aufgrund der Beziehungen

$$\langle p \rangle = \rho c \langle v \rangle$$
 und  $V = \frac{M}{\rho}$  (2.33)

mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c des Mediums lässt sich die Energie für *akustische Sub*systeme (Kavitäten) mit Hilfe des Schalldrucks wie nachstehend beschreiben:

$$\overline{E} = \frac{V\langle p^2 \rangle}{\rho c^2} \tag{2.34}$$

Auch hier stellt der Schalldruck  $\langle p^2 \rangle$  eine zeitlich und räumlich gemittelte Größe dar.

#### Modale Dichte

Die Anzahl der Moden in einem Frequenzband stellt eine wichtige Voraussetzung für die Gültigkeit der SEA dar (siehe auch Kapitel 2.3.4). Unter modaler Dichte wird dabei die Anzahl der Moden N (Eigenfrequenzen) einer Struktur oder Kavität in einem bestimmten Frequenzband  $d\omega$ verstanden.

$$n(\omega) = \frac{dN}{d\omega} \tag{2.35}$$

In der Praxis kommen meist Terz- oder Oktavbänder zum Einsatz, es können aber auch andere Bandbreiten gewählt werden.

#### Dämpfungs- bzw. Eigenverlustfaktor

Der Dämpfungs- bzw. Eigenverlustfaktor  $\eta_i$  eines Subsystems gibt an, wie viel Energie in diesem Subsystem dissipiert wird. Er ist durch folgende Gleichung definiert:

$$\eta_i = \frac{\overline{P_{i,diss}}}{\omega \overline{E_i}} \tag{2.36}$$

In der Praxis wird der Dämpfungsverlustfaktor meist messtechnisch bestimmt, da Informationen diesbezüglich oft unzureichend oder ungenau sind. Die messtechnische Bestimmung des Dämpfungsverlustfaktors kann dabei mit Hilfe von drei Methoden erfolgen:

- der Abklingrate,
- der Halbwertsbreite oder
- der Leistungsbilanzmethode

Darauf wird in der Literatur [12] näher eingegangen.

#### Kopplungsverlustfaktoren

Die Kopplungsverlustfaktoren beschreiben, wie viel Energie in andere Subsysteme abgegeben wird und geben damit Auskunft über die Stärke der Kopplung zweier Subsysteme. Je nach Art des Subsystems (Kavitäten, Platten, ...) und seiner Kopplung werden die Kopplungsverlustfaktoren unterschiedlich berechnet. Dies wird in der Dissertation von E. Sarradj [13] behandelt.

#### Äquivalente Masse und äquivalentes Volumen

Um die Energie eines Subsystems aus dem Schalldruck oder der Schnelle zu berechnen, wird die Masse bzw. das Volumen des Subsystems benötigt (siehe Gleichung 2.32 und 2.34). Für einfache isotrope Strukturen mit simpler Geometrie (konstante Dicke, etc.) lassen sich diese für gewöhnlich auch ausreichend genau bestimmen. Bei komplexeren Strukturen kann der Zusammenhang zwischen Subsystemenergie und der Schwingschnelle nicht mehr über die physikalische Masse hergestellt werden und Gleichung 2.32 ist nicht mehr gültig. Aus diesem Grund wird die reale durch die äquivalente Masse ersetzt. Letztere und das äquivalente Volumen stellen somit Korrekturfaktoren dar.

Angelehnt an Gleichung 2.24 lässt sich die eingespeiste Leistung eines Subsystems mit Hilfe der äquivalenten Masse  $M_{eq}$  wie folgt berechnen:

$$\overline{P_{in}} = \omega \overline{E} \eta_i = \omega M_{eq} \langle v^2 \rangle \eta_i \tag{2.37}$$

Aus Gleichung 2.37 lässt sich eine Definition der äquivalenten Masse ableiten:

$$M_{eq} = \frac{\overline{P_{in}}}{\omega \eta_i \langle v^2 \rangle} \tag{2.38}$$

Für die Mittelung der Schwingschnelle sind genügend Schnellewerte von verschiedenen Positionen der Struktur nötig, da ansonsten  $\langle v^2 \rangle$  aufgrund zufälliger Variationen verfälscht wird. Wird diese Bedingung nicht erfüllt, wird auch die äquivalente Masse unzureichend bestimmt. Des Weiteren weist ein Großteil der in der Praxis vorkommenden Strukturen keine konstante Dicke auf (z.B. Autotür, Zylinderblock, etc.), was bei der Messung meist nicht berücksichtigt werden kann. Auch dies führt zu Abweichungen der äquivalenten Masse.

Wird ein einzelnes Subsystem betrachtet, lässt sich die äquivalente Masse auch vom Verlustfaktor ableiten:

$$\eta_i = \frac{\overline{P_{diss}}}{\omega \overline{E}} = \frac{\overline{P_{diss}}}{\omega M_{eq} \langle v^2 \rangle} = \frac{13,82}{\omega T_{60}}$$
(2.39)

 $T_{60}$  stellt dabei die frequenz- und räumlich gemittelte Nachhallzeit des Subsystems dar.

$$M_{eq} = \frac{\overline{P_{diss}}T_{60}}{13,82\langle v^2 \rangle} \tag{2.40}$$

Bei dieser Definition der äquivalenten Masse erweist sich die Messung der Nachhallzeit  $T_{60}$  als größte Herausforderung. Dies ist in vielen Fällen dem Auftreten mehrerer dominanter Moden in einem Frequenzband zuzuschreiben (vgl. [1]).

In dieser Arbeit kommt zur Berechnung der äquivalenten Masse eine Matlab-Toolbox von Magna Steyr Fahrzeugtechnik zum Einsatz, die auf die Ausführungen von T. Eggner [14] aufbaut. Hierbei wird die äquivalente Masse anhand der Abklingrate  $\beta_i$  des Subsystems ermittelt. Eine Herleitung sowie die Bestimmung der Abklingrate kann bei Eggner [14], Kapitel 3.3.2, nachgelesen werden.

$$M_{eq} = \frac{1}{\beta_i \left\langle \frac{\langle v^2 \rangle}{\overline{P_i}} \right\rangle} \tag{2.41}$$

$$V_{eq} = \frac{\rho c^2}{\beta_i \left\langle \frac{\langle p^2 \rangle}{\overline{P_i}} \right\rangle} \tag{2.42}$$

#### 2.3.4 Voraussetzungen und Grenzen der SEA

Die in Kapitel 2.3.2 und 2.3.3 aufgestellten Gleichungen und Annahmen sind nur unter folgenden Voraussetzungen gültig:

- Um die SEA anwenden zu können, wird *Linearität* des untersuchten Systems vorausgesetzt. Diese Bedingung kann in den meisten Fällen als ausreichend erfüllt angesehen werden.
- Um eine Leistungsbilanz entsprechend Gleichung 2.18 aufstellen zu können, wird von einer verlustfreien Kopplung ausgegangen. Diese liegt in der Realität aufgrund von Energieverlusten (z.B. durch Reibung) meist nicht vor. Solange aber die Energieverluste im Vergleich

zur Kopplungsverlustleistung gering sind, können diese vernachlässigt werden.

- Neben einer *verlustfreien* ist auch eine *schwache Kopplung* der Subsysteme zum Aufstellen der Leistungsbilanz gefordert. Diese bedingt, dass die modale Energie des angeregten Subsystems deutlich größer als die der anderen Subsysteme ist. Diese Prämisse stellt auch die wichtigste Regel bei der Aufteilung einer Struktur in Subsysteme dar. Tritt zwischen zwei Subsystemen eine starke Kopplung auf, sind diese zu einem einzigen zusammenzufassen.
- Eine weitere Grundvoraussetzung stellt die Forderung nach *steifigkeitsproportionaler Dämpfung* dar. Auch diese Bedingung ist in den meisten Fällen ausreichend erfüllt.
- Um aus den berechneten Energien der Subsysteme den Schalldruck oder die Schwingschnelle bestimmen zu können, wird *Homogenität* des durch ein Subsystem dargestellten Strukturteils gefordert, da sich ansonsten keine allgemein gültigen Beziehungen zwischen Energie und den Bewegungsgrößen ableiten lassen.
- Um den Energieaustausch zwischen gekoppelten Subsystemen untersuchen und einen Zusammenhang zwischen Energie und Verlustleistung herstellen zu können, ist ein *zeitlich stationärer Schwingvorgang* nötig bzw. dürfen sich Energie und Leistung nur sehr langsam ändern, damit adäquate Näherungsergebnisse erzielt werden.
- Da es sich bei der SEA um ein statistisches Verfahren handelt, steigt die Genauigkeit mit der Anzahl der gemittelten Werte. Im betrachteten Frequenzband (meist Terz- oder Oktavband) sollten sich daher mindestens drei Moden befinden [15]. Mit der Forderung einer *hohen Modendichte* lässt sich auch die untere Grenzfrequenz der SEA bestimmen.
- Die Anregung des Systems sollte unkorreliert, stationär und ergodisch sein, damit sichergestellt werden kann, dass zeitliche und statistische Betrachtungen die gleichen Ergebnisse liefern.

#### 2.3.5 Mittelungen in der SEA

Da es sich bei der SEA um ein statistisches Verfahren handelt, kommen Mittelungen zum Einsatz. Diese finden in der Zeit- und Frequenzdomäne sowie räumlich statt.

- Räumliche Mittelung: Bei der SEA werden die Energien, Leistungen und Bewegungsgrößen pro Subsystem bestimmt.
- Mittelung über die Frequenz: Wie in Kapitel 2.3.4 gezeigt, muss auf die Modendichte pro Frequenzband geachtet werden. Die am meisten zum Einsatz kommenden Frequenzmittelungen finden dabei über Terz- und Oktavbänder statt, es kann aber auch jede andere beliebige Bandbreite zum Einsatz kommen.
- Mittelung über die Zeit: Da bei der SEA meist stationäre, breitbandige Signale zum Einsatz kommen, stellt diese Mittelwertbildung keine Einschränkung der Anwendbarkeit dar.

#### 2.3.6 Zusammenfassung

In Kapitel 2.3 wurden die theoretischen Grundlagen der Statistischen Energieanalyse behandelt. Beginnend mit der Entwicklung der Analysemethode wurde danach auf das Grundmodell und die einzelnen Parameter eingegangen.

Für eine Reallastsimulation von SEA-Gesamtfahrzeugmodellen sind messtechnisch ermittelte Daten notwendig, da die Anregequelle selbst noch nicht simuliert werden kann. Eine Messung ist meist mit großem Aufwand verbunden und kann nicht immer durchgeführt werden. Des Weiteren kann die messtechnische Erfassung erst in einem späteren Entwicklungsstand erfolgen, da dazu ein Prototyp des Fahrzeugs nötig ist. Alternativ kann eine frühere Festlegung der SEA-Parameter mit Hilfe von FE-Simulationen erfolgen.

In Kapitel 3 wird nun eine solche FE-Simulation mittels COMSOL Multiphysics aufgesetzt und Prinzipuntersuchungen an einer ebenen, isotropen Platte durchgeführt.

# 3

# Prinzipuntersuchung an einer ebenen Platte

Das Modell der Biegeschwingungen einer ebenen Platte (Kapitel 2.1.3) kann als wichtige Grundlage für vibro-akustische Untersuchungen im Bereich der Fahrzeug- und Maschinenakustik angesehen werden. Dies rührt daher, dass in Fahrzeugen viele Strukturen vorkommen, die durch rechteckige, ebene Platten simuliert werden oder sich in erster Näherung als Modell eines dünnwandigen, quaderförmigen Kastens beschreiben lassen, dessen Wände aus rechteckigen Platten bestehen. Aus diesem Grund wird in Kapitel 3 das Schwingverhalten einer ebenen, isotropen Platte untersucht, um den Einfluss der Materialeigenschaften sowie der Wahl der Auswertebzw. Messpunkte qualitativ ermitteln und überprüfen zu können.

Der erste Teil beschäftigt sich dabei mit den Auswirkungen der einzelnen Simulationsparameter auf die Berechnungsergebnisse. Dies soll Aufschluss darüber geben, welche Parameter für eine Simulation wichtig sind und welchen Einfluss diese haben bzw. was bei einer Simulation und Messung zu beachten ist.

Dazu werden FE-Simulationen der ebenen Platte in COMSOL Multiphysics durchgeführt und Schwingschnellen sowie Beschleunigungen an verschiedenen Auswertepunkten ermittelt und exportiert. Die Auswertung und Analyse der Daten erfolgt danach in Matlab. Hier werden die FRFs, die äquivalente Masse sowie die eingespeiste Leistung berechnet und verglichen. Die Berechnung der äquivalenten Masse erfolgt dabei mit Hilfe der MSF-Toolbox <sup>2</sup>.

Als weiterer Schritt werden die ermittelten Werte in eine SEA-Simulation in VA One eingebunden, um auch hier die eingespeiste Leistung berechnen und mit den bereits vorhandenen Werten vergleichen zu können. Die Vorgehensweise ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Magna Steyr Fahrzeugtechnik Matlab Toolbox nach [14].



Abbildung 3.1: Einzelne Schritte und Vorgehensweise der Simulation und Auswertung

## 3.1 Plattendefinition

Für die Simulation wurde eine ebene, isotrope Platte aus Stahl (Abbildung 3.2) in COMSOL Multiphysics mit den Abmessungen  $0.6 \ge 0.4 \ge 0.001 \text{ m}$  (Tabelle 3.1) und den in Tabelle 3.2 definierten Eigenschaften erstellt.



Abbildung 3.2: In COMSOL Multiphysics konstruierte Platte

Abmessungen		
Länge $l$	$0,6\mathrm{m}$	
Breite $b$	$0,4\mathrm{m}$	
Dicke $d$	$0{,}001\mathrm{m}$	

Tabelle 3.1: Abmessungen der Platte

Tabelle 3.2: Materialeigenschaften der Platte (	Stahl	,
---	-------	---

Materialeigenschaften	
Elastizitätsmodul $E$	$2{,}0\mathrm{e}11\mathrm{Pa}$
Querkontraktionszahl $\mu$	$0,\!33$
Dichte $\rho$	$7850\mathrm{kg/m^3}$
Scherfaktor $S_f$	1,2
Verlustfaktor $\eta_s$	0,01
Thermischer Ausdehnungskoeffizient $\alpha$	$1,\!2\text{e-}51/\mathrm{K}$
Masse $m$	1,884 kg

Die nachfolgenden Simulationen wurden, sofern nicht anders angegeben, bei freien Randbedingungen (kein Freiheitsgrad gesperrt) durchgeführt. Die Ergebnisse wurden dabei für einen Frequenzbereich von 1-2000 Hz berechnet. Die Anregung der Platte erfolgte an jeweils einem Punkt mit einer Kraft von 1 N (konstant über den gesamten Frequenzbereich).

