Chapitre V.

—

Méthode des rabattements.

402. Considérations générales. — But des rabattements. — Définitions. Une figure plane est située dans un plan non parallèle au plan de projection, et doit servir de base à des opérations graphiques dictées par la solution d'un problème.

La figure plane se trouvant plus ou moins déformée lorsqu'elle est projetée sur le plan de projection, il devient parfois impossible, dans ces conditions, d'exécuter la solution graphique.

On fera tourner le plan de la figure avec celle-ci, autour de la trace de ce plan, ou autour d'une parallèle à cette trace, de manière à coucher la figure sur le plan de projection ou dans un plan parallèle à celui-ci.

Dans cette nouvelle position, il sera possible d'exécuter, sur la figure, les constructions graphiques exigées pour arriver au résultat.

Ce résultat ainsi obtenu sera ensuite ramené, avec le plan de la figure, dans la position primitive de celui-ci, et le problème sera résolu, le résultat obtenu, déterminé dans l'espace.

Cette manière d'opérer, de faire tourner un plan avec ce qu'il contient pour le coucher sur le plan de figure ou dans un plan parallèle à celui-ci, s'appelle **rabattre le plan**.

On aura opéré un **rabattement**.

Le problème a été résolu **par la méthode des rabattements**.

Le plan est rabattu autour de sa trace, ou bien autour d'une de ses horizontales, prise pour **charnière, axe de rabattement, axe de rotation** ou simplement, **axe**.

La position qu'occupe après le rabattement un point, une ligne, une figure, constitue **le rabattement de ce point**, **de cette ligne, de cette figure**.

L'opération de redresser le plan rabattu, de le faire revenir à sa position primitive, se nomme *relèvement*.

Relever le rabattement d'un point, **d'une ligne, d'une figure**, c'est passer du rabattement de ces éléments à leurs positions primitives, ou à celles qu'ils doivent occuper dans le plan qui les contient et, avec celui-ci, dans l'espace.

	la trace,		vertical
L'axe de rotation peut être	ou	du plan. Celui-ci sera	ou
	une horizontale		quelconque.

403. Rabattement d'un point, d'une droite.

Si, d'un point a situé dans un plan vertical (**Fig. 296**), ou dans un plan quelconque (**Fig. 297**), on abaisse une perpendiculaire aA sur la trace MN de ce plan, et que celui-ci tourne autour de cette trace pour se rabattre sur le plan de projection P, la droite aA restera constamment perpendiculaire en A à MN ; elle engendrera un plan normal à cette ligne et normal à H, et la trace de ce plan sera encore une droite (a)A perpendiculaire à la trace MN.

Il suit, de là, ainsi que de la simple inspection des figures :

1° Que le point a se meut dans un plan vertical perpendiculaire à l'axe de rotation ;

2° Que son rabattement (a) se trouve sur une perpendiculaire à l'axe ;

3° Que cette perpendiculaire passe par la projection du point sur P ;

4° Que la distance aA du point à l'axe est égale à la distance A(a) du rabattement à cet axe ;

5° Que la distance aX du point a à un point X de l'axe est égale à (a)X, distance du rabattement (a) à ce même point X ;

6° Que l'angle aXA est le même que l'angle $aX(a)$.

De ces propriétés, nous déduisons les principes suivants :

Principes pour rabattre un point. 1° *Le rabattement d'un point est lié à sa projection par une perpendiculaire à l'axe de rotation.*

2° *La distance du point rabattu à l'axe est égale à la distance du point de l'espace à cet axe.*

3° *Les distances du point à l'axe ou à un point fixe de cette ligne, ne changent pas de longueur pendant le rabattement.*

Principe pour rabattre une droite. *Une droite* aX *d'un plan rencontre l'axe de rotation au même point et sous le même angle que le rabattement* $(a)X$ *de cette droite.*

Remarque. Les raisonnements précédents et les principes qui en découlent, s'appliquent également au cas particulier où l'axe de rotation est une horizontale du plan, le mouvement de ce plan s'arrêtant dès que ce dernier est devenu horizontal.

