Chapitre III.

—

Rabattements.

—

226. But des rabattements. Le but des rabattements des figures planes projetées obliquement est d'obtenir une figure égale à celle de l'espace, reliée à la figure projetée sur le plan de figure par ses opérations graphiques simples, qui permettent de passer facilement de la figure projetée au rabattement, et réciproquement.

Le *plan du rabattement* est le plan de figure ou un plan de front.

Les rabattements des figures projetées obliquement peuvent être considérés comme des rotations, ou être assimilés à des constructions, par ordonnées et abscisses, sur un axe commun au plan de la figure et au plan de projection, de figures égales à celles de l'espace. Nous préférons la première méthode, comme plus conforme à l'esprit de la géométrie descriptive.

La théorie des rabattements comporte quatre cas particuliers caractérisés par la position du plan de la figure à rabattre par rapport aux plans de projection P_1 et P_2.

Le plan de la figure à rabattre peut être :	incliné sur P_1 et P_2	I.
	normal à P_1.	II.
	normal à P_2.	III.
	parallèle à P_1	IV.

Les cas II et III sont des cas particuliers pouvant être considérés comme des corollaires du cas général I.

Notations. Nous marquerons le rabattement d'un point a, d'une droite d, etc. de l'espace par les notations (a), (d) etc... comme nous l'avons déjà fait pour les rabattements axonométriques.

—

Premier cas. — Cas général. *Le plan de la figure à rabattre est oblique par rapport aux deux plans de projection* P_1 *et* P_2.

—

227. Problème. *Etant donnée la projection oblique sur* P_2 *d'une figure plane située dans un plan quelconque t oblique à* P_1 *et à* P_2, *construire le rabattement de cette figure sur* P_2.

Solution dans l'espace. La trace t_0 sera prise pour axe de rotation. Par les points a et b de la figure plane, on mène, dans le plan t, des droites parallèles à t_1 ; elles se projettent obliquement sur P_2 suivant des droites parallèles à t_{10} et rencontrent l'axe en C et B.

Le rabattement opéré, ces droites passeront encore par B et C et seront parallèles à A(m), rabattement ordinaire de t_1 autour de t_0 sur P_2.

Pour avoir les véritables longueurs de ces droites rabattues, observons que les projections a_0, b_0 des points a et b sont unies aux rabattements (a) et (b) de ces points par des parallèles à $m_0(m)$, droite qui unit le rabattement (m) d'un point m du plan t à la projection oblique m_0 de ce point. Cette droite $(m)m_0$ a été déterminée lors de la construction du rabattement ordinaire de m autour de t_0 sur P_2 ; elle est la projection oblique de la corde de l'arc que décrit le point m dans son mouvement de rotation qu'il opère pendant son rabattement.

Solution graphique. (**Ep. 159**.) *Par les points* a_0, b_0, *projections obliques sur* P_2 *des différents points a, b, etc. de la figure plane, on mène des droites parallèles à* t_{10}; *on arrête ces lignes à l'axe de rotation aux points* C, B, *etc. Par ces derniers points, on mène des droites parallèles au rabattement* (m)A *de la trace* t_1 *autour de* t_2 *sur* P_2; *les points de rencontre de ces parallèles avec des parallèles à* $(m)m'_0$ *menées par les points* a_0, b_0, *etc. donnent les points* (a), (b), *etc., rabattements des points a, b, etc. de t sur* P_2.

228. Remarques. I. Le rabattement de ab sur P_2 se déduit de la projection oblique a_0b_0 de ab sur P_2 par *trois séries de droites parallèles.*

II. La projection a_0b_0 prolongée rencontre l'axe de rotation en un point x, qui est également le point de rencontre du rabattement $(a)(b)$ prolongé avec cet axe.

III. La droite $(m)m_0$ est la projection oblique sur P_2 de la corde de l'arc décrit par un point m du plan t dans son mouvement de rotation.

