Chapitre IV.

—

Positions particulières du point, de la droite et du plan. Plans bissecteurs. Positions symétriques.

Positions du point, de la droite et du plan par rapport aux plans bissecteurs.

—

64. Définitions. — Notations. — Premier plan bissecteur. Désignons par B_1 et appelons *premier plan bissecteur*, le plan qui divise les angles dièdres I et III en deux parties égales.

L'axe de projection divisera ce plan en deux nappes :

Celle du premier dièdre sera positive et désignée par $+ B_1$;

Celle du troisième dièdre sera négative et désignée par $— B_1$.

65. Second plan bissecteur. Désignons par B_2 et appelons *second plan bissecteur,* le plan qui divise les angles dièdres II et IV en deux parties égales.

L'axe de projection divisera ce plan en deux nappes :

Celle du deuxième dièdre sera positive et désignée par $+ B_2$;

Celle du quatrième dièdre sera négative et désignée par $— B_2$.

66. Positions du point par rapport aux deux plans bissecteurs. (Fig. 26.)

$$\text{Un point peut être situé dans} \; \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{ll} +B_1 \; \ldots & (1. \\ +B_2 \; \ldots & (2. \\ -B_1 \; \ldots & (3. \\ -B_2 \; \ldots & (4. \end{array} \right.$$

Pour chacune de ces quatre positions du point, les deux hauteurs sont égales.

Ainsi, pour le point a, on aura : $aa'' = aa'$ etc.

Le tableau suivant donnera les signes des hauteurs et des ordonnées, ainsi que leurs positions, pour les différentes positions du point par rapport aux deux plans bissecteurs.

POSITIONS DU POINT	SIGNES		Positions après rabattement de P_1 sur P_2.		REMARQUES.
	1^re^ ordonnée ou 2^e^ hauteur.	2^e^ ordonnée ou 1^re^ hauteur.	1^re^ projection et 1^re^ ordonnée.	2^e^ projection et 2^e^ ordonnée.	
Point dans $+B_1$.	positives	positives	au-dessous de l'axe	au-dessus de l'axe	Les deux projections sont symétriques.
Point dans $+B_2$.	négatives	positives	au-dessus de l'axe	au-dessus de l'axe	Les deux projections coïncident. (Projection double.)
Point dans $-B_1$.	négatives	négatives	au-dessus de l'axe	au-dessous de l'axe	Les deux projections sont symétriques.
Point dans $-B_2$.	positives	négatives	au-dessous de l'axe	au-dessous de l'axe	Les deux projections coïncident. (Projection double.)

67. En résumant les propriétés des projections du point dans ses différentes positions, nous pouvons poser les lois suivantes :

I. *Si un point est situé sur une des deux nappes d'un plan bissecteur, les ordonnées de ce point sont égales.*

Réciproquement *Si, dans une épure, les ordonnées des projections d'un point sont égales, on peut affirmer que ce point, dans l'espace, est situé sur une des deux nappes d'un plan bissecteur.*

II. *Tout point du premier plan bissecteur a ses deux projections symétriques par rapport à l'axe.*

Réciproquement. *Un point dont les projections sont symétriques par rapport à l'axe, se trouve, dans l'espace, dans le premier plan bissecteur*. (**Epure 27-1-2**.)

Ce point est dans $+ B_1$ ou $— B_1$, suivant que sa première projection se trouve au-dessous ou au-dessus de l'axe.

III. *Tout point du second plan bissecteur a ses deux projections qui coïncident sur le plan de figure, et forment une* **projection-double**.

Réciproquement. *Si les deux projections d'un point coïncident et forment une projection-double, le point appartient, dans l'espace, au second plan bissecteur*.

Ce point est dans $+ B_2$ ou $— B_2$, suivant que cette projection-double est au-dessus ou au-dessous de l'axe. (**Epure 27-3 et 4**.)

—

Positions de la droite par rapport aux deux plans bissecteurs.

—

Une droite peut être	située dans	B_1	(1.
		B_2	(2.
	parallèle à	B_1	(3.
		B_2	(4.
	perpendiculaire à . . .	B^1	(5.
		B_2	(6.
	oblique aux deux plans B_1 et B^2 .		(7.

68. Droite située dans B_1. Un point du premier plan bissecteur B_1 ayant ses deux projections symétriques par par rapport à l'axe, il s'ensuit que :

Toute droite de B_1 *a ses deux projections également inclinées sur l'axe, et se rencontrant en un point de cette ligne, et réciproquement.* (**Epure 29-1**.)