## 3.2 Bestimmung der Eigenfrequenzen

Ausgehend von der in Kapitel 2.1.3 eingeführten Bewegungsgleichung (Gleichung 2.6) lassen sich die Moden einer ebenen, isotropen Platte berechnen. Je nach Einspannung sind dabei die entsprechenden Randbedingungen bei der Lösung der Gleichung zu beachten. Den mathematisch einfachsten Fall stellt dabei eine frei gestützte, drehend gelagerte Platte dar. Die Herleitung sowie eine Behandlung weiterer Einspannungsarten können in [16] nachgeschlagen werden.

Die Eigenkreisfrequenzen der Ordnungen m und n lassen sich für eine frei gestützte Platte wie folgt berechnen:

$$\omega_{m,n} = \pi^2 \left[ \left(\frac{m}{l}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \sqrt{\frac{B}{\rho h}}$$
(3.1)

Die Eigenfrequenzen der Platte hängen somit neben der Länge l und der Breite b vor allem vom Steifigkeitsterm B sowie der Massenbelegung  $\rho h$  ab.
Die ersten 12 Eigenfrequenzen der in Kapitel 3.2 definierten Platte sind in Tabelle 3.3 angeführt. In Abbildung 3.3 sind die Schwingformen der Platte sowie die FRF bis 200 Hz dargestellt.

Modennummer	<b>Ordnung</b> $m$	<b>Ordnung</b> n	Eigenkreisfrequenz	Eigenfrequenz
1	1	1	$137,5 \ {\rm s}^{-1}$	21,9 Hz
2	2	1	$264.5 \ {\rm s}^{-1}$	42,1 Hz
3	1	2	$423,2 \text{ s}^{-1}$	67,4 Hz
4	3	1	$476,1 \text{ s}^{-1}$	75,8 Hz
5	2	2	$550,1 \ {\rm s}^{-1}$	87,6 Hz
6	3	2	$761,7 \text{ s}^{-1}$	121,2 Hz
7	4	1	$772,3 \text{ s}^{-1}$	122,9 Hz
8	1	3	$899,3 \text{ s}^{-1}$	143,1 Hz
9	2	3	$1026,2 \text{ s}^{-1}$	163,3 Hz
10	4	2	$1057,9 \text{ s}^{-1}$	168,4 Hz
11	5	1	$1153,0 \text{ s}^{-1}$	183,5 Hz
12	3	3	$1237,8 \text{ s}^{-1}$	197,0 Hz

Tabelle 3.3: Die ersten 12 Eigenfrequenzen der frei gestützten Platte nach aufsteigender Frequenz sortiert

Frequency Response Function



Abbildung 3.3: Die Schwingformen und Moden der Platte bis 200 Hz

Die Modenfrequenzen wurden dabei mittels Gleichung 3.1 als auch per FE-Simulation ermittelt wobei beide Berechnungsmethoden die gleichen Ergebnisse lieferten. Auf die für die FE-Simulation benötigte Vernetzung der Platte wird in Kapitel 3.3 näher eingegangen.

# 3.3 Vernetzung

Nach dem Import oder dem Erstellen einer Geometrie muss als nächster Schritt einer FE-Simulation die Vernetzung bzw. Diskretisierung erfolgen. Die in Kapitel 3.1 beschriebene Platte wurde dazu in COMSOL Multiphysics erstellt und muss nun entsprechend den Abmessungen und dem Frequenzbereich vernetzt werden. Dazu wird auf die bereits in Kapitel 2.1.3 behandelte Theorie der Biegeschwingungen zurückgegriffen, um die maximal zulässige Elementgröße zu ermitteln.

In Kapitel 3.3.2 wird zudem auf die in COMSOL Multiphysics vorhandenen Vernetzungsparameter eingegangen und festgehalten, welche Werte bei der Vernetzung zum Einsatz kamen.

#### 3.3.1 Berechnung der Wellenlänge

Um eine ausreichend genaue Vernetzung gewährleisten zu können, müssen mindestens sechs Elemente pro Wellenlänge vorhanden sein (Gleichung 2.17). Die minimale Biegewellenlänge  $\lambda_{B_{min}}$ der Platte kann dazu mit den in Kapitel 2.1.3 aufgestellten Gleichungen für die maximale Frequenz von 2 kHz berechnet werden.

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{2e^{11} Pa}{7850 \, kg/m^3}} = 5047, 55 \, m/s \tag{3.2}$$

$$\lambda_{B_{min}} \approx 1.35 \sqrt{\frac{h \cdot c_L}{f}} = 1.35 \sqrt{\frac{0.001 \, m \cdot 5047, 55 \, m/s}{2000 \, Hz}} = 6.8 \, cm \tag{3.3}$$

Die maximale Elementgröße muss daher kleiner als 1,13 cm sein. Für die Vernetzung wurde eine maximale Elementgröße von 1 cm gewählt.

#### 3.3.2 Vernetzung in COMSOL Multiphysics

Neben bereits vordefinierten Vernetzungseinstellungen (von *extra fine* über *normal* bis hin zu *ex-tremely coarse*) können im Structural Mechanics Modul [17] von COMSOL Multiphysics folgende Vernetzungsparameter verändert werden:

• Der Parameter maximum element size definiert die maximale Größe eines Elements und

stellt somit einen wichtigen Parameter bei der Vernetzung dar. Davon hängt auch die obere Grenzfrequenz der FE-Simulation ab.

- Anstelle der maximalen Elementgröße kann auch der *maximum element size scaling factor* verwendet werden. In diesem Fall wird ein Zehntel der maximal im Modell vorkommenden Distanz mit dem Scaling Faktor multipliziert. Der Defaultwert beträgt 1.
- Die *element growth rate* oder Wachstumsrate gibt an, mit welcher Rate an kleine Elemente angrenzende größere Elemente wachsen dürfen. Bei dem Defaultwert von 1,5 können benachbarte Elemente somit um 50 % größer sein.
- Der *mesh curvature factor* oder Krümmungsfaktor der Vernetzung definiert die Größe von Randelementen bezogen auf die Krümmung der Ränder. Multipliziert man den Krümmungsradius mit dem Krümmungsfaktor, erhält man die maximal erlaubte Elementgröße entlang der Begrenzungen. Je kleiner dieser Faktor ist, desto feiner ist die Vernetzung an gekrümmten Rändern. Der Defaultwert beträgt 0,6.
- Der Parameter *mesh curvature cutoff* verhindert die Bildung von vielen Elementen entlang kleinen, gebogenen Teilen der Geometrie. Dieser Faktor besitzt einen Defaultwert von 0,03 und muss positiv sein.
- Die *resolution of narrow regions* bzw. Auflösung von schmalen Regionen gibt an, wie viele Elementschichten in einer schmalen Region für die Vernetzung erstellt werden. Dieser Wert muss größer 0 sein.

Entsprechend der in Kapitel 3.3.1 berechneten maximalen Elementgröße wurde die Vernetzung mit den in Tabelle 3.4 angeführten Werten durchgeführt. Da in Betracht gezogen wurde, mit HyperMesh weitere Geometrien zu erzeugen und diese in COMSOL Multiphysics zu simulieren, wurden die zum Datenaustausch zur Verfügung stehenden Formate verglichen. Hier bietet sich das STL<sup>3</sup>-Format, das eine Vernetzung mit Dreiecken bzw. Tetraedern voraussetzt, an. Aus diesem Grund erfolgte die Vernetzung mit Dreiecken bzw. Tetraedern erster Ordnung.

Maximum element size	$0,\!01$
Maximum element scaling factor	0,8
Element growth rate	$1,\!45$
Mesh curvature factor	0,2
Mesh curvature cutoff	0,019
Resolution of narrow regions	1

Tabelle 3.4: Verwendete Vernetzungseinstellungen

Entsprechend dieser Parameter kamen bei der Vernetzung insgesamt 8648 Elemente zum Einsatz. Die Rechenzeit mit den zur Verfügung stehenden Ressourcen betrug dabei etwa eine Stunde.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Surface Tesselation Language: Beschreibung einer Fläche durch Dreiecke; stellt eine Standardschnittstelle vieler CAD-Systeme dar.



Abbildung 3.4: Vernetzte Platte

## 3.4 Wahl der Auswerte- bzw. Messpunkte

Nach Bestimmung der Vernetzungseigenschaften wird hier die Anzahl und Position der Auswerteund Anregepunkte untersucht. Da von der Anzahl der Knoten- bzw. Auswertepunkte auch die Berechnungsdauer abhängt, wurde versucht einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand bzw. -zeit zu finden.

Prinzipiell werden für jeden Knotenpunkt des Netzes alle physikalischen Größen berechnet. Um diese Werte für die weitere Verarbeitung in Matlab exportieren zu können, müssen an den gewünschten Positionen jedoch Punkte definiert werden.

In diesem Kapitel wird zuerst der Einfluss der Eckpunkte untersucht, da diese zur Konstruktion der Platte benötigt werden. Als Nächstes werden die Anzahl und Position der restlichen Auswertepunkte behandelt, um festzustellen, welchen Einfluss eine unterschiedliche Anzahl von Auswertepunkte auf das Ergebnis hat. Diese Untersuchung ist von besonderem Interesse, da sich bei Messungen mit Beschleunigungssensoren etc. nur eine begrenzte Anzahl von Messpunkten realisieren lässt. Dies wird darauf zurückgeführt, dass in der Praxis die untersuchte Struktur meist nur an bestimmten Stellen zugänglich ist und zu viele Sensoren auch das Schwingverhalten beeinflussen. Im letzten Abschnitt wird die Position des Anregepunktes behandelt.

Zur Simulation wurden auf der Platte 94 Auswertepunkte definiert, wobei vier davon den Eckpunkten entsprechen (siehe Abbildung 3.5). Die Anregung erfolgt jeweils an einem einzigen Punkt, dessen Position in weiterer Folge variiert wird. Bei all diesen Simulationen wurde als Randbedingung eine freie bzw. keine Einspannung gewählt.

Die Auswertung und der Vergleich der Simulationsergebnisse erfolgen dabei in Matlab. Zu diesem Zweck wurde eine Routine zum Darstellen der Ergebnisse sowie zur Berechnung der äquivalenten Masse und der Leistung erstellt. Um Punkte verschiedener Simulationen vergleichen zu können, wurde eine Punkt-Such-Routine, die anhand der Koordinaten die Daten gewünschter Punkte filtert, implementiert.



Abbildung 3.5: Punkteverteilung der Platte

#### 3.4.1 Einfluss der Eckpunkte

In diesem Abschnitt gilt es zu untersuchen, welchen Einfluss die Eckpunkte auf die Ergebnisse haben. Dazu werden nun für eine verschiedene Anzahl von Auswertepunkten, jeweils einmal inklusive und einmal exklusive Eckpunkte, die untersuchten Größen bestimmt. Die Ergebnisse werden verglichen, um den Einfluss der Eckpunkte in Abhängigkeit zu den restlichen Auswertepunkten feststellen zu können. So wurden jeweils 6, 11, 21, 41 und 90 Punkte (ohne Eckpunkte) und die gleichen inklusive Eckpunkte (10, 15, 25, 45 und alle 94 Punkte) zum Vergleich gewählt. Die Position der jeweiligen Punktmengen ist in Abbildung 3.6 dargestellt.



Abbildung 3.6: Punktmengen der Platte: 5 Punkte (rot) + 5 Punkte (violett) + 10 Punkte (blau) + 20 Punkte (gelb) + 49 Punkte (grün) ergeben 89 Punkte. Die 4 Eckpunkte und der Anregepunkt sind schwarz dargestellt.

Die gemittelten FRFs der unterschiedlichen Punktmengen sind in Abbildung 3.7 ersichtlich.



Abbildung 3.7: Gemittelte FRFs der verschiedenen Punktmengen

Hier zeigt sich deutlich, dass die Beschleunigungspegel an den Eckpunkten bei freier Einspannung signifikant höher sind als auf dem Rest der Platte. Da nur eine endliche Anzahl von Auswertepunkten zum Einsatz kommt, verfälschen diese Werte die Mittelung. Dies wird auch durch einen Blick auf die gemittelten FRFs der Platte verdeutlicht. So fällt bei einer geringeren Anzahl von Punkten (Abbildung 3.8) der Fehler (rote Fläche zwischen den Kurven) viel größer aus, als wenn mehr Punkte für die Mittelung herangezogen werden (Abbildung 3.9).



Der höhere Pegel an den Eckpunkten bzw. am Rand der Platte lässt sich durch die freie Einspannung erklären, da hier der Widerstand geringer ist. Auch bei anderen Einspannungen werden die Ergebnisse verfälscht. So sind bei einer festen Einspannung (alle Freiheitsgrade gesperrt) die Beschleunigungen und Geschwindigkeiten an den Ecken und Rändern gleich null. Aus diesem Grund ist darauf zu achten, so viele Auswertepunkte wie möglich auf der Platte zu haben. Da dies in der Simulation mit hohem Aufwand verbunden und bei der Messung meistens gar nicht möglich ist (begrenzte Anzahl von Sensoren, wenig Platz, schlecht zugänglich, Beeinflussung des Schwingverhaltens aufgrund gesteigerter Masse, etc.), sind die Eckpunkte in der Simulation sowie bei der Messung außer Acht zu lassen. Es kann festgehalten werden, dass bei einer endlichen Anzahl von Auswertepunkten die Eckpunkte vernachlässigt werden sollen. In der vorliegenden Arbeit werden die Eckpunkte bei den Auswertungen nicht verwendet.

Auch bei der Berechnung der äquivalenten Masse zeigt sich ein ähnliches Bild. Da die äquivalente Masse einer ebenen, isotropen Platte der physikalischen Masse entspricht, sollten die berechneten Werte mit der realen Masse übereinstimmen. Auch hier lässt sich der durch Einbeziehung der Eckpunkte bedingte Fehler erkennen (Abbildung 3.10). Werden die Eckpunkte außer Acht gelassen, zeigen sich nur geringe Unterschiede der äquivalenten Massen.



Abbildung 3.10: Äquivalente Masse der Platte

#### 3.4.2 Anzahl und Position der Auswertepunkte

In diesem Abschnitt wird untersucht, wie viele Auswerte- bzw. Messpunkte bei der ebenen Platte für eine robuste Bestimmung der äquivalenten Masse nötig sind. Des Weiteren wird analysiert, wie sich eine geringere Anzahl von Punkten auf die Ergebnisse auswirkt. Die Positionen der Auswertepunkte entsprechen jenen, die im vorigen Kapitel angeführt sind (Abbildung 3.6).

In Abbildung 3.11 sind die aus 6, 11, 21, 41 und 90 Auswertepunkten gemittelten FRFs gegenübergestellt. Die Amplituden der aus 6 Auswertepunkten gemittelten FRF weichen teilweise stark von den anderen Kurven ab. Diese weisen trotz der teils deutlich unterschiedlichen Punktanzahl nur geringe Unterschiede auf. Auch die äquivalenten Massen zeigen ab einer Terzbandmittenfrequenz von 315 Hz einen ähnlichen Verlauf (Abbildung 3.12).



