LIVRE II.

PROJECTIONS ORTHOGONALES COTÉES.

—

Plans cotés.

—

Chapitre premier.

—

Représentation du point, de la ligne droite et du plan.

—

341. Considérations générales. Définitions. Si, d'un point a, on abaisse une perpendiculaire sur un plan P, *le pied de cette perpendiculaire est la projection de a sur* P. (**Fig. 253.**)

La perpendiculaire abaissée du point a sur le plan P est *la projetante du point a.*

Le plan P *est le plan de projection.*

La projetante étant normale à P, on dit que le point *a est projeté orthogonalement sur* P ; *le pied de la projetante est la projection orthogonale de a sur* P.

Le plan P est un plan horizontal, perpendiculaire à la direction du fil à plomb, à moins qu'on ne dise le contraire.

342. Loi des projections orthogonales. *Tout point de l'espace est lié à sa projection par une perpendiculaire au plan de projection ; cette perpendiculaire mesure la distance du point au plan.*

Représentation et détermination du point.

343. Projection cotée du point. Un point a de l'espace est suffisamment représenté par sa projection orthogonale sur P et la longueur de sa projetante.

Il suffira, en effet, pour retrouver le point a, d'élever une perpendiculaire au plan P au point qui est la projection de a et de prendre sur cette perpendiculaire, à partir de P, une longueur égale à la projetante.

Plusieurs points de l'espace sont suffisamment représentés sur P par leurs projections sur ce plan et par les longueurs de leurs projetantes.

Ces longueurs, exprimées en unités de longueur, peuvent être inscrites dans un tableau ou être marquées en nombres abstraits à côté des projections de ces points.

La projection d'un point, accompagnée de ce nombre, est **la projection cotée de ce point**. *Le nombre lui-même est* **la cote du point.**

Un point est donc suffisamment représenté et déterminé par sa projection orthogonale cotée sur un plan.

344. Notations. Nous marquerons la projection cotée d'un point par la lettre qui est donnée à ce point dans l'espace, accompagnée d'un chiffre abstrait qui exprime la longueur de la projetante, chiffre placé sous forme d'exposant.

Représentation et détermination de la droite.

345. Projection d'une droite. Une droite d de l'espace étant déterminée par deux de ses points, cette droite sera suffisamment représentée par les projections cotées de ces deux points.

Les projetantes de ces points déterminent, avec la droite, un **plan projetant** perpendiculaire au plan de projection ; il coupe ce dernier suivant une droite, **la projection de la droite** *d,* et il contient les projetantes de tous les points de cette droite.

De ce qui précède, nous concluons :

Que la projection orthogonale d'une droite d est une droite ;

Que les projections de tous les points de d se trouvent sur la projection de cette droite ;

Que la droite d est suffisamment déterminée par sa projection sur P *avec les projections cotées de deux de ses points.*

346. Graduer la projection d'une droite. — Echelle de pente d'une droite.

Dans les applications, il est d'une grande utilité d'avoir, sur la projection d'une droite, les points dont les cotes suivent une progression arithmétique, les hauteurs qui correspondent à ces cotes sont des multiples de l'unité de hauteur.

Déterminer, sur la projection de la droite, cette suite de points particuliers, c'est graduer cette projection ; celle-ci ainsi graduée porte le nom d'**échelle de pente de la droite**.

Les points ainsi déterminés et dont les cotes sont des nombres entiers portent le nom de **points à cotes rondes**.

La longueur qui sépare, sur la projection graduée de la droite, deux cotes qui diffèrent de l'unité porte le nom d'**intervalle**.

Proposons-nous de graduer la projection d'une droite.

Premier cas. *Les extrémités de la droite ont des cotes exprimées en nombres entiers.*

On divisera la projection *ab* de la droite en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans la différence des cotes des points *a* et *b*. Chaque point de division sera la projection d'un point de la droite ayant pour cote un multiple de l'unité de hauteur.

Deuxième cas. *La cote de l'une des extrémités de la droite est un nombre fractionnaire.*

Soit la droite *ab* (**Ep. 254**.), *a* ayant pour cote 2 et *b* la cote $4\frac{2}{3}$.

