Pour obtenir le rabattement de $\beta\rho$, c'est-à-dire la réduction de $\beta\rho$ à l'échelle Qx, observons que cette ligne est située dans un plan parallèle à l'axe OZ.

Rapporté à l'échelle Qx, $\beta\rho$ se rabat en $(b')\,r$ et dans ce rabattement $(b')\,b' = bb'\,\dfrac{Qx}{Qz} = bb'.\ {}^{10}/_{9}$.

Le rabattement ou la réduction de $\beta\nu$ à l'échelle de Qx s'obtiendra en opérant d'abord sa réduction à l'échelle Qy et en rapportant ensuite la longueur ainsi réduite à l'échelle Qx.

Dans la réduction de $\beta\nu$ à l'échelle Qy on a $b'(b) = bb'.\ \dfrac{Qy}{Qz} = bb'{}^{5}/_{9}$.

La longueur réduite à l'échelle Qx deviendra $(n)(b_2) = n(b).\ \dfrac{Qx}{Qy} = n(b)\ 2$.

Les deux côtés $\beta\nu$ et $\beta\rho$ actuellement réduits à l'échelle Qx seront portés en (n) et (r) et donnent avec $(n)(r)$ le triangle $(n)(r)(b)$ rabattement sur P du triangle $\beta\nu\rho$.

Pour avoir le rabattement du triangle $\alpha\mu\pi$, il suffit de mener, par (m) et (p), des droites respectivement parallèles aux côtés $(n)(b)$ et $(r)(b)$ du triangle rabattu $(n)(b)(r)$. On obtiendra ainsi le triangle $(m)(a)(p)$.

La ligne $(b)(a)$ qui joint les deux sommets (a) et (b) des deux triangles rabattus sera le rabattement de la droite $\alpha\beta$ du plan donné.

Vérification. Le prolongement de $(a)(b)$ coupera la trace rabattue (T_1) au point (D), rabattement du point de rencontre D de la droite $\alpha\beta$ avec la trace axonométrique T_1 du plan proposé.

Vraies forme et grandeur de la figure de l'espace. Voir le paragraphe **98**.

113. Problème réciproque. Les opérations à exécuter sont la réciproque des opérations que nécessitait le rabattement.

—

Applications. — Problèmes.

—

114. Problème I. *Construire la véritable longueur d'une portion de droite* (1 : 1 : 1).

Solution (Ep. 65). La droite $\alpha\beta$ de l'espace, sa projection $\alpha'\beta'$ sur P_1 et les deux projetantes verticales $\alpha\alpha'$ et $\beta\beta'$ forment un trapèze rectangle situé dans un plan parallèle à l'axe coordonné OZ.

Ce trapèze, rabattu sur P autour de la trace-projection sur P_1 de son plan, donne $(a)(b)$ pour rabattement de $\alpha\beta$ (**108**).

La véritable longueur du trapèze $\alpha\alpha'\beta\beta'$ de l'espace et par suite $\alpha\beta$ s'obtiennent en augmentant les coordonnées de (a) et de (b) dans le rapport $1/Qx = 1000/816$ (**108**).

115. Problème II. *Construire la distance d'un point à une droite* (1 : 1 : 1).

Solution (Ep. 66). Par la droite et le point, on fait passer un plan (**74**). On rabat ce plan avec la droite et le point qu'il contient autour de la trace T_1 prise pour axe de rabattement (**112**). La distance du point (a) à la droite rabattue sera la distance du point α à la droite donnée réduite à l'échelle Qx, le rabattement de BA se faisant autour de Ox.

Pour avoir la véritable longueur de la distance demandée, on devra réduire $(a)(b)$ dans le rapport $1/Qx = 1000/816$.

Relever la distance (a) (b). Le point (a) est relevé en a ; le point (b) se relève en b à l'aide de la droite (m) (b) parallèle au rabattement de la droite ap qui est parallèle à T_3.

116. Problème III. *Construire la distance de deux droites parallèles.*

Solution dans l'espace. Les deux droites parallèles déterminent un plan (**72**). On rabat ce plan avec les deux droites, en prenant la trace T_1 pour axe de rabattement (**112**). On achève comme au problème précédent.

