Chapitre II.

Représentation et détermination du point, de la ligne droite et du plan.

Représentation et détermination du point.

12. Problème. *On donne les axes de projection, les rapports de réduction pour chacun d'eux ainsi que les coordonnées du point, trouver la projection axonométrique de ce dernier.*

Solution. Si, par le point α de l'espace, nous abaissons des perpendiculaires sur les trois plans coordonnés, elles détermineront trois plans perpendiculaires aux axes coordonnés qui forment, avec les trois premiers plans, le parallélipipède des coordonnées (**2**).

Ce parallélipipède a les trois coordonnées du point α pour arêtes concourantes au sommet O.

En achevant la projection axonométrique du parallélipipède (**3**), nous trouvons le sommet a pour la projection axonométrique du point α de l'espace.

La figure **2** nous montre que, pour avoir la projection axonométrique du point α, il suffit de porter sur l'axe de projection Ox une longueur égale à la première ordonnée réduite dans le rapport $\frac{Lx}{L}=Qx$; de mener, par l'extrémité m de cette longueur, une parallèle à l'axe de projection Oy, et de la prendre, à partir de m, égale à la deuxième ordonnée réduite dans le rapport $\frac{Ly}{L}=Qy$. Par le point a', extrémité de cette dernière longueur, on mène une parallèle au troisième axe de projection ; on porte, sur cette droite et à partir de a', une longueur $a'a$ égale à la troisième ordonnée réduite dans le rapport $\frac{Lz}{L} = Qz$. Le point a ainsi obtenu est la projection axonométrique du point α de l'espace.

13. Problème réciproque. Le point α ainsi représenté par sa projection axonométrique a déduite de celle du parallélipidède des coordonnées est *suffisamment déterminé* dans l'espace.

En effet, la projection a donne les longueurs $a'm$ et mo pour les coordonnées réduites du point α. En réduisant ces longueurs, aa' dans le rapport $\frac{Lz}{L} = \frac{1}{Qz}$, $a'm$ dans le rapport $\frac{L}{Ly} = \frac{1}{Qy}$, et mo dans le rapport $\frac{L}{Lx} = \frac{1}{Qz}$, on retrouve les coordonnées véritables du point α, lesquelles suffisent pour le déterminer.

Remarque. Les projections axonométriques de deux projections du point α suffisent pour construire la projection axonométrique de ce point. Ainsi, il suffira de connaître ou de construire a'' et a' pour en déduire a.

—

14. Notations. Convenons que tout point de l'espace se marque par une lettre de l'alphabet grec et que la projection axanométrique se marque par la lettre correspondante de l'alphabet ordinaire.

	Première	Projection	la projection	premier plan de projection XOY;
Appelons	Deuxième	du	de ce point	deuxième » » » ZOX;
	Troisième	point α	sur le	Troisième » » » ZOY.

Marquons	Première	Projection	α'	et les projections axonométriques	a'
la	Deuxième	du point α	α''	sur P de ces projections	a''
	Troisième	par	α'''	par	a'''

a'' sera par conséquent la projection axonométrique de la deuxième projection du point α de l'espace, etc.

—

Des différentes positions du point par rapport aux axes coordonnés.

—

15. Les trois plans coordonnés forment, autour de l'origine, huit trièdres trirectangles des coordonnées qui comprennent tout l'espace.

Le point α peut être situé :
- dans un de ces huit trièdres . . . I.
- dans un des plans coordonnés . . II.
- sur un des axes coordonnés . . . III.
- à l'origine . . . . IV.

Chacune de ces positions sera caractérisée par des valeurs et des signes particuliers des coordonnées du point.

—

16. Point situé dans un des plans coordonnés. Tout point situé dans un plan coordonné n'a que deux ordonnées, celles qui correspondent aux axes coordonnés situés dans ce plan ; elles sont positives ou négatives suivant qu'elles se mesurent sur les axes positifs ou négatifs. L'ordonnée qui correspond à l'axe normal au plan coordonné qui contient le point est réduite à zéro.

17. Point situé sur un axe coordonné. Un point situé sur un axe coordonné n'a qu'une ordonnée, celle qui se compte sur cet axe ; elle est positive ou négative suivant que l'axe est positif ou négatif.