La droite est dans $+ B_1$ ou $- B_1$, suivant que sa première projection, sur le plan de figure, se trouve au-dessous ou au-dessus de l'axe.

La droite perce les deux plans P_1 et P_2 sur l'axe, et ce point est sa première trace, en même temps que sa trace sur P_2.

69. Droite située dans B_2. Chacun des points de la droite aura ses deux projections qui n'en forment qu'une sur le plan de figure. De là, il résulte que :

Toute droite de B_2 *n'a qu'une seule* **projection-double**, *et réciproquement, toute droite dont les deux projections coïncident est une droite de* B_2. (**Epure 29-2**.)

La droite est dans $+ B_2$ ou dans $- B_2$, suivant que sa projection-double est au-dessus ou au-dessous de l'axe.

Les traces de la droite coïncident sur l'axe et n'en forment qu'une.

70. Droite parallèle à B_1. Une droite est parallèle à B_1 si elle est parallèle à une droite de B_1. Comme cette dernière droite a ses projections symétriques par rapport à l'axe, on voit que :

Toute droite parallèle à B_1 *a ses deux projections également inclinées sur l'axe, en sens inverse, et sans se rencontrer sur l'axe, et réciproquement.* (**Epure 29-3**).

71. Droite parallèle à B_2. *Toute droite parallèle à* B_2 *aura ses deux projections parallèles, donc également inclinées sur l'axe et dans la même direction.* (**Epure 29-4**).

En effet, une droite, pour être parallèle à B_2, doit être parallèle à une droite de B_2, laquelle droite n'a qu'une projection-double.

Réciproquement. *Toute droite dont les deux projections sont parallèles est une droite du second plan bissecteur.*

Une telle droite est, en effet, parallèle à une certaine droite n'ayant qu'une projection-double, droite du second plan bissecteur.

72. Droite perpendiculaire à B_1. (Fig. 28.) Une droite *d* perpendiculaire à B_1 aura pour projections deux droites se confondant en une seule perpendiculaire à l'axe.

Une telle droite rencontre chacun des deux plans de projection sous un angle de 45 degrés, et les ordonnées de ses traces t_2 et t_1 sont égales.

En prenant sur cette droite un point quelconque *a*, on voit que la somme des ordonnées $oa'' + oa' = aa' + oa' = t_2 a'' + a''o = t_2o$ $= t_1o =$ l'ordonnée de l'une des traces de la droite.

Pour un autre point de *d* dans le 2[e] dièdre, la même relation existe encore, en observant toutefois la règle des signes des ordonnées.

Propriétés. *Toute droite perpendiculaire à* B_1 *se projette suivant une seule perpendiculaire à l'axe; les deux traces de cette droite sont symétriques, et la somme algébrique des ordonnées d'un point est constante et égale à l'ordonnée de l'une des traces,* ou, ce qui revient au même, *égale à la moitié de la distance qui sépare les deux traces, et réciproquement.* (**Epure 29-5**.)

Remarque. La droite est située dans le troisième dièdre, si la première trace de cette droite, ou la première projection d'un de ses points, est au-dessus de l'axe sur le plan de figure.

73. Droite perpendiculaire à B_2. D'après ce qui précède et d'après la **figure 28,** on voit que :

Toute droite perpendiculaire à B_2 *a ses deux projections qui se confondent en une seule perpendiculaire à l'axe; les deux traces se confondent en une seule,* **la trace-double de la droite**, *et la somme algébrique des ordonnées d'un point quelconque de cette droite est constante et égale à l'ordonnée de la trace-double.*

Réciproquement. *Toute droite qui se projette suivant une seule perpendiculaire à l'axe, et dont les traces se confondent en une seule trace-double, et pour laquelle droite la somme algébrique des ordonnées d'un point quelconque est constante et égale à l'ordonnée de la trace-double, est une droite qui, dans l'espace, est perpendiculaire au second plan bissecteur.* (**Epure 29-6**.)

74. Droite inclinée sur les deux plans bissecteurs. Une telle droite ne jouit d'aucune des propriétés caractéristiques des positions ci-dessus mentionnées. (**Epure 29-7.**)

75. Trace d'une droite sur les plans bissecteurs. La droite peut être perpendiculaire à l'un des deux plans bissecteurs ou oblique à chacun de ces deux plans. Dans les deux cas :

La trace sur B_1 est le point à *projections symétriques* de la droite. Cette trace est celle de la droite sur B_1 ou sur $-B_1$, suivant que la première projection du point à *projections symétriques* est au-dessous ou au-dessus de l'axe.