Notations. Nous marquerons le rabattement d'un point a, b, etc. ou d'une droite d, e, etc. par la lettre qui caractérise ce point ou cette droite, et nous placerons cette lettre entre parenthèses.

(a), (b), etc. désignent donc les rabattements des points a, b, etc. de l'espace.

(d), (e), etc. sont les rabattements des droites désignées dans l'espace par (d), (e), etc.

—

Problèmes fondamentaux servant de base aux solutions par rabattement.

—

404. Premier problème fondamental. *Construire le rabattement d'un point situé dans un plan vertical.*

I. La trace-projection de ce plan étant prise pour axe.

Solution. (**Fig. 298.**) (**Ep. 299.**) La cote du point A étant donnée, on mènera, par la projection cotée de A, une perpendiculaire à la trace-projection de ce plan, et l'on portera sur cette ligne une longueur, contenant autant de fois l'unité de hauteur qu'il y a d'unités dans la cote du point A. L'extrémité (A) de cette perpendiculaire sera le rabattement du point A dont A^3 est la projection cotée sur P (**403**).

Remarque. Le rabattement peut se faire à gauche ou à droite de l'axe de rotation.

II. Une horizontale de cote *b* étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Eig 300**.) Le plan vertical qui contient le point a de cote h tournera autour de l'horizontale BM de cote b, jusqu'à ce qu'il soit devenu horizontal. Le point a sera alors en (a), sur une perpendiculaire élevée en a^b à BM, perpendiculaire qui est égale à aa^h — a^h a^b, ou égale à la différence h-b des cotes du point donné et de l'horizonta!e MB.

Comme (a), ainsi que $a^b(a)$, se projettent sans altération de position relative ou de grandeur sur P, on voit, **Ep. 301**, que pour avoir le rabattement (a), il faut élever en a^h, projection du point, une perpendiculaire à la trace-projection du plan, égale à $a^h(a)$=h-b.

Remarque. Le rabattement s'opérant dans la direction marquée par la flèche, le rabattement du point a sera à droite ou à gauche de la trace-projection du plan, suivant que la cote b est plus petite ou plus grande que la cote h.

405. **Problème réciproque**. *Le rabattement d'un point situé dans un plan vertical étant donné, retrouver la projection de ce point.*

I. La trace-projection du plan étant prise pour axe.

Solution. (**Ep. 302**.) Le rabattement (a) étant lié à la projection du point a par une perpendiculaire à l'axe de rotation, cette projection sera en a^x, pied de la perpendiculaire abaissée de (a) sur la trace-projection du plan vertical qui contient le point. La cote x de a sera un nombre qui contient autant d'unités que la longueur (a) a^x contient de fois l'unité de hauteur.

II. Une horizontale de cote *b* du plan étant prise pour axe.

Solution. (**Ep. 301**.) Le rabattement (a) étant lié à la projection du point par une perpendiculaire à l'axe, cette projection sera en a^x, pied de la perpendiculaire abaissée de (a) sur la trace-projection du plan vertical qui contient le point. La cote x de ce point sera égale à b, cote de l'axe de rotation, augmentée du nombre qui exprime, en unités de hauteur, la longueur a^x (a).

406. Deuxième problème fondamental. *Construire le rabattement d'une droite située dans un plan vertical.*

Solution. I. La trace-projection du plan est prise pour axe. (Ep. 303.)

On construit le rabattement de deux points de la droite (**404**). Ou bien, on se contente du rabattement (b) du point b, que l'on unit au point a^o, trace de la droite, et, par suite, son propre rabattement.

II. Une horizontale de cote *b* est prise pour axe. (Ep. 304.)

On construit le rabattement de deux points. (**404** — II.) Ou bien, on construit le rabattement du point a, que l'on unit au point de l'échelle de pente de la droite qui a pour cote b, la projection b de ce point étant son propre rabattement. (**404**. — II.)