18. Point situé à l'origine. Les trois ordonnées de ce point sont réduites à zéro.

19. Plans bissecteurs des dièdres du trièdre des coordonnées. Un point situé dans un plan bissecteur de l'un des dièdres du trièdre des coordonnées aura deux ordonnées de même valeur. Ces ordonnées sont perpendiculaires aux plans coordonnés qui forment le dièdre.

—

Exercices. projection axonométrique d'un point situé :
- Epure 13 *a* — dans le trièdre Z'OXY ;
- Epure 14 *b* — dans le trièdre OZ'X'Y' ;
- Epure 15 *c* — dans le plan coordonné Z'OY' ;
- Epure 16 *d* — sur l'axe O*y* prolongé.

On s'est servi du système axonométrique isométrique, 1 : 1 : 1 (**11**).

—

Représentation et détermination de la droite.

—

20. Une droite étant déterminée par deux de ses points, il suffira, pour avoir la projection axonométrique *d* d'une droite δ de l'espace, de construire les projections axonométriques *a* et *b* de deux de ses points α et β (**Ep. 17**). La droite *ab* sera la projection axonométrique *d* de la droite δ.

En unissant les projections axonométriques a' et b', a'' et b'', a''' et c''' des premières, deuxièmes et troisièmes projections des points α et β de la droite *d,* on obtiendra les droites d', d'' et d''', projections axonométriques des première, deuxième et troisième projections de la droite δ.

Remarque. Les projections d' et d''' suffisent pour déterminer *d*; d'' et d' déterminent également *d*. De même, des projections *d* et d' on peut facilement déduire d'' et d''', et de *d* et d''' on déduit aisément d' et d''.

Donc *deux des quatre projections de la droite suffisent pour déterminer celle-ci et pour en déduire les deux autres projections.*

—

21. Notations. Toute droite, *donnée* ou *résultat* d'un problème, se marque dans ses quatre projections par un trait plein. On *renforcera* le trait pour la projection axonométrique.

Une droite, *ligne auxiliaire* dans un problème, sera marquée par la notation du *trait interrompu* dans les quatre projections.

—

Des différentes positions de la droite par rapport aux plans des coordonnées.

—

Une droite peut être	située dans	un des trois plans coordonnés	I.
		deux des trois plans, donc sur un axe coordonné . .	II.
	parallèle	à un plan coordonné.	III.
		à deux plans, donc à un axe coordonné	IV.
	perpendiculaire	à un plan coordonné	V.
		à un axe coordonné.	VI.

22. Droite située dans un plan coordonné. (**Ep. 18**). Une droite δ située dans le plan coordonné ZOX, par exemple, aura sa projection axonométrique d qui se confondra avec la projection axonométrique d'' de la deuxième projection de la droite. Les projections axonométriques d' et d''' seront situées respectivement sur les axes de projection ox et oz.

23. Droite située sur un axe coordonné, donc dans deux plans coordonnés.

Suivant qu'une droite δ de l'espace est située sur le	premier deuxième troisième	axe coordonné,	sa projection axonométrique sera située sur le	premier deuxième troisième	axe de projection.

La projection axonométrique d se confondra avec la projection axonométrique de la première, de la deuxième ou de la troisième projection de la droite.

Les projections axonométriques de deux des projections de la droite se confondront avec l'origine.

Exercices. Déduire, de l'exemple précédent, les projections axonométriques d'une droite située dans ZOY, dans YOX ou dans Y'OX, etc.

24. Droite parallèle à un plan coordonné (**Ep. 19**). Une droite δ parallèle à un des trois plans coordonnés a sa projection axonométrique d parallèle à la projection axonométrique de la projection de la droite sur ce plan. Les projections axonométriques des deux autres projections de la droite sont parallèles aux axes de projection qui correspondent aux axes coordonnés qui déterminent le plan coordonné auquel la droite est parallèle.