On réduira les deux cotes en fractions dont le dénominateur est trois, et l'on divisera *ab* en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans la différence des numérateurs de ces fractions. Dans notre exemple, on divise *ab* en 8 parties égales et la cote 3 sera au point *c,* extrémité de la troisième division, etc.

Troisième cas. *Graduer, d'après ce qui précède, la droite dont les deux extrémités a et b ont pour cotes respectives les nombres fractionnaires* 2 2/3 *et* 6 6/9.

347. Trace de la droite. *La trace d'une droite est le point où cette droite perce le plan de projection. Cette trace a pour cote zéro.*

348. Pente d'une droite. On appelle **pente d'une droite sur le plan de projection,** la tangente trigonométrique de l'angle α que cette droite fait avec sa projection.

Cette tangente est exprimée par le rapport $\frac{CE}{EA} = \frac{BD}{DA}$ (**Fig. 255**); en d'autres termes :

La pente d'une droite est égale au rapport de la différence des cotes de deux points quelconques de la droite à la distance qui sépare la projection de ces deux points.

En ne considérant de la droite que deux points dont les cotes rondes diffèrent de l'unité, on voit *que la pente de la droite est exprimée par $\frac{h}{i}$, h étant l'unité de hauteur et i l'intervalle de la droite.*

—

Représentation et détermination du plan.

—

349. Trace du plan. La trace d'un plan sur P est la droite suivant laquelle ce plan coupe le plan de projection.

350. Ligne de pente du plan. La ligne de pente du plan est une de ses droites **de plus grande pente**, c'est-à-dire, la droite du plan qui, de toutes celles que l'on peut mener par un point dans ce plan, fait le plus grand angle avec sa projection.

Cette droite est perpendiculaire à la trace du plan et par conséquent à toute horizontale de ce plan.

En effet, soient un plan R et un point quelconque *a* de ce plan. Une droite quelconque *ab* du plan a pour valeur de sa pente le rapport $\frac{aa'}{a'b}$. La perpendiculaire *ac* abaissée de *a* sur la trace du plan a pour pente la valeur du rapport $\frac{aa'}{a'c}$. (**Fig. 256**.)

Or, ac étant perpendiculaire à la trace bc, $a'c$ le sera aussi et par conséquent $a'c < a'b$, d'où $\frac{aa'}{a'c} > \frac{aa'}{a'b}$;
la pente de ac est donc plus grande que la pente d'une droite quelconque du plan menée par a.

La ligne ac est donc une ligne *de plus grande pente du plan.*

Toute horizontale du plan R peut être considérée comme le résultat de l'intersection de R avec un plan horizontal ; ce dernier étant parallèle au plan de projection P, il en résulte que *toute horizontale du plan est parallèle à la trace de ce plan.*

La ligne de pente du plan, perpendiculaire à la trace de ce plan, sera donc perpendiculaire à toute horizontale de ce même plan.

351. Echelle de pente du plan. *La projection graduée d'une des lignes de plus grande pente du plan sera* **l'échelle de pente de ce plan.**

352. Pente du plan. *La pente du plan est celle d'une de ses lignes de plus grande pente.*

353. Angle de pente. *L'angle de pente de cette ligne de plus grande pente sera l'angle de pente du plan.*

354. Représentation du plan. *Un plan étant déterminé par deux droites qui se coupent, tout plan est suffisamment représenté par la projection graduée d'une de ses lignes de plus grande pente.*

En effet, (**Fig. 257.**) la ligne de plus grande pente ab étant perpendiculaire à la trace du plan à représenter, l'échelle de pente ab' de ce plan sera perpendiculaire à cette trace ; par suite celle-ci est connue dès que l'on donne ab'. Deux droites du plan étant représentées, celui-ci le sera également.

Pour retrouver le plan de l'espace représenté par son échelle de pente, je construis la trace T de ce plan ainsi que la droite ab dont ab' est la projection ; le plan, suffisamment représenté par ab', sera en même temps déterminé par cette droite.

Notations. Dans le tracé des épures, l'échelle de pente d'un plan se marque par un double trait formé de deux traits assez rapprochés.

L'une de ces lignes est pleine, l'autre sera pleine ou présentera la notation du trait mixte, suivant que le plan est une donnée, un résultat d'un problème, ou qu'il est auxiliaire et qu'il sert à la construction.

La seconde droite, qui fait ainsi connaître la nature du plan, en est **la caractéristique**.