Abbildung 3.11: Gemittelte FRFs der unterschiedlichen Punktmengen



Terzbanddarstellung äquivalenter Masse

Abbildung 3.12: Äquivalente Massen bei unterschiedlicher Anzahl von Auswertepunkten

Da bei der Wahl der Auswertepositionen auf eine gleichmäßige Verteilung geachtet wurde, diese in der Praxis aber nicht immer möglich ist, werden nun noch fünf Fälle mit jeweils 6 Auswertepunkten verglichen. Die jeweiligen Auswertepositionen sind in Abbildung 3.13 dargestellt.

Die hier gewählten Punkte stellen Sonderfälle dar, da sich die Positionen z.B. genau um den Anregepunkt oder nur am Rand befinden. Werden die gemittelten FRFs der verschiedenen Punktmengen miteinander verglichen (Abbildung 3.14), zeigen sich teils deutliche Unterschiede. Auch bei der äquivalenten Masse lassen sich große Differenzen festmachen (Abbildung 3.15).



Abbildung 3.13: Position der jeweils sechs Auswertepunkte; blau: Anregepunkt und sechster Auswertepunkt aller Punktmengen



Abbildung 3.14: Vergleich der gemittelten FRFs von jeweils sechs Auswertepunkten

Es lässt sich festhalten, dass eine Erhöhung der Punktanzahl zu genaueren Ergebnissen führt. Des Weiteren zeigt die Positionierung bei einer geringen Anzahl von Auswertepunkten großen Einfluss. Für eine robuste Bestimmung der äquivalenten Masse ist daher eine gewisse Anzahl an Auswertepunkten nötig. Aus diesem Grund wird nun versucht, diese Masse zu ermitteln.



Terzbanddarstellung äquivalenter Masse

Abbildung 3.15: Vergleich der äquivalenten Massen von jeweils sechs Auswertepunkten

Dazu werden jeweils fünf Punktmengen mit gleicher Anzahl an Auswertepunkten, aber unterschiedlichen Positionen gewählt und die daraus bestimmten FRFs und äquivalenten Massen verglichen. Die Punktauswahl erfolgt dabei zufällig. Als weitere Referenz werden die mit Hilfe von 90 Auswertepunkten ermittelten Ergebnisse herangezogen. Als Ausgangswert werden jeweils 6 neue Auswertepunkte pro Punktmenge gewählt und die Ergebnisse verglichen. Auch durch Neupositionierung der Punkte lässt sich die äquivalente Masse nicht verlässlich bestimmen, weshalb im Folgenden die Anzahl der Auswertepunkte pro Punktmenge sukzessive um einen Punkt erhöht wird. Ab 11 Punkte (inkl. Anregepunkt) lässt sich die äquivalente Masse ab einer Terzbandmittenfrequenz von 315 Hz bestimmen (Abbildung 3.16). Eine verlässliche Ermittlung über den gesamten untersuchten Frequenzbereich ist aber erst ab 20 Punkten (inkl. Anregepunkt) möglich (Abbildung 3.17).



punkten

mengen mit je 20 Auswertepunkten

Für eine robuste Bestimmung der äquivalenten Masse ist eine Mindestanzahl von Auswertepunkten nötig. Diese muss für jede Struktur separat ermittelt werden. Des Weiteren ist auf eine möglichst homogene Verteilung der Auswertepunkte zu achten, um das Schwingverhalten der gesamten Struktur repräsentativ abbilden zu können.

#### 3.4.3 Einfluss der Anregeposition

In diesem Kapitel soll der Einfluss der Anregeposition untersucht werden. Zu diesem Zweck wurden drei verschiedene Anregepositionen gewählt, wobei eine davon mit dem in den vorhergehenden Kapiteln verwendeten Anregepunkt übereinstimmt. Die Anregekraft beträgt auch hier 1 N. Die gewählten Anregepositionen sind in Abbildung 3.18 dargestellt.



Abbildung 3.18: Gewählte Positionen der Kraftanregung

Werden die gemittelten FRFs der Beschleunigungsdaten miteinander verglichen, zeigt sich, dass die meisten Moden in allen drei FRFs vorkommen, jedoch unterschiedlich stark ausgeprägt sind (Abbildung 3.19). Selten ist eine Mode bei einer Frequenz nicht bzw. nur sehr schwach ausgebildet, diese wird allerdings von einer anderen FRF abgedeckt. Um sicherzustellen, dass alle Moden einer Struktur angeregt werden, müssten daher mehr Anregepunkte (ideal unendlich viele) gewählt werden.

Da bei dieser Simulation eine freie Einspannung (kein Freiheitsgrad gesperrt) gewählt wurde, sind abgesehen von verschieden starken Ausbildungen der Moden keine gravierenden Unterschiede feststellbar. Auch bei der äquivalenten Masse (Abbildung 3.20) zeigen sich nur geringe Differenzen.

Bei einer Platte mit endlichen Abmessungen treten in Abhängigkeit vom Ort und Frequenz unterschiedlichste Auslenkungen bzw. Schwingschnellen und Beschleunigungen auf. Es zeigt sich, dass dieser viel komplexere Funktionen der Frequenz und der Anregeposition als im Fall unendlicher Platten zugrunde liegen. Daher liefern auch Messungen des Eingangswiderstandes an endlichen Systemen meistens sehr unübersichtliche und stark schwankende Ergebnisse. Die größten Auslenkungen treten dabei aber bei den Eigenfrequenzen der Platte auf. Hierbei ist zu beachten, dass nicht alle Eigenfrequenzen gleich stark angeregt werden, da sich der Anregepunkt je nach Position an Schwingungsknoten und/oder Schwingungsbäuchen der Moden befindet und diese dadurch dämpft.



Abbildung 3.19: Gemittelte FRFs der Beschleunigung der drei Anregepositionen



Abbildung 3.20: Äquivalente Massen der Platte bei den drei Anregepositionen

#### 3.4.4 Zusammenfassung

Die Anzahl und Positionierung der Anrege- und Auswertepunkte spielen in der FE-Simulation und der Messung eine wichtige Rolle. So ist darauf zu achten, dass genügend Punkte zur Ermittlung des Schwingverhaltens herangezogen werden. Diese Anzahl ist je nach untersuchter Struktur unterschiedlich und muss gesondert ermittelt werden. Wie in Abschnitt 3.4.2 gezeigt, werden bei der hier untersuchten Platte mindestens 20 Auswertepunkte für eine robuste Bestimmung der SEA-Parameter benötigt. Aufgrund einer endlichen Anzahl von Auswertepunkten sind die Eckund Randpunkte zu vernachlässigen und nicht in die Auswertung mit einzubeziehen. Um sicherzustellen, dass alle Moden eines Systems angeregt werden, müssten theoretisch unendlich viele Anregepunkte gewählt werden. In der Praxis reicht aber eine endliche Anzahl aus. Dabei ist es hilfreich, mit einem FE-Programm die Eigenfrequenzen einer Struktur zu ermitteln, um danach deren Ausprägung bei einer gewissen Anregung beurteilen zu können. Des Weiteren darf nicht vergessen werden, dass in der Praxis der Körperschalleinleite- und somit Anregepunkt meist vorgegeben ist - und wenn überhaupt - nur geringfügig verändert werden kann. Eine Simulation erlaubt aber eine verlässliche Abschätzung des Schwingverhaltens und bietet die Möglichkeit, Verbesserungsvorschläge auch visuell darzustellen und zu validieren. Hierbei muss vor allem bei mehreren Simulationsdurchläufen ein Kompromiss zwischen Rechendauer und Genauigkeit gefunden werden.

Die Moden wiederum sind stark von den Randbedingungen bzw. Einspannungen abhängig. Auf den Einfluss der Anregeposition in anderen Geometrien wird in den Kapiteln 3.7.3 und 4.2.3 noch genauer eingegangen. Auch die Bedeutung der Einspannung wird in späteren Kapiteln noch einmal aufgegriffen.

# 3.5 Einfluss der Materialeigenschaften

Die in den vorhergehenden Abschnitten verwendeten Materialeigenschaften entsprechen jenen von Stahl. In diesem Kapitel werden die Materialgrößen einzeln verändert, um ihren Einfluss auf die FRFs, die äquivalente Masse und die Leistung untersuchen zu können.

#### **3.5.1** Dicke *d*

In diesem Punkt wird die Dicke der ebenen, isotropen Platte verändert. So werden neben einer Dicke von 1 mm auch eine 0,5 mm und eine 2 mm dicke Platte simuliert und ihre Eigenschaften bestimmt.

In Abbildung 3.21 sind die gemittelten FRFs der Platten des gesamten simulierten Frequenzbereichs dargestellt. Werden einzelne Moden der jeweiligen Platten miteinander vergleichen, zeigt sich eine deutliche Frequenzverschiebung bei gleichen Modennummern (Abbildung 3.22).



Abbildung 3.21: Vergleich der gemittelten FRFs bei unterschiedlichen Plattendicken



Abbildung 3.22: Vergleich der gemittelten FRFs bei unterschiedlichen Plattendicken bis 450 Hz

Je dicker die Platte ist, desto höher sind auch ihre Eigenfrequenzen, wobei hier ein linearer Zusammenhang zwischen Dicke und Modenfrequenz besteht. Betrachtet man die Amplituden der Moden, zeigt sich, dass diese bei Zunahme der Dicke schwächer ausgeprägt sind. Dies lässt sich aufgrund der größeren Masse erklären, da für die gleiche Auslenkung eine höhere Kraft nötig wäre. Die Massen der verschiedenen Platten sind in Tabelle 3.5 angeführt:

Dicke	Masse
$0,5 \mathrm{~mm}$	$0{,}942~\mathrm{kg}$
$1 \mathrm{mm}$	$1{,}884~{\rm kg}$
2 mm	3,768 kg

Tabelle 3.5: Massen der Platten unterschiedlicher Dicke

Beim Vergleich der äquivalenten Massen zeigt sich, dass diese jeweils nah bei den realen Massen liegen (Abbildung 3.23). Aufgrund der unterschiedlichen Dicke wird bei gleicher Anregung auch unterschiedlich viel Leistung eingespeist. Dies ist auch in Abbildung 3.24 deutlich ersichtlich.



Abbildung 3.23: Äquivalente und reale Massen der Platte bei drei unterschiedlichen Dicken

Abbildung 3.24: Eingespeiste Leistung der Platte bei drei unterschiedlichen Dicken

#### 3.5.2 Verlustfaktor $\eta_s$

Der Verlustfaktor  $\eta_s$  ist durch das Verhältnis der als Wärme dissipierten Energie G'' zur gespeicherten Gesamtenergie G' definiert (Gleichung 3.4):

$$\eta_s = \frac{G''}{G'} \tag{3.4}$$

Der Verlustfaktor eines Materials ist für die Körperschalldämpfung und Weiterleitung von Körperschall von großer Bedeutung. Hierbei weisen Materialien mit guten Festigkeitseigenschaften meist eine geringe Dämpfung auf. Stoffe mit hohem Verlustfaktor hingegen verfügen oft nicht über die erforderliche Festigkeit.

Für die FE-Simulation wurde hier wieder von einer Plattendicke von 1 mm ausgegangen. Neben einem Verlustfaktor von 0,01 wurden auch die Verlustfaktoren 0,001 und 0,1 simuliert. Typische

Material	Verlustfaktor
Aluminium	$< 10^{-4}$
Blei	$10^{-3} \dots 10^{-2}$
Eisen	$10^{-4}$
Faserdämmstoff (Gefüge)	0,1
Glas	$10^{-3}$
Plexiglas	$2 \cdot 10^{-2}$

Tabelle 3.6: Verlustfaktoren verschiedener Materialien

Werte für den Verlustfaktor verschiedener Materialien sind in Tabelle 3.6 dargestellt:

Abbildung 3.25 stellt die gemittelten FRFs der drei Platten gegenüber. Hier lässt sich gut erkennen, dass bei geringerem Verlustfaktor die Moden der Platte stärker ausgeprägt sind. Die Anregung wird weniger gedämpft und es ergeben sich größere Auslenkungen bzw. höhere Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Des Weiteren lässt sich deutlich erkennen, dass bei steigender Dämpfung die Güte der Moden sinkt und einzelne Moden ineinander übergehen.



Abbildung 3.25: Vergleich der gemittelten FRFs mit unterschiedlichen Verlustfaktoren

Bei der Berechnung der äquivalenten Masse (Abbildung 3.26) zeigt sich, dass es bei geringerer Dämpfung immer schwieriger wird, die Abklingrate und somit die äquivalente Masse zu bestimmen.



#### Terzbanddarstellung äquivalenter Masse

Abbildung 3.26: Vergleich der äquivalenten Masse mit unterschiedlichen Verlustfaktoren

Beim Vergleich der terzbandgemittelten Leistungen der verschiedenen Verlustfaktoren zeigen sich keine großen Unterschiede (Abbildung 3.27). Wird hingegen die schmalbandige Leistung betrachtet, zeigen sich auch hier signifikante Unterschiede in der Güte der Leistungsspitzen (Abbildung 3.28).



Abbildung 3.27: Terzbandgemittelte Leistungen bei unterschiedlichen Verlustfaktoren

Abbildung 3.28: Eingespeiste Leistung der Platte bei drei unterschiedlichen Verlustfaktoren

#### 3.5.3 Elastizitätsmodul E

Der Elastizitätsmodul E, auch Zugmodul oder Youngscher Modul genannt, gibt den Zusammenhang zwischen (Schub-)Spannung  $\sigma$  und Dehnung  $\varepsilon$  bei Verformung eines festen Körpers

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{3.5}$$

Je größer der Elastizitätsmodul ist, desto mehr Widerstand setzt ein Material seiner Verformung entgegen. Typische Werte sind in Tabelle 3.7 angeführt:

Material	Elastizitätsmodul
Aluminium	$72 \ \mathrm{kN}/\mathrm{mm}^2$
Eisen	$210~\rm kN/mm^2$
Kupfer	$125~\rm kN/mm^2$
Glas	$60 \ \mathrm{kN/mm^2}$
Plexiglas	$5,6 \ \mathrm{kN/mm^2}$

Tabelle 3.7: Typische Elastizitätsmoduln verschiedener Materialien

Bei der Simulation der Platte wurden die Elastizitätsmoduln 210, 211 und 212 kN/mm<sup>2</sup> verwendet. Hier zeigt sich, dass sich mit steigendem Elastizitätsmodul auch die Modenfrequenzen erhöhen. Wird diese Frequenzverschiebung berücksichtigt, bilden sich die einzelnen Moden in etwa gleich stark aus. Vergleicht man dagegen bei einer bestimmten Frequenz, zeigt sich eine geringere Verformung je größer der Elastizitätsmodul ist (Abbildung 3.29).



Abbildung 3.29: Vergleich der FRFs mit unterschiedlichen Elastizitätsmoduln



Bei den äquivalenten Massen lassen sich keine großen Unterschiede feststellen (Abbildung 3.30). Bei einem geringeren Elastizitätsmodul wird jedoch mehr Leistung eingespeist (Abbildung 3.31).