La trace sur B_2 est le point à *projection-double* de la droite. Suivant que cette projection-double est au-dessus ou au-dessous de l'axe, ce point représentera la trace de la droite sur $+B_2$ ou sur $-B_2$. Ce point s'obtient en prolongeant les deux projections de la droite jusqu'à leur rencontre.

76. Formulaire pour reconnaître les différentes positions d'une droite par rapport aux deux plans bissecteurs, à la simple inspection de ses projections dans une épure.

Si les deux projections de la droite sont également inclinées sur l'axe,	chacune en sens contraire et se rencontrent,	sur l'axe	la droite est	dans B_1 ;
		en dehors		parallèle à B_1 ;
	chacune dans le même sens et se rencontrent,	sur l'axe	la droite est	dans B_2 ;
		à l'infini		parallèle à B_2.
Si les deux projections ne forment qu'une perpendiculaire à l'axe, et si ces deux projections admettent	un point à projections symétriques		la droite est perpendiculaire	à B_1,
	un point à projection-double			à B_2.

Positions du plan par rapport aux deux plans bissecteurs.

---

77. Différentes positions du plan.

Un plan peut être	parallèle à	B_1. . . .	(1.
		B_2. . . .	(2.
	perpendiculaire à. . . .	B_1. . . .	(3.
		B_2. . . .	(4.
	oblique à B_1 et à B_2		(5.

78. Plan parallèle à B_1. *Tout plan parallèle à* B_1 *a ses deux traces parallèles à l'axe et coïncidentes sur le plan de figure, et réciproquement.* (**Epure 32-2.**)

En effet, **Fig. 30,** de tels plans q et r rencontreront les plans P_1 et P_2 suivant des droites parallèles à l'axe, et comme ces plans doivent faire 45° avec les plans de projection, les traces q_1 et q_2 de q, ainsi que r_1 et r_2 de r sont à égales distances de l'axe et coïncideront par suite sur le plan de figure.

Sur le plan de figure les traces de q coïncideront au-dessus de l'axe et les traces de r au-dessous de cette ligne.

Remarque. *Suivant que les traces coïncident au-dessus ou au-dessous de l'axe, le plan parallèle à* B_1 *se trouve au-dessus ou au-dessous de* B_1.

79. Plan parallèle à B_2. *Tout plan parallèle à* B_2 *a ses deux traces parallèles à l'axe et symétriques par rapport à cette ligne sur le plan de figure, et réciproquement.* (**Epure 32-2.**)

Le raisonnement précédent et la **figure 31** montrent que les traces de s sont parallèles et à égales distances de l'axe A, donc symétriques sur le plan de figure par rapport à cet axe.

Il en sera de même des traces t_1 et t_2 de t.

Pour le plan s, la deuxième trace s_2 sera au-dessous de l'axe, et pour le plan t sa trace t_2 sera au-dessus de cette ligne.

Remarque. *Suivant que la deuxième trace d'un plan parallèle à* B_2 *est au-dessus ou au-dessous de l'axe, ce plan sera, dans l'espace, au-dessus ou au-dessous du plan* B_2.

80. Plan perpendiculaire à B_1. *Tout plan perpendiculaire à* B_1, *mais non parallèle en même temps à* B_2, *a ses deux traces également inclinées sur l'axe et symétriques par rapport à cette ligne, et réciproquement.* (**Epure 32-3.**)

Un tel plan est, en effet, mené suivant une perpendiculaire à B_1 ; les traces d'une telle droite sont sur les traces de mêmes noms du plan et symétriques par rapport à l'axe (**72**). Les traces du plan devant passer par ces points symétriques et se rencontrer sur l'axe, sont donc nécessairement deux lignes symétriques par rapport à cet axe.

81. Plan perpendiculaire à B_2. *Tout plan perpendiculaire à B_2, mais non parallèle en même temps à B_1, a ses deux traces également inclinées sur l'axe et coïncidentes en formant une* **trace-double**, *et réciproquement.* (**Epure 32-4.**)

Un tel plan est, en effet, mené suivant une droite perpendiculaire à B_2, laquelle droite a ses deux traces qui coïncident sur le plan de figure (**73**). Les traces du plan sont donc en ligne droite et forment une trace-double.