Exemple (**Ep. 19**). Dans l'espace, la droite δ parallèle à ZOY est parallèle à sa projection δ''' sur ce plan; les projections δ' et δ'' sont parallèles respectivement à OY et OZ. En projetant tous ces éléments sur le plan de figure P (**3**), les projections des droites parallèles seront parallèles et par suite d et d'' sont parallèles; d' sera parallèle à l'axe de projection oy et d'' à l'axe oz.

25. Droite parallèle à deux plans coordonnés, donc à un axe coordonné. Une droite δ (**Ep. 20**) parallèle à l'axe coordonné OY a sa projection axonométrique ainsi que ses projections d' et d''' parallèles à l'axe de projection oy qui correspond à cet axe coordonné. (Déduire ces propriétés de celles du § 24).

Exercices. Représenter les quatre projections axonométriques d'une droite parallèle à ZOX, à ZOY, à YOX.

26. Droite perpendiculaire à un plan coordonné. Une droite perpendiculaire à un plan coordonné est parallèle à l'axe coordonné perpendiculaire à ce plan. La projection axonométrique de cette droite sera donc parallèle à la projection axonométrique de cet axe.

Remarque. L'axe coordonné *oz* étant, par hypethèse, *parallèle à la direction de la verticale, toute droite verticale sera, en projections axonométriques, parallèle à l'axe de projection oz.*

27. Droite perpendiculaire à un axe coordonné.

Exemple. Une droite δ perpendiculaire, dans l'espace, à l'axe OY, a ses deux projections δ' et δ'' qui se coupent avec δ sur OY et qui sont respectivement parallèles aux axes OX et OZ; δ''' est parallèle à δ. En projetant orthogonalement ces éléments sur P (**3**), les droites parallèles dans l'espace le seront en projections et nous aurons ainsi l'épure **21**.

Exercice. Déduire, de ce qui précède, l'épure des projections axonométriques d'une droite : 1° normale à l'axe OZ ; 2° à l'axe OX.

Remarque. La figure **21** montre que la réciproque de ces propriétés n'est pas vraie.

Des différentes positions de la droite par rapport au plan de figure.

La droite peut être { perpendiculaire au / parallèle au / dans le } plan de figure. I / II / II

---

28. Droite perpendiculaire au plan de figure (Ep. 22). *Toute droite δ perpendiculaire au plan de figure a pour projection axonométrique le point de concours des projections axonométriques d', d'' et d'''. Ces projections d', d'' et d''' sont respectivement parallèles aux axes de projection Oz, Oy et Ox.*

En effet, une droite perpendiculaire à P est perpendiculaire à tout plan parallèle à P. Un tel plan coupe le trièdre des coordonnées suivant un triangle $\alpha\beta\gamma$ qui, en projections axonométriques, a ses côtés recpectivement perpendiculaires aux prolongements des axes de projection (**7**).

Cela posé, le plan projetant de δ sur le plan coordonné XOY est normal à ce plan et au plan P, donc à leur intersection $\alpha\beta$. $\alpha\beta$ est donc perpendiculaire à δ', projection de δ sur XOY.

Comme $\alpha\beta$ est parallèle au plan de figure P, il en résulte que les projections de $\alpha\beta$ et de δ' sur P se rencontrent à angle droit. d' est donc perpendicu'aire à ab et par suite parallèle à l'axe de projection Oz.

On prouverait de même que d'' et d''' sont respectivement parallèles aux axes Oy et Oz.

Ces trois droites se coupent en un point, la projection axonométrique d de la droite δ.

29. Droite parallèle au plan de figure. Une droite δ parallèle à P est parallèle à une droite de P ; les projections axonométriques de ces deux droites sont parallèles.

La simple inspection de la figure ne suffit pas pour reconnaître le parallélisme de la droite et du plan.

30. Vérifier si une droite est parallèle à P. Par la droite δ, on fait passer un plan parallèle à P ; ce plan coupe le trièdre des coordonnées suivant un triangle se projettant sur P suivant un triangle mnp (**Ep. 23**) dont les trois hauteurs coïncident avec les directions des axes de projection. La droite δ étant dans le plan ainsi mené, ses traces axonométriques sont sur les traces axonométriques de même nom du plan.