Abbildung 3.30: Äquivalente Massen der Platte mit drei unterschiedlichen Elastizitätsmoduln



Abbildung 3.31: Eingespeiste Leistung der Platte bei drei verschiedenen Elastizitätsmoduln

#### 3.5.4 Dichte $\rho$

Die Dichte  $\rho$  eines Körpers stellt die Masse m bezogen auf ein Volumen V dar:

$$o = \frac{m}{V} \tag{3.6}$$

Typische Werte für Materialdichten sind in Tabelle 3.8 angeführt:

Material	Dichte
Aluminium	$2700~\rm kg/m^3$
Blei	$11300~\rm kg/m^3$
Eisen	$7850 \ \mathrm{kg/m^3}$
Faserdämmstoff (Gefüge)	$50150 \text{ kg/m}^3$
Glas	$2500 \ \mathrm{kg/m^3}$
Plexiglas	1150 kg/m <sup>3</sup>

Tabelle 3.8: Typische Dichten verschiedener Materialien

Die Platte wurde mit Dichten von  $7850 \text{ kg/m}^3$ ,  $5850 \text{ kg/m}^3$  und  $9850 \text{ kg/m}^3$  simuliert. Sinkt die Dichte, kommt es zu einer Verschiebung der Moden zu höheren Frequenzen. Des Weiteren sind die Moden bei geringerer Dichte stärker ausgeprägt (Abbildung 3.32).

Durch die Änderung der Dichte ändert sich auch die Masse der Platte. In allen drei Fällen nähert sich die ermittelte äquivalente Masse der realen an (Abbildung 3.33). Auch bei der eingespeisten Leistung zeigen sich keine großen Unterschiede (Abbildung 3.34).



Abbildung 3.32: Vergleich der FRFs mit unterschiedlichen Dichten



Abbildung 3.33: Äquivalente Massen der Platte bei drei unterschiedlichen Dichten



Abbildung 3.34: Eingespeiste Leistung der Platte bei drei verschiedenen Dichten

#### 3.5.5 Querkontraktionszahl (Poissonzahl) $\mu$

Die Querkontraktionszahl oder Poissonzahl  $\mu$  stellt das negative Verhältnis zwischen relativer Dickenänderung  $\Delta d/d$  und relativer Längenänderung  $\Delta l/l$  bei Verformung dar:

$$\mu = -\frac{\Delta d/d}{\Delta l/l} \tag{3.7}$$

Der Wertebereich der Querkontraktionszahl für isotrope Materialien liegt dabei zwischen 0 und 0,5. Typische Zahlenwerte verschiedener Materialien sind in Tabelle 3.9 angegeben.

Tabelle 3.9: Typische Zahlenwerte der Querkontraktionszahl für verschiedene Materialien

Material	${f Querkontraktionszahl}$
Aluminium	0,34
Blei	0,43
Eisen	0,3

Für die Simulation wurden Querkontraktionszahlen von 0,23, 0,33 und 0,43 verwendet. Die dazugehörigen FRFs sind in Abbildung 3.35 dargestellt. Hier zeigt sich bei steigender Querkontraktionszahl eine Verschiebung der Moden zu höheren Frequenzen.



Abbildung 3.35: Vergleich der gemittelten FRFs unterschiedlicher Querkontraktionszahlen

Bei der äquivalenten Masse (Abbildung 3.36) und der eingespeisten Leistung (Abbildung 3.37) lassen sich keine großen Unterschiede ausmachen.



Abbildung 3.36: Äquivalente Massen der Platte bei drei unterschiedlichen Querkontraktionszahlen

Abbildung 3.37: Eingespeiste Leistung der Platte bei drei unterschiedlichen Querkontraktionszahlen

#### 3.5.6 Zusammenfassung

In Kapitel 3.5 wurden die verschiedenen Materialeigenschaften der Platte, ausgehend von Stahl, einzeln verändert, um den Einfluss der verschiedenen Größen qualitativ festhalten zu können. Hierzu wurden sowohl die gemittelten FRFs, die äquivalenten Massen als auch die eingespeisten Leistungen verglichen.

Mit der Modifikation der Dicke geht auch eine Änderung der Masse einher. Dies wirkt sich auf das gesamte Schwingverhalten und somit auch auf die äquivalente Masse und die eingespeiste Leistung aus. Ebenso wird die Masse auch von der Dichte beeinflusst. Eine Änderung der eingespeisten Leistung konnte jedoch nicht festgestellt werden. Der Verlustfaktor ist maßgeblich für die Güte der Plattenmoden verantwortlich. Bei einem kleineren Verlustfaktor werden Schwingungen weniger gedämpft. Dadurch kann es zu Problemen bei der Bestimmung der Abklingrate und damit auch der äquivalenten Masse kommen. Auch der Elastizitätsmodul hat maßgeblichen Einfluss auf das Schwingverhalten und die eingespeiste Leistung. Die Querkontraktionszahl hingegen zeigt nur geringe Auswirkungen auf die Ergebnisse.

Festhalten lässt sich, dass die meisten der hier behandelten Materialeigenschaften großen Einfluss auf das Schwingverhalten einer Struktur haben. Da einige Materialkenngrößen auch die Masse verändern, ändert sich dadurch auch die äquivalente Masse. Sind nicht alle Eigenschaften eines Materials bekannt, kann es zu gravierenden Fehlern bei den Simulationsergebnissen kommen. Werden neue bzw. unbekannte Materialien verwendet, ist es somit zwingend notwendig, ein Datenblatt mit allen erforderlichen Kennwerten zu haben. Auch dann ist zu berücksichtigen, dass viele Hersteller eigene, nicht genormte Messverfahren zur Bestimmung der Materialeigenschaften einsetzen. Dieser Umstand erschwert ebenso die Vergleichbarkeit von Materialien unterschiedlicher Hersteller.

# 3.6 Einspannungen / Randbedingungen

Alle vorherigen Berechnungen wurden für eine frei schwingende, nicht eingespannte ebene Platte durchgeführt. Diese Einspannung lässt sich messtechnisch leicht realisieren, da die Platte z.B. mit Hilfe von Nylonfäden nahezu frei aufgehängt werden kann. In einem Fahrzeug sind dagegen höchstens einzelne Seiten von Strukturen frei schwingend (z.B. rahmenloses Fenster). Aus diesem Grund werden im vorliegenden Kapitel verschiedene Einspannungen simuliert und miteinander verglichen, um den Einfluss der Randbedingungen feststellen zu können.

In Abbildung 3.38 sind die gemittelten FRFs der ebenen Platte bei verschiedenen Einspannungen dargestellt. Bei den vier Einspannungen handelt es sich dabei um *free* (kein Freiheitsgrad gesperrt), *no rotation* (Freiheitsgrade 4-6 gesperrt), *pinned* (Freiheitsgrade 1-3 gesperrt) und *fixed* (alle Freiheitsgrade gesperrt).



Abbildung 3.38: Gemittelte FRFs der Platte bei verschiedenen Einspannungen

Auf Grund der unterschiedlichen Einspannungen besitzt die Platte verschiedene Eigenfrequenzen. Wie Abbildung 3.39 zeigt, sind bei den Einspannungen fixed und pinned keine Translation und somit keine Auslenkung an den Rändern möglich. Bei der Berechnung der äquivalenten Masse zeigt die Wahl der Einspannung keine großen Unterschiede (Abbildung 3.40). Bei Betrachtung der eingespeisten Leistung bei unterschiedlichen Einspannungen zeigt sich, dass bei tiefen Frequenzen aufgrund der großen Wellenlängen die Randbedingungen eine große Rolle spielen. Erst bei hohen Frequenzen hebt sich dieser Effekt auf und die eingespeiste Leistung ist nahezu unabhängig von der gewählten Einspannung. Des Weiteren darf nicht außer Acht gelassen werden, dass die Terzbänder bei tiefen Frequenzen recht schmal sind und aufgrund der geringeren Anzahl von Werten schneller Unterschiede auszumachen sind.



Abbildung 3.39: Gemittelte FRFs der Platte bei verschiedenen Einspannungen bis 200 Hz



1001/aung 3.40: Aquivalente Masse aer Platte bei unterschiedlichen Einspannungen

Abbildung 3.41: Terzbandgemittelte Leistung der Platte bei unterschiedlichen Einspannungen

# 3.7 Einfluss einer Versickung

In diesem Kapitel wird die in Abschnitt 3.2 definierte ebene Platte mit einer Versickung mit einem Radius von 1 cm versehen (Abbildung 3.42) und ebenfalls mit unterschiedlichen Einspannungen simuliert. Durch das Hinzufügen der Versickung ändert sich die Masse auf 1,924 kg. Bei der Erstellung der versickten Platte in COMSOL Multiphysics werden dabei automatisch mehr Plattenpunkte nahe der Versickung erstellt. Dies ist auch beim Export der Simulationsergebnisse zu beachten. Um eine Vergleichbarkeit dieser Resultate mit der ebenen Platte zu gewährleisten, werden nur die bereits in Kapitel 3.2 definierten Punkte ausgewertet. Zum Filtern der gewünschten Punkte kommt auch hier wieder die in Matlab realisierte Punkt-Such-Routine zum Einsatz. Dazu werden die gewünschten Punktkoordinaten einmalig definiert, Matlab sucht und filtert beim Öffnen der Simulationsresultate automatisch die entsprechenden Punkte und ihre Ergebnisse.



Abbildung 3.42: In COMSOL Multiphysics erstellte versickte Platte

Um angrenzende SEA-Subsysteme in einem SEA-Modell nachzubilden, wird die versickte Platte von angrenzenden Platten umgeben. Hierbei wurde in COMSOL Multiphysics nur die äußerste Einspannung der gesamten Struktur vorgegeben.

#### 3.7.1 Vernetzung

Aufgrund der geänderten Geometrie muss eine erneute Vernetzung der Platte erfolgen. Im Bereich der Versickung ist weiters eine feinere Vernetzung nötig. Hierbei wurden die in Tabelle 3.10 angeführten Werte, die einen Kompromiss zwischen Rechenzeit und Netzfeinheit darstellen, gewählt.

Maximum element size	0,01
Maximum element scaling factor	0,8
Element growth rate	1,45
Mesh curvature factor	0,19
Mesh curvature cutoff	0,002
Resolution of narrow regions	0,6

Tabelle 3.10: Verwendete Vernetzungseinstellungen der versickten Platte

#### 3.7.2 Einspannungen / Randbedingungen

Auch die versickte Platte wurde wieder mit den vier unterschiedlichen Einspannungen free, no rotation, pinned und fixed simuliert. Hierbei zeigen sich ähnliche Ergebnisse wie bei der Platte ohne Versickung (Kapitel 3.6).

Da genaue Einspannbedingungen in der Praxis teilweise nur schwer bis gar nicht bestimmt werden können, wurde in einem nächsten Schritt versucht, angrenzende Flächen und eventuelle Subsysteme durch eine Umrandung der versickten Platte zu simulieren. Hierzu wurde die Platte in drei verschieden große Strukturen eingebettet (Abbildung 3.43):



Abbildung 3.43: In drei verschieden große Platten eingebettete bekannte Platte

Die Abmessungen und die physikalischen Massen der drei entstandenen Platten sind dabei in Tabelle 3.11 angeführt. Ein weiterer Grund dieser Untersuchung ist, festzustellen, welche Randbedingungen COMSOL Multiphysics zwischen der bekannten Platte und der Umrandung annimmt, wenn diese nicht explizit vorgegeben werden. Daher wurden nur die Einspannungen der äußeren Ränder als fixed definiert.

Platte	Abmessungen	Masse
Platte 1	$0{,}64\ge 0{,}44{\rm m}$	$2{,}257\rm kg$
Platte 2	$1~{\rm x}~0.8{\rm m}$	$6{,}413\mathrm{kg}$
Platte 3	$4{,}6\ge 4{,}4\mathrm{m}$	$162{,}257\mathrm{kg}$

Tabelle 3.11: Abmessungen und Massen der drei Platten

In Abbildung 3.44 sind die gemittelten FRFs der ursprünglichen versickten Platte bei verschiedenen Einspannungen mit den drei größeren Platten und fester Einspannung bis 350 Hz gegenübergestellt. Wie im tiefen Frequenzbereich bis ca. 50 Hz zu erkennen ist, orientieren sich die FRFs der verschieden großen Platten an jenen der festen bzw. drehend gelagerten ursprünglichen versickten Platte. Des Weiteren ist der Einfluss der geänderten Masse auf die Ausbildung der Moden erkennbar. Da die Kraftanregung nicht angepasst wurde, treten geringere Schwingpegel auf. Somit kann davon ausgegangen werden, dass COMSOL Multiphysics die Umrandungen und die ursprüngliche Platte wie eine zusammenhängende Platte behandelt. Die unterschiedlichen Ergebnisse können daher auf geänderte Abmessungen und somit auf geänderte Massen zurückgeführt werden. Bei den Auswertungen ist zu beachten, dass die Anzahl und Position der Auswertepunkte nicht verändert wurde und sich diese somit nur auf der ursprünglichen Platte und nicht auf der Umrandung befinden. Besonders bei der größten untersuchten Platte befinden sich die Auswertepunkte lediglich auf einem sehr kleinen Bereich und können das Schwingverhalten der gesamten Platte nur unzureichend abbilden. Dies zeigt sich auch bei den äquivalenten Massen (Abbildung 3.45). Während diese bei den kleineren Plattenvarianten noch den realen Massen entsprechen, kann die äquivalente Masse der größten Platte nicht mehr korrekt bestimmt werden.



Abbildung 3.44: Gemittelte FRFs der verschiedenen Einspannungen der ursprünglichen versickten Platte und der drei größeren Platten bei fester Einspannung



Abbildung 3.45: Äquivalente und reale Massen der verschiedenen Platten

Gezeigt werden konnte, dass COMSOL Multiphysics zwei Strukturen - bei Fehlen von expliziten Randbedingungen - als eine zusammenhängende, gesamte Struktur behandelt. Des Weiteren wurde deutlich, dass es zu Schwierigkeiten bei der Bestimmung der äquivalenten Masse stark gekoppelter Systeme kommt.

#### 3.7.3 Anregepunkt / Auswertepunkte

Für die folgenden Untersuchungen wird die gelenkig gelagerte (pinned), versickte Platte herangezogen. Um den Einfluss der Anregeposition genauer zu untersuchen, wurden acht verschiedene Anregepunkte gewählt. Diese sind in Abbildung 3.46 dargestellt:



Abbildung 3.46: Position der Anregepunkte der versickten Platte

In Abbildung 3.47 sind die gemittelten FRFs der versickten Platte bei verschiedenen Anregepositionen dargestellt. Hier zeigt sich, dass die Punkte, die am weitesten vom Rand und der Versickung entfernt sind, auch über den gesamten Frequenzbereich die größten Auslenkungen aufweisen. Je nach Frequenz und somit auch Wellenlänge hat der Abstand zur jeweiligen Randbedingung großen Einfluss auf das Schwingverhalten. Hierbei ist hauptsächlich die Distanz zum Rand (je nach Einspannung) und zur Versickung maßgeblich.