Remarque. La figure **300** nous montre que le rabattement de la trace de la droite doit être à gauche de l'axe, et à une distance de celui-ci égale à b, cote de l'axe.

407. Problème réciproque. *Une droite située dans un plan vertical est rabattue sur le plan de projection, trouver sa projection.*

I. La trace-projection du plan projetant étant prise pour axe.

Solution. (**Ep. 305**.) On relève deux points de la droite (**405**). Ou bien, on en relève un seul, et l'on prolonge le rabattement (A) (B) de la droite, jusqu'à ce qu'il rencontre l'axe de rotation en un point T. Ce point est resté immobile pendant le mouvement de rotation, c'est la trace de la droite de l'espace sur P.

II. Une horizontale de cote *b* du plan étant prise pour axe.

Solution. (**Ep. 306**.) On redressera deux points quelconques (A) et (C) de la droite rabattue. (**405**. — II.) Ou bien, on se contente du relèvement d'un seul de ces points, que l'on unit au point de cote b de l'axe. Ce point est un point de la droite.

La cote zéro de la droite correspond au point du rabattement de la droite, qui est à une distance b de l'axe de rotation. (**406. — Remarque.**)

408. Troisième problème fondamental. *Construire le rabattement d'un point situé dans un plan quelconque.*

I. La trace de ce plan étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Fig. 307. — Ep. 308.**) De la projection a^x du point a, on abaisse une perpendiculaire sur la trace MN du plan, l'axe de rotation. On prolonge cette perpendiculaire au delà de MN d'une quantité égale à $A'(a) = a\ A'$, véritable longueur de la distance du point a à l'axe de rotation.

Cette distance est une droite d'un plan vertical, et peut se construire en A' (a'), par un rabattement auxiliaire autour de la trace-projection de ce plan prise pour charnière. (**406.** — II.)

II. Une horizontale de cote b du plan étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Fig. 309. — Ep. 310.**) Le plan étant rabattu sur le plan horizontal H′, de même cote que l'horizontale MN, la projection (a) sur P de ce premier rabattement (a'), sera sur la perpendiculaire abaissée de la projection a^x du point, sur la projection M′N′ de l'horizontale MN, et à une distance $B(a)$ de cette projection M′N′, égale à la véritable distance $aB' = B'(a')$.

Or $B'(a') = B'(a'')$ s'obtient par un rabattement auxiliaire sur H′ autour de B′A′ (**406.—I.**) Dans l'épure 310, la cote de l'horizontale étant $b=2$, la longueur $a\ 3^1/_2\ (a'')$, dans le rabattement auxiliaire, sera égale à $1^1/_2 =$ cote $h\ 3^1/_2$ du point a, moins la cote $b = 2$ de l'horizontale prise pour axe.

Remarques. I. Le mouvement de rotation du plan s'opérant dans la direction indiquée par la flèche, le rabattement du point a est à droite, à gauche ou sur la projection de l'horizontale, axe de rotation, suivant que la cote b de l'horizontale est plus petite ou plus grande que la cote de a, ou égale à cette cote. Dans ce dernier cas, le point a est lui-même sa projection et son rabattement.

II. La perpendiculaire abaissée du point a sur la trace ou sur une horizontale du plan, est une ligne de plus grande pente de ce dernier. Son rabattement autour de sa trace-projection sera parallèle au rabattement de l'échelle de pente du plan autour de la trace-projection du plan qui la contient.