IV. La droite $(m)m$ de l'espace est une normale au plan bissecteur du dièdre formé par P_2 et le plan t de la figure.

229. Cas particulier. Problème. *Etant donnée la projection oblique sur* P_2 *d'une figure plane située dans un plan quelconque, construire le rabattement de cette figure sur un plan de front, l'intersection de ce plan avec le plan t, une ligne de front de ce plan étant prise pour axe de rotation.*

Solution (**Ep. 161**). Ce cas particulier peut être résolu comme le cas général (**227**). La simple inspection de la figure suffit pour montrer les constructions par lesquelles il faut passer pour arriver de la projection a_0b_0 au rabattement $(a)(b)$.

Remarque. Les remarques du cas général s'appliquent également à ce cas particulier.

Le plan bissecteur du dièdre de t et P_2 étant parallèle à celui du dièdre de t avec le plan de front f, les parallèles $b^0(b)$, $a_0(a)$, etc. sont parallèles à $m_0(m)$, projection oblique de la normale au plan bissecteur du dièdre (t, P_2).

230. Problème réciproque. *Etant donné le rabattement sur* P_2 *d'une figure plane située dans un plan oblique par rapport à* P_1 *et* P_2, *construire la projection oblique de cette figure sur* P_2. *La trace* t_0 *du plan de la figure est prise pour axe de rabattement.*

Solution (**Ep. 161**). Les constructions graphiques par lesquelles il faut passer pour arriver du rabattement $(a)(b)$ à la projection oblique a_0b_0, sont l'inverse des constructions que nécessitait le passage de la projection a_0b_0 au rabattement $(a)(b)$.

On se servira également de trois séries de droites parallèles comme au § **228**.

$(a)n, (b)p$, droites parallèles au rabattement ordinaire de la trace t_1 sur P_2 ; $(a)a_0$, droites parallèles à $(m)m_0$; na_0 et pb_0, droites parallèles à la projection oblique t_{10} de t_1 sur P_2.

Vérification. Le rabattement $(a)(b)$ prolongé rencontre l'axe de rotation t_0 au point x, point de rencontre de a_0b_0 avec ce même axe.

231. Cas particulier. Problème réciproque. *Le rabattement sur un plan de front d'une figure plane située dans un plan oblique à* P_1 *et* P_2 *étant donné, construire la projection oblique de cette figure. La ligne de front du plan de la figure étant prise pour axe de rotation.*

Solution. Les constructions graphiques, inverses de celles que nécessitait le passage de la projection oblique au rabattement, se déduisent facilement de la simple inspection de l'épure **161**.

Exercices et applications.

Déduire, du cas général précédent, les solutions des cas II et III (**226**).

232. Problème I. *Etant donnée la projection oblique d'une figure plane située dans un plan normal à* P_1, *construire le rabattement de cette figure sur* P_2, *la trace du plan de la figure sur* P_2 *étant prise pour axe de rotation.* ($\gamma=35°$; $\beta=35°$).

Solution (**Ep. 162**).

Problème réciproque.

Cas particulier du problème I. *Opérer le rabattement sur un plan de front, la ligne de front du plan de la figure, trace du plan de front sur le plan de la figure, étant prise pour axe de rotation.*

Solution (**Ep. 163**).

Problème réciproque.

233. Problème II. *Etant donnée la projection oblique sur* P_2 *d'une figure plane située dans un plan normal à* P_2, *construire le rabattement de cette figure sur* P_2. *La trace* t_0 *du plan de la figure sera prise pour axe de rotation.*

Solution (**Ep. 164**).

Problème réciproque.

Cas particulier du problème II. *Opérer le rabattement sur un plan de front, la ligne de front, trace de ce plan de front sur le plan de la figure, étant prise pour axe de rabattement.*

Problème réciproque.

—

Quatrième cas. *Le plan de la figure à rabattre est parallèle au plan* P_1.

—

234. Problème. *Etant donnée la projection oblique sur* P_2 *d'une figure plane dont le plan est parallèle à* P_1, *rabattre cette figure sur* P_2.

On donne d' et d'' et le module $M = 3/4$.

Solution (Ep. 165). Prenons la trace H_0 du plan de la figure à rabattre pour axe de rabattement.