De ce qui précède, nous déduisons la construction suivante :

On détermine les traces axonométriques a, b et c de la droite (§ **33**). Par a, on mène une droite T_1 normale à l'axe de projection Oz. Par les points n et p, on mènera des perpendiculaires aux axes Oy et Ox. Si la droite δ est parallèle au plan de figure P, ces perpendiculaires passeront par b et par c et se rencontreront en m sur l'axe Oz.

31. Droite située dans le plan de figure. Toute droite située dans le plan de figure est elle-même sa projection axonométrique.

Une telle droite aura ses traces axonométriques sur les traces de même nom du plan de figure.

Des traces de la droite.

---

32. Trace ordinaire. La trace ordinaire d'une droite est le point où cette droite perce le plan de figure.

Traces axonométriques. Les traces axonométriques de la droite sont les points où celle-ci perce les les plans coordonnés.

$$\text{La trace sur } \begin{cases} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{cases} \text{ sera la } \begin{cases} \text{première} \\ \text{deuxième} \\ \text{troisième} \end{cases} \text{ trace axonométrique de la droite.}$$

33. Problème I. Construire les traces axonométriques d'une droite.

Première trace axonométrique. La trace de la droite δ sur le plan coordonné XOY est un point de ce plan; sa hauteur au-dessus de XOY est égale à zéro. La projection axonométrique de ce point doit donc se trouver sur d et sur d', donc au point a.

Remarque. La trace axonométrique a étant un point du plan XOY, ses projections a'' et a''' se trouveront respectivement aux points de rencontre de d'' et d''' avec les axes de projection ox et oy, et la projection a' se confondra avec a.

Deuxième trace axonométrique. La projection axonométrique de la deuxième trace se trouve au point de rencontre b des projections d et d''. Ce point est situé à la fois sur δ et dans le plan XOZ.

Troisième trace axonométrique. La troisième trace axonométrique se projette en c, point de rencontre de d avec d'''.

Construction graphique (Ep. 24). Pour avoir les projections axonométriques des traces d'une droite sur P_1, P_2 ou P_3, il suffit de prolonger d jusqu'à la rencontre avec d', d'' ou d'''.

Remarque. Si la droite était représentée seulement par sa projection d et par la projection d', on trouverait b en prolongeant d' jusqu'à l'axe de projection Ox en b'. La parallèle $b'b$ à l'axde de projection Oz menée par b' rencontrera d en b, deuxième trace axonométrique de la droite.

Pour avoir la troisième trace c, il suffit de prolonger d' jusqu'à l'axe de projection Oy, et de mener, par c', une parallèle à Oz. Le point de rencontre c de cette parallèle avec d sera la troisième trace axonométrique de la droite.

34. Problème II. *Construire le point de rencontre d'une droite avec le plan de figure, ou bien, construire la trace ordinaire de la droite.*

Solution dans l'espace. Par la droite donnée δ, on fait passer un plan; la trace T de ce plan sur P devant contenir la trace de δ sur P, celle-ci se trouve au point de rencontre de δ avec T.

Solution graphique (Ep. 25). Prenons pour plan auxiliaire mené par δ le premier plan projetant de cette droite. Ce plan, déterminé dans l'espace par δ' et par la verticale $\gamma\gamma'$, aura pour trace sur le plan de figure P la droite qui passe par les deux traces ordinaires de δ' et de $\gamma\gamma'$.

Or, δ' se trouve dans le plan horizontal XOY, par conséquent sa trace sur P ne peut être située que sur la trace de XOY sur P. Cette dernière trace, normale dans l'espace à l'axe coordonné OZ, passe par O et aura pour projection axonométrique OS, perpendiculaire en O à OZ. Le point H est donc la trace ordinaire de l'horizontale δ'.

Pour avoir la trace ordinaire de la verticale $\gamma\gamma'$, coupons le plan de figure P par le plan coordonné ZOY qui contient $\gamma\gamma'$. L'intersection de ces deux plans sera une droite passant par O, normale dans l'espace à l'axe coordonné OX et située dans le plan P. La projection de cette droite sur P sera donc perpendiculaire à l'axe de projection Ox. (Cette droite est normale à OX et dans le plan P). Le point ν est donc la trace ordinaire de la verticale $\gamma\gamma'$.