82. Plan incliné sur B_1 et B_2. Les deux traces sont quelconques et ne jouissent d'aucune des propriétés qui caractérisent les positions particulières précédentes.

83. Traces principales d'un plan. *On nomme* **traces principales** *d'un plan les lignes droites suivant lesquelles ce plan rencontre les deux plans bissecteurs.*

Les traces principales concourent avec les traces ordinaires du plan en un même point de l'axe.

Problème. *Construire les traces principales d'un plan.* (Voir plus loin. — Applications. — Problèmes.)

84. Formulaire pour reconnaître les différentes positions du plan à l'égard des plans bissecteurs, à la simple inspection des traces de ces plans sur le plan de figure.

Suivant que les traces du plan sont	parallèles à l'axe,	symétriques par rapport à l'axe ou coïncidentes,	le plan dans l'espace est	parallèle à	B_1 B_2,	et réciproquement.
	ou					
	inclinées sur l'axe	symétriques par rapport à l'axe ou coïncidentes,		perpendiculaire à	B_1 B_2,	

—

Positions symétriques de points, droites et plans par rapport aux plans de projection et aux plans bissecteurs.

Positions symétriques par rapport aux plans de projection.

85. Généralités. — Définitions. *Deux points sont symétriques par rapport à un plan, lorsque la droite qui les unit est perpendiculaire au plan et divisée par ce dernier en parties égales.*

Couple de points symétriques. *Ces deux points constituent un couple de points symétriques par rapport à ce plan.*

Plan de symétrie. *Le plan sera le plan de symétrie de ce couple.*

Lignes symétriques par rapport à un plan. *Deux lignes sont symétriques par rapport à un plan, lorsqu'à chaque point de l'une des lignes correspond sur l'autre ligne un point symétrique par rapport au plan, lequel est le plan de symétrie de deux lignes.*

Ces lignes sont { droites, planes ou gauches.

86. Couple de droites symétriques. *Si les lignes symétriques sont des droites, elles forment un couple de droites symétriques par rapport au plan de symétrie.*

Axe de symétrie. Les deux droites symétriques sont situées dans un plan perpendiculaire au plan de symétrie, et coupant ce dernier suivant une droite appelée **axe de symétrie.**

Sommet de symétrie. Chaque point de l'une des deux droites a son point symétrique sur l'autre. Si la distance qui unit ces points symétriques devient nulle, ces points se confondent et se trouvent dans le plan de symétrie, sur l'axe et sur les deux droites. *Ces points n'en forment qu'un seul appelé le sommet de symétrie.*

Propriétés. I. *L'axe de symétrie passe par le sommet de symétrie et divise l'angle des deux droites en deux parties égales.*

II. *Le sommet de symétrie est à l'infini si les deux droites sont parallèles au plan de symétrie.*

87. Couple de plans symétriques. *Deux plans sont symétriques par rapport à un plan de symétrie, lorsque chaque point du premier plan a son symétrique dans l'autre plan, ou encore, lorsqu'une perpendiculaire quelconque au plan de symétrie les perce en deux points formant un couple symétrique par rapport au plan de symétrie.*

Deux plans symétriques par rapport à un plan donné forment un couple de plans symétriques par rapport à ce plan.

Axe de symétrie. Les deux plans symétriques sont également inclinés sur le plan de symétrie, lequel est le plan bissecteur du dièdre des plans donnés.

L'intersection commune des deux plans sera une droite du plan de symétrie. Cette droite est l'axe de symétrie des deux plans et en même temps la trace commune sur le plan de symétrie.

Propriétés. I. *Une droite du premier plan a, dans le deuxième plan du couple, sa droite symétrique par rapport au plan de symétrie.*

II. *Le sommet de symétrie de ces deux droites et, en général, de tous les couples symétriques contenus dans les deux plans symétriques, se trouve sur l'axe de symétrie, la trace commune de ces plans.*

III. *L'axe de symétrie des deux plans est donc le lieu géométrique des sommets de symétrie de tous les couples de droites symétriques contenues dans les plans donnés.*

IV. *Pour deux droites symétriques parallèles au plan de symétrie, et par suite à l'axe de symétrie des deux plans, le sommet de symétrie se trouve à l'infini et les deux droites sont parallèles.*

—

Couple de points symétriques par rapport aux plans de projection.

