

Manuel Pschernig, BSc

# **Messaufbau und –durchführung der Transition und Relaminarisierung entlang einer ebenen Platte**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Maschinenbau

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuung:

Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Jakob Woisetschläger

Dipl.-Ing. BSc Pascal Bader

Institut für thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik (TTM)

## Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

*I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.*

---

Datum / Date

---

Unterschrift / Signature

## Danksagung

Meinen Eltern bin ich zu großem Dank verpflichtet, da sie mir diesen von mir eingeschlagenen Weg unter großen Entbehungen unermüdlich ermöglicht haben und mich in jeder Phase meines Werdegangs unterstützt haben. Auch bei meinen Großeltern, die mich mindestens mit dem gleichen Engagement unterstützt haben, möchte ich mich herzlichst bedanken.

Großer Dank gilt Herrn Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Jakob Woisetschläger und Herrn Dipl.-Ing. BSc Pascal Bader, für die äußerst kompetente Betreuung bei der Durchführung dieser Arbeit.

Bei den Herren, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Günther Brenn, Ass.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Walter Meile und allen involvierten Personen des Instituts für Strömungslehre und Wärmeübertragung, möchte ich mich für die ausgezeichnete Unterstützung während der Messungen bedanken.

---

## Kurzfassung

In Grenzschichtströmungen von Strömungsmaschinen jeglicher Art kommt es zum laminar-turbulenten (Transition) als auch zum turbulent-laminaren (Retransition, Relaminisierung) Umschlag. Da der Strömungszustand der Grenzschicht einen wesentlichen Einfluss auf Größen wie den Reibungswiderstand und den Wärmeübergang hat, sind genaue Kenntnis und Verständnis für die Entwicklung effizienter Strömungsmaschinen essentiell. Während die laminar-turbulente Transition als gut erforscht erachtet werden kann und auch die diversen Turbulenz- und Transitionsmodelle vernünftige Ergebnisse liefern, sind die Kenntnisse über die Relaminisierung und ihrer Modellierung eher gering. Die Mechanismen, die dieses Phänomen bewirken, sind nicht ganzheitlich geklärt und die Werte bestehender Kennzahlen zur Quantifizierung unterliegen einer gewissen Streuung. Modelle zur numerischen Simulation existieren nicht bzw. ist die Prognosefähigkeit bestehender Modelle ungeklärt. Darum ist das Ziel dieser Arbeit, das Grundverständnis dieses Phänomens zu verbessern und experimentelle Daten zur Validierung numerischer Modelle zu generieren.

Um die Vorgänge bei der Relaminisierung besser zu verstehen, erscheint es vorerst hilfreich, einfache Testfälle zu betrachten. Darum wurde im Zuge dieser Arbeit ein Prüfstand entwickelt und in einem Windkanal vom Göttingen-Typ installiert. Der Aufbau ermöglicht experimentelle Untersuchungen der Grenzschichtströmung entlang einer ebenen Platte unter verschiedenen starken Beschleunigungen. Ein etabliertes Maß für die Beschleunigung und ein wichtiges Kriterium für die Relaminisierung stellt der Beschleunigungsparameter dar, der als dimensionsloser Druckgradient verstanden werden kann. Der Messaufbau wurde mit Hilfe von CFD-Simulationen dimensioniert. Die experimentellen Untersuchungen erfolgten mit nichtinvasiver Laser-Doppler-Anemometrie (LDA). Der Transitionsvorgang wurde mit Anströmungsgeschwindigkeiten von 5m/s und 10m/s untersucht. Messungen der beschleunigten Testfälle erfolgten mit Anströmungsgeschwindigkeiten von 5m/s und 9m/s. Alle Messungen erfolgten mit einer erhöhten Freistromturbulenz von ca. 3-4%, um die Aussagekraft der Ergebnisse für Turbomaschinen zu erhöhen.

Das Ergebnis dieser Arbeit ist in erster Linie eine Vielzahl statistisch signifikanter Messergebnisse an einem einfachen Testfall unter verschiedenen Strömungszuständen und liefert somit eine gute experimentelle Basis für die Überprüfung bestehender numerischer Modelle oder für die Entwicklung neuer Modelle. Obwohl die in der Literatur angegebenen Schlüsselparameter für die Relaminisierung eingehalten wurden, konnte keine vollständige Relaminisierung beobachtet werden. Vielmehr nehmen die wandnahen Bereiche laminar-ähnliche Zustände an, bedingt durch die Unterdrückung des Impulstransportes aufgrund des „Einfrierens“ der turbulenten Fluktuationen. Des Weiteren konnte eine harmonische

---

Störung als Auslöser des darauffolgenden laminar-turbulenten Umschlags ausgemacht werden.

---

## Abstract

Boundary layer flows in turbomachines of different types show laminar-to-turbulent transition (forward transition) as well as turbulent-to-laminar transition (reverse transition or relaminarization) under certain flow conditions. Since the state of flow in the boundary layer has a substantial influence on quantities like the skin friction coefficient and heat transfer, it is vitally important for the development of efficient turbomachines to know and understand the state of the flow. Whereas forward transition is well studied and miscellaneous turbulence and transition models offers reasonable results, knowledge on relaminarization and its modelling is less. The mechanisms which effect this phenomenon are not holistically clear and values of existing quantifying key figures are subject to a certain variation. Models for numerical simulation are not existing or rather the ability of prognosis of existing models are unresolved. It is therefore the objective of the present thesis to enhance the fundamental understanding of this phenomenon and to generate experimentally data of various test cases to validate numerical models.

In order to understand the processes during relaminarization it seems to be useful to investigate simple test cases first. Therefore a test bench is developed and installed in a Göttingen-type wind tunnel within this work. This test bench allows experimental investigations on a flat plate boundary layer flow exposed to different strong accelerations. A well-established quantity for acceleration and an important criterion for relaminarization is the acceleration parameter, which represents a dimensionless pressure gradient. CFD simulations are used to design the measurement setup. Experimental investigations were performed by non-invasive Laser-Doppler anemometry (LDA). The process of forward transition was examined at inlet free-stream velocities of 5m/s and 10m/s. Measurements of the accelerated flows were performed at inlet free-stream velocities of 5m/s and 9m/s. To increase significance of the results for turbo machines, all measurements were performed with a free-stream turbulence intensity of about 3-4%.

A main outcome of this work is a variety of statistically significant measurement results on a simplified test case under different flow conditions. In order to test existing models or develop new models this is a good experimental base. Although the key parameters for relaminarization stated in literature are fulfilled, full relaminarization could not be achieved, but rather a laminar-like behaviour in the near-wall region. This is caused by a suppression of momentum transfer due to the “freezing” of the turbulent fluctuations. Furthermore, it could be observed that a periodic disturbance in the near-wall region triggers the following laminar-to-turbulent transition.

---

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung .....</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Strömungsmechanische Grundlagen.....</b>                         | <b>3</b>  |
| 2.1      | Grenzschichtströmung.....   | 3         |
| 2.1.1    | Laminare Grenzschichtströmung .....                                 | 6         |
| 2.1.2    | Turbulente Grenzschichtströmung.....                                | 8         |
| 2.1.3    | Wichtige Eigenschaften und Größen turbulenter Strömungen.....       | 10        |
| 2.1.4    | Ablösung der Grenzschicht.....                                      | 14        |
| 2.1.5    | Ähnlichkeitslösungen der Grenzschichtgleichungen und Wandgesetze .. | 15        |
| 2.1.5.1  | Blasius' Lösung der laminaren Grenzschichtgleichungen .....         | 15        |
| 2.1.5.2  | Potenzgesetze .....   | 16        |
| 2.2      | Transition.....   | 17        |
| 2.2.1    | Natürliche Transition.....  | 18        |
| 2.2.2    | Bypass-Transition .....   | 19        |
| 2.2.3    | Transition über eine Ablöseblase.....                               | 19        |
| 2.3      | Relaminarisierung.....  | 20        |
| 2.3.1    | Relaminarisierung durch Dissipation .....                           | 22        |
| 2.3.2    | Relaminarisierung in stabil geschichteter Strömung.....             | 24        |
| 2.3.3    | Relaminarisierung in stark beschleunigter Strömung.....             | 27        |
| 2.3.3.1  | Experimentelle Nachweise.....                                       | 27        |
| 2.3.3.2  | Charakteristische Merkmale, Kennzahlen und Kriterien .....          | 28        |
| 2.3.3.3  | Theoretische Erklärungen .....                                      | 29        |
| <b>3</b> | <b>Messaufbau .....</b>   | <b>33</b> |
| 3.1      | Windkanal.....  | 33        |
| 3.2      | Auslegung .....   | 33        |
| 3.2.1    | Ausgangsbasis und Anforderungen an den Messaufbau .....             | 33        |

---

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.2.2    | Netzgenerierung für die Numerik .....            | 35         |
| 3.2.3    | Durchführung der Simulation und Ergebnisse ..... | 36         |
| 3.3      | Konstruktion und Realisierung.....               | 40         |
| <b>4</b> | <b>Messtechnik .....</b>                         | <b>44</b>  |
| 4.1      | Laser-Doppler-Anemometrie (LDA).....             | 44         |
| 4.1.1    | Prinzip des Messverfahrens.....                  | 44         |
| 4.1.2    | Seeding .....                                    | 48         |
| 4.1.3    | LDA Signalverarbeitung.....                      | 51         |
| 4.1.4    | LDA Datenverarbeitung .....                      | 55         |
| 4.1.5    | Messungenauigkeiten .....                        | 58         |
| 4.2      | LDA Messaufbau .....                             | 59         |
| 4.3      | Durchführung der LDA-Messungen.....              | 62         |
| <b>5</b> | <b>Messergebnisse und Diskussion .....</b>       | <b>65</b>  |
| 5.1      | Ergebnisse der ebenen Platte – ZPG .....         | 65         |
| 5.2      | Ergebnisse der beschleunigten Fälle – APG .....  | 77         |
| 5.3      | Ergebnisse spektraler Erwartungswerte .....      | 94         |
| <b>6</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>        | <b>97</b>  |
| <b>7</b> | <b>Abbildungsverzeichnis .....</b>               | <b>99</b>  |
| <b>8</b> | <b>Tabellenverzeichnis .....</b>                 | <b>104</b> |
| <b>9</b> | <b>Literaturverzeichnis .....</b>                | <b>105</b> |

# 1 Einleitung

Effizienzsteigerung ist ein Hauptziel im Bereich aller technischen Entwicklungen. Dies aus wirtschaftlichen und den - in den letzten Jahrzehnten immer bedeutender gewordenen - umweltschonenden Aspekten. Zur Erreichung dieses Ziels müssen naturgemäß Verluste bei der Energieumwandlung minimiert werden. Bei allen Strömungsmaschinen, so auch bei thermischen Turbomaschinen, entsteht ein wesentlicher Anteil der Verluste in der Grenzschichtströmung, die sich um die zur Energieumwandlung notwendigen Schaufeln herum ausbildet.