Abbildung 3.47: FRFs bei verschiedenen Anregepositionen

#### Vergleich mit ebener Platte

Hier werden die Ergebnisse bei verschiedenen Anregepositionen der versickten Platte mit jenen einer ebenen Platte verglichen. Dazu wurde die in Kapitel 3.1 definierte ebene Platte drehend gelagert eingespannt und mit den gleichen Anregepunkten wie die versickte Platte simuliert. Die gemittelten FRFs der beiden Platten bei verschiedenen Anregepositionen sind dabei in Abbildung 3.48 gegenübergestellt. Betrachtet man nur die Kurven der ebenen Platte, hat die Position des Anregepunktes nur geringe Auswirkungen auf die Ergebnisse. Verglichen mit der versickten Platte zeigt sich, dass die Moden der ebenen Platte stärker ausgeprägt sind. Durch das Hinzufügen der Versickung wird die Platte steifer, was sich auch in einer Verschiebung der Eigenmoden zu höheren Frequenzen bemerkbar macht. Deutliche Unterschiede zwischen den beiden Platten lassen sich bei Anregepunkten nahe der Versickung (P27, P39) ausmachen. Je weiter der Anregepunkt von der Versickung entfernt ist, desto geringer fällt der Unterschied zwischen den gemittelten FRFs der beiden Platten aus. So divergieren die FRFs bei den Anregepunkten 74 und 89 - abgesehen von der Frequenzverschiebung – nur wenig.



Abbildung 3.48: Vergleich der gemittelten FRFs zwischen ebener und versickter Platte bei verschiedenen Anregepositionen

Auch bei der Bestimmung der äquivalenten Massen fallen die Unterschiede eher gering aus (Abbildung 3.49). Es zeigt sich jedoch, dass die äquivalente Masse der versickten Platte etwas weiter von der physikalischen abweicht.



Abbildung 3.49: Vergleich der äquivalenten Massen der ebenen und versickten Platte

Befindet sich der Anregepunkt nahe der Versickung, fällt die eingespeiste Leistung der versickten Platte deutlich geringer aus (Abbildung 3.50). Auch hier gilt: je näher sich der Anregepunkt an der Versickung befindet, desto geringer ist die eingespeiste Leistung und desto größer erweist sich der Unterschied zur ebenen Platte. Bei der Betrachtung der schmalbandigen Leistung wird jedoch erkennbar, dass sich die größten Leistungsspitzen der versickten Platten zuordnen lassen (Abbildung 3.51). Somit kann festhalten werden, dass Versickungen nur dann einen positiven Einfluss haben, wenn sich der Anregepunkt auf oder nahe einer Versickung befindet. Diese Erkenntnis wird in Kapitel 4 anhand eines Unterbodenblechs genauer analysiert.



#### 3.7.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die in Abschnitt 3.1 definierte ebene Platte mit einer Versickung versehen und unter verschiedenen Bedingungen simuliert. Die Vergleichsroutine in Matlab wurde entsprechend angepasst und die einzelnen Simulationsdurchläufe miteinander verglichen. Besonderes Augenmerk wurde hierbei auf die Anregeposition gelegt. Es zeigt sich, dass je näher sich der Anregepunkt an der Versickung befindet, desto geringer fällt die Auslenkung der Platte aus. Ein Vergleich mit der ebenen Platte (ohne Versickung) bestätigt, dass die Moden der versickten Platte schwächer ausgeprägt sind.

Durch das Hinzufügen der Versickung wird die Platte steifer, was sich auch in einer Verschiebung der Moden zu höheren Frequenzen bemerkbar macht. Je weiter der Anregepunkt von der Versickung entfernt ist, desto geringer fällt der Unterschied zwischen den beiden Platten aus. Des Weiteren vergrößert sich durch das Hinzufügen der Versickung die Masse und die äquivalente Masse weicht weiter von der physikalischen Masse ab.

Betrachtet man die terzbandgemittelte eingespeiste Leistung der beiden Platten, fällt die Leistung der versickten Platte geringer aus. Auch hier gilt: je näher sich der Anregepunkt an der Versickung befindet, desto geringer ist die eingespeiste Leistung und desto größer erweist sich der Unterschied zur ebenen Platte. Betrachtet man jedoch die schmalbandige Leistung, zeigt sich, dass sich die größten Leistungsspitzen der versickten Platte zuordnen lassen. Es lässt sich festhalten, dass Versickungen nur dann einen positiven Einfluss auf die eingespeiste Leistung haben, wenn sich der Anregepunkt auf oder nahe einer Versickung befindet. Diese Erkenntnis wird in Kapitel 4 anhand eines Unterbodenblechs näher analysiert.

## 3.8 Leistungseinleitung

In Kapitel 3 wurde die ebene, isotrope Platte hinsichtlich der Anzahl der Auswertepunkte, der Anregeposition sowie verschiedener Einspannungen simuliert und untersucht. Des Weiteren wurde der Einfluss der Materialeigenschaften und Versickungen festgehalten. Es wurden die Übertragungsfunktionen, die äquivalente Masse sowie die eingespeiste Leistung der jeweiligen Simulationsdurchläufe in Matlab ermittelt und miteinander verglichen.

In diesem Abschnitt wird nun eine SEA-Simulation zur Bestimmung der eingespeisten Leistung mit VA One aufgesetzt. Die mittels SEA-Simulation ermittelten Leistungen werden dann einerseits mit der über die Materialkennwerte berechneten, als auch mit der bereits mittels FE-Simulation und Matlab ermittelten Leistung gegenübergestellt.

Die eingespeiste Leistung kann mit Hilfe der Kraft und der Geschwindigkeit wie folgt berechnet werden (vgl. auch [18] und [2]):

$$P_{in} = \frac{1}{2} |F_0^2| \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Z_F}\right\} = \frac{1}{2} |F_0^2| \operatorname{Re}\left\{\frac{v_0}{F_0}\right\}$$
(3.8)

Da es sich um eine ebene, isotrope Platte handelt, kann die eingespeiste Leistung auch anhand der Materialparameter über die Impedanz  $Z_F$  ermittelt werden.

$$Z_F = \frac{F_0}{v_0} = \frac{8\omega\rho h}{k_B^2}$$
(3.9)

Die Wellenzahl  $k_B$  setzt sich dabei wie folgt zusammen:

$$k_B = \frac{\omega}{c_B} = \frac{\omega}{\sqrt[4]{\frac{\omega^2 h^2 E}{12\rho(1-\mu^2)}}}$$
(3.10)

#### 3.8.1 VA One

Für die SEA-Simulation der ebenen, isotropen Platte wurde in VA One ein entsprechendes Subsystem erzeugt (Abbildung 3.52):



Abbildung 3.52: Subsystem der ebenen Platte in VA One

Als Anregung kommen hier zwei Varianten zum Einsatz. Zum einen wird die Platte in VA One mit einer Kraft von 1 N angeregt, was auch der Anregung der FE-Simulation in COMSOL Multiphysics entspricht. Hierbei ist zu beachten, dass VA One Effektivwerte fordert, und die Anregekraft somit  $1 \text{ N} \cdot 1/\sqrt{2}$  beträgt. Zum anderen erfolgt die Anregung des Subsystems mit den örtlich gemittelten Schwingschnellen, die anhand der FE-Simulation mit COMSOL Multiphysics für jeden Punkt berechnet wurden. Auch hier sind wieder Effektwerte einzugeben. In VA One kann nun ebenfalls eine Anpassung bzw. Korrektur der physikalischen durch die Angabe der äquivalenten Masse erfolgen. Die so ermittelten Leistungen werden dann mit jenen mittels Matlab berechneten verglichen. Wie in der Praxis üblich wurde dazu eine Terzbandmittelung der jeweiligen Leistungen durchgeführt.

Abbildung 3.53 zeigt, dass die in VA One berechnete Leistung mit Kraftanregung exakt mit jener über die Materialkennwerte berechneten übereinstimmt. Verglichen mit den anderen Leistungen zeigt sich, dass die Werte im gleichen Bereich liegen und somit keine Fehler bei der Berechnung der Leistung gemacht wurden. Auch der Einfluss der äquivalenten Masse lässt sich deutlich erkennen. Da diese bereits in Terzbändern berechnet wurde und bei tieferen Frequenzen tendenziell weiter von der physikalischen Masse abweicht, ist auch hier der Einfluss der korrigierten Masse am größten.



Abbildung 3.53: Terzbandgemittelte Leistungen des Subsystems

# 3.9 Zusammenfassung

Im Fahrzeug kommen viele Strukturen vor, die durch rechteckige, ebene Platten angenähert werden können. Aus diesem Grund wurde in Kapitel 3 das Schwingverhalten einer ebenen, isotropen Platte behandelt. Es wurde eine FE-Simulation mit Hilfe von COMSOL Multiphysics aufgesetzt und der Einfluss verschiedener Parameter analysiert um festzustellen, welche Bedingungen für korrekte Ergebnisse erfüllt sein müssen und auf was bei einer FE-Simulation zu achten ist. Bei der Vernetzung der Struktur muss dabei ein Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und -zeit eingegangen werden. Die Auswertung und Analyse der Daten erfolgte in Matlab. Hier wurden die FRFs, die äquivalente Masse sowie die eingespeiste Leistung bestimmt und die einzelnen Simulationsdurchläufe miteinander verglichen.

In Abschnitt 3.4 wurde die Anzahl der Auswertepunkte untersucht. Eine robuste Bestimmung der SEA-Parameter der hier behandelten Platte lässt sich ab 20 Punkte gewährleisten. Die Eckpunkte der Platte dürfen dabei nicht in die Auswertung mit einbezogen werden.

In Abschnitt 3.5 konnte gezeigt werden, dass die meisten der hier behandelten Materialeigenschaften großen Einfluss auf das Schwingverhalten der Struktur haben. Werden neue bzw. unbekannte Materialien verwendet, ist es somit zwingend notwendig, ein Datenblatt mit allen erforderlichen Kennwerten zu haben. Selbst dann ist zu beachten, dass viele Hersteller eigene, nicht genormte Messverfahren zur Bestimmung der Materialeigenschaften einsetzen. Dieser Umstand erschwert die Vergleichbarkeit von Materialien unterschiedlicher Hersteller. Um die Auswirkungen von Versickungen zu analysieren wurde in Abschnitt 3.7 die Platte mit einer Versickung versehen und mit der ebenen Platte verglichen. Besonderes Augenmerk wurde hierbei auf die Anregeposition gelegt. Es zeigte sich, dass je näher sich der Anregepunkt an einer Versickung befindet, desto geringer fällt die Auslenkung der Platte aus. Durch das Hinzufügen der Versickung weicht die äquivalente Masse weiter von der physikalischen ab. Betrachtet man die terzbandgemittelte eingespeiste Leistung der beiden Platten, fällt die Leistung der versickten Platte geringer aus. Auch hier gilt: je näher sich der Anregepunkt an der Versickung befindet, desto geringer ist die Leistung und desto größer erweist sich der Unterschied zur ebenen Platte. Betrachtet man jedoch die schmalbandige Leistung, zeigt sich, dass sich die größten Leistungsspitzen der versickten Platte zuordnen lassen.

Es lässt sich festhalten, dass Versickungen nur dann einen positiven Einfluss auf die eingespeiste Leistung haben, wenn sich der Anregepunkt auf oder nahe einer Versickung befindet. Diese Erkenntnis wird nun in Kapitel 4 anhand der praxisnahen Struktur eines Unterbodenblechs näher untersucht.

Des Weiteren wurde eine SEA-Simulation der Platte durchgeführt und die Bestimmung der eingespeisten Leistung validiert.

# 4

# Untersuchung eines Unterbodenblechs

Um praxisnahe Versickungen nachbilden und ihren Einfluss analysieren zu können, wird in diesem Kapitel ein Ausschnitt eines Unterbodenblechs eines aktuellen Fahrzeug-Prototypen in COMSOL Multiphysics simuliert. So wird der Einfluss verschiedener Anregepositionen untersucht und ein Vergleich mit einer ebenen, isotropen Platte angestellt. Neben der Simulation mit COMSOL Multiphysics wird auch eine FE-Berechnung mit FEMSITE und MSC Nastran durchgeführt.

# 4.1 Eigenschaften Unterbodenblech

Das gesamte Unterbodenblech des Prototypen und der für die Simulation gewählte Ausschnitt sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Die dazugehörigen Geometriedaten wurden dabei mit Hilfe des Programms Altair HyperMesh geöffnet und bearbeitet. Der Ausschnitt des Unterbodens wurde so gewählt, dass neben den Versickungen keine großen Unebenheiten bzw. Biegungen vorhanden sind und auf diese Weise ein Vergleich mit einer ebenen Platte gleicher Abmessungen möglich ist. Die Materialeigenschaften des Unterbodenblechs sowie die Masse des gewählten Ausschnitts sind in Tabelle 4.1 eingetragen. Die ersten drei Freiheitsgrade an den Kanten wurden gesperrt (pinned).


Abbildung 4.1: Gesamter Unterboden (grau) und gewählter Ausschnitt (braun) des Fahrzeugprototypen

Eigenschaften	
Länge <i>l</i>	$0{,}5625~\mathrm{m}$
Breite b	$0,5328 {\rm ~m}$
Dicke d	$0,7 \mathrm{~mm}$
Masse $m$	$1{,}64~\mathrm{kg}$
Elastizitätsmodul $E$	2,1e11 Pa
Querkontraktionszahl $\mu$	$0,\!3$
Dichte $\rho$	7850 kg/m <sup>3</sup>
Scherfaktor $S_f$	1,2
Verlustfaktor $\eta_s$	0,06
Thermischer Ausdehnungskoeffizient $\alpha$	$1,2e-5 \ 1/K$

Tabelle 4.1: Abmessungen und Materialeigenschaften des Unterbodenausschnitts

#### 4.2 Simulation mit COMSOL Multiphysics

Für die FE-Simulation mit Hilfe von COMSOL Multiphysics wurde der in HyperMesh erstellte Zuschnitt als Netz exportiert. Da in HyperMesh und COMSOL verschiedene Einheiten verwendet werden, muss die ursprüngliche Fläche um den Faktor 1000 geschrumpft werden. Dies lässt sich mit Hilfe des Befehls *shrink* in HyperMesh verwirklichen. Für die FE-Simulation wurde das Netz anschließend in COMSOL Multiphysics importiert und eine Geometrie daraus erstellt. Danach wurden die Materialdaten eingegeben und 100 Auswertepunkte auf dem Unterboden erzeugt, um die Schwingschnellen und Beschleunigungen an diesen Positionen berechnen und exportieren zu können. Die Anregung der Struktur erfolgt jeweils an einem Punkt. Insgesamt werden elf verschiedene Anregepositionen simuliert, wobei sich diese auf Sicken, nahe Versickungen und auf ebenen Flächen zwischen den Versickungen befinden (Abbildung 4.2). Die Anregekraft beträgt wieder 1 N. Um weitere Vergleiche anstellen zu können, wurde auch hier eine ebene Platte mit den gleichen Abmessungen wie der Ausschnitt des Unterbodenblechs, jedoch ohne Versickungen simuliert. Die Position der Anrege- und Auswertepunkte stimmt dabei mit jenen des Unterbodenblechs überein. Als Randbedingung der beiden Strukturen wurden die ersten drei Freiheitsgrade an den Kanten gesperrt (pinned).