Le couple peut être symétrique par rapport à	$+P_1$;	tel est le couple des points	A et B.	**Epure 34**	(1.
	$-P_1$;		C et D.		(2.
	$+P_2$;		A et C.		(3.
	$-P_2$;		B et D.		(4.

88. Les principes exposés (**85**) et la (**Fig. 33**) montrent que pour ces quatre couples, les hauteurs et les ordonnées de ces points jouissent des propriétés communes suivantes :

Propriété. *Si deux points sont symétriques par rapport à une des deux nappes de l'un des deux plans de projection, les hauteurs de ces points sur ce plan sont égales et de signes contraires ; les hauteurs sur l'autre plan de projection sont égales et de mêmes signes.*

De là il résulte, *que les projections sur le plan de symétrie se confondent et que, sur l'autre plan de projection, les projections de ces points sont symétriques par rapport à l'axe.*

—

Couple de droites symétriques par rapport aux plans de projection.

89. Les propriétés énoncées pour un couple de points symétriques par rapport à un des plans de projection s'appliquent à deux et plusieurs couples, tels que *a* et *c*, *b* et *d*, *f* et *e*.

Il est donc facile de déduire de la **figure 35** et de ce qui précède, les propriétés suivantes :

Propriétés. I. *Deux couples de points symétriques déterminent un couple de droites symétriques.*

II. *Un couple de droites symétriques par rapport à un plan de projection se projette sur ce plan, son plan de symétrie, suivant une seule droite, l'axe de symétrie du couple, et sur l'autre plan de projection suivant deux droites symétriques par rapport à l'axe de projection.*

III. *La projection du sommet de symétrie du couple sur le plan de projection qui n'est pas plan de symétrie, se trouve sur l'axe de projection, au point de concours des projections des deux droites sur ce plan.*

IV. *L'axe de projection sera la bissectrice de l'angle des projections des deux droites.*

V. *La trace du plan du couple sera normale à l'axe et au plan de symétrie.*

Planche III, Fig. 35 et **Epure 36.** Couple de droites symétriques par rapport à P_2.

Fig. 37 et **Epure 38.** Couple de droites symétriques par rapport à P_1.

Couple de plans symétriques par rapport aux plans de projection.

90. Couple de plans symétriques par rapport à P_1. La trace sur P_1 sera commune et formera l'axe de symétrie du couple (**87**). La trace sur P_2 du premier plan devra avoir, dans le deuxième plan du couple, sa droite symétrique par rapport à P_1, plan de symétrie (**87**). Cette droite symétrique sera dans le plan P_2 et formera donc la deuxième trace du deuxième plan, symétrique à la deuxième trace du premier plan. Donc,

Propriété. *Deux plans symétriques par rapport à* P_1 *ont même trace sur* P_1, *et leurs traces sur* P_2 *sont symétriques par rapport à l'axe de projection.* (**Epure 39-1.**)

91. Couple de plans symétriques par rapport à P_2. *Deux plans symétriques par rapport à* P_2 *ont même deuxième trace, et leurs traces sur* P_1 *sont symétriques par rapport à l'axe de projection.* (**Epure 39-2.**)

Remarque. Si, dans les cas précédents, l'axe de symétrie des deux plans, leur trace commune sur le plan de symétrie, devient parallèle à l'axe de projection, le sommet de projection des deux autres traces devant être sur l'axe de symétrie et sur l'axe de projection, sera à leur point de rencontre qui se trouve reculé à l'infini.

Dans ce cas particulier, *les traces symétriques sont parallèles à l'axe de projection.* (**Epure 39-3.**)

—

Positions symétriques par rapport aux plans bissecteurs.

—

Couple de points symétriques par rapport aux plans bissecteurs.

92. Couple de points symétriques par rapport à B_1. Les deux points *a* et *b*, symétriques par rapport à B_1 ont leurs hauteurs et leurs ordonnées de noms contraires égales. (**Fig. 40.**)

Donc, $a'' A = b' A$ et $b'' A = a' A$. Propriété qui résulte de l'égalité des deux trapèzes $a''abb''$ et $aa'b'b$.