In den meisten Fällen sind technisch relevante Strömungen turbulent und instationär. Bei Strömungen um Strukturen beobachtet man in der Grenzschicht häufig laminare Strömungszustände, die in turbulente umschlagen und vice versa. Dieser Übergang wird im ersten Fall als Transition (engl.: forward transition oder nur transition) und im zweiten Fall als Relaminarisierung, Relaminisierung oder auch Retransition (engl.: reverse transition) bezeichnet. Laminare Strömungen weisen einen geringeren Strömungswiderstand und Wärmeübergang, jedoch eine höhere Ablösefreudigkeit auf als turbulente Strömungen. Somit wären die Strömungsverluste und die thermische Belastung der Werkstoffe im Falle einer laminaren Strömung geringer. Abbildung 1-1 zeigt typische Strömungszustände durch eine axiale Turbinenstufe. Zu erkennen ist, dass sowohl auf der Saug- als auch auf der Druckseite die geordnete laminare Strömung in eine ungeordnete turbulente umschlägt, als auch dass das Gegenteil passieren kann. Beim sogenannten *Gage Point* handelt es sich um einen, für die Filmkühlung von Turbinenschaufeln, relevanten Punkt. Ab diesem ist die Grenzschicht thermisch gleichmäßig durchmischt.

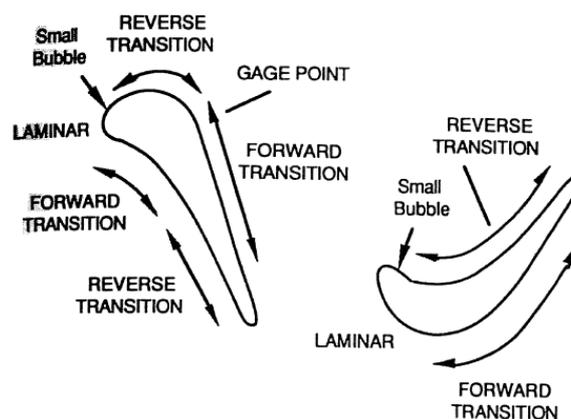


Abbildung 1-1: Strömungszustände in einer axialen Turbinenstufe [1]

Die Transition ist schon lange Gegenstand der Forschung und das Verständnis der dabei vorkommenden Vorgänge ist mittlerweile sehr fundiert. Auch die Modelle für die numerische Simulation liefern sehr realitätsnahe Ergebnisse. Beispielsweise kann die Lage des Umschlags laminar – turbulent durch Ablöseblasen aufgrund dieses Wissens

gut gesteuert werden. Die Relaminisierung ist sehr komplex und wurde anfänglich für unmöglich gehalten, da es den Anschein hatte, als würde der zweite Hauptsatz der Thermodynamik gebrochen werden. Mittlerweile ist jedoch bekannt, dass das Relaminarisieren einer Grenzschicht möglich ist (siehe Abschnitt 2.3 dieser Arbeit). Vorzugsweise oder technisch am relevantesten tritt dies in stark beschleunigten Strömungen auf, doch um diesen Effekt bewusst zu nützen, bedarf es noch ausgiebiger Grundlagenforschung.

**Ziel dieser Arbeit** ist es, einen Versuchsaufbau zu entwerfen, der die experimentelle Erfassung der Relaminisierung unter verschiedenen Einflussparametern erlaubt. Die Messungen sollen mit berührungsloser Laser-Doppler-Anemometrie durchgeführt werden. Des Weiteren sollen eindeutige Erkennungsmerkmale für das Vorliegen einer relaminisierten Grenzschicht gefunden werden. Die gewonnenen Messdaten und Erkenntnisse sollen als einfache Testfälle für die Modellierung der Relaminarisierung dienen.

## 2 Strömungsmechanische Grundlagen

Grundsätzlich beschreiben die Navier<sup>1</sup>-Stokes<sup>2</sup>-Gleichungen das gesamte viskose Strömungsfeld zu jedem Zeitpunkt an jedem Ort. Da dieses partielle Differentialgleichungssystem analytisch unlösbar ist, wurden in der Vergangenheit Theorien entwickelt, die die Natur der Strömung mehr oder minder gut beschreiben.

Ein ideales Fluid weist keine Viskosität auf und ist inkompressibel. Viele technisch relevante Fluide (wie z.B. Luft und Wasser) weisen eine geringe Viskosität auf und können in vielen Bereichen als inkompressibel betrachtet werden. Darum entsprechen diese mit guter Näherung einem idealen Fluid. Die Theorie der Strömung der idealen Fluide liefert in vielen Fällen sehr realitätsnahe Lösungen, wie beispielsweise der Auftrieb eines umströmten Körpers. Jedoch versagt die Theorie der idealen Fluide vollkommen bei der Prognose des Strömungswiderstandes. Diese Unzulänglichkeit ist auf die Vernachlässigung der Viskosität, also der Tangentialkräfte, in der Nähe der Oberfläche des Körpers zurückzuführen. [2]

Die Berücksichtigung der Viskosität in Wandnähe führte zur Grenzschichttheorie. Sie erlaubt realistische Prognosen zum Widerstandsverhalten umströmter Körper und beschreibt weitere Effekte, die in Wandnähe stattfinden.

Da im Zuge dieser Arbeit Grenzschichtuntersuchungen durchgeführt wurden, soll in den folgenden Kapiteln die Grenzschichttheorie näher erläutert werden.

### 2.1 Grenzschichtströmung

Wird die Umströmung fester Körper bei hohen Reynolds-Zahlen betrachtet, so lässt sich feststellen, dass das Fluid an der Oberfläche des Körpers haftet, also keine Geschwindigkeit oder die Geschwindigkeit des Körpers aufweist, wie in Abbildung 2-1 dargestellt. Mit zunehmender Entfernung von der Oberfläche steigt die Strömungsgeschwindigkeit, bis sie ungefähr die Größe der Anströmgeschwindigkeit erreicht. Offensichtlich lässt sich das Strömungsfeld in zwei Bereiche unterteilen: in ein reibungsbeeinflusstes Gebiet in Wandnähe und in eine reibungsfreie Außenströmung. Die reibungsbeeinflusste Zone, die dünn gegenüber der reibungsfreien Außenströmung ist, wird nach Prandtl<sup>3</sup> als *Grenzschicht* (GS) oder auch *Reibungsschicht* bezeichnet. [2]

---

<sup>1</sup> Claude Louis Marie Henri Navier (\* 10. Februar 1785 in Dijon; † 21. August 1836 in Paris) war ein französischer Mathematiker

<sup>2</sup> Sir George Gabriel Stokes (\* 13. August 1819 in Skreen, County Sligo, Irland; † 1. Februar 1903 in Cambridge) war ein irischer Mathematiker und Physiker

<sup>3</sup> Ludwig Prandtl (\* 4. Februar 1875 in Freising; † 15. August 1953 in Göttingen) war ein deutscher Ingenieur und Physiker und Begründer der Grenzschichttheorie

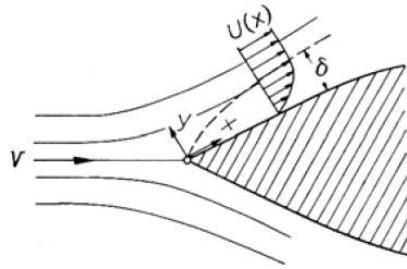


Abbildung 2-1: Prinzipdarstellung der Grenzschichtströmung längs eines Körpers [2]

Die Strömung in der Grenzschicht kann laminar oder turbulent sein. Durch die Aufteilung des Strömungsfeldes in die zwei erwähnten Gebiete, lassen sich die Bewegungsgleichungen stark vereinfachen und somit einer theoretischen Behandlung zuführen. [2]

In Abbildung 2-1 erkennt man, dass die Grenzschichtdicke  $\delta$  mit zunehmender Lauflänge  $x$  zunimmt. Physikalisch lässt sich dies so interpretieren, dass immer mehr Fluid von der Reibung erfasst wird. Die Grenzschichtdicke hängt somit direkt proportional mit der Zähigkeit des Fluids zusammen [3]. Beim Begriff der Grenzschichtdicke muss unbedingt bedacht werden, dass es sich hierbei um eine Modellvorstellung handelt. Der Übergang von Grenzschichtströmung zur Außenströmung ist kontinuierlich und somit kann keine exakte Grenze festgelegt werden. Die Geschwindigkeit der Außenströmung wird theoretisch in unendlich weiter Entfernung von der Wand erreicht. Die Grenzschichtströmung nähert sich asymptotisch an die Geschwindigkeit der Außenströmung an. Aufgrund der Anschaulichkeit wird meist eine Grenzschichtdicke dort festgelegt, wo die Geschwindigkeit beispielsweise 99% der Außengeschwindigkeit erreicht hat. [2]

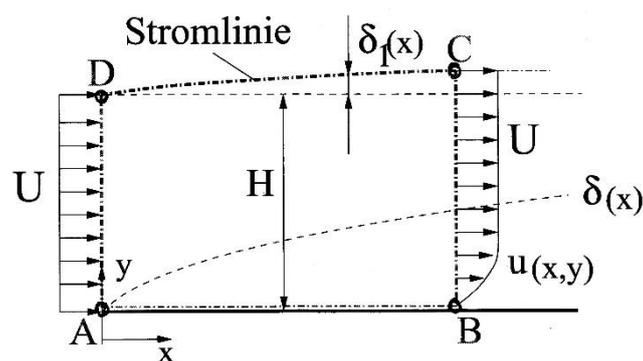


Abbildung 2-2: Verdrängungswirkung der Grenzschicht und Kontrollvolumen [4]

Da die Grenzschichtdicke relativ willkürlich festgelegt wurde, werden repräsentative Größen zur Charakterisierung benötigt. Die Verdrängungsdicke  $\delta_1(x)$  gibt die Verdrängungswirkung der Grenzschicht an und ist somit ein strömungsmechanisch korrektes Maß. Die Herleitung erfolgt aus Kontinuitätsbetrachtungen über das Kontrollvolumen ABCD, welches die Grenzschicht einschließt, wie in Abbildung 2-2

gezeigt. Nach Bilanzierung der Massenströme und Grenzwertbildung für  $H \rightarrow \infty$  folgt für die Verdrängungsdicke  $\delta_1(x)$ :

$$\delta_1(x) = \int_{y=0}^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) dy \quad 2-1$$

Dabei ist  $u$  die Momentangeschwindigkeit in  $x$  – Richtung und  $U_{\infty}$  die Geschwindigkeit der Außenströmung an der Stelle  $x$ . In Abbildung 2-3 ist die Verdrängungsdicke bildlich dargestellt. Für eine längs angeströmte ebene Platte beträgt die Verdrängungsdicke  $\delta_1(x)$  ungefähr 1/3 der Grenzschichtdicke  $\delta(x)$ .