409. Problème réciproque. *Etant donné le rabattement d'un point situé dans un plan oblique, trouver sa projection.*

I. La trace horizontale du plan étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Ep. 311.**) Le rabattement (a) est lié à la projection du point par une perpendiculaire à l'axe de rotation. Le point a de l'espace se trouve dans le plan, sur une ligne de plus grande pente passant par A', et, sur cette ligne, à une distance (a) A' de ce point. Or, cette ligne de plus grande pente se rabat autour de $A'a^x$ suivant $A'(a')$, parallèle à l'échelle de pente rabattue, donc parallèle à mn. Portons sur $A'(a')$, la longueur $A'(a)$, et le point (a') relevé en a^x, donnera en ce point la projection du point, dont (a) est le rabattement.

II. Une horizontale du plan étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Ep. 312.**) Le rabattement a été opéré autour de l'horizontale BB de cote 2. En suivant le raisonnement précédent, on trouvera, pour projection du point rabattu en (a), le point a. Sa cote est égale à 2, augmenté de la longueur $A'(a) = A'(a')$ exprimée en unités de hauteur.

410. Quatrième problème fondamental. *Construire le rabattement d'une droite située dans un plan quelconque.*

I. La trace de ce plan étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Ep. 313.**) La droite AB, située dans le plan, aura sa trace B sur la trace du plan. On construira le rabattement de deux points de la droite (**408—I**). Ou bien, on ne construit que le rabattement d'un seul point A que l'on unit au point B, trace de la droite et, par suite, son propre rabattement.

II. Une horizontale de cote *b* du plan étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Ep. 314.**) La droite A^4 B^0 du plan est à rabattre autour de l'horizontale H^2 de ce plan. On rabat en (A) le point A (**408. — II.**), et l'on unit (A) au point C de cote 2, c'est-à-dire au point d'intersection de la droite AB avec H^2. Ce point, étant sur la charnière, sera son propre rabattement.

Le rabattement de la trace B de la droite est en (B), vu que AB a tourné autour de H^2, et que le point *c* est resté fixe. Les trois points (A), C^2 et (B) sont en ligne droite.

411. Problème réciproque. *Etant donné le rabattement d'une droite située dans un plan quelconque, retrouver sa projection.*

I. La trace de ce plan étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Ep. 315**.) On prolonge le rabattement de la droite jusqu'à la rencontre en B avec l'axe de rotation; B sera la trace de la droite. Un autre point se retrouve à l'aide du § **409**, II cas.

II. Une horizontale H^2 du plan étant prise pour axe de rotation.

Solution. (**Ep. 316**.) On prolonge le rabattement de la droite jusqu'en C, point de rencontre avec l'axe de rotation; ce point est la projection du point C^2 de la droite. On unit ce point à un deuxième point A relevé par la méthode du § **409**, II cas.

Applications. — Problèmes.

Angles. — Véritable longueur d'une droite.

—

412. Problème I. *Etant données une droite par son échelle de pente et la projection non cotée d'un point de cette droite, trouver la hauteur de ce point au-dessus du plan horizontal.*

Solution. (Ep. 317.) On rabat la droite dans le plan horizontal autour de son échelle de pente prise pour axe de rotation (**406**). Le point de la droite, dont c est la projection, se trouve rabattu en (c); c (c) est la hauteur de ce point au-dessus du plan de projection.

413. Problème II. *Une droite étant donnée par son échelle de pente, trouver la projection d'un de ses points dont la hauteur au-dessus du plan de projection est donnée.*

Solution. (Ep. 318.) On opère le rabattement de la droite sur le plan horizontal autour de l'échelle de pente prise pour axe (**406**). Sur ce rabattement, on détermine le point x, à une distance donnée A h de l'axe. On relève le point (x) en x, point qui sera la projection demandée (**405**).

414. Problème III. *Trouver la véritable longueur d'une portion de droite, ainsi que son angle de pente.*

Solution. (Ep. 319.) La droite rabattue dans le plan de projection autour de son échelle de pente prise pour axe fait, avec cet axe, un angle qui est son angle de pente.

La véritable longueur de la portion de droite A B se rabat en (A) (B).