Propriété. *En rabattant* P_1 *sur* P_2, *les projections des points a et b se trouvent sur une seule et même perpendiculaire à l'axe de projection, et les projections de noms contraires des deux points symétriques par rapport à* B_1 *sont symétriques par rapport à l'axe, et réciproquement.* (**Epure 41.**)

93. Couple de points symétriques par rapport à B_2. Les deux points *a* et *b* (**Fig. 42.**) ont encore leurs hauteurs et leurs ordonnées de noms contraires égales.

Propriété. *En rabattant* P_1 *sur* P_2, *les projections des deux points se trouvent sur une perpendiculaire à l'axe, et les projections de noms contraires des deux points symétriques par rapport à* B_2 *se confondent, et réciproquement.* (**Epure 43.**)

Formulaire pour reconnaître deux points qui forment un couple symétrique par rapport aux plans bissecteurs.

Si toutes les projections de deux points sont sur ne même perpendiculaire à l'axe de projection,	et que les projections de noms contraires	sont symétriques par rapport à l'axe	les deux points sont symétriques par rapport	à B_1	et réciproquement.
		ou			
		se confondent en une seule,		à	

—

Couple de droites symétriques par rapport aux plans bissecteurs.

94. Couple de droites symétriques par rapport à B_1. Si deux droites sont symétriques par rapport à B_1, chaque point de l'une des deux droites du couple a son symétrique sur l'autre droite.

Propriété. *Les projections de noms contraires des deux droites symétriques par rapport à* B_1 *sont symétriques par rapport à l'axe de projection.* (**Epure 44.**)

Les traces du plan du couple de ces deux droites seront symétriques par rapport à l'axe. Ce plan étant perpendiculaire à B_1.

Le sommet de symétrie des deux droites, point de rencontre de ces droites avec B_1, sera le point de ces droites dont les projections seront symétriques par rapport à l'axe de projection. Les deux axes de symétrie A s'' et A s' du couple des deux droites ont aussi leurs projections symétriques par rapport à l'axe de projection.

95. Couple de droites symétriques par rapport à B_2. Si deux droites sont symétriques par rapport à B_2, chaque point de l'une des droites a son symétrique sur l'autre.

Propriété. *Les projections de noms contraires des deux droites symétriques par rapport à* B_2 *coïncident.* (**Epure 45.**).

Le plan du couple étant perpendiculaire à B_2, les traces de ce plan coïncident.

Le sommet de symétrie, point sur les droites et dans B_2, est un point à projection-double se projetant en $s's''$.

L'axe de symétrie A s aura ses deux projections coïncidentes, comme droite située dans B_2, A étant le point de rencontre du plan du couple des deux droites symétriques avec l'axe de projection.

Formulaire pour reconnaître deux droites qui forment un couple symétrique par rapport aux plans bissecteurs.

Suivant que les projections de noms contraires de deux droites	coïncident ou sont symétriques par rapport à l'axe,	ces plans forment un couple symétrique par rapport	à B_2, à B_1.

—

Couple de plans symétriques par rapport aux plans bissecteurs.

96. Couple de plans symétriques par rapport à B_1. *Si deux plans sont symétriques par rapport à* B_1, *les traces de noms contraires de ces plans sont symétriques par rapport à l'axe de projection.* (**Epure 47.**)

En effet, soient les deux plans q et r, **Fig. 46**. Chaque point du plan q aura son symétrique par rapport à B_1 dans le plan r. Le point a, appartenant à la trace q_2, aura son symétrique b dans le plan r. Or b sera dans r et sur P_1, donc b' est un point de la première trace de r, laquelle est par suite symétrique à la seconde trace de q par rapport à l'axe de projection.

On démontrera de même que la seconde trace de r est symétrique à la première trace de q par rapport à l'axe de projection.

Remarque. Le point F, intersection commune de l'axe de projection avec les deux plans qui doivent y passer, est un point de l'axe de symétrie du couple, lequel axe est la **trace principale commune** aux deux plans.

97. Couple de plans symétriques par rapport à B_2. *Si deux plans sont symétriques par rapport à* B_2, *les traces de noms contraires de ces plans coïncident.* (**Epure 49.**)

En effet, le point a du plan Q, point situé dans P_2, donc sur la seconde trace de Q, aura son symétrique b dans R situé dans — P_1, donc sur la première trace de R. (**Fig. 47** bis.) Après le rabattement de — P_1 sur P_2, b coïncidera avec a et, par suite, la première trace de l'un des deux plans du couple coïncidera avec la seconde trace de l'autre plan. On prouvera de même que Q_1 et R_2 coïncident.