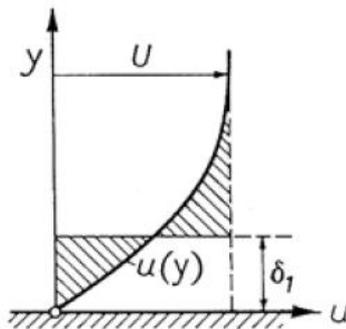


Abbildung 2-3: Verdrängungsdicke  $\delta_1(x)$  der Grenzschicht an einer ebenen Platte [2]; die schraffierten Flächen sind gleich groß.

Wendet man den Impulssatz auf das in Abbildung 2-2 dargestellte Kontrollvolumen an, kann daraus eine weitere wichtige Größe der Grenzschicht ermittelt werden:

$$\delta_2(x) = \int_{y=0}^{\infty} \frac{u}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) dy \quad 2-2$$

Die Impulsverlustdicke  $\delta_2(x)$  gibt den Impulsverlust aufgrund der Grenzschicht an. Sie stellt jene Dicke dar, in der die Außenströmung herrschen müsste, damit derselbe Impuls wie in der ungestörten Außenströmung vorhanden ist. [2], [3]

Das Verhältnis aus Verdrängungsdicke  $\delta_1(x)$  und Impulsverlustdicke  $\delta_2(x)$  wird als Formfaktor  $H$  (engl.: shape factor) bezeichnet.

$$H = \frac{\delta_1(x)}{\delta_2(x)} > 1 \quad 2-3$$

Wie der Name schon verrät, beschreibt dieser Faktor die Form der Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht. Ein turbulentes Geschwindigkeitsprofil ist balliger als ein laminares und weist somit einen größeren Geschwindigkeitsgradienten an der Wand auf. Dadurch ergibt sich eine höhere Wandschubspannung und somit ein höherer Impulsverlust, worauf in den Kapiteln 2.1.1 und 2.1.2 noch näher eingegangen wird. Jedenfalls ergibt sich für ein laminares

Geschwindigkeitsprofil, unter der Verwendung der Blasius' Lösung, ein Formfaktor von  $H = 2,59$  und für ein turbulentes Profil ungefähr  $H = 1,4$ . [5], [6]

### 2.1.1 Laminare Grenzschichtströmung

In laminaren Strömungen treten keine Querbewegungen der Fluidteilchen auf. Die Strömung ist geschichtet und die Teilchen in einer Schicht weisen die gleiche Geschwindigkeit auf. Es liegen keine zeitlichen Fluktuationen der strömungsrelevanten Größen vor. Zur Charakterisierung des Strömungszustandes eignet sich die Reynolds<sup>4</sup>-Zahl:

$$Re = \frac{U_{char} L_{char}}{\nu} \sim \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Zähigkeitskraft}} \quad 2-4$$

Diese dimensionslose Kennzahl repräsentiert das Verhältnis aus Trägheits- zu Zähigkeitskräften, wobei  $U_{char}$  eine charakteristische Geschwindigkeit und  $L_{char}$  eine charakteristische Länge des Strömungsfeldes darstellt.  $\nu$  ist die kinematische Viskosität des strömenden Mediums. Weisen zwei geometrisch ähnliche Strömungen die gleiche Reynolds-Zahl auf, so ist auch das oben erwähnte Kräfteverhältnis gleich und man spricht von mechanischer Ähnlichkeit. Dieses ebenfalls von O. Reynolds entdeckte Gesetz wird *Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz* oder *Reynolds Ähnlichkeit* genannt und ist fundamental für die Durchführung von Modellversuchen. Somit können kritische Reynolds-Zahlen für verschiedene Geometrien angegeben werden, ab welcher eine turbulente Strömung möglich ist. Ist die Reynolds-Zahl unter diesem Grenzwert, bleibt die Strömung meist laminar. Beispielsweise kann für die Rohrströmung eine  $Re_{D,krit} = 2300$  angegeben werden [2]. Dieser Wert bezieht sich auf die mittleren Strömungsverhältnisse im Rohr und nicht auf die Grenzschichtströmung selbst und besitzt somit Gültigkeit für die vollkommen entwickelte Rohrströmung. Aufgrund dessen wird für  $U_{char}$  die volumenstromäquivalente Geschwindigkeit und für  $L_{char}$  der Rohrdurchmesser zur Berechnung herangezogen. Im Falle der ebenen Platte ist  $Re_{x,krit} = 5 \cdot 10^5$  [2]. Im Gegensatz zur Rohrströmung repräsentiert dieser Wert das o. a. Kräfteverhältnis in der Grenzschicht, wodurch dieser Wert mit der Hauptströmungskordinate  $x$  als charakteristische Länge  $L_{char}$  und der an dieser Stelle herrschenden Freistromgeschwindigkeit  $U_\infty$  als charakteristische Geschwindigkeit  $U_{char}$  gebildet wird. Daraus folgt, dass die Reynolds-Zahl stromab steigt und  $Re_{x,krit}$  auch erreicht werden kann, wenn die Außenströmung laminar ist. Somit ist das Vorliegen einer turbulenten Grenzschicht bei einer laminaren Außenströmung und vice versa möglich. Die angegebenen kritischen Reynolds-Zahlen sind als mittlere Werte zu verstehen, da diese von mehreren Faktoren abhängen, auf die im Kapitel 2.2 näher eingegangen wird.

<sup>4</sup> Osborne Reynolds (\* 23. August 1842 in Belfast; † 21. Februar 1912 in Watchet in Somerset) war ein britischer Physiker und Pionier auf dem Gebiet der Turbulenzforschung

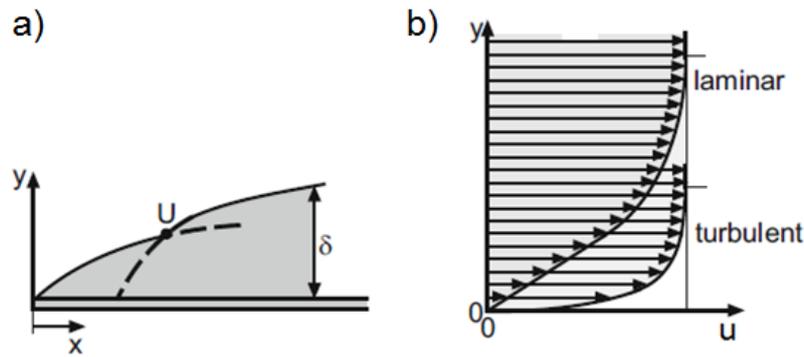


Abbildung 2-4: Schematische Darstellung der laminaren und turbulenten Grenzschicht nach [3];  
a) Grenzschichtdickenverlauf; b) Geschwindigkeitsprofile

In Abbildung 2-4a sind die Grenzschicht und in Abbildung 2-4b die entsprechenden Geschwindigkeitsprofile entlang einer ebenen, längsangeströmten Platte schematisch dargestellt. Von der Plattenspitze bis zum Umschlagspunkt  $U$  ist die Grenzschichtströmung laminar. In  $U$  ist  $Re_x \approx Re_{krit}$  und es entwickelt sich eine turbulente Grenzschicht. In Wirklichkeit erfolgt der Umschlag, die sogenannte Transition, nicht in einem Punkt, sondern vielmehr in einem Bereich. Auf die Ursache, Wirkung und weitere Effekte der Transition wird in Kapitel 2.2 näher eingegangen. Aus Abbildung 2-4b ist ersichtlich, dass das laminare Geschwindigkeitsprofil weniger füllig ist und eine steilere Wandtangente aufweist als das turbulente Profil. Dies ist auf die fehlenden Querbewegungen der Fluidteilchen bei der laminaren Strömung zurückzuführen. Für ein Newtonsches<sup>5</sup> Fluid ist die Schubspannung

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad 2-5$$

und somit folgt für die Wandschubspannung

$$\tau_w = \tau_{xy}(y = 0) = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad 2-6$$

und daraus der lokale Reibungskoeffizient

$$c'_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad 2-7$$

Darin ist  $\mu$  die dynamische Viskosität,  $\rho$  die Dichte,  $\partial u / \partial y$  der Gradient der Geschwindigkeit,  $U_\infty$  die Freistromgeschwindigkeit und der Index  $w$  bedeutet an der Wand, also  $y = 0$ . Daraus lässt sich sofort folgern, dass eine laminare Grenzschicht einen geringeren Strömungswiderstand aufweist. Die Wärmestromdichte an der Wand  $q_w$  ist ebenfalls geringer als bei der turbulenten Strömung. Die Fluktuationen in der

<sup>5</sup> Sir Isaac Newton (\* 25. Dezember 1642 in Woolsthorpe-by-Colsterworth in Lincolnshire; † 20. März 1726 in Kensington) war ein englischer Naturforscher und Verwaltungsbeamter

turbulenten Grenzschicht führen zu einer erhöhten Durchmischung in dieser und somit zur Verbesserung des konvektiven Wärmeübergangs.

## 2.1.2 Turbulente Grenzschichtströmung

In einer turbulenten Strömung ist der Hauptbewegung des Fluids eine chaotische Schwankungsbewegung überlagert. Daraus folgt, dass turbulente Strömungen grundsätzlich dreidimensional und instationär sind. In Folge der zeitlichen Fluktuationen ist der Impulsaustausch in der Grenzschicht größer als der in der laminaren Grenzschicht. Dies führt zu einer Steigerung der mittleren Geschwindigkeit und des Geschwindigkeitsgradienten in Wandnähe und infolgedessen zur Erhöhung der Wandschubspannung, wie es in Abbildung 2-4 ersichtlich ist und Gleichung 2-6 zeigt. Mit anderen Worten, das Fluid wirkt viskoser als in der laminaren Grenzschicht. Dies geht auch aus den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (NS-Gleichungen) hervor, in denen zusätzlich zum viskosen Spannungstensor ein sogenannter Reynolds-Spannungstensor auftritt. Dieser repräsentiert eben diese scheinbaren turbulenten Spannungen, oft als „Scheinzähigkeit“ bezeichnet, und führt zu einem Schließungsproblem der ohnehin schwierig lösbaren Navier-Stokes-Gleichungen. Gelöst wird dieses Schließungsproblem durch verschiedene, mehr oder weniger gut funktionierende, Turbulenzmodelle, die in numerischen Lösungsverfahren implementiert werden. Eine andere Möglichkeit bietet die direkte numerische Simulation (DNS) der NS-Gleichungen. Letztere benötigt ungleich höhere Rechenleistungen als erstere und ist somit derzeit kommerziell kaum nutzbar. Eine nähere Ausführung der verschiedenen Turbulenzmodelle und der DNS-Methoden würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen und steht auch nicht im Fokus dieser, weshalb an dieser Stelle an die einschlägige Literatur verwiesen sei. [2], [3], [7]

Somit herrscht in der turbulenten Grenzschicht eine gesamte Schubspannung, die sich aus einem laminaren (viskosen) und einem, aufgrund der Schwankungsbewegungen, turbulenten Anteil zusammensetzt ( $\tau_{tot} = \tau_{lam} + \tau_{turb}$ ). Hinsichtlich der Größenordnungen der erwähnten Schubspannungsanteile ergibt sich eine Schichtung, wie in Abbildung 2-5 gezeigt.