Abbildung 4.2: Position der Anrege- und Auswertepunkte in COMSOL Multiphysics

#### 4.2.1 Vernetzung

Nach dem Erstellen der Auswerte- und Anregepunkte wurde das Unterbodenblech entsprechend vernetzt. Dazu wurde wieder die Biegewellenlänge bei 2 kHz berechnet:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{2e^{11} Pa}{7850 \, kg/m^3}} = 5047,55 \, m/s \tag{4.1}$$

$$\lambda_{B_{min}} \approx 1.35 \sqrt{\frac{h \cdot c_L}{f}} = 1.35 \sqrt{\frac{0.0007 \, m \cdot 5047, 55 \, m/s}{2000 \, Hz}} = 5.67 \, cm \tag{4.2}$$

Aufgrund der kleinsten vorkommenden Biegewellenlänge wurde eine maximale Elementgröße von 9 mm gewählt. Die in COMSOL Multiphysics verwendeten Vernetzungseigenschaften sind in Tabelle 4.2 angegeben.

 $Tabelle \ 4.2: \ Verwendete \ Vernetzungseinstellungen$ 

Maximum element size	0,009
Maximum element scaling factor	$^{0,2}$
Element growth rate	1,3
Mesh curvature factor	0,2
Mesh curvature cutoff	0,001
Resolution of narrow regions	1

#### 4.2.2 Vergleich mit ebener Platte

Neben dem Unterbodenblech (Abbildung 4.3) wurde auch eine ebene Platte (Abbildung 4.4) mit den gleichen Abmessungen simuliert. Für den Vergleich der beiden Strukturen werden die Ergebnisse der verschiedenen Anregepositionen gemittelt.



Ein Vergleich der über alle Auswertepunkte gemittelten FRFs ist in Abbildung 4.5 dargestellt und zeigt, dass das Unterbodenblech aufgrund der Versickungen steifer als die ebene Platte ist. Dies führt zu einer Verschiebung der Moden zu höheren Frequenzen. In Abbildung 4.6 sind die äquivalenten Massen der beiden Strukturen gegenübergestellt. Hier orientieren sich beide an der physikalischen Masse, wobei die äquivalente Masse des Unterbodenblechs meist etwas größer ist. Bei den terzbandgemittelten Leistungen (Abbildung 4.7) zeigt sich, dass beinahe über den gesamten Frequenzbereich mehr Leistung in die ebene Platte eingespeist wird.



Abbildung 4.5: Gemittelte FRFs des Unterbodenblechs und der ebenen Platte



Abbildung 4.6: Vergleich äquivalenter Massen Unterbodenblech und ebene Platte

Abbildung 4.7: Vergleich der eingespeisten Leistung des Unterbodenblechs und der ebenen Platte



Abbildung 4.8: Einzelne (strichpunktiert) sowie über alle Anregepositionen gemittelte eingespeiste Leistungen des Unterbodenblechs und der ebenen Platte

Wie bereits in Kapitel 3 gezeigt, ändern sich die FRFs der ebenen Platte nur geringfügig in Abhängigkeit der Anregeposition. Ein Vergleich der Ergebnisse der ebenen Platte und des Unterbodenblechs lässt erkennen, dass das Unterbodenblech eine größere Impedanz aufweist. Aufgrund der Versickungen ist es steifer, wodurch sich Moden nicht so stark ausbilden und die Eigenfrequenzen nach oben verschoben werden. Beim Vergleich der terzbandgemittelten Leistungen wird ersichtlich, dass beinahe über den gesamten Frequenzbereich in die ebene Platte mehr Leistung eingespeist wird. Ein Blick auf das schmalbandige Spektrum zeigt jedoch, dass die größten Leistungsspitzen dem Unterbodenblech zugeordnet werden können (Abbildung 4.8). Im folgenden Kapitel werden die Anregepositionen des Unterbodenblechs gruppiert, um festzustellen, an welchen Positionen diese Spitzen auftreten.

#### 4.2.3 Untersuchung Anregeposition

In diesem Kapitel wird untersucht, welchen Einfluss die Position des Anregepunktes auf einer versickten Struktur auf die FRFs, die äquivalente Masse und die eingespeiste Leistung hat. Zu diesem Zweck werden die in Kapitel 4.2 eingeführten Anregepunkte gruppiert. Die Einteilung erfolgt dabei nach Lage der Punkte bezogen auf die Versickungen. Die Anregepunkte 3, 7 und 10 liegen jeweils auf einer schmalen Versickung und bilden die erste Gruppe. Anregepunkte 2, 8 und 11 befinden sich direkt neben Versickungen, während die restlichen Punkte (1,4,5,6 und 9) auf ebenen Flächen liegen, in deren unmittelbarer Nähe keine schrägen Flächen existieren. In Abbildung 4.9 sind die über alle Auswertepunkte gemittelten FRFs der einzelnen Anregepositionen sowie die für jede Gruppe gemittelten FRFs dargestellt. Hier sind vor allem im Frequenzbereich ab ca. 400 Hz Unterschiede erkennbar. Es zeigt sich, dass bei Anregepositionen fern von Versickungen die Moden stärker ausgeprägt sind, während diese bei Anregepunkten auf Versickungen viel geringer ausfallen. Die eingespeisten Leistungen weisen ein ähnliches Verhalten auf. So sind auch bei den terzbandgemittelten Leistungen ab ca. 400 Hz große Unterschiede feststellbar. Bei Betrachtung des schmalbandigen Spektrums zeigt sich jedoch, dass sich die größten Spitzen Anregepositionen auf ebenen Flächen fern von Versickungen zuordnen lassen. Bei der äquivalenten Masse hingegen lassen sich keine großen Unterschiede feststellen (Abbildung 4.11).



Abbildung 4.9: Einzelne (strichpunktiert) und gemittelte FRFs der Unterbodenplatte bei unterschiedlichen Anregepositionen



Abbildung 4.10: Einzelne (strichpunktiert) und gemittelte eingespeiste Leistungen bei verschiedenen Anregepositionen



Abbildung 4.11: Äquivalente Massen bei unterschiedlichen Anregepositionen



#### 4.2.4 Zusammenfassung

Die Simulationsergebnisse zeigen, dass sich Versickungen nur dann positiv auf die Leistungseinleitung auswirken, wenn sie sich nahe an einem Anregepunkt befinden. Ist dies nicht der Fall, kann die eingespeiste Leistung größer als bei einer ebenen Platte sein. Ist der Anregepunkt aber bekannt und befindet sich dieser nahe an oder auf einer Versickung, kann diese Maßnahme zur Dämpfung und Vermeidung von Moden sein. Da Versickungen auch negative Auswirkungen auf das Schwingverhalten haben können, sollte immer eine Simulation oder Modalanalyse durchgeführt werden, um die Auswirkungen auf das Schwingverhalten und die Körperschallweiterleitung genau bestimmen zu können.

#### 4.3 Simulation mit FEMSITE und MSC Nastran

Neben der FE-Simulation in COMSOL Multiphysics wurde auch eine FE-Simulation des Unterbodenblechs mit Hilfe von FEMSITE und MSC Nastran [19] aufgesetzt. FEMSITE stellt dabei ein von Magna Steyr entwickeltes Modul zur Unterstützung von vibro-akustischen Simulationen dar [20]. Prinzipiell kann der Ablauf einer FE-Simulation mit Hilfe von FEMSITE und MSC Nastran in vier grobe Schritte eingeteilt werden:

- Statistische Generierung der Anrege- und Auswertepunkte (Statistikknoten) mit FEMSITE
- Erzeugen der für eine FE-Simulation mit MSC Nastran benötigten Dateien (FEMSITE)
- FE-Simulation mit MSC Nastran
- Export der Simulationsergebnisse im .unv-Format (FEMSITE)

#### 4.3.1 Aufsetzen einer FE-Simulation mittels FEMSITE und MSC Nastran

Anhand einer Simulation des Unterbodenblechs wird nun genauer auf die einzelnen Schritte einer FE-Simulation mittels FEMSITE und MSC Nastran eingegangen.

Für eine Berechnung mit FEMSITE und MSC Nastran muss die zu untersuchende Struktur als FE- als auch als SEA-Modell vorliegen. Ist nicht die gesamte Struktur der zur Verfügung stehenden Modelle von Interesse (hier zum Beispiel nur der Unterboden), sollten diese so weit wie möglich vereinfacht und verkleinert werden, um Rechenzeit und Ressourcen zu sparen (Abbildung 4.13). Da hier nur ein Teil des Unterbodenblechs simuliert wird und das vorhandene Subsystem nicht mit dem Ausschnitt übereinstimmt, wurde ein passendes Subsystem in VA One erstellt.



Abbildung 4.13: Gesamtes und auf Längsträger und Unterbodenausschnitt reduziertes SEA-Modell

Als nächster Schritt muss die gewünschte Anzahl an Anrege- und Auswerteknoten eines jeden Subsystems in VA One definiert werden. Für den Unterboden wurden hierbei zehn Anrege- und 90 Auswertepunkte angegeben. Das SEA-Modell wird dann als .xml-Datei exportiert und zusammen mit dem FE-Netz (.nas) an FEMSITE übergeben. Da die Knoten der beiden Modelle nicht ident sind, muss zuerst ein Bezug zwischen SEA- und FE-Knoten hergestellt werden. Dazu wird in FEMSITE jener Suchradius angegeben, innerhalb dessen alle im Umkreis eines Subsystems vorhandenen FE-Knoten ermittelt werden. Durch Vorgabe von PIDs<sup>4</sup> in VA One kann die Suche auf einzelne Bauteile oder bestimmte Regionen beschränkt werden. Eine weitere Verfeinerung der Suche kann durch Angabe von Mindestabständen zwischen Auswerte- und Anregepunkten zu- und untereinander vollzogen werden. FEMSITE verknüpft danach die beiden Modelle und ermittelt anhand der definierten Parameter entsprechende Statistikknoten. Als Ergebnis werden die gewählten Punkte sowohl in eine .xml Datei (für VA One) als auch für jedes Subsytem in eine extra .nas Datei geschrieben. Die gefundenen Knoten können danach zum Beispiel mit HyperMesh grafisch dargestellt werden (Abbildung 4.14).



Abbildung 4.14: Mit FEMSITE ermittelte Statistikknoten (zur besseren Übersicht werden hier nur 18 Knoten angezeigt)

Wurden die Statistikknoten zufriedenstellend gewählt, werden im nächsten Schritt die für eine FE-Simulation mit MSC Nastran benötigten Dateien mittels FEMSITE generiert. Danach kann mit Hilfe eines entsprechenden Begin-Files die FE-Simulation an MSC Nastran übergeben werden. In diesem File sind die Art der Berechnung (Eigenfrequenz- oder Frequenzbereichsanalyse), die Pfade der benötigten Dateien sowie weitere für die Simulation wichtige Parameter (Frequenzbereich, Dämpfung,...) definiert. Als Ergebnis der Simulation wird ein .op2-File ausgegeben, aus dem im letzten Schritt mittels FEMSITE ein .unv-File generiert wird. Dieses enthält die FRFs und wird für die weitere Auswertung in Matlab herangezogen. Die gemittelte Transferfunktion

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> **P**roperty **ID**entification Number



und Mobilität sind dabei in Abbildung 4.15 bzw. 4.16 dargestellt.

Abbildung 4.15: Mittels FE-Simulation in FEMSITE und MSC Nastran ermittelte gemittelte Transferfunktion



Abbildung 4.16: Mittels FE-Simulation in FEMSITE und MSC Nastran ermittelte gemittelte Mobilität

#### 4.4 Zusammenfassung

Um die Auswirkungen und den Einfluss von Versickungen praxisnah zu untersuchen, wurde in Kapitel 4 ein Ausschnitt des Unterbodenblechs eines aktuellen Prototypen-Fahrzeugs in COMSOL Multiphysics simuliert und mit einer ebenen Platte mit gleichen Abmessungen verglichen.

Aufgrund der Versickungen ist das Unterbodenblech steifer, wodurch sich Moden nicht so stark ausbilden und die Eigenfrequenzen hin zu höheren Frequenzen verschoben sind. Beim Vergleich der terzbandgemittelten Leistungen wird ersichtlich, dass beinahe über den gesamten Frequenzbereich in die ebene Platte mehr Leistung eingespeist wird. Ein Blick auf das schmalbandige Spektrum zeigt jedoch, dass die größten Leistungsspitzen dem Unterbodenblech zugeordnet werden können. Um festzustellen bei welchen Körperschalleinleitepunkten diese Leistungsspitzen auftreten, wurden die Anregepunkte nach deren Lage bezogen auf Versickungen gruppiert. Befindet sich der Anregepunkt dabei fern von Versickungen, sind die Moden stärker ausgeprägt als bei Anregepunkten auf oder direkt bei Versickungen. Auch bei der terzbandgemittelten Leistung wird dies ab ca. 400 Hz deutlich. Bei Betrachtung des schmalbandigen Spektrums zeigt sich, dass sich die größten Leistungsspitzen Anregepositionen auf ebenen Flächen fern von Versickungen zuordnen lassen. Bei der äquivalenten Masse hingegen lassen sich keine großen Unterschiede feststellen.

Somit bestätigen sich die Erkenntnisse von Kapitel 3.7 und es lässt sich festhalten, dass Versickungen je nach Position des Anregepunktes auch negative Auswirkungen auf die Leistungseinleitung haben können. Ist der Einleitepunkt aber bekannt und befindet sich dieser nahe an oder auf einer Versickung, kann dies eine wirkungsvolle Maßnahme zur Dämpfung und Vermeidung von Moden sein.

Neben der Simulation mit COMSOL Multiphysics wurde auch eine FE-Simulation des Unterbodenblechs mit Hilfe von FEMSITE und MSC Nastran aufgesetzt und auf die einzelnen Schritte eingegangen.

# 5

## Messung und Simulation eines Längsträgers

Neben den bereits behandelten Simulationsmethoden können die FRFs, die äquivalente Masse und damit die eingespeiste Leistung auch ausgehend von Messdaten ermittelt werden. Bei der dazu nötigen Systemanalyse wird das untersuchte Objekt mit einem Impulshammer oder Shaker angeregt und die Anregekraft sowie die Antworten der Struktur werden mit Beschleunigungsaufnehmern gemessen und zueinander in Verhältnis gesetzt. Aus den damit ermittelten FRFs lassen sich wiederum die äquivalente Masse und die eingespeiste Leistung bestimmen.

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Messung und Simulation eines Längsträgers eines aktuellen Prototypenfahrzeugs. Abschließend werden die ermittelten Ergebnisse verglichen und bewertet. Die FE-Simulation wurde dabei mit FEMSITE und MSC Nastran durchgeführt.

#### 5.1 Messung

Eine Methode zur messtechnischen Erfassung der Übertragungseigenschaften einer Struktur stellt die Systemanalyse dar. Im Gegensatz zur Signalanalyse muss neben der Erfassung der Antworten auch die mechanische Anregung bekannt sein bzw. gemessen werden. Aus diesem Grund erfolgt die Anregung mit Hilfe eines Impulshammers oder eines mechanischen Shakers.