415. Problème IV. *Construire l'angle de pente d'un plan.*

Solution. La ligne de plus grande pente du plan rabattue autour de l'échelle de pente de ce plan, fait avec celle-ci un angle qui est l'angle de pente du plan.

416. Problème V. *Deux droites qui se coupent étant données par leurs échelles de pente, trouver l'angle de ces deux droites ainsi que la bissectrice de cet angle.*

Solution. (**Ep. 320.**) Les deux droites déterminent un plan dont BC est la trace. Autour de cette trace, on rabat le point d'intersection A des deux droites. L'angle B(A)C sera l'angle de ces droites.

La bissectrice A(D) de cet angle se relève en AD, D restant fixe et (A) se relevant en A (**409**). Cette bissectrice se trouvera cotée par les horizontales du plan dans lequel elle est située.

417. Problème VI. *Angle d'une droite et d'un plan.*

Solution. (**Ep. 321.**) D'un point A^3 de la droite, on abaisse une perpendiculaire sur le plan (**378**). On construit l'angle de cette perpendiculaire et de la droite (**416**) ; cet angle sera le complément de l'angle que fait la droite avec le plan.

418. Problème VII. *Angle de deux plans.*

Solution. (**Ep. 322.**) D'un point quelconque A^3 de l'espace, on abaisse une perpendiculaire sur chacun des deux plans donnés (**378**). On construit l'angle de ces deux droites ; le supplément de cet angle ainsi trouvé sera l'angle plan correspondant du dièdre formé par les deux plans donnés.

419. Problème VIII. *Trouver la distance d'un point à un plan.*

Solution. (**Ep. 323.**) Du point A^4 donné, on abaisse une perpendiculaire sur le plan (**378**). On détermine le point de rencontre P de cette perpendiculaire avec le plan. La véritable longueur de PA se déterminera, non plus comme au § **381**, mais par un rabattement de PA autour d'une horizontale de cote 2 de son plan projetant (**406.-II**).

420. Problème IX. *Distance de deux plans parallèles.*

Solution. (**Ep. 324.**) D'un point quelconque A^3, on abaisse une perpendiculaire sur chacun des deux plans. On détermine les pieds P et P′ de ces perpendiculaires sur ces plans, et l'on construit, par rabattement, la véritable longueur de la distance PP′, la projection PP′ étant prise pour axe de rotation.

421. **Problème X**. *Distance d'un point à une droite.*

Solution. Par le point donné A, on mène un plan perpendiculaire à la droite (**380**). On détermine le point de rencontre P de ce plan avec la droite. La véritable longueur de la portion de droite AP mesurera la distance du point A à la droite donnée.

422. **Problème XI**. *Distance de deux droites parallèles.*

Solution. On construit un plan perpendiculaire aux deux droites ; on détermine les points de rencontre P et P′ du plan et des droites. La véritable longueur de PP′ mesure la distance des deux droites parallèles.

Les épures des §§ 421 et 422 se déduisent facilement de celles des §§ 419 et 420.

Problèmes et exercices.

423. **Problème XII**. *Par un point donné, mener une droite qni s'appuie sur deux droites données.*

Solution. (**Ep. 325**.) Par le point A^3 donné et par la première droite D, on mène un plan (**385**). Par A^3 et la seconde droite D', on mène un autre plan. Ces deux plans se rencontrent suivant une droite qui doit passer par le point donné. Comme cette droite est avec D dans un même plan, elle rencontrera D, à moins de lui être parallèle. Il en sera de même pour la droite D′.

Vérifications. La droite ainsi construite doit rencontrer D. Soit B ce point de rencontre. Pour que la droite rencontre réellement D au point B, il faut, qu'en ce point, la cote de B, considéré comme appartenant à la droite construite, soit la même que la cote du même point supposé appartenir à D. On construira les cotes de B dans ces deux hypothèses par rabattement (**412**).

On fera les mêmes constructions et vérifications pour le point C.