117. Problème IV. *Par un point donné, mener une droite qui rencontre une autre droite donnée sous un angle donné* (3 : 2 : 3).

Solution dans l'espace. Le point et la droite déterminent un plan. On rabat ce plan avec la droite et le point, en prenant la trace T_1 pour axe de rabattement. Dans le rabattement, on mène, par le point rabattu , une droite qui rencontre la droite rabattue sous l'angle donné. Cette droite relevée sera la droite demandée.

Solution graphique (Ep. 67). Par le point et la droite, on fait passer un plan (**74**). On rabat ce plan avec la droite et le point autour de T_1 en faisant les réductions à l'échelle Qx. La figure de l'espace formée par la droite donnée et la droite demandée, réduite à l'échelle Qx, donne en rabattement une figure semblable dans laquelle les angles n'ont pas changé. Il suffira, par conséquent, de mener, par (a), une droite $(a)(k)$ faisant avec $(b)(k)$ un angle égal à l'angle donné pour avoir le rabattement $(a)(k)$ de la droite demandée. Le relèvement de $(a)(k)$ donne en ak la projection axonométrique de la droite demandée.

118. Problème V. *Sur une droite donnée, marquer un point à une distance donnée d'un point donné* (3 : 2 : 3).

Solution dans l'espace (**Ep. 67**). Le point et la droite déterminent un plan que l'on construit. On rabat cè plan sur P en prenant sa trace T_1 pour axe de rabattement. Du point rabattu comme centre, avec un rayon égal à la distance donnée réduite à l'échelle Qx qui a servi dans le rabattement du plan, on décrit un arc de cercle qui coupera le rabattement de la droite en deux points (l) et (m), rabattements des points demandés. Le point (l) a été relevé en l.

Remarque. Pour que le problème soit possible il faut que la distance donnée soit plus petite que la distance du point à la droite.

119. Problème VI. *Dans un plan donné, mener une droite parallèle à une droite de ce plan et qui soit à une distance donnée de la première.*

Solution dans l'espace. On rabat le plan avec la droite donnée autour de T_1 prise pour axe de rabattement (**112**), en opérant les réductions à l'échelle Qx. Dans P, on élèvera, sur la droite rabattue, une perpendiculaire sur laquelle, à partir de la droite, on portera une longueur égale à la longueur donnée réduite à l'échelle Qx. Par l'extrémité de cette perpendiculaire, on mène une parallèle à la droite rabattue et l'on aura le rabattement de la droite demandée.

Dans le relèvement de cette droite, il suffira de relever sa trace axonométrique sur P_1, et de mener, par ce point obtenu, une parallèle à la projection de la droite donnée.

120. Problème VII. *Un plan étant donné par ses traces axonométriques, construire une ligne de plus grande pente de ce plan sur le plan horizontal* XOY (4 : 3 : 4).

Solution (Ep. 68). La ligne de plus grande pente du plan sur XOY est perpendiculaire, dans l'espace, à la trace τ_1 du plan. La projection sur XOY est également normale à τ_1, et, si nous supposons que la ligne de plus grande pente passe par B, sa projection sur sur XOY passera par O.

Pour construire la projection de la droite demandée sur XOY, rabattons ce plan avec T_1 sur P (**96**) en prenant OX pour axe de rabattement.

Le rabattement de la projection de la ligne de plus grande pente passera par O et sera normal à (T_1). Ce rabattement $O(a)$ relevé en Oa sera la première projection de la ligne demandée laquelle aura Ba pour projection axonométrique.

Remarque. La construction de la ligne de plus grande pente étant une opération très-simple, on peut, avec avantage, se servir de cette ligne comme ligne auxiliaire dans le rabattement de différents éléments situés dans un plan quelconque.

121. Problème VIII. *Construire l'angle de deux droites* (4 : 3 : 4).

Solution dans l'espace. Les deux droites déterminent un plan T que l'on rabat, avec les deux droites, sur le plan de figure P, en prenant la trace axonométrique T_1 pour axe de rabattement. L'angle des deux droites rabattues sur l'angle des deux droites de l'espace.