Dans le mouvement de rotation qu'opère le plan de la figure *abc* pour venir se rabattre sur P_2, chacun des points *a, b, c,* etc. sera toujours sur une normale à l'axe de rotation, et toujours à la même distance de cet axe.

Si, des points *a, b* et *c* à rabattre, nous abaissons des normales sur P_2, les projections obliques de ces normales prendront la direction des fuyantes passant par les projections obliques a_0, b_0 et c_0 de ces points, et rencontreront P_2 en a'', b'' et c'', points situés sur H_0 et qui resteront fixes pendant le mouvement de rotation.

Le rabattement opéré, ces normales seront couchées sur P_2; elles passent par a'', b'' et c'', sont normales à H_0, axe de rabattement, et auront pour véritables longueurs :

$$a''(a) = 1/M\ a''a_0 = 4/3\ a''a_0;$$
$$b''(b) = 1/M\ b''b_0 = 4/3\ b''b_0;$$
$$c''(c) = 1/M\ c''c_0 = 4/3\ c''c_0.$$

La figure $(a)(b)(c)$ sera donc le rabattement sur P_2 de la figure *abc* de l'espace.

Construction graphique. *Pour rabattre sur* P_2 *une figure plane située dans un plan parallèle à* P_1, *la trace du plan de cette figure sur* P_2 *étant prise pour axe de rabattement, il suffit de mener, par les différents points de la projection oblique de cette figure, des fuyantes, de les arrêter à l'axe de rotation, d'élever, à cet axe et aux pieds des fuyantes, des normales, et de porter, sur ces normales, à partir de l'axe, des longueurs égales aux fuyantes réduites dans le rapport de* $1/M$. *Les extrémités de ces normales sont des points de la figure rabattue.*

235. Corollaires. I. L'épure **165** nous montre que les triangles $(b)b''b_0$, $(a)a''a_0$, $(c)c''c_0$ sont équiangles et semblables, et que les côtés homologues sont parallèles. Il suit de là que :

II. Le rabattement $(a)(b)(c)$ a tous ses points liés aux points correspondants de la projection oblique par *une série de droites parallèles,* $(a)a_0$, $(b)b_0$, $(c)c_0$.

III. Le rabattement peut donc s'obtenir par *trois séries de droites parallèles.*

IV. Il suffira de déterminer le rabattement (a), de a_0 pour avoir la direction $(a)a_0$ de la troisième série de droites parallèles.

236. Cas particulier. Problème. *Etant donnée la projection oblique sur* P_2 *d'une figure plane dont le plan est parallèle à* P_1, *rabattre cette figure sur un plan de front. On donne* d' *et* $M=3/4$.

Solution (**Ep. 166**). La ligne de front d est prise pour axe de rabattement (**234**).

237. Problème réciproque. *Etant donné le rabattement sur* P_2 *d'une figure plane dont le plan est parallèle à* P_1, *relever cette figure. La trace* H_0 *du plan de la figure sur* P_2 *est prise pour axe et* $M=3/4$).

Solution (**Ep. 165**). Des sommets $(a),(b),(c)$, etc. de la figure rabattue, on abaisse des normales sur l'axe de rotation H_0. Par les pieds a'',b'',c'' etc. de ces normales, on mène des fuyantes, $a''a_0$, $b''b_0$, $c''c_0$ etc. et l'on portera :

$$a''a_0 = a''(a).\ M = 3/4 a''(a);$$
$$b''b_0 = b''(b).\ M = 3/4 b''(b);$$
$$c''c_0 = c''(c).\ M = 3/4 c''(c).$$

Les extrémités a^0,b^0,c^0, etc. sont les projections obliques des points a,b,c etc. de l'espace.

Remarque. Les lignes $(a)a_0$, $(b)b_0$, $(c)c_0$ etc. forment une première série de droites parallèles qui, avec les normales à H_0 et les fuyantes forment trois séries de droites parallèles qui servent à passer du rabattement à la projection oblique de la figure abc.

238. Cas particulier. *Etant donné le rabattement sur un plan de front d'une figure plane dont le plan est parallèle à* P_1, *construire la projection oblique de cette figure sur* P_2 ($M=3/4$).

Solution graphique (**Ep. 167**).