La droite VH, trace ordinaire du premier plan projetant de la droite, est rencontrée par cette droite au point p qui en sera la *trace ordinaire*.

—

Représentation et détermination du plan.

—

35. Trace ordinaire du plan. La trace ordinaire d'un plan est la droite suivant laquelle ce plan coupe le plan de figure P.

Traces axonométriques. Les traces du plan sur les trois plans coordonnés sont les traces axonométriques du plan.

Ces traces se coupent deux-à-deux sur les axes coordonnés.

La trace d'un plan T sur le premier plan coordonné sera la *première trace axonométrique*. Nous la désignerons par T_1.

La trace	T_1	du plan T sur le	premier	plan coordonné sera la	première	trace axonométrique du plan T.
	T_2		deuxième		deuxième	
	T_3		troisième		troisième	

36. Représentation du plan. Un plan est suffisamment représenté et déterminé par deux de ses traces axonométriques.

Si deux des trois traces axonométriques du plan sont connues, l'autre sera déterminée également. Elle passe, en effet, par les points de rencontre des traces connues avec les axes coordonnés du plan coordonné qui contient la trace à construire.

37. Problème. *Etant données les traces axonométriques* T_1, T_2 *et* T_3 *d'un plan, construire sa trace ordinaire.*

Solution (Ep. 16). La trace ordinaire du plan T passe par les traces ordinaires de toutes les droites de ce plan, donc par les traces ordinaires des trois traces axonométriques T_1, T_2 et T_3.

La trace axonométrique T_1 est une horizontale du plan XOY; sa trace ordinaire est au point d (**34**).

La trace axonométrique T_3 est une droite du plan coordonné ZOY; sa trace ordinaire sera en f sur la trace ordinaire de ZOY (**34**).

Enfin, la trace axonométrique T_2, droite du plan coordonné ZOX, aura sa trace ordinaire au point e, point de rencontre de la trace ordinaire de ZOX avec T_2. La trace ordinaire du plan donné sera la droite T.

Cette trace unit les trois points d, e et f.

Propriété. Il suit, de ce qui précède, que *les traces ordinaires des trois traces axonométriques d'un plan sont en ligne droite.*

Des différentes positions du plan par rapport aux plans coordonnés.

—

Un plan peut	être	perpendiculaire à un plan coordonné	I
		perpendiculaire à deux plans coordonnés	II
	passer par	un axe coordonné	III
		deux axes coordonnés.	IV
		l'origine seulement.	V

—

38. Plan perpendiculaire à un plan coordonné. *Un plan perpendiculaire à un des trois plans coordonnés aura deux de ses traces axonométriques parallèles à l'axe coordonné perpendiculaire à ce plan coordonné.*

Le plan proposé est, en effet, parallèle à cet axe; il coupe par conséquent les deux plans coordonnés qui comprennent cet axe suivant des droites (traces axonométriques du plan) qui lui sont parallèles.

L'épure **27** représente un plan perpendiculaire au plan P_1. Sa trace ordinaire T passe par les traces ordinaires des trois traces axonométriques T_1, T_2 et T_3 (**37**).

39. Plan perpendiculaire à deux plans coordonnés, donc à l'axe coordonné commun à ces deux plans. *Tout plan perpendiculaire à un axe coordonné n'a que deux traces axonométriques parallèles aux deux autres axes.*

Un tel plan est, en effet, parallèle à un plan coordonné et aura deux de ses traces axonométriques parallèles aux axes coordonnés situés dans ce plan coordonné.

(**Ep. 28**). Plan perpendiculaire à l'axe coordonné OY, donc aux deux plans ZOY et XOY. Les traces axonométriques T_1 et T_2 sont respectivement parallèles aux axes de projection Ox et Oz, et la trace ordinaire T passe par a et b, traces ordinaires de T_1 et de T_2 (**37**).