Remarques. I. L'axe de symétrie du couple sera une droite passant par F et par un point à **projection-double** des deux plans.

II. Les traces des plans du couple peuvent être parallèles à l'axe de projection dans chacun des deux cas précédents. Pour cela, il faut que l'intersection commune des plans avec les plans bissecteurs soit parallèle à l'axe.

Formulaire pour reconnaître deux plans qui forment un couple symétrique par rapport aux plans bissecteurs.

Suivant que les traces de noms contraires de deux plans	coïncident ou sont symétriques par rapport à l'axe	Ces plans sont symétriques par rapport	à B_2, ou à B_1.

—

Positions symétriques par rapport à un plan quelconque.

98. L'inspection des projections des points et des droites, ainsi que des traces des droites et des plans ne suffit pas pour reconnaître si deux points, deux droites ou deux plans forment un couple symétrique par rapport à un plan de symétrie donné.

Pour construire un point, une droite ou un plan, symétriques aux mêmes éléments par rapport à un plan donné, on se base sur les définitions données pour ces couples, et l'on effectue des constructions graphiques que nous développerons dans le chapitre des applications.

NOTATIONS CONVENTIONNELLES EMPLOYÉES DANS LE TRACÉ DES ÉPURES.

99. Solution dans l'espace. Dans tout problème, l'énoncé des opérations successives à effectuer sur les données pour arriver au résultat, constitue **l'analyse** du problème, la **solution dans l'espace.**

Solution graphique. — Epure. La traduction en lignes des opérations énoncées en mots dans la solution dans l'espace, constitue la **solution graphique,** l'**épure** du problème.

Eléments principaux d'une épure. Dans toute épure on distingue :

1° **Les données du problème,** c'est-à-dire les projections de ces données sur P_1 et P_2 ;

2° Les projections des différentes opérations que l'on exécute successivement sur ces données pour arriver au résultat ;

L'ensemble de ces constructions portera le nom de **lignes axiliaires.** Ces lignes peuvent représenter les projections de lignes de l'espace ou les traces des plans nécessaires à la solution.

3° Les projections du résultat, le **résultat** de l'épure ;

4° Les **lignes de rappel,** lignes qui n'entrent par dans la solution du problème mais qui, dans certains cas, servent à mieux préciser ou à rappeler une construction. Les perpendiculaires à l'axe, par exemple, sont des lignes de rappel.

Dans le tracé des épures on emploie :

1° Le **trait plein,** pour les **données** et le **résultat.** Le trait employé pour le résultat est plus accentué que celui des données. L'axe de projection se marque également par un trait plein et fin ;

2° Le **trait interrompu,** pour les lignes auxiliaires ;

3° Le **trait mixte,** la **chaînette,** pour les traces des plans auxiliaires ;

4° Le **pointillé,** pour les lignes de rappel ;

5° Le **ponctué,** pour les parties cachées des *données* et du *résultat.*

Le **trait interrompu** est une suite de petits traits uniformes, tracés au tireligne, de trois millimètres de long, avec un intervalle de un millimètre au maximum.

Le **trait mixte, la chaînette,** est aussi une suite de petits traits uniformes et de quatre millimètres de long, l'intervalle qui le sépare a trois millimètres et un point rond au millieu (— · — · —). Un tel trait indique un *premier plan auxiliaire.* L'écartement des traits grandit et comprend deux points, trois points etc. suivant que l'on veut indiquer un deuxième, un troisième plans auxiliaires. Dans ce cas, la longueur des traits augmente sans dépasser cinq millimètres, limite adoptée également pour l'intervalle.

Le **pointillé** consiste en une suite de *petits traits uniformes,* d'une longueur de **un** millimètre, avec un intervalle le plus petit possible.

Le trait mixte, le pointillé et le trait interrompu ont même intensité; la grosseur des traits est moindre que celle des données.

Le **ponctuée** est une suite de **points ronds** qui marque les données ou le résultat cachés. L'intensité du ponctué est la même que celle des traits qui marquent les lignes qu'il remplace.

Remarque. Si les épures sont compliquées, comme dans les épures des intersections etc., on remplace, dans les lignes auxiliaires, le trait interrompu par un trait plein, fin, tracé à l'encre bleue. Le pointillé des lignes de rappel est alors remplacé par un trait plein, fin, tracé à l'encre rouge.

Toutes les autres notations se tracent toujours à l'encre de Chine la plus noire possible.