Als zu untersuchende Struktur für diese Arbeit wurde der rechte vordere Längsträger eines aktuellen Prototypenfahrzeugs gewählt, da dieser einen der wichtigsten Körperschalleinleitepunkte eines Fahrzeugs darstellt. Da der Prototyp nur für kurze Zeit zur Verfügung stand, wurde die Systemanalyse im Zuge einer Betriebsschwingungsanalyse durchgeführt. Für diese wurden insgesamt 42 Beschleunigungsaufnehmer (PCB Type 352C65 [21]) am Fahrzeug mit Superkleber befestigt. Fünf davon befanden sich auf dem Längsträger vorne rechts (LTVR) und wurden auch für die Systemanalyse herangezogen. Beim Anbringen der Sensoren zeigte sich, dass die Struktur in der Praxis teilweise nur sehr schwer zugänglich ist (Abbildung 5.1) und die Messpunkte somit nicht beliebig platziert werden können. Neben der Positionierung der Beschleunigungsaufnehmer ist je nach Beschaffenheit der Struktur auch auf die Art der Befestigung zu achten. Da beim Montieren der Sensoren ein rauer bzw. unebener Untergrund vermieden werden sollte, wurde der Unterbodenschutz des Längsträgers an den Messpositionen entfernt und somit eine bestmögliche Kopplung sichergestellt (Abbildung 5.2). Die Anregung des Längsträgers erfolgte mittels eines Impulshammers mit integriertem Kraftsensor (PCB Type 086E80 [22]). Als vorteilhaft (im Vergleich zu einem Shaker) erweisen sich dabei die kurze Messzeit und ein einfacher und schneller Aufbau. Als Nachteile gegenüber einem fest montierten Shaker können die manuelle Anregung und die somit fehlende Reproduzierbarkeit sowie ein sensiblerer Messaufbau gesehen werden.

Der Längsträger wurde an drei unterschiedlichen Positionen angeklopft, wobei pro Position über drei Anregungen gemittelt wurden. Um die Mobilität am jeweiligen Anregepunkt bestimmen zu können, wurde neben dem Anregepunkt ein zusätzlicher Beschleunigungsaufnehmer angebracht. Somit konnten für den Längsträger 15 Transferfunktionen und drei Mobilitäten bestimmt werden.



Abbildung 5.1: Erschwerte Bedingungen bei der Anbringung von Sensoren



Abbildung 5.2: Zwei der Messpositionen am Längsträger (entfernter Unterbodenschutz)

Die Auswertung der gemessenen Beschleunigungen und die Ermittlung der FRFs erfolgten mit dem Programm LMS.TestLab bis zu einer Frequenz von 8 kHz. Die FRFs wurden danach als .unv-Datei exportiert. Um Mobilitäten und Übertragungsfunktionen getrennt auswerten und darstellen zu können, wurde in Matlab eine entsprechende Routine implementiert. Die Mobilitäten sind dabei in Abbildung 5.3, die Transferfunktionen in Abbildung 5.4 ersichtlich.



Abbildung 5.3: blau: gemessene Mobilitäten, rot: gemittelte Mobilität



Abbildung 5.4: blau: gemessene Tansferfunktionen, rot: gemittelte Transferfunktion

#### 5.2 Simulation

In diesem Kapitel wird eine FE-Simulation des Längsträgers mit Hilfe von FEMSITE und MSC Nastran durchgeführt. Hierbei kommen zwei verschiedene SEA-Modelle zum Einsatz.

Für den ersten Schritt der FEMSITE-Berechnung wurde das SEA-Modell des Gesamtfahrzeugs auf die Subsysteme des rechten, vorderen Längsträgers reduziert (Abbildung 5.5). Dieser setzt sich dabei aus fünf Subsystemen zusammen. Für jedes dieser Subsysteme wurden in VA One drei Anrege- und sechs Antwortknoten definiert. Dies führt zu insgesamt 675 FRFs (15 Mobilitäten, 660 Transferfunktionen). Als weiteres Modell wurden die fünf Subsysteme des Längsträgers durch ein einzelnes ersetzt. Auch hier wurde wieder die gleiche Anzahl von FRFs ermittelt (15 Anregeund 30 Auswerteknoten).



Abbildung 5.5: FE-Modell (links), aus fünf Subsystemen (Mitte) und aus einem Subsystem (rechts) bestehendes SEA-Modell des Längsträgers

Da das Schwingverhalten des Längsträgers (und auch aller anderen Bauteile) stark von der Kopplung zu angrenzenden Strukturen abhängt, wurde für die FE-Simulation das gesamte Vorderwagenmodell verwendet. In beiden SEA-Modellen wurden dabei die zwei PIDs des Längsträgers angegeben, womit nur Knotenpunkte des Längsträgers für die Bestimmung von Anregeund Auswertepunkten verwendet wurden. Bei dem aus nur einem Subsytem bestehenden Modell war beim ersten Schritt der FEMSITE-Berechnung darauf zu achten, dass der Suchradius groß genug gewählt wurde, um genügend Statistikknoten auf den umliegenden PIDs zu finden. Die Verteilung und Positionierung der Statistikknoten wurde jeweils in HyperMesh überprüft (Abbildung 5.6).



Abbildung 5.6: Statistikknoten des Längsträgers

Für die FE-Berechnung wurden die benötigten Daten an MSC Nastran übergeben. Der Frequenzbereich der Simulation wurde dabei bis 2 kHz gewählt, die Auswertung und Darstellung der Ergebnisse erfolgten danach wieder mit Hilfe von Matlab. Um die Ergebnisse besser vergleichen zu können, wurde auch hier wieder eine Mittelung über alle Mobilitäten sowie Transferfunktionen durchgeführt (Abbildung 5.7 bzw. 5.8):



Abbildung 5.7: Gemittelte Mobilitäten der drei Simulationsdurchläufe



Abbildung 5.8: Gemittelte Transferfunktionen der drei Simulationsdurchläufe

Die äquivalenten Massen der jeweiligen Subsysteme sind in Abbildung 5.9 dargestellt. Hier zeigt sich, dass die äquivalente Masse des nur aus einem Subsystem bestehenden Modells teilweise weit von jenem aus fünf Subsystemen aufgebauten abweicht.



Abbildung 5.9: Äquivalente Massen der einzelnen Subsysteme

#### 5.3 Vergleich Messung / Simulation

In Kapitel 5.1 ist die am Längsträger durchgeführte Messung beschrieben. Kapitel 5.2 befasst sich mit der Simulation des Längsträgers mit Hilfe von FEMSITE und MSC Nastran. Im vorliegenden Abschnitt sollen nun die Ergebnisse von Messung und Simulation verglichen und weiter untersucht werden.

In Abbildung 5.10 und 5.11 sind die gemittelten Mobilitäten bzw. Transferfunktionen von Messung und Rechnung abgebildet. Hierbei zeigen sich große Unterschiede zwischen Berechnung und Messung. Abbildung 5.12 setzt die äquivalente Masse der Messung jener der Simulation gegenüber. Um die stark voneinander abweichenden Ergebnisse näher zu untersuchen, wurde die Anzahl der für die Mittelung herangezogenen Transferfunktionen und Mobilitäten der Simulation verringert. Des Weiteren soll sich die Auswertung der Simulationsdaten an der Messung orientieren. Dazu werden aus den bereits simulierten Daten drei Anrege- und fünf Auswerteknoten zufällig bestimmt und die dazugehörigen FRFs gefiltert. Aus diesen wird wiederum der Mittelwert gebildet. Die auf diese Weise ermittelten Ergebnisse sind mit einer Messung mit drei Anrege- und fünf Auswertepunkten vergleichbar. Nach mehreren Durchläufen zeigt sich, dass sich bei dieser Art der Auswertung durchaus auch FRFs, die besser mit der Messung übereinstimmen, ergeben können (Abbildung 5.13 und 5.14). Bei näherer Betrachtung der zugehörigen Punktpositionen stellt sich jedoch heraus, dass sich diese an Stellen des Längsträgers befinden, die das Schwingverhalten nicht repräsentativ wiedergeben. Werden Statistikknoten gewählt, die in etwa den Messpositionen entsprechen, lassen sich die Simulationsergebnisse mit jenen aus allen 45 Statistikknoten ermittelten Werten vergleichen, die Resultate weichen somit von den Messdaten ab.



Abbildung 5.10: Vergleich der gemittelten Mobilitäten von Simulation und Messung



Abbildung 5.11: Vergleich der gemittelten Transferfunktionen von Simulation und Messung



Abbildung 5.12: Vergleich der äquivalenten Massen



Abbildung 5.13: Bei entsprechender Wahl der Statistikknoten kann eine bessere Übereinstimmung der Mobilitäten zwischen Messung und Simulation erzielt werden



Abbildung 5.14: Bei entsprechender Wahl der Statistikknoten kann eine bessere Übereinstimmung der Transferfunktionen zwischen Messung und Simulation erzielt werden

#### Zusammenfassung

Erkennbar wird, dass große Unterschiede zwischen Simulation und Messung auftreten. Da bei letzterer auf eine gute Platzierung der Sensoren geachtet wurde, ist eher das Simulationsergebnis in Frage zu stellen. Verbesserungspotential bietet hierbei die Ermittlung der Statistikknoten mittels FEMSITE, da ihre Positionierung nur indirekt durch Angabe des Suchradius und der Mindestabstände zwischen den Knoten beeinflusst werden kann. Des Weiteren war bis jetzt die Anzahl der Statistikknoten pro Subsystem auf 30 limitiert. Diese Beschränkung wurde aber nach Kontakt mit den Entwicklern von FEMSITE aufgehoben. Abschließend kann festgehalten werden, dass bei der Ermittlung der Statistikknoten mit FEMSITE besonderes Augenmerk auf die Platzierung der Knoten gelegt und diese immer überprüft werden sollte.

#### Leistungsberechnung

Als letzter Schritt wurden die Leistungen mittels VA One für die entsprechenden Subsysteme des Längsträgers berechnet. Hierbei kamen wieder beide Modelle zum Einsatz. Ermittelt wurden jeweils die Leistungen bei Angabe der physikalischen Masse sowie der aus Messung und Simulation bestimmten äquivalenten Massen. Bei dem aus fünf Subsystemen bestehenden Modell wurden die reale sowie die mittels Messung bestimmte äquivalente Masse prozentuell auf die einzelnen Subsysteme aufgeteilt. Die physikalische Masse des Längsträgers wurde aus dem FE-Modell bzw. den CAD-Daten in HyperMesh ausgelesen und beträgt 6,534 kg. Bei der Leistungsberechnung mit Hilfe der SEA-Simulation wurde für jedes Subsystem eine Schnelle von  $0,1 \, \mu m/s$  vorgegeben.



fünf Subsystemen bestehenden Längsträgers

Abbildung 5.16: Eingespeiste Leistung des aus einem Subsystem aufgebauten Längsträgers

Bei Vergleich der Kurven zeigt sich, dass die Leistung des aus einem Subsystem bestehenden Modells besser mit der Messung übereinstimmt. Wenn die eingespeiste Leistung eines Bauteils von Interesse ist, sollte diese Struktur im SEA-Modell somit aus einem Subsystem modelliert werden. Die leichten Abweichungen der mittels physikalischer Masse bestimmten Leistung beider Modelle lassen sich darauf zurückführen, dass jedes der fünf Subsysteme unterschiedliche Kopplungsverlustfaktoren besitzt.

# **6** Zusammenfassung

Mit Hilfe der SEA-Simulation ist bereits in frühen Entwicklungsphasen eine Bewertung von vibro-akustischen Problemstellungen möglich. Da die Anregequelle selbst noch nicht simuliert werden kann, sind für eine Reallastsimulation von SEA-Gesamtfahrzeugmodellen messtechnisch ermittelte Daten nötig. Um eine größere Unabhängigkeit von realen Prototyp- und Plattform-fahrzeugen zu erhalten, wurden im Rahmen dieser Arbeit die für eine SEA-Simulation benötigten Parameter mit Hilfe der Finite Elemente Methode ermittelt. Die Auswertung und Analyse der Simulationsergebnisse erfolgte dabei in Matlab anhand der Berechnung und dem Vergleich von Frequency Response Functions, der äquivalenten Masse und der Subsystemeingangsleistung.

Um ein grundsätzliches Verständnis für das Schwingverhalten verschiedener Strukturen und der in dieser Arbeit verwendeten Simulationsmethoden zu vermitteln, wurden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen aufbereitet. Es wurde auf das Körperschallverhalten einfacher Strukturen eingegangen und das Schwingverhalten eines Einmassenschwingers sowie einer ebenen, isotropen Platte beschrieben. Anschließend wurden die Grundmodelle der Finite Elemente Methode und der Statistischen Energieanalyse erläutert und die jeweiligen Voraussetzungen und Grenzen erörtert.

Ausgehend von dem Modell einer ebenen, isotropen Platte wurde in Kapitel 3 eine FE-Simulation mittels COMSOL Multiphysics aufgesetzt und der Einfluss verschiedener Parameter analysiert. Hierbei galt festzustellen, welche Bedingungen für korrekte Simulationsergebnisse erfüllt sein müssen und was bei einer FE-Simulation beachtet werden muss. Es zeigte sich unter anderem, dass bei der Vernetzung einer Struktur meist ein Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und -zeit eingegangen werden muss. In Abschnitt 3.4 wurde die Anzahl der Auswertepunkte der Platte untersucht. Solange die Position der Auswertepunkte großen Einfluss auf die Resultate hat, ist die Punktanzahl zu gering und sollte erhöht werden. Eine robuste Bestimmung der SEA-Parameter der Platte lässt sich dabei ab 20 Punkte gewährleisten. Die Eckpunkte der Platte dürfen indes nicht in die Auswertung mit einbezogen werden. Der Einfluss einzelner Materialparameter wurde in Kapitel 3.5 näher untersucht. Hier konnte gezeigt werden, dass die hier behandelten Materialeigenschaften große Auswirkungen auf das Schwingverhalten der Struktur haben und somit für eine korrekte Simulation bekannt sein müssen.

Durch das Einbringen von Versickungen wird die Platte steifer und die Moden verschieben sich hin zu höheren Frequenzen. Befindet sich der Körperschalleinleite- bzw. Anregepunkt nahe an oder auf einer Versickung, lassen sich deutliche Unterschiede in den FRFs verglichen mit jenen einer ebenen Struktur festmachen. Die eingespeiste Leistung ist dadurch an diesen Positionen geringer. Befindet sich der Anregepunkt nicht nahe einer Versickung, können schmalbandig höhere Leistungsspitzen auftreten. Des Weiteren entspricht die äquivalente Masse nicht mehr der physikalischen und weicht von dieser ab. In Kapitel 4 konnten diese Ergebnisse anhand eines Unterbodenblechs eines aktuellen Prototypen-Fahrzeugs verifiziert werden. Somit bestätigen sich die Erkenntnisse von Kapitel 3.7 und es lässt sich festhalten, dass Versickungen je nach Position des Anregepunktes auch negative Auswirkungen auf die Leistungseinleitung haben können. Ist der Einleitepunkt aber bekannt und befindet sich dieser nahe bei oder auf einer Versickung, kann dies eine wirkungsvolle Maßnahme zur Reduktion der eingespeisten Leistung in bestimmten Frequenzbereichen sein.