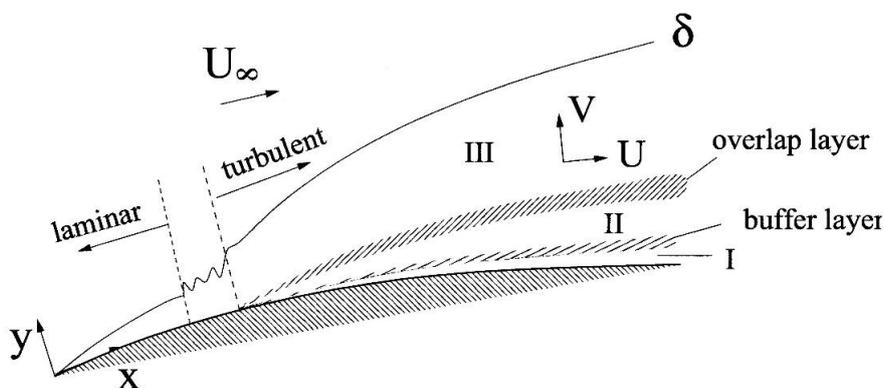


Abbildung 2-5: Schichtung der turbulenten Grenzschicht (schematisch) [7]

In der Schicht I dominieren die viskosen Schubspannungen, wodurch sie als *laminare Unterschicht* oder *viskose Unterschicht* bezeichnet wird. Die *laminare Unterschicht* ist sehr dünn im Vergleich zu der Grenzschichtdicke und sie wird mit zunehmender  $Re_x$  dünner. In der *buffer layer* herrschen sowohl viskose als auch turbulente Schubspannungen ungefähr in gleichem Maße. In der turbulenten Innenschicht (II), dem *overlap layer* und der turbulenten Außenschicht (III) dominiert der turbulente Anteil der Schubspannungen. Obwohl in den Schichten II bis III die Schubspannungszustände annähernd gleich sind, wird trotzdem eine Unterscheidung getroffen. Die turbulente Außenschicht (III) ist im Gegensatz zu den inneren Schichten I bis II vom Druckgradienten der Außenströmung abhängig. Da die Übergänge zwischen den beschriebenen Schichten fließend sind, ergeben sich die angegebenen Zwischenschichten (schraffiert). [2] [7]

Nimmt man an, dass in den Schichten I bis II die gesamte Schubspannung ungefähr der Wandschubspannung entspricht  $\tau_{tot} \approx \tau_w$  und normiert mit der Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$  auf die Wandeinheiten,

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \qquad u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \qquad 2-8$$

so ergeben sich die universellen Wandgesetze

$$u^+ = y^+ \quad \text{für } y^+ < 5 \qquad 2-9$$

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + \kappa \quad \text{für } y^+ > 50, \frac{y}{\delta} < 0,2 \qquad 2-10$$

mit den experimentell bestimmten Konstanten  $\kappa \approx 0,41$  und  $B \approx 5$ . Gleichung 2-10 wird als *logarithmisches Wandgesetz (log-law)* bezeichnet. Die Gleichungen 2-9 und 2-10 stellen universelle dimensionslose Geschwindigkeitsprofile für die laminare Unterschicht (I) und die turbulente Innenschicht (II) dar. In Abbildung 2-6 sind diese graphisch dargestellt. [7]

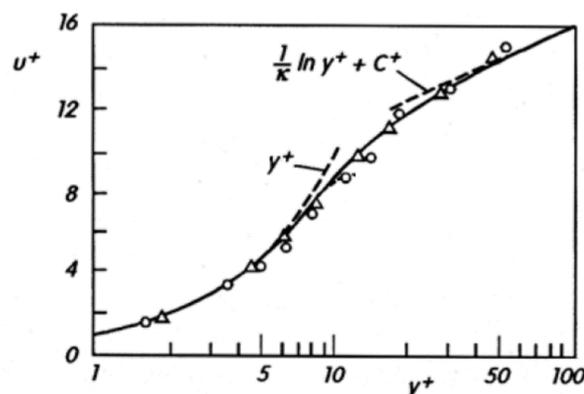


Abbildung 2-6: Universelle Wandgesetze im Vergleich mit Messungen [2]

### 2.1.3 Wichtige Eigenschaften und Größen turbulenter Strömungen

Die Ausführungen im vorliegenden Kapitel sind von allgemeiner Gültigkeit und beziehen sich somit auf das gesamte Strömungsfeld und nicht nur auf die turbulente Grenzschichtströmung. Die folgenden Ausführungen wurden in Anlehnung an Schlichting und Gersten (2005) [2], Surek und Stempin (2014) [3], Steiner (2014) [7] und Herwig und Schmandt (2015) [8] formuliert.

Wie bereits in Kapitel 2.1.2 erwähnt, sind in turbulenten Strömungen der Hauptbewegung chaotische Schwankungen überlagert. Ursache für diese Fluktuationen sind Wirbelstrukturen, die durch Störungen im Strömungsfeld angefacht und im Falle turbulenter Strömung nicht gedämpft werden können. In Abbildung 2-7 ist ein prinzipieller zeitlicher Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit  $u_i(t)$  einer turbulenten Strömung an einer beliebigen Stelle  $x_1, x_2, x_3$  skizziert. Grundsätzlich wären die fluktuierenden Größen des Strömungsfeldes zu jedem Zeitpunkt an jedem Ort als Lösung der Navier-Stokes Gleichungen gegeben. Aufgrund der Komplexität dieses partiellen Differentialgleichungssystems zerlegt man die momentanen Größen in die jeweiligen mittleren Größen und die überlagerten Schwankungsgrößen. Diese Vorgehensweise wird häufig als Reynolds-Zerlegung oder Reynolds-Mittelung bezeichnet. Beispielsweise folgt für den Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{u}(t) = (u(t), v(t), w(t))$ :

$$\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'(t) \quad \text{mit} \quad \bar{\mathbf{u}}'(t) = \mathbf{0} \quad 2-11$$

Die Gültigkeit dieser Zerlegung ist natürlich auf ausreichend große Mittelungszeiten bzw. Messwerte beschränkt. Der Mittelwert der Fluktuationen  $\bar{\mathbf{u}}'(t)$  muss sich gemäß der Definition zu Null ergeben.

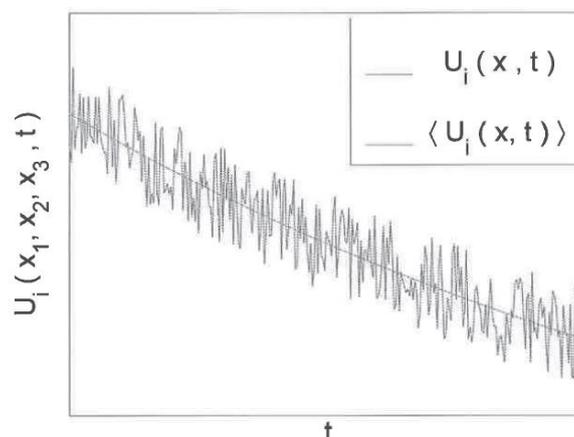


Abbildung 2-7: Zeitlicher Verlauf der momentanen und gemittelten Strömungsgeschwindigkeit in einer turbulenten Strömung [7]

Bedingt durch die turbulenten Schwankungsbewegungen wird eine erhöhte Zähigkeit des Fluides, über das Maß der molekularen hinaus, beobachtet. Diese, oft als

„Scheinzähigkeit“ bezeichnete Erhöhung der Zähigkeit, kann nur durch zusätzlich Schubspannungen, die sogenannten turbulenten Schubspannungen, hervorgerufen werden. Diese können die viskosen Schubspannungen um mehrere Größenordnungen übersteigen. Wendet man die Reynolds-Zerlegung (Gleichung 2-11) auf die Navier-Stokes Gleichungen an, so folgt für den turbulenten oder Reynolds'schen Schubspannungstensor:

$$\tau_{turb,ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'} \quad 2-12$$

Energetisch betrachtet führen die turbulenten Schwankungen auch zu einer Erhöhung der kinetischen Energie der Strömung. Als Maß dafür definiert man die turbulente kinetische Energie (TKE)  $k$ :

$$k = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2} \quad 2-13$$

Ein weiteres repräsentatives Maß für die Turbulenz einer Strömung ist der Turbulenzgrad  $Tu$ , der die Schwankung in Strömungsrichtung auf die Strömungsgeschwindigkeit bezieht. Er ergibt sich aus der Wurzel der gemittelten quadratischen Geschwindigkeitsschwankungen durch die ungestörte Anströmungsgeschwindigkeit  $U_\infty$  und somit zu:

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{U_\infty} \quad 2-14$$

Zur Veranschaulichung der Größenordnungen: Tu-Grade können von  $Tu = 5 \cdot 10^{-4}$  in Windkanälen bis zu  $Tu = 0,95$  in abgelösten Strömungen reichen [3]. Unterstellt man isotrope Turbulenz, d. h. die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen haben keine ausgezeichnete Richtung, so vereinfacht sich Gleichung 2-14 zu:

$$Tu = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U_\infty} \quad 2-15$$

Die Annahme isotroper Turbulenz ist streng genommen inkorrekt, da die Geschwindigkeitsschwankungen auch eine spektrale Verteilung aufweisen, wie später noch gezeigt wird. Zusätzlich zu den Definitionen in den Gleichungen 2-14 und 2-15 kann ein örtlicher und richtungsabhängiger Tu-Grad

$$Tu_i = \frac{\sqrt{\overline{u_i'^2}}}{\bar{u}_i} \quad 2-16$$

angegeben werden. Mit Index  $i = x, y, z$  für die drei Raumrichtungen.