Solution graphique (Ep. 69). Après avoir construit les traces du plan T, on rabat le plan coordonné XOY sur P en prenant Ox pour axe de rabattement. T_1 se trouvera rabattue en (T_1), la première projection a' du sommet α en (a'), et les traces β et μ des deux droites sur XOY respectivement en (b) et (c).

Pour avoir le rabattement du sommet de l'angle, imaginons une ligne de plus grande pente sur XOY du plan T passant par α. Le rabattement de la projection horizontale de cette droite passera par (a') et sera normal à (T_1) ; (n) est donc le rabattement de sa trace horizontale et la normale $(n)(a)$ est la direction du rabattement de cette ligne (**113**).

A partir de (n), portons $(n)\,(a)$, pour avoir en (a) le rabattement du sommet de l'angle des deux droites, angle qui est égal à $(b)\,(a)\,(c)$.

La longueur $(n)\,(a)$ s'obtient en opérant un rabattement auxiliaire de $\alpha\mu$ sur P, le plan $\alpha\alpha'\mu$ étant parallèle à l'axe Oz (**108**).

122. Problème IX. *Construire la bissectrice de l'angle de deux droites.*

Solution (Ep. 69). On construira, comme dans le problème précédent, le rabattement des deux droites. La bissectrice de l'angle rabattu sera le rabattement de la bissectrice demandée. Cette droite (a) (m) se relève en *am*.

116. Problème X. *Construire l'angle de deux traces d'un plan* (1 : 3/4 : 1).

Solution (Ep. 70). On rabat les deux traces T_3 et T_2 sur P autour de T_1 prise pour axe de rabattement. On se sert, à cet effet, d'une ligne de plus grande pente du plan donné sur XOY menée par le point C de l'axe OZ.

123. Problème XI. *Construire la bissectrise de l'angle de deux traces d'un plan. Par exemple, la bissectrice de l'angle des traces* T_3 *et* T_1 (1 : 3/4 : 1).

Solution (Ep. 70). L'angle de ces deux traces a été construit en rabattement (**116**).

La bissectrice (A) (n) de cet angle sera le rabattement de la bissectrice demandée. On n'a donc qu'à relever la droite (A) (n). A cet effet, on peut se servir d'une ligne de plus grande pente sur XOY menée par (n), ou bien d'une droite (n) (p) parallèle à la trace rabattue (A) (C). Ces deux droites se relèvent aisément et donnent le point μ qui, avec A, déterminent nA, projection axonométrique de la bissectrice de l'angle des traces T_3 et T_1.

124. Problème XII. *Trois points étant donnés, construire le triangle dont ces trois points seraient les sommets* (1 : 2/3 : 1).

Solution dans l'espace. Les trois points déterminent un plan. On rabat ce plan avec les trois points qu'il contient sur P autour de sa trace T_1 prise pour axe de rabattement. On obtient un triangle qui sera semblable au triangle demandé et qui sera, avec ce dernier, dans le rapport Qx, si toutes les réductions que comportent les différents rabattements ont été opérées d'après l'échelle Qx.

Solution graphique (Ep. 71). 1^re^ *Opération.* Par les trois points donnés, on fait passer un plan T (**73**).

2^me^ *Opération.* Rabattement du plan T sur P autour de T_1 considérée comme axe de rabattement.

On opère les réductions par rapport à Ox, donc dans le rapport de Qx. T_1 ou AB se trouvera rabattue en (A) B.

Les traces p, n et m des trois côtés du triangle $\alpha\beta\gamma$ ont leur rabattement respectivement en (p), (n) et (m).

3[me] *Opération.* Rabattements des traces CA et CB. On opère ce rabattement à l'aide d'une ligne de plus grande pente du plan sur XOY menée par C. Cette ligne se rabat en (R) (C) (**120**) et donne le point (C) et ainsi (C) A et (C) B, rabattements des traces du plan T.

4[me] *Opération.* Rabattement du triangle. Chaque sommet s'obtient en rabattement à l'aide de parallèles aux traces CA et CB. Il suffit de construire ainsi les rabattements (c) et (a) pour en déduire (b).