424. Problème XIII. *Parallèlement à une droite donnée* D, *mener une droite qui s'appuie sur deux droites données* D′ *et* D″.

Solution. (**Ep. 326**.) Parallèlement à D, on mène un plan qui passe par D′ (**389**). Parallèlement à D, on mène un autre plan qui passe par D″.

Ces deux plans se rencontrent suivant une droite parallèle à D, laquelle droite, étant dans un même plan avec D′ et dans un autre plan avec D″, rencontrera chacune de ces droites à moins de leur être parallèle.

Vérifications. On vérifiera si les points de rencontre A et B ont même cote sur les deux droites (Voir problème précédent).

425. Problème XIV. *Construire la plus courte distance entre deux droites non situées dans un même plan.*

Solution. (Fig. 327. — Ep. 328.) Par un point A de la première droite D, on mène une parallèle à la seconde droite donnée D′. On déterminera de cette manière un plan Q, dont on construit l'échelle de pente. Ce plan est parallèle à D′. D'un point B de la seconde droite, on abaisse une perpendiculaire sur ce plan. Par P, pied de cette perpendiculaire, on mène une droite PP′ parallèle à D′; cette droite sera dans le plan et rencontrera D en P′; la perpendiculaire P′B′, élevée en P′ sur le plan Q, sera perpendiculaire à D et à D′, donc cette droite est la plus courte distance des deux droites données (**399**).

Vérifications. La droite B′P′ doit être égale, en véritable longueur, à la droite BP. On construira donc la véritable longueur de chacune de ces deux droites, et l'on vérifiera si ces longueurs sont les mêmes.

426. Problème XV. *Par un point d'un plan, mener, dans ce plan, une droite faisant un angle* α *avec les horizontales du plan.*

Solution. (Ep. 329.) On rabat le plan avec le point donné A^2 dans le plan horizontal, la trace du plan étant prise pour axe. Comme toutes les horizontales du plan sont parallèles à sa trace, le rabattement de la droite demandée fera avec elles et avec la trace du plan l'angle α.

Donc, par (A), rabattement de A^2, on mène une droite faisant l'angle donné avec la trace du plan. Cette droite rencontre la trace au point X et ce point, joint à A^2, sera la droite demandée. Elle sera cotée par les horizontales du plan.

427. Problème XVI. *Par un point d'un plan, mener, dans ce plan, une droite faisant un angle donné avec une autre droite de ce plan.*

Solution. (**Ep. 330.**) On rabat le plan avec le point et la droite donnés dans le plan de projection, la trace du plan donné étant prise pour axe. Par le rabattement (A) du point A^2, on mènera une droite faisant l'angle voulu avec la droite rabattue, et rencontrant celle-ci en un point (M) et la trace du plan au point X.

La droite (A)(M)X relevée donnera A^2MX pour la droite demandée.

Cette droite devra passer par les trois points X, M et A^2, relevés chacun séparément.

428. Problème XVII. *Par un point d'un plan, mener, dans ce plan, une droite dont la pente est donnée, ou, en d'autres termes, une droite faisant un angle donné avec le plan de projection horizontal.*

Solution. (**Ep. 431.**) La pente de la droite étant le rapport de la différence des cotes des extrémités de cette droite à sa projection horizontale, ou bien encore, le rapport de l'unité de hauteur à l'intervalle, on aura : intervalle $= \dfrac{\text{unité de hauteur}}{\text{la valeur donnée pour la pente.}}$

L'intervalle est donc connu.

Comme la droite demandée doit être dans le plan donné et passer par le point A^3 de ce plan, la trace de la droite sera sur la trace du plan, en un point, qui est à une distance du point A^3 égale à 3 fois l'intervalle calculé.

Donc, de ce point comme centre, avec 3 fois l'intervalle comme rayon, nous décrirons un arc de cercle. Cet arc de cercle rencontre la trace du plan en un point qui, avec A^3, déterminent la droite demandée.