Nach den prinzipiellen Ursachen und den damit einhergehenden wichtigen Größen zur Quantifizierung der Turbulenz soll im Folgenden der Energiehaushalt turbulenter Strömungen näher beleuchtet werden. Sehr häufig werden Wirbel mit diskreten Einzelstrukturen assoziiert. Vielmehr handelt es sich jedoch um kontinuierlich verteilte Wirbelbewegungen, deren sinnvolle Beschreibung nur mit kontinuierlichen Verteilungsfunktionen gelingt. Um nun den Energiehaushalt turbulenter Strömungen besser verstehen zu können, betrachtet man üblicherweise die spektrale Energieverteilung der fluktuierenden Größen, wie es beispielsweise für eine herkömmliche turbulente Strömung in Abbildung 2-8 dargestellt ist. Abbildung 2-8 zeigt die spektralen Verteilungsfunktionen  $F_i^*$  der kinetischen Energien der Schwankungsbewegungen  $\overline{u_i^{*2}}$  aller drei Raumrichtungen, aufgetragen über der Wellenzahl  $k_e^*$ . Diese Form der Darstellung wird häufig als Leistungsdichtespektrum (engl.: power spectral density PSD) bezeichnet. Eine Auftragung über der Frequenz  $f$  der jeweiligen fluktuierenden Größe wäre qualitativ gleichwertig und würde somit die gleiche Aussage transportieren. Gewöhnlich werden die Spektralfunktionen  $F_i^*$  derart normiert, sodass  $\int_0^\infty F_i^* dk^* = 1$  ergibt, wie auch in Abbildung 2-8, da hier die spektrale Verteilung und nicht die Absolutwerte die entscheidende Aussage liefert. Mathematisch werden diese Spektralfunktionen durch die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktionen der Geschwindigkeitsfluktuationen gewonnen. Jeder Frequenz kann über die mittlere Strömungsgeschwindigkeit eine Strukturgröße zugeordnet werden. Der Zusammenhang zwischen Leistungsdichte und Frequenz wurde von Kolmogorov<sup>6</sup> aufgestellt und gibt die Steigung von  $-5/3$  in Abbildung 2-8.

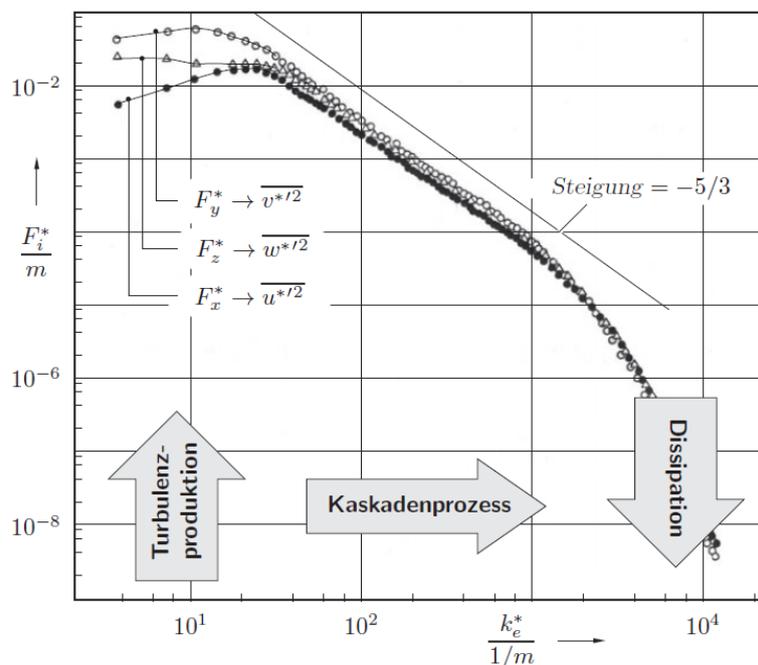


Abbildung 2-8: Übliche spektrale Verteilung der kinetischen Energie der turbulenten Schwankungsbewegungen [8]

<sup>6</sup> Andrej Nikolaevič Kolmogorov (\*25. April 1903 in Tambow; † 20. Oktober 1987 in Moskau) war ein russischer Mathematiker und einer der bedeutendsten Mathematiker des 20. Jahrhunderts

Aufgrund der doppelt logarithmischen Skalierung des Diagramms in Abbildung 2-8 ist sofort erkennbar, dass die spektrale Verteilung der kinetischen Energie sehr ungleichmäßig verteilt und auf kleine Wellenzahlen, d.h. kleine Frequenzen bzw. große Wirbel konzentriert ist. Des Weiteren ist eine, hinsichtlich der Wellenzahl bzw. der Frequenz, sehr weitläufige Isotropie der Turbulenz, außer im energiereichen niederfrequenten Bereich, zu beobachten. Darüber hinaus ist die turbulente kinetische Energie hin zu großen Wellenzahlen bzw. Frequenzen begrenzt, woraus folgt, dass die Wirbel nicht beliebig klein werden können. Aufgrund der immer kleinräumigeren Schwankungsbewegungen bei kleiner werdenden Wirbelabmessungen entstehen größere lokale Geschwindigkeitsgradienten und infolgedessen verstärkte Dissipation. Somit ist dieser Prozess durch die molekulare Viskosität bestimmt. A. N. Kolmogorov entdeckte als Erster, dass dieser Dissipationsprozess bei einer bestimmten Abmessung der Wirbel passiert und formulierte aus dimensionsanalytischen Überlegungen die Feinstruktur der Turbulenz, auch als *Kolmogorov-Länge* oder *Mikro-Längenmaß* bekannt:

$$\ell_K = \left[ \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right]^{1/4} \quad 2-17$$

In dieser Gleichung ist  $\nu$  die kinematische Viskosität des Fluids und  $\varepsilon$  die spezifische turbulente Dissipation, die für große Reynolds-Zahlen einen endlichen Wert annimmt. Der beschriebene Dissipationsvorgang entzieht der Strömung mechanische Energie und wandelt diese in Wärme um. Infolgedessen muss mechanische Energie zugeführt werden, um die Turbulenz aufrecht zu erhalten. Dies erfolgt durch die großen niederfrequenten Wirbelbewegungen, die von der mittleren Bewegung der Strömung in Gang gesetzt und als Turbulenzproduktion bezeichnet werden. Bedingt durch die Instabilität der Turbulenzelemente entsteht ein nichtlinearer Energietransfer zu immer kleineren Wirbeln und schließlich bis zur beschriebenen Dissipation dieser. Dieser Kaskadenprozess wird durch einen Vierzeiler von Lewis Fry Richardson<sup>7</sup> sehr anschaulich beschrieben:

*Big whirls have little whirls,  
Which feed on their velocity,  
And little whirls have lesser whirls,  
And so on to viscosity.*

Es war ebenfalls A. N. Kolmogorov, der durch Ähnlichkeitsbetrachtungen für diese Energiekaskade den universellen Zusammenhang  $F_i^* \sim k_e^{*-5/3}$  fand. Für sehr große Wellenzahlen  $k_e^* \rightarrow \infty$  bzw.  $f \rightarrow \infty$  gilt nach W. Heisenberg<sup>8</sup>  $F_i^* \sim k_e^{*-7}$ .

<sup>7</sup> Lewis Fry Richardson (\* 11. Oktober 1881 in Newcastle upon Tyne; † 30. September 1953 in Kilmun, Argyll) war ein britischer Meteorologe und gilt als Begründer der numerischen Wettervorhersage

<sup>8</sup> Werner Karl Heisenberg (\* 5. Dezember 1901 in Würzburg; † 1. Februar 1976 in München) war ein deutscher Physiker und Nobelpreisträger. Er erlangte Bekanntheit durch seine Arbeit auf dem Gebiet der Quantenmechanik und zählt zu den bedeutendsten Physikern des 20. Jahrhunderts. Seine wohl bekannteste Errungenschaft ist die nach ihm benannte Heisenberg'sche Unschärferelation.

### 2.1.4 Ablösung der Grenzschicht

Fließt die Grenzschichtströmung stromab gegen steigenden Druck, so kann dies zur Ablösung der Grenzschicht führen. Die geringe kinetische Energie der verzögerten Grenzschichtströmung reicht nicht aus, um in das Gebiet steigenden Druckes vorzudringen und weicht in die schnelleren wandfernen Schichten aus. Dies führt zu Rückströmungen in Wandnähe und die reibungsbeeinflusste Zone wird so dick, dass die Annahmen für die Grenzschichtnäherungen nicht mehr erfüllt sind. In Abbildung 2-9 ist das genannte für die Ablösung der Grenzschicht einer ebenen Wand dargestellt. Darin ist  $c_x$  die Komponente der Geschwindigkeit in x-Richtung  $u$  und  $c_\infty$  die Geschwindigkeit der ungestörten Außenströmung  $U_\infty$ . Der Punkt A wird Ablösepunkt genannt und wird dort definiert, wo die Wandschubspannung  $\tau_w$  und somit der Geschwindigkeitsgradient an der Wand  $(\partial u / \partial y)_w$  Null ist.

$$\tau_w = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = 0 \quad 2-18$$

Dadurch weist das Geschwindigkeitsprofil einen Wendepunkt auf. Betrachtet man die stationären GS-Gleichungen an der Wand ( $y=0$ ):

$$\mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_w = \frac{dp}{dx} \quad 2-19$$

Die zweite Ableitung der Geschwindigkeit normal zur Strömungsrichtung  $\left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_w$  entspricht der Krümmung des Geschwindigkeitsprofils. Für die Existenz eines Wendepunkts muss die Krümmung Null sein. Nach Gleichung 2-19 und Abbildung 2-9 erkennt man, dass für einen negativen Druckgradienten die Krümmung über  $y$  stets negativ bleibt. Für positive Druckgradienten hingegen weist das Geschwindigkeitsprofil einen Nulldurchgang auf und somit existiert ein Wendepunkt. Daraus folgt, dass es nur im Falle einer Strömung gegen steigenden Druck, also in verzögerten Strömungen, zur Ablösung kommt. [3], [7]

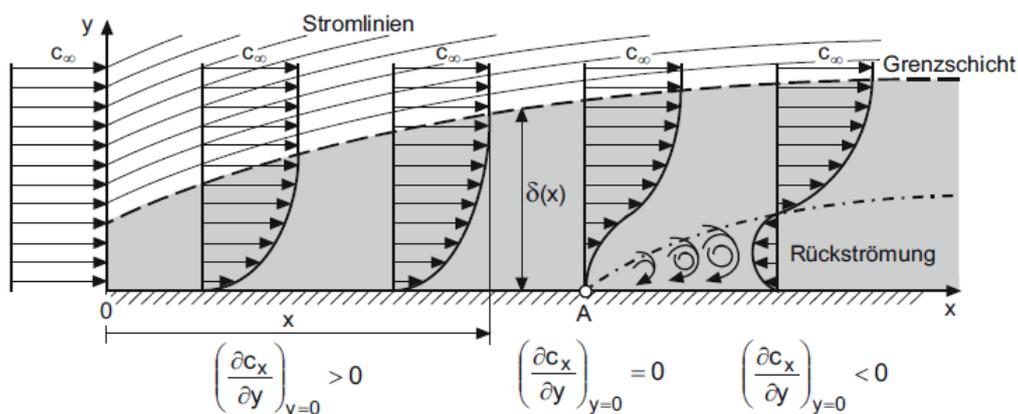


Abbildung 2-9: Geschwindigkeitsprofile bei Ablösung der Grenzschicht an einer ebenen Wand [3]

Sowohl in laminarer als auch in turbulenter GS-Strömung kann es zur Ablösung kommen, wobei die Ablöseineigung von laminaren Grenzschichten höher ist als jene von turbulenten. Turbulente Geschwindigkeitsprofile sind balliger als laminare, weisen somit eine höhere kinetische Energie in Wandnähe auf und können dadurch gegen höhere Drücke strömen. Aufgrund der starken, infolge der Ablösung, Vergrößerung der Reibungsschicht, geht mit ihr ein erheblicher Anstieg des Widerstandes einher. [2]

## 2.1.5 Ähnlichkeitslösungen der Grenzschichtgleichungen und Wandgesetze

### 2.1.5.1 Blasius' Lösung der laminaren Grenzschichtgleichungen

Die Grenzschicht-Theorie liefert zwar eine starke Vereinfachung der Navier-Stokes-Gleichungen, trotzdem handelt es sich bei den Prandtl'schen Grenzschichtgleichungen um partielle Differentialgleichungen, die in der Form exakt nicht lösbar sind. Blasius<sup>9</sup> nahm an, dass in einer laminaren Plattengrenzschicht sich die Geschwindigkeitsprofile stromabwärts affin zueinander verhalten und formulierte daraus einen Ähnlichkeitsansatz, der zu einer gewöhnlichen Differentialgleichung für die Problemstellung führt. Abbildung 2-10 stellt dies bildlich dar.