Neben der FE-Simulation mit COMSOL Multiphysics wurde eine SEA-Simulation der ebenen Platte mit VA One zur vergleichenden Bestimmung der eingespeisten Leistung durchgeführt und eine FE-Simulation des Unterbodenblechs mit Hilfe von FEMSITE und MSC Nastran aufgesetzt. Hierbei wurde auf die einzelnen Schritte des Simulationsprozesses eingegangen.

In Kapitel 5 wurde eine Systemanalyse sowie eine FE-Simulation eines Längsträgers durchgeführt. Die Ergebnisse aus Messung und Simulation wurden verglichen und bewertet. Es zeigte sich, dass signifikante Unterschiede zwischen Messung und Simulation auftreten. Gründe dafür konnten nicht genau identifiziert werden, da nur eine Messung gemacht wurde und diese nicht wiederholt werden konnte. Die Simulation bietet den Nachteil, dass in FEMSITE keine gute Möglichkeit existiert Statistikknoten exakt zu platzieren und deshalb die Ergebnisse immer zu hinterfragen sind. Hier birgt FEMSITE noch großes Verbesserungspotential.

Als letzter Schritt wurden die Leistungen mit VA One für die entsprechenden Subsysteme des Längsträgers berechnet. Das SEA-Modell des Längsträgers setzte sich dabei aus fünf Subsystemen zusammen. Als weiteres Modell wurden die fünf Subsysteme durch ein einzelnes ersetzt. Bei Vergleich der Kurven zeigte sich, dass die Leistung des aus einem Subsystem bestehenden Modells besser mit der Messung übereinstimmt. Wenn die eingespeiste Leistung eines Bauteils von Interesse ist, sollte diese Struktur im SEA-Modell aus einem Subsystem modelliert werden.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Vibro-akustische Simulationsmethoden und ihre Frequenzbereiche	2
1.2	nötigten Parameter	3
2.1	Einmassenschwinger	7
2.2	Biegewellenform (aus [3])	9
2.3	Freiheitsgrade eines starren Körpers [5]	12
2.4	SEA-Modell zweier gekoppelter Subsysteme	18
2.5	Modale Kopplung zweier Subsysteme	19
3.1	Einzelne Schritte und Vorgehensweise der Simulation und Auswertung	28
3.2	In COMSOL Multiphysics konstruierte Platte	28
3.3	Die Schwingformen und Moden der Platte bis 200 Hz	30
3.4	Vernetzte Platte	33
3.5	Punkteverteilung der Platte	34
3.6	$\label{eq:PunktmengenderPunkte} {\rm Punkte} \; ({\rm rot}) + 5 \; {\rm Punkte} \; ({\rm violett}) + 10 \; {\rm Punkte} \; ({\rm blau})$	
	+ 20 Punkte (gelb) $+$ 49 Punkte (grün) ergeben 89 Punkte. Die 4 Eckpunkte und	
	der Anregepunkt sind schwarz dargestellt.	34
3.7	Gemittelte FRFs der verschiedenen Punktmengen	35
3.8	Gemittelte FRFs mit (rot) und ohne Eckpunkte (schwarz)	35
3.9	Gemittelte FRFs aller 93 Punkte (rot) und ohne Eckpunkte	35
3.10	Äquivalente Masse der Platte	36
3.11	Gemittelte FRFs der unterschiedlichen Punktmengen	37
3.12	Äquivalente Massen bei unterschiedlicher Anzahl von Auswertepunkten	37
3.13	Position der jeweils sechs Auswertepunkte; blau: Anregepunkt und sechster Aus-	
	wertepunkt aller Punktmengen	38
3.14	Vergleich der gemittelten FRFs von jeweils sechs Auswertepunkten	38
3.15	Vergleich der äquivalenten Massen von jeweils sechs Auswertepunkten $\ \ldots \ \ldots$	39
3.16	Äquivalente Massen aus Punktmengen mit je elf Auswertepunkten	39
3.17	Äquivalente Massen aus Punktmengen mit je 20 Auswertepunkten	39
3.18	Gewählte Positionen der Kraftanregung	40
3.19	Gemittelte FRFs der Beschleunigung der drei Anrege positionen $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots$	41
3.20	Äquivalente Massen der Platte bei den drei Anregepositionen	41
3.21	Vergleich der gemittelten FRFs bei unterschiedlichen Plattendicken	43

3.22	Vergleich der gemittelten FRFs bei unterschiedlichen Plattendicken bis $450\mathrm{Hz}$	43
3.23	Äquivalente und reale Massen der Platte bei drei unterschiedlichen Dicken $\ . \ . \ .$	44
3.24	Eingespeiste Leistung der Platte bei drei unterschiedlichen Dicken	44
3.25	Vergleich der gemittelten FRFs mit unterschiedlichen Verlustfaktoren	45
3.26	Vergleich der äquivalenten Masse mit unterschiedlichen Verlustfaktoren	46
3.27	Terzbandgemittelte Leistungen bei unterschiedlichen Verlustfaktoren $\ . \ . \ .$	46
3.28	Eingespeiste Leistung der Platte bei drei unterschiedlichen Verlustfaktoren	46
3.29	Vergleich der FRFs mit unterschiedlichen Elastizitätsmoduln	47
3.30	Äquivalente Massen der Platte mit drei unterschiedlichen Elastizitätsmodul n $. \ .$	48
3.31	Eingespeiste Leistung der Platte bei drei verschiedenen Elastizitätsmodul n $\ldots$ .	48
3.32	Vergleich der FRFs mit unterschiedlichen Dichten	49
3.33	Äquivalente Massen der Platte bei drei unterschiedlichen Dichten	49
3.34	Eingespeiste Leistung der Platte bei drei verschiedenen Dichten	49
3.35	Vergleich der gemittelten FRFs unterschiedlicher Querkontraktionszahlen	50
3.36	Äquivalente Massen der Platte bei drei unterschiedlichen Querkontraktionszahlen	51
3.37	Eingespeiste Leistung der Platte bei drei unterschiedlichen Querkontraktionszahlen	51
3.38	Gemittelte FRFs der Platte bei verschiedenen Einspannungen $\ . \ . \ . \ . \ .$	52
3.39	Gemittelte FRFs der Platte bei verschiedenen Einspannungen bis 200 Hz $\hdots$	53
3.40	Äquivalente Masse der Platte bei unterschiedlichen Einspannungen	53
3.41	Terzbandgemittelte Leistung der Platte bei unterschiedlichen Einspannungen	53
3.42	In COMSOL Multiphysics erstellte versickte Platte	54
3.43	In drei verschieden große Platten eingebettete bekannte Platte $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	55
3.44	Gemittelte FRFs der verschiedenen Einspannungen der ursprünglichen versickten	
	Platte und der drei größeren Platten bei fester Einspannung	56
3.45	Äquivalente und reale Massen der verschiedenen Platten	56
3.46	Position der Anregepunkte der versickten Platte	57
3.47	FRFs bei verschiedenen Anregepositionen	58
3.48	Vergleich der gemittelten FRFs zwischen ebener und versickter Platte bei verschie-	
	denen Anregepositionen	59
3.49	Vergleich der äquivalenten Massen der ebenen und versickten Platte	59
3.50	Vergleich terzbandgemittelter Leistungen der ebenen und versickten Platte $\ldots$ .	60
3.51	Vergleich der eingespeisten Leistung zwischen ebener und versickter Platte $\ldots$ .	60
3.52	Subsystem der ebenen Platte in VA One	62
3.53	Terzbandgemittelte Leistungen des Subsystems	63
4.1	Gesamter Unterboden (grau) und gewählter Ausschnitt (braun) des Fahrzeugpro-	
	totypen	66
4.2	Position der Anrege- und Auswertepunkte in COMSOL Multiphysics	67
4.3	Unterbodenblech in COMSOL Multiphysics	68
4.4	Ebene Platte mit gleichen Abmessungen wie das Unterbodenblech	68
4.5	Gemittelte FRFs des Unterbodenblechs und der ebenen Platte	68
4.6	Vergleich äquivalenter Massen Unterbodenblech und ebene Platte	69

4.7	Vergleich der eingespeisten Leistung des Unterbodenblechs und der ebenen Platte	69
4.8	Einzelne (strichpunktiert) sowie über alle Anregepositionen gemittelte eingespeiste	
	Leistungen des Unterbodenblechs und der ebenen Platte	69
4.9	Einzelne (strichpunktiert) und gemittelte FRFs der Unterbodenplatte bei unter-	
	schiedlichen Anregepositionen	70
4.10	Einzelne (strichpunktiert) und gemittelte eingespeiste Leistungen bei verschiede-	
	nen Anregepositionen	71
4.11	Äquivalente Massen bei unterschiedlichen Anregepositionen	71
4.12	Eingespeiste Leistungen bei unterschiedlichen Anregepositionen	71
4.13	Gesamtes und auf Längsträger und Unterbodenausschnitt reduziertes SEA-Modell	72
4.14	Mit FEMSITE ermittelte Statistikknoten (zur besseren Übersicht werden hier nur	
	18 Knoten angezeigt)	73
4.15	Mittels FE-Simulation in FEMSITE und MSC Nastran ermittelte gemittelte Trans-	
	ferfunktion	74
4.16	Mittels FE-Simulation in FEMSITE und MSC Nastran ermittelte gemittelte Mo-	
	bilität	74
5.1	Erschwerte Bedingungen bei der Anbringung von Sensoren	77
5.2	Zwei der Messpositionen am Längsträger (entfernter Unterbodenschutz)	77
5.3	blau: gemessene Mobilitäten, rot: gemittelte Mobilität	78
5.4	blau: gemessene Tansferfunktionen, rot: gemittelte Transferfunktion	78
5.5	FE-Modell (links), aus fünf Subsystemen (Mitte) und aus einem Subsystem (rechts)	
	bestehendes SEA-Modell des Längsträgers	79
5.6	Statistikknoten des Längsträgers	79
5.7	Gemittelte Mobilitäten der drei Simulationsdurchläufe	80
5.8	Gemittelte Transferfunktionen der drei Simulationsdurchläufe	80
5.9	Aquivalente Massen der einzelnen Subsysteme	81
5.10	Vergleich der gemittelten Mobilitäten von Simulation und Messung	82
5.11	Vergleich der gemittelten Transferfunktionen von Simulation und Messung	82
5.12	Vergleich der äquivalenten Massen	83
5.13	Bei entsprechender Wahl der Statistikknoten kann eine bessere Übereinstimmung	
	der Mobilitäten zwischen Messung und Simulation erzielt werden	83
5.14	Bei entsprechender Wahl der Statistikknoten kann eine bessere Übereinstimmung	
	der Transferfunktionen zwischen Messung und Simulation erzielt werden	84
5.15	Eingespeiste Leistung des aus fünf Subsystemen bestehenden Längsträgers	85
5.16	Eingespeiste Leistung des aus einem Subsystem aufgebauten Längsträgers	85

# Tabellenverzeichnis

2.1	Bewertungsgrößen für das Übertragungsverhalten von Strukturen	9
3.1	Abmessungen der Platte	29
3.2	Materialeigenschaften der Platte (Stahl)	29
3.3	Die ersten 12 Eigenfrequenzen der frei gestützten Platte nach aufsteigender Fre-	
	quenz sortiert	30
3.4	Verwendete Vernetzungseinstellungen	32
3.5	Massen der Platten unterschiedlicher Dicke	44
3.6	Verlustfaktoren verschiedener Materialien	45
3.7	Typische Elastizitätsmoduln verschiedener Materialien	47
3.8	Typische Dichten verschiedener Materialien	48
3.9	Typische Zahlenwerte der Querkontraktionszahl für verschiedene Materialien	50
3.10	Verwendete Vernetzungseinstellungen der versickten Platte	54
3.11	Abmessungen und Massen der drei Platten	55
4.1	Abmessungen und Materialeigenschaften des Unterbodenausschnitts	66
4.2	Verwendete Vernetzungseinstellungen	67

### Literaturverzeichnis

- [1] P. Gelat and N. Lalor, "The role and experimental determination of equivalent mass in complex SEA models," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 255, no. 1, pp. 97–110, 2002.
- [2] L. Cremer and M. Heckl, Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen, 2nd ed. Springer Verlag, 2005.
- [3] M. Möser, Technische Akustik. Springer Verlag, 2009.
- [4] W. H. Müller and F. Ferber, Technische Mechanik f
  ür Ingenieure, 4th ed. Leipzig: Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2012.
- [5] S. Harangue, "Scott's Harangue: Designing for Degrees of Freedom," 2009. [Online]. Available: http://wertel.blogspot.co.at/2009/11/designing-for-degrees-of-freedom.html
- [6] H. Petritsch, "FEM-Simulationen mit COMSOL Multiphysics im Anwendungsbereich der Technischen Akustik," Diplomarbeit, Technische Universität Graz, 2010.
- [7] W. Desmet, "Mid-frequency vibro-acoustic modelling: challenges and potential solutions," *Proceedings of ISMA2002*, vol. II, pp. 835–862, 2002.
- [8] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, and J. Zhu, The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals, 6th ed. Butterworth-Heinemann, 2005.
- [9] P. Smith, "Response and radiation of structural modes excited by sound," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 34, pp. 640–647, 1962.
- [10] R. Lyon and G. Maidanik, "Power Flow between linearly coupled oscillators," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 34, pp. 623–639, 1962.
- [11] R. H. Lyon and R. G. DeJong, Theory and application of statistical energy analysis. Butterworth-Heinemann, 1995.
- [12] K. De Langhe, "High frequency vibrations: contributions to experimental and computational SEA parameter identification techniques," Dissertation, KU LEUVEN, 1996.
- [13] E. Sarradj, "Hochfrequenter Körperschall in Strukturen," Dissertation, Technische Universität Dresden, 1998.
- [14] T. Eggner, "Werkzeug zur Ermittlung von Verlustfaktoren aus Übertragungsfunktionen zur Verwendung für die statistische Energieanalyse (SEA)," Diplomarbeit, Technische Universität Graz, 2005.

- [15] M. Möser, Taschenbuch der Technischen Akustik. Springer Verlag, 2003.
- [16] A. W. Leissa, Vibration of Plates. Acoustical Society of Amer, 1993.
- [17] COMSOL Multiphysics, "Structural Mechanics Module," p. 454, 2008.
- [18] M. J. Crocker, Handbook of Acoustics. Wiley-Interscience, 1998.
- [19] MSC Software, "MSC Nastran," 2005.
- [20] Magna Steyr Engineering, "FEMSITE V3.0," p. 840, 2011.
- [21] PCB Piezotronics, "PCB352C65," p. 16.
- [22] —, "PCB086E80," p. 13.