Autre solution. La pente de la droite est encore connue quand on donne l'angle α que la droite doit faire avec sa projection.

L'unité de hauteur connue, on construira un triangle rectangle ACB, ayant cette unité CB pour côté de l'angle droit, et un angle aigu égal à α. L'hypothénuse de ce triangle sera le rabattement d'une droite, ayant la pente donnée, autour de sa projection AB, l'intervalle de la droite en projections cotées. L'intervalle connu, la solution est ramenée à la solution précédente.

Remarque. Suivant que A^3P (trois fois l'intervalle) est plus grand que *pa* (trois fois l'intervalle de l'échelle de pente du plan), égal à cette ligne, ou plus petit que cette dernière, il y aura deux solutions, une solution, ou le problème sera impossible.

Or, l'unité de hauteur étant la même pour l'échelle de pente du plan et pour celle de la droite, on voit que la grandeur des intervalles dépend des angles que les échelles de pente du plan et de la droite font avec leurs projections. Si α' est l'angle de pente du plan, on voit que

si $\alpha < \alpha'$, le problème admet deux solutions ;

si $\alpha = \alpha'$, le problème n'admet qu'une solution, une droite parallèle à l'échelle de pente du plan,

et si $\alpha > \alpha'$, le problème est impossible.

429. **Problème XVIII**. *En un point d'une droite, élever à cette droite, une perpendiculaire faisant un angle donné α avec le plan horizontal.*

Solution. (**Ep. 332**.) Au point B, on construit un plan perpendiculaire à la droite donnée (**400**). Ce plan est le lieu géométrique de toutes les perpendiculaires à la droite donnée et passant par B. La droite demandée sera donc dans ce plan, et fera un angle α avec le plan de projection ; elle sera construite par le problème précédent.

Comme cette droite doit faire un angle α avec le plan horizontal, donc avec sa projection, la longueur DE sera son intervalle.

Du point B^3 donné, avec trois fois DE comme rayon, on décrira un arc de cercle, lequel arc coupera en C la trace du plan, et BC sera une droite qui satisfait aux conditions du problème.

Remarque. Il y a deux solutions ou une seule, si α est $<$ ou égal à l'angle de pente du plan, donc plus petit que le complément de l'angle de pente de la droite donnée ou égal à ce complément. Le problème est impossible si $\alpha >$ que le complément de cet angle de pente.

430. Problème XIX. *Par une droite donnée, mener un plan dont la pente est donnée.*

Solution. (Ep. 333.) L'angle de pente α du plan étant donné ainsi que l'unité de hauteur $h = CB$, le côté AB du triangle rectangle ABC mesurera la longueur de l'intervalle de l'échelle de pente du plan à construire.

Ce plan passant par la droite donnée, nous pouvons faire passer son échelle de pente par un des points de cette droite, soit par le point D^3.

L'échelle passant par le point 3, le zéro de l'échelle sera à une distance du point D égale à $3 \times AB$; il se trouvera donc en un point de l'arc de cercle décrit du point D^3 comme centre avec $3 \times AB$ pour rayon.

Pour que la droite soit dans le plan, il faut que le zéro de la droite soit sur la trace du plan, donc sur une perpendiculaire à l'échelle de pente passant par le zéro de cette dernière.

Il suffit de mener, du point E^0, une tangente à l'arc de cercle décrit précédemment, pour avoir le point F, zéro de l'échelle de pente du plan ; ce dernier se trouvera ainsi suffisamment déterminé.

Remarque. Le problème peut admettre deux solutions, une seule solution, ou bien il est impossible, suivant que $DF = 3$ fois AB est plus petit que DE, égal à DE, ou plus grand que DE.

Ce qui revient à dire : que le problème est possible et admet deux solutions, si l'angle de pente du plan est plus grand que l'angle de pente α' de la droite ; il n'admet qu'une solution si $\alpha = \alpha'$, et il devient impossible si α est plus petit que α'.

FIN.