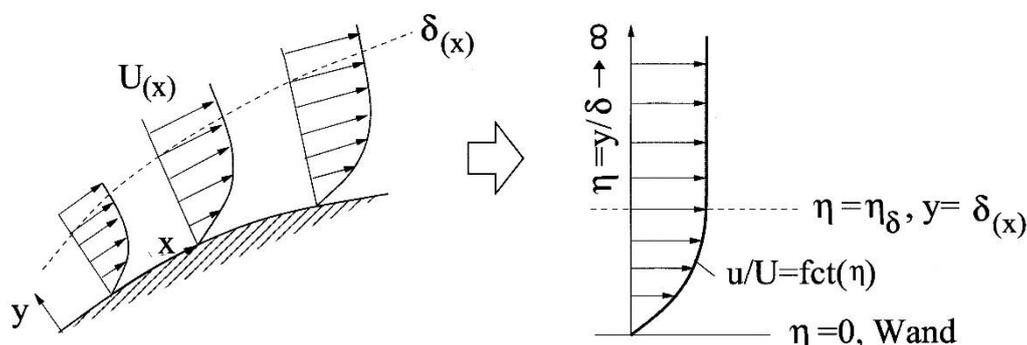


Abbildung 2-10: Ähnlichkeit der Geschwindigkeitsprofile und bildliche Darstellung des Ansatzes [7]

Die Blasius-Gleichung lautet wie folgt:

$$f''' + ff'' = 0 \quad 2-20$$

wobei  $f = f(\eta)$  die dimensionslose Stromfunktion darstellt

$$f(\eta) = \frac{\psi}{\sqrt{2\nu x U_\infty}} \quad 2-21$$

mit der Stromfunktion  $\Psi = \Psi(x, y)$  und der dimensionslosen Koordinate

<sup>9</sup> Heinrich Blasius (\* 9. August 1883 in Berlin; † 24. April 1970 in Hamburg) war ein deutscher Physiker

$$\eta = y \sqrt{\frac{U_\infty}{2\nu x}} \quad 2-22$$

und den Randbedingungen

$$\begin{aligned} \eta = 0: \quad f = 0, f' = 0 \\ \eta \rightarrow \infty: \quad f' = 1 \end{aligned} \quad 2-23$$

Es handelt sich hierbei um eine gewöhnliche nichtlineare Differentialgleichung dritter Ordnung, die numerisch zu lösen ist [2]. Die Lösungen findet man in der Literatur meist in tabellarischer Form. Für die Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung gilt:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = U_\infty f'(\eta) \quad 2-24$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{2x}} (\eta f' - f) \quad 2-25$$

Für den lokalen Reibungskoeffizienten, den Reibungskoeffizienten und die Grenzschichtdicke bei  $u = 0,99 \cdot U_\infty$  folgt:

$$c'_f = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \quad 2-26$$

$$c_f = \frac{1,328}{\sqrt{Re}} \quad 2-27$$

$$\delta(x) \approx 5 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad 2-28$$

Die Gültigkeit der Blasius' Lösung beschränkt sich auf die laminare Plattengrenzschicht ohne Druckgradienten. Eine allgemein gültigere Lösung liefern die sogenannten Falkner-Skan-Gleichungen. Diese wurden zwar in dieser Arbeit nicht verwendet, seien aber aus Gründen der Vollständigkeit erwähnt. Analog zur Blasius' Lösung wird hierbei auch ein Ähnlichkeitsansatz verfolgt. Zusätzlich wird aber ein von Null verschiedener Druckgradient berücksichtigt, wodurch damit allgemein gekrümmte laminare Plattengrenzschichten berechnet werden können. Somit ist die Blasius' Lösung ein Sonderfall der Falkner-Skan-Lösung.

### 2.1.5.2 Potenzgesetze

Abgesehen von der unmittelbaren Wandnähe lässt sich die mittlere Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Grenzschichten und Rohrströmungen mit sehr guter Näherung mit Hilfe von Potenzgesetzen beschreiben. Für die Rohrströmung gilt

$$\frac{u(y)}{U_{max}} = \left(\frac{y}{R}\right)^n \quad 2-29$$

und für die Grenzschichtströmung entlang einer ebenen Platte gilt

$$\frac{u(y)}{U_{\infty}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n \quad 2-30$$

Wobei  $U_{max}$  die Geschwindigkeit in der Rohrmittle und  $R$  der Radius des Rohres ist.  $U_{\infty}$  ist die Geschwindigkeit am Grenzschichttrand und  $\delta$  die Grenzschichtdicke.  $y$  ist jeweils die Koordinate normal zur Wand. Der Exponent  $n$  ist indirekt proportional abhängig von der Reynolds-Zahl.

Nach Prandtl kann meist  $n=1/7$  gesetzt werden, woher auch die gängige Bezeichnung 1/7-Potenzgesetz stammt. Für sehr große Reynolds-Zahlen wird  $n=1/8$  bis  $1/10$ . [9]

## 2.2 Transition

Wie bereits in Kapitel 2.1.1 erwähnt, kommt es ab einer bestimmten Reynolds-Zahl zu einer auffälligen Änderung des Strömungszustandes. Die anfänglich laminare Strömung schlägt in einem bestimmten Bereich in eine turbulente um. Dieser Bereich wird als Transition bezeichnet und ist für die gesamte Strömungsmechanik von großer Bedeutung. [2]

Bei der Transition handelt es sich um ein Stabilitätsproblem, dem die Vorstellug zu Grunde liegt, dass die laminare Strömung unter der Einwirkung kleiner Störungen steht. Ist die Reynolds-Zahl klein, so sind die viskosen Kräfte groß genug, um diese Störungen zu dämpfen und wieder abklingen zu lassen. Erreicht die Reynolds-Zahl eine bestimmte Größe, werden diese Störungen angefacht und der Übergang in die turbulente Strömung, die Transition, wird eingeleitet. In Grenzschichten ist die Transition von vielen Parametern abhängig. Neben der Reynolds-Zahl sind die einflussreichsten der Druckgradient der Außenströmung, die Oberflächenbeschaffenheit (Rauheit) und der Turbulenzgrad der Außenströmung. In Grenzschichtströmungen ist die Reynolds-Zahl eine Funktion der Laufkoordinate  $x$  und infolgedessen muss es zur Transition kommen, vorausgesetzt der umströmte Körper ist lang genug. Bei ausreichender Länge muss also auch ein vollkommen turbulenter Strömungszustand entstehen, was auch in zahlreichen Experimenten beobachtet wurde. Diese Beobachtungen lassen den Schluss zu, dass die turbulente Strömung der Gleichgewichtszustand ist und immer erreicht wird, die laminare Strömung hingegen in Abhängigkeit von den Strömungsbedingungen nur einen metastabilen Zustand darstellt. Tatsächlich konnte dies theoretisch noch nie bewiesen werden. [2], [6]

Grundsätzlich unterscheidet man drei Arten der Transition, wie in Abbildung 2-11 gezeigt. Wie oben bereits erwähnt, hängen diese hauptsächlich von der Reynolds-

Zahl, dem Turbulenzgrad der Außenströmung und dem Druckgradienten ab. Darum ist in Abbildung 2-11 die Impulsverlustdicken-Reynolds-Zahl (engl.: Momentum thickness Reynolds Number)  $Re_{\delta_2} = U_\infty \cdot \delta_2 / \nu$ , ab der die Transition beginnt, über dem Beschleunigungsparameter (engl.: Acceleration Parameter)  $K = \nu / U_\infty^2 \cdot (\partial U_\infty / \partial x)$  aufgetragen. Da die Impulsverlustdicke  $\delta_2 = f(x)$  eine Funktion der Lauflänge  $x$  ist, ist somit auch  $Re_{\delta_2} = f(x)$  eine Funktion von  $x$  und demzufolge qualitativ gleichwertig mit der Platten Reynolds-Zahl  $Re_x$ . Der Beschleunigungsparameter kann als dimensionsloser Druckgradient verstanden werden. Ein positiver Beschleunigungsparameter entspricht einem negativen Druckgradienten und somit einer beschleunigten Strömung. Die Linien konstanten Turbulenzgrades  $Tu = const$  sollen den Einfluss der Turbulenz der Außenströmung verdeutlichen, wobei der  $Tu$  von oben nach unten steigt. Über der als „Stability Criterion“ bezeichneten Linie sind Tollmien-Schlichting-Instabilitäten (instabile, zweidimensionale Wellen siehe Kapitel 2.2.1) möglich. Im Bereich über dem „Separation Criterion“ kommt es zur Ablösung einer laminaren Grenzschicht und höchstwahrscheinlich zur *Transition durch Ablösung* (engl. Separated-Flow). Der Einfluss des Turbulenzgrades auf dieses Kriterium ist derzeit noch nicht vollständig geklärt, weshalb dem dargestellten Verlauf dieser Grenzkurve nicht zu viel Bedeutung beigemessen werden darf. Schließlich lässt sich die Transition in die *Bypass*-, die *natürliche Transition* und die *Transition über eine Ablöseblase* einteilen. [1]