5[me] *Opération.* Vraie grandeur du triangle.

125. Problème XIII. *Construire le centre du cercle inscrit dans le triangle dont on donne les trois sommets.*

Solution. On construit le rabattement du triangle (**124**). On construit le centre du cercle inscrit dans ce triangle rabattu. Comme les figures rabattues sont semblables aux figures de l'espace dont elles sont les rabattements, les angles α, β et γ du triangle $\alpha\beta\gamma$ sont égaux respectivement aux angles (a), (b) et (c) du triangle rabattu; par suite, les rabattements des bissectrices de ces angles coïncident avec les bissectrices des angles du triangle rabattu. Le point de rencontre (g) de ces bissectrices sera le rabattement du centre du cercle inscrit du triangle $\alpha\beta\gamma$. Le point (g) se relève en g à l'aide du relèvement des trois bissectrices prolongées (r)(c), (f)(a)(g) et (s)(b)(g).

126. Problème XIV. *Construire la distance d'un point à un plan* (1 : 1/2 : 1).

Solution dans l'espace. Du point donné, on abaisse une perpendiculaire sur le plan. On détermine le pied de cette perpendiculaire. La véritable longueur de la distance de ce pied au point donné mesure la distance de ce point au plan.

Solution graphique (Ep. 72).

1[re] *Opération.* La perpendiculaire abaissée du point α sur le plan a pour projection sur P la droite ab, perpendiculaire à la trace ordinaire T du plan donné.

2[me] *Opération.* Construction du pied de la perpendiculaire. Par la perpendiculaire, menons un plan auxiliaire vertical. Ce plan, normal en même temps au plan proposé, sera normal à la trace T_1 de ce plan et coupera ce dernier suivant une ligne de plus grande pente sur XOY; la projection de cette ligne sur P_1 passera par a', projection de α sur P_1.

On construira, par rabattement, cette ligne de plus grande pente (**120**). Son rabattement sera (a')R perpendiculaire a B(A), et sa première projection en Ra'.

Le point de rencontre b de cette ligne avec la première perpendiculaire sera le pied de cette dernière.

3me *Opération.* La véritable longueur de $\alpha\beta$ se construira par rabattement sur P.

127. Problème XV. *Construire la distance de deux plans parallèles.*

Solution. D'un point α de l'espace, on abaisse une perpendiculaire sur les deux plans parallèles.

On détermine le pied de cette perpendiculaire sur chacun de ces plans (**119**).

La véritable longueur de la distance entre ces pieds γ et β, que l'on construit par rabattement, sera la distance qui sépare les deux plans parallèles.

Déduire la solution graphique de celle du problème précédent.

128. Problème XVI. *Construire l'angle d'une droite et d'un plan.*

Solution dans l'espace. D'un point de la droite, on abaisse une perpendiculaire sur le plan. L'angle de la droite et de cette perpendiculaire sera le complément de l'angle de la droite et du plan.

Cet angle se construit par rabattement (**121**).

129. Problème XVII. *Construire l'angle de deux plans.*

Solution dans l'espace. D'un point quelconque de l'espace, on abaisse une perpendiculaire sur chacun des deux plans. L'angle de ces deux droites (**121**) sera le supplément de l'angle plan qui mesure le dièdre des deux plans.

130. Problème XVIII. *Construire l'angle de deux plans parallèles à un axe coordonné* (1 : 1/2 : 1).

Solution (**Ep. 73**). Les deux plans donnés sont parallèles à l'axe OX.

Le plan ZOY coupe ces plans suivant les traces T_3 et T'_3.

L'angle de ces traces est l'angle plan du dièdre des deux plans.

Cet angle situé dans le plan coordonné ZOY, se construit par rabattement.

131. Problème XIX. *Construire le plan bissecteur du dièdre de deux plans parallèles à un axe de projection.*

Solution (**Ep. 73**). On construit l'angle des deux plans ainsi que la bissectrice de cet angle. Le plan bissecteur passera par cette bissectrice; ses traces V_1 et V_2 passeront respectivement par a et b' et sont parallèles à Ox, et la bissectrice ab' est elle même la troisième trace axonométrique V_3 de ce plan.