40. Plan passant par un axe coordonné. *Tout plan qui passe par un axe coordonné a deux de ses traces axonométriques qui coïncident* *avec cet axe, et toutes les traces axonométriques et ordinaire concourent à l'origine.*

41. Problème. *Un plan passant par l'axe coordonné* OZ *étant représenté par les traces axonométriques* T_2, T_3 et T_1, *construire la trace ordinaire* T *de ce plan.*

Solution (Ep. 29). Unissons, dans l'espace, les points α et β des traces axonométriques T_1 et (T_2T_3) du plan ; nous aurons une droite de ce plan dont la trace ordinaire, jointe au point O, donnent la projection axonométrique de la trace ordinaire du plan proposé.

Pour avoir la trace ordinaire t de la droite δ, remarquons que δ avec δ'', projection de δ sur ZOX, déterminent un plan dont fc est la projection axonométrique de sa trace ordinaire (**37**).

Le point de rencontre de d avec fc donne le point t, projection axonométrique de la trace ordinaire de δ. Ot sera donc la projection de la trace ordinaire du plan donné.

42. Plan passant par deux axes coordonnés. Un tel plan coïncide avec le plan coordonné passant par les deux axes coordonnés.

43. Plan passant par l'origine des coordonnées. Nous considérons le cas général d'un plan qui passe par l'origine, sans passer par un axe coordonné ou sans se confondre avec un des plans coordonnés.

Propriété. *Un plan qui passe par l'origine a toutes ses traces, axonométriques et ordinaire, qui passent par ce point.*

Deux de ces quatre traces suffisent pour le déterminer.

44. Problème. *Un plan passant par l'origine des coordonnées étant déterminé par deux de ses traces axonométriques, construire l'autre trace axonométrique ainsi que la trace ordinaire de ce plan.*

Solution dans l'espace. On joint un point α de la première trace axonométrique du plan à un point β de la seconde trace, et l'on construit la troisième trace axonométrique γ ainsi que la trace ordinaire de cette droite. γO sera la troisième trace axonométrique du plan et ξO sa trace ordinaire.

Solution graphique (Ep. 30). La troisième trace axonométrique γ de δ se projette en c, point de rencontre de d avec d''' (**33**);

T_3 est donc la projection de la troisième trace axonométrique du plan.

La trace ordinaire de δ se projette en e (**34**), donc la trace ordinaire du plan en TeO.

—

Des différentes positions du plan par rapport au plan de figure.

—

Un plan peut être	parallèle à P.	I.
	perpendiculaire à P . . . . . ,	II.
	incliné sur P.	III.

—

45. Plan parallèle au plan de figure. *Tout plan parallèle au plan de figure n'a pas de trace ordinaire. Les projections axonométriques des traces axonométriques forment un triangle dont les hauteurs coïncident avec les axes de projection* (**Ep. 31**).

Cette propriété est un corollaire du paragraphe **7**.

46. Plan perpendiculaire au plan de figure. *Un plan perpendiculaire au plan de figure n'a qu'une trace, sa trace ordinaire. Les traces axonométriques de ce plan se projettent sur* P *suivant sa trace ordinaire qui devient sa trace-projection sur* P.

—

Des différentes positions que deux droites peuvent avoir entre elles.

—

Deux droites peuvent	être parallèles		I
	se couper	sous un angle droit	II
		sous un angle quelconque . . .	III
	se croiser.		IV

—

47. Droites parallèles (**Ep. 32**). *Deux droites parallèles ont les projections de même nom parallèles.*

Les deux droites δ et ξ de l'espace sont parallèles.

Les projections axonométriques d et e sont parallèles.

Il en sera de même des projections d' et e', d'' et e'', d''' et e'''.

48. Droites qui se coupent. *Si deux droites se coupent, les projections de même nom se coupent, et les points de rencontre de ces projections sont les projections du point de rencontre des deux droites de l'espace.*

49. Droites se rencontrant sous un angle droit. La simple inspection des projections de la droite ne donne aucun renseignement pour nous prononcer sur la valeur de l'angle suivant lequel les deux droites se coupent, à moins que la droite ne soit parallèle au plan de figure. Dans ce cas particulier, les projections axonométriques des deux droites se coupent à angle droit.