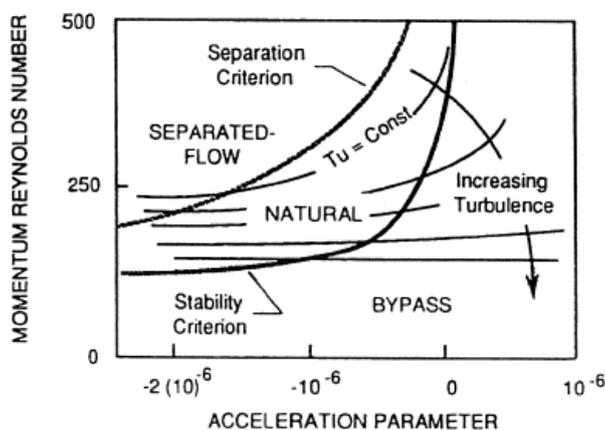


Abbildung 2-11: Grundarten der Transition [1]

## 2.2.1 Natürliche Transition

Abbildung 2-12 zeigt eine prinzipielle Darstellung der natürlichen Transition an einer parallel angeströmten ebenen Platte auf Basis experimenteller Ergebnisse. Die laminare Grenzschichtströmung (1) wird bei der Indifferenz-Reynoldszahl  $Re_{ind}$  von instabilen zweidimensionalen Wellen überlagert. Diese Wellen werden Tollmien-Schlichting-Wellen<sup>10</sup> (2) genannt und können durch die primäre Stabilitätstheorie

<sup>10</sup> Walter Tollmien (\* 13. Oktober 1900 in Berlin; † 25. November 1968 in Göttingen) und Hermann Schlichting: (\* 22. September 1907 in Balje; † 15. Juni 1982 in Göttingen) waren deutsche Strömungsmechaniker und leisteten bemerkenswertes im Bereich der Erforschung der Turbulenz

beschrieben werden. Infolge sekundärer Instabilitäten bilden sich instabile dreidimensionale Störungen aus, die eine charakteristische  $\Lambda$ -Strukturbildung zur Folge haben (sogenannte  $\Lambda$ -Wirbel, (3)). Es kommt zum Wirbelzerfall an Stellen hoher örtlicher Schubspannung und infolgedessen bildet sich eine Wirbelkaskade aus, die zu völlig dreidimensionalen unregelmäßigen Fluktuationen führt (4). An Stellen hoher örtlicher Fluktuationen entstehen sogenannte Turbulenzflecken (engl.: turbulent spots) (5). Zahlreiche Untersuchungen zeigen, dass diese Turbulenzflecken keilförmige Strukturen sind und zeitlich unregelmäßig an beliebigen Stellen auftreten. Schließlich koaleszieren die Turbulenzflecken und bei der kritischen Reynolds-Zahl  $Re_{krit}$  ist die Strömung vollturbulent (6). [2], [6], [7]

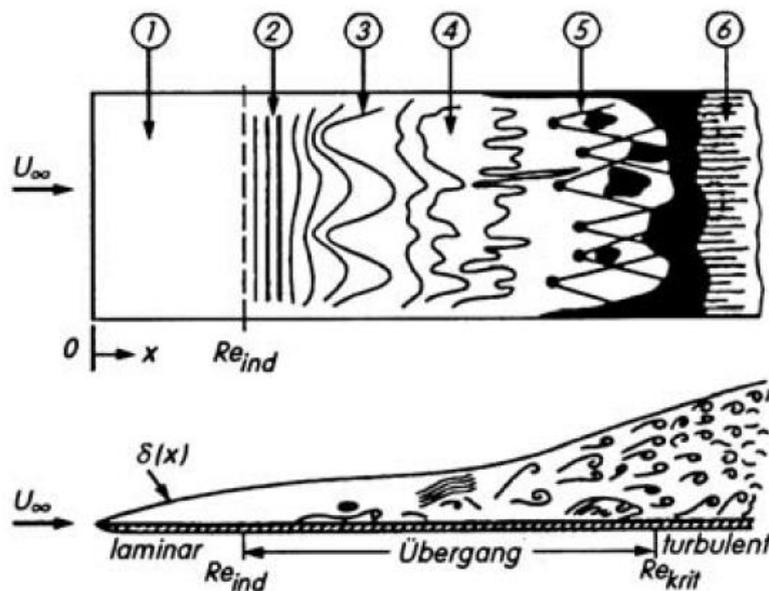


Abbildung 2-12: Prinzipskizze der Transition in der Grenzschicht einer längsangeströmten ebenen Platte [2], [6]: (1) stabile laminare Strömung, (2) instabile TS-Wellen, (3) dreidimensionale Wellen und Wirbelbildung ( $\Lambda$ -Strukturen), (4) Wirbelzerfall, (5) Turbulenzflecken, (6) vollturbulente Strömung

### 2.2.2 Bypass-Transition

Wie aus Abbildung 2-11 ersichtlich, führen hohe Turbulenzgrade der ungestörten Strömung zur Bypass-Transition. Aufgrund der hochturbulenten Strömungen in thermischen Turbomaschinen überwiegt dort diese Form der Transition. Dies schließt aber nicht das Auftreten der beiden anderen Transitions-Moden aus. Dabei werden die in Abbildung 2-12 gezeigten Stadien (2) bis (4) der natürlichen Transition übersprungen und es bilden sich direkt aus der laminaren Strömung Turbulenzflecken. Somit versagt die lineare Stabilitätstheorie zur Beschreibung dieses Vorgangs. Eine theoretische Beschreibung der Bypass-Transition erfordert die Betrachtung der Produktion, des Wachstums und der Konvektion der Turbulenzflecken. [1]

### 2.2.3 Transition über eine Ablöseblase

Zur Transition kann es auch infolge von Ablöseeffekten (Kapitel 2.1.4) kommen. Dabei löst die laminare Grenzschicht ab, schlägt um und folgt turbulent wieder der Struktur.

Durch die höhere kinetische Energie der turbulenten Strömung kann der Druckgradient, der zur Ablösung der laminaren Grenzschicht führte, überwunden werden und die Strömung kann der Kontur länger folgen. Infolgedessen bildet sich eine sogenannte Ablöseblase, wie in Abbildung 2-13 gezeigt. Die Strömung über die Blase kann in Bezug auf die Druckverteilung in zwei Bereiche eingeteilt werden. Während in der „Upstream Region“ der Druck annähernd konstant bleibt, kommt es in der „Downstream Region“ zu einem Druckrückgewinn und der damit verbundenen Verzögerung des Fluids. Die Länge der Blasen hat einen entscheidenden Einfluss auf diesen Effekt. Während lange Blasen zu erheblichen Verlusten aufgrund von Minderumlenkung führen, können kurze Blasen den Umschlag laminar – turbulent gezielt steuern. Die Beeinflussung der Blasenlänge gestaltet sich jedoch recht schwierig. Zu dieser Art der Transition kann es auch hinter sogenannten Stolperkanten oder Stolperdrähten (engl.: trip wire) kommen. Auch in dieser Arbeit wurde eine Stolperkante verwendet, um den Umschlag zu kontrollieren. [1]

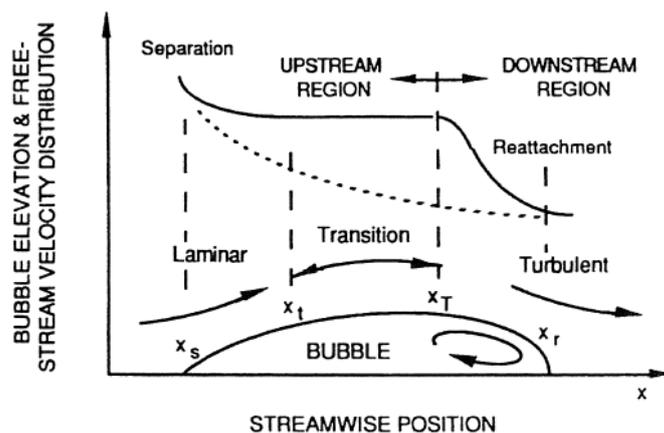


Abbildung 2-13: Schematische Darstellung der Transition über eine Ablöseblase [1]

## 2.3 Relaminarisierung

Als Relaminarisierung, Relaminisierung oder auch Retransition wird der Vorgang bezeichnet, bei der eine ungeordnete turbulente Strömung in eine geordnete laminare umschlägt. Somit ist die Relaminisierung die Umkehrung der Transition. Anfänglich hielt man dies thermodynamisch für unmöglich, da die Ordnung eines geschlossenen Systems steigen und somit die Entropie fallen müsse. Tatsächlich handelt es sich hierbei aber nicht um ein geschlossenes System. Außerdem beweist eine Vielzahl einfacher Experimente die Möglichkeit der Relaminisierung. Ein sehr anschauliches und wahrscheinlich eines der ersten Experimente dahingehend wurde von G. I. Taylor 1929, wie in Abbildung 2-14 dargestellt, durchgeführt. In diesem Experiment wird ein elastischer und transparenter Schlauch mehrmals um einen Zylinder gewickelt. Die Zu- und Abströmung ist turbulent, wie es durch das Injizieren von Farbe einfach gezeigt werden kann (siehe Reynold'scher Farbfadenversuch). In der vierten Windung wird Farbe eingebracht und diese verwirbelt nicht, wie es in einer turbulenten Strömung zu erwarten wäre. Im geraden Austrittsstück schlägt die Strömung wieder turbulent um

und die Farbe verwirbelt. Das Experiment zeigt recht eindrucksvoll, dass ein Umschlag von turbulent zu laminar, also Relaminisierung stattfinden kann. [10]

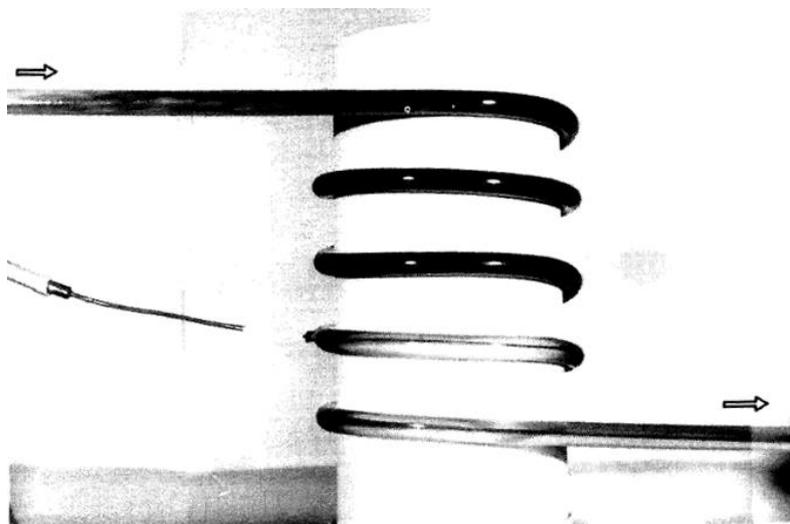


Abbildung 2-14: Experiment zur Relaminisierung nach G. I. Taylor, nachgestellt durch Viswanath et al. 1978: Eintritt der Strömung links oben turbulent, Austritt der Strömung rechts unten laminar [10]