L'épure **33** représente deux droites qui se coupent à angle droit, et dont l'une d'elles, la droite δ, est parallèle au plan de figure P. Cette droite a, en effet, ses traces axonométriques sur les traces axonométriques de même nom d'un plan t, parallèle à P. La droite δ est dans ce plan t, donc elle est parallèle au plan de figure (**30**).

50. Droites se rencontrant sous un angle quelconque. La simple inspection des projections de ces droites ne nous permet pas de nous prononcer sur la valeur de l'angle sous lequel les droites se rencontrent.

51. Droites qui se croisent. Si deux droites se croisent, les points de rencontre des projections de même nom de ces droites ne correspondent pas aux projections d'un même point de l'espace.

—

Des différentes positions d'une droite à l'égard d'un plan.

—

Une droite peut être	située dans le plan	. . . .	I.
	parallèle	au plan	II.
	oblique	au plan	III.
	perpendiculaire	au plan	IV.

—

52. Droite située dans un plan. Si une droite est située dans un plan, les traces axonométriques et ordinaire de la droite sont situées sur les traces de même nom du plan. Il suffit, pour que la droite soit dans le plan, que deux de ses traces soient sur les traces de même nom du plan.

Si l'une des projections axonométriques de la droite est parallèle à la trace de même nom du plan, et si les traces de la droite sont situées sur les traces de même nom du plan, la droite du plan sera en même temps parallèle au plan de figure ou à l'un des plans coordonnés, suivant que cette projection est parallèle à la trace ordinaire ou à l'une des traces axonométriques du plan.

53. Droite parallèle à un plan donné. Une droite est parallèle à un plan si elle est parallèle à une droite de ce plan.

54. Problème. *Vérifier si une droite est parallèle à un plan.*

Solution dans l'espace. Par un point pris sur une des traces du plan, on mène une droite parallèle à la droite donnée. Si cette droite est dans le plan, la première droite sera parallèle au plan.

Or, la droite auxiliaire est dans le plan, si deux de ses traces sont sur les traces de même nom du plan.

Construction graphique (Ep. 34). Par α pris sur T_3, menons une droite ξ parallèle à la droite donnée δ. Dans notre épure, la première trace axonométrique de cette droite tombe sur T_1. La droite ξ est donc dans le plan donné, par suite la droite donnée δ est parallèle à ce plan.

55. Droite oblique à un plan. Une droite oblique à un plan ne jouit pas des propriétés qui caractérisent une droite située dans un plan donné ou une droite parallèle à ce plan.

56. Droite perpendiculaire à un plan (Ep. 35). *Une droite perpendiculaire à un plan donné a sa projection axonométrique perpendiculaire à la trace ordinaire de ce plan.*

En effet, la projection axonométrique de la droite étant une projection orthogonale de δ sur P, il faut, puisque la droite est normale au plan T, que sa projection axonométrique d soit perpendiculaire à la trace ordinaire T du plan.

L'épure **36** représente une droite δ normale au plan t.

Des différentes positions que deux plans peuvent avoir entre eux.

—

Deux plans	sont parallèles	I.
	se coupent	II.

—

57. Plans parallèles. *Deux plans parallèles ont toutes leurs traces, ordinaires et axonométriques, de même nom, parallèles.*

Dès que deux traces de même nom des deux plans sont parallèles, les plans le sont également, comme plans déterminés par des droites parallèles.

58. Plans qui se coupent. Deux plans ne sont plus parallèles et se coupent dès que deux traces de même nom se coupent.

Ce cas général comprend plusieurs cas particuliers :

A. *Si les deux plans se coupent, et si les deux traces ordinaires sont parallèles, les deux plans se rencontrent suivant une droite parallèle au plan de figure.*

B. *Si les premières traces axonométriques sont parallèles, les deux plans se coupent suivant une horizontale parallèle à ces traces.*

C. *Suivant que les deuxièmes ou les troisièmes traces axonométriques des deux plans sont parallèles, ces plans se coupent suivant une droite parallèle au premier ou au deuxième plan coordonné.*

Remarque. La valeur de l'angle sous lequel les deux plans se coupent ne peut se déduire des caractères ou des positions relatives des traces axonométriques ou ordinaires de ces plans.