Damit ist die Existenz der Relaminisierung bewiesen, nun stellt sich die Frage nach den Ursachen. **Man spricht von Relaminisierung, wenn die turbulenten Fluktuationen zumindest vernachlässigbar gegenüber den mittleren Schwankungen der Strömung werden.** Diese Definition stammt von R. Narasimha<sup>11</sup> und K. R. Sreenivasan<sup>12</sup> [10]. Das bedeutet, dass die turbulente kinetische Energie, wie auch immer, abnehmen muss. Grundsätzlich ist die Veränderung der turbulenten kinetischen Energie einer Strömung durch das Zusammenspiel von Produktion, Vernichtung (Dissipation) und Transportprozessen (Advektion und Diffusion) bestimmt. Die Produktion wird durch die Reynolds'schen Spannungen und durch fluktuierende Volumenkräfte hervorgerufen. Die Dissipation ist hauptsächlich von der Viskosität des Fluids abhängig. Die Transportprozesse sind auch Erscheinungen der Viskosität und der Druckkräfte. Narasimha und Sreenivasan führen die Relaminisierung auf drei Grundtypen zurück, die die auslösenden Mechanismen oder den Hauptmechanismus, falls existent, enthalten:

- Relaminisierung durch Dissipation
- Relaminisierung in stabil geschichteten Strömungen
- Relaminisierung in stark beschleunigten Strömungen

Diese getroffene Einteilung soll auch für diese Arbeit herangezogen werden. Es gibt noch einige weitere Formen relaminisierender Strömungen, die beispielsweise durch magnetische Felder, Rotation etc. verursacht werden. Oben genannte Autoren

<sup>11</sup> Roddam Narasimha (\*20 Juli 1933 Bangalore, Indien) ist ein indischer Wissenschaftler auf dem Gebiet der Strömungslehre und Aeronautik

<sup>12</sup> Katepalli Raju Sreenivasan (\*30. September 1947, Kolar, Indien) ist ein indischer Ingenieur und lehrt und forscht derzeit an der New York University (NYU)

glauben, dass sich diese Formen auf die drei genannten Grundformen zurückführen lassen. [10]

Des Weiteren liegt der Fokus auf dem dritten Grundtyp, da dieser im Zuge dieser Arbeit experimentell untersucht wurde und in technischer Hinsicht vermutlich die größte Relevanz hat.

### 2.3.1 Relaminarisierung durch Dissipation

Dissipation ist die Umwandlung einer makroskopisch gerichteten, also hochwertigen Energieform, in eine ungeordnetere, minderwertigere Form, beispielsweise durch Reibung. In der Strömungsmechanik ist Dissipation in aller Regel die Umwandlung von kinetischer Energie in Wärme durch den Einfluss der Viskosität.

Im Folgenden betrachten wir eine zweidimensionale, nahezu parallele Strömung mit Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptströmungsrichtung und normal dazu. Schenkt man dem Verhältnis aus turbulenter Produktion und Dissipation Beachtung, so erkennt man, dass dies direkt proportional der Reynolds-Zahl ist. Das heißt mit fallender Reynolds-Zahl sinkt die Produktion an turbulenter kinetischer Energie und die Dissipation steigt infolge der höheren Zähigkeit. Sinkt nun die Reynolds-Zahl stromab, wobei die Strömung anfänglich voll turbulent ist, so ist Relaminisierung zu erwarten. [10]

Experimentelle Untersuchungen an sich erweiternden Kanälen und Rohren zeigten dieses Verhalten mit weiteren interessanten Effekten. Dazu wurden die Kanäle derart erweitert, dass sich im erweiterten Teil eine kleinere Reynolds-Zahl als die kritische Reynolds-Zahl einstellt ( $Re_1 > Re_{krit}$ ,  $Re_2 < Re_{krit}$ ) und die Querschnittsvergrößerung moderat ist, um Ablösungen zu vermeiden, wie in Abbildung 2-15 gezeigt. Die Ergebnisse bestätigten die Erwartungen, da der Turbulenzgrad sinkt und sich die Geschwindigkeitsverteilung in Kanalmitte einem laminaren Poiseuille<sup>13</sup>-Profil (parabolisch) annähert. Interessant ist, dass der Wandreibungskoeffizient  $c_f$  eher das laminare Niveau erreicht als die Geschwindigkeitsverteilung in der Mitte des Kanals, wie in Abbildung 2-15 dargestellt.

---

<sup>13</sup> Jean Léonard Marie Poiseuille (\* 2. April 1797 in Paris; † 26. Dezember 1869 in Paris) war ein französischer Physiologe und Physiker

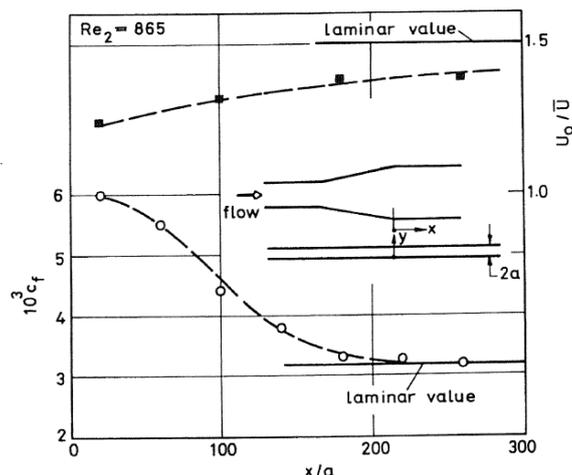


Abbildung 2-15: Verläufe des Wandreibungskoeffizient  $c_f$  (unten) und dem Verhältnis der Geschwindigkeit in Kanalmitte  $u_0$  zur volumenstromäquivalenten Geschwindigkeit über der Hauptströmungskordinate  $x$  in relaminisierender Kanalströmung [10]. Mit  $a$  der halben Kanaltiefe.

Des Weiteren zeigt sich, dass die Dicke  $y_0$  eines wandnahen Bereichs, definiert durch das Maximum des RMS der Geschwindigkeitskomponente in Längsrichtung  $u$ , mit  $\sqrt{x}$  anwächst, wie es in einer laminaren Grenzschicht der Fall ist. Abbildung 2-16 zeigt diesen Zusammenhang mit guter Übereinstimmung zu Messungen an Rohren und Kanälen bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen  $Re_2$ . Dieser Sachverhalt und die schnellere Reaktion der Strömung an der Wand auf die Veränderung der Reynolds-Zahl, wie es der Wandreibungskoeffizient  $c_f$  in Abbildung 2-15 zeigt, führen die Autoren Narasimha und Sreenivasan [10] zu der Annahme, dass sich aus der viskosen Unterschicht eine neue laminare Grenzschicht bildet.

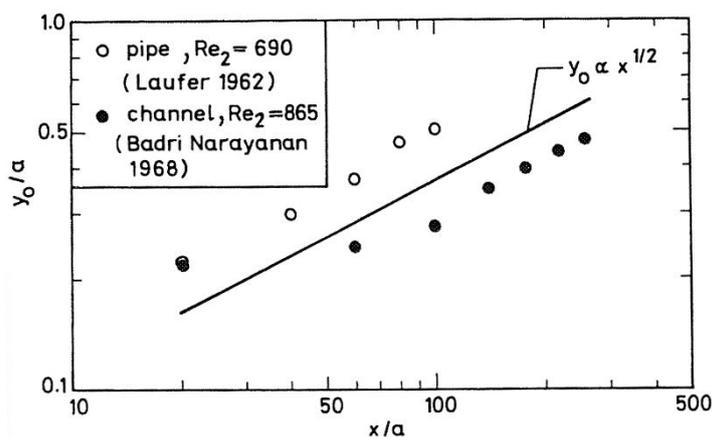


Abbildung 2-16: Wachstum einer wandnahen Schicht während der Relaminisierung [10]:  $y_0$  ist die Dicke wo der  $u_{RMS}$  maximal ist.  $u$  ist die Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung. Die Linie zeigt das  $y_0$  proportional  $x^{1/2}$  steigt. Beide Achsen sind auf die halbe Kanaltiefe bzw. den Radius  $a$  normiert.

Weitere Experimente beleuchteten die Abnahme der Turbulenz, die in [10] ausführlich behandelt werden. Im Wesentlichen zeigen sich eine zunehmende Anisotropie und linear abnehmende Reynolds-Spannungen in der relaminisierenden Strömung. Diese Dekorrelation der Geschwindigkeitsfluktuationen führt zum Rückgang der Turbulenzproduktion unter das Niveau der Dissipationsrate. Die Dissipation ist nur

geringfügig größer als die Produktion. Aus diesem Grund ist diese Art der Relaminisierung ein äußerst langsamer Prozess, wie es beispielsweise in Abbildung 2-15 zu erkennen ist. Es benötigt eine Strecke von ungefähr  $200a$  - mit  $a$  der halben Kanaltiefe - damit die Strömungsparameter laminare Werte annehmen, obwohl  $Re_2 = 865$  deutlich unter der bekannten kritischen Reynolds-Zahl liegt. [10]

### 2.3.2 Relaminarisierung in stabil geschichteter Strömung

Liegt eine stabile Schichtung vor und somit ein stabiler Dichtegradient, kann es zu dieser Form der Relaminisierung kommen. Stabil ist die Schichtung, wenn die Dichte entgegen der Richtung der Schwerkraft abnimmt und vice versa instabil [2]. Grund dafür ist, dass das aufgrund des Auftriebs aufsteigende Fluid Arbeit gegen die Gravitation verrichtet und somit die turbulente Energie in potentielle Energie umgewandelt wird. Neben der Auftriebskraft kann auch die Fliehkraft für die Energieumwandlung verantwortlich sein, wenn das Fluid entlang einer gekrümmten Fläche strömt. Die maßgebende dimensionslose Kennzahl ist die Richardson-Zahl [10].

Die Richardson-Zahl dient der allgemeinen Beschreibung thermischer Auftriebseffekte in Strömungen und wurde vom britischen Meteorologen L. F. Richardson eingeführt. Je nach Problemstellung werden verschiedene Definitionen dieser Kennzahl verwendet. Für die Charakterisierung von Auftriebseffekten in horizontalen dichtegeschichteten turbulenten Strömungen, wie sie hier betrachtet werden, eignet sich die sogenannte Richardson-Flusszahl (engl.: flux Richardson number). Dabei wird die Turbulenzproduktion bedingt durch Auftriebskräfte und Scherung ins Verhältnis gesetzt. Diese Terme finden sich in der Gleichung für die turbulente kinetische Energie (k-Gleichung). Somit ergibt sich die Richardson-Flusszahl zu,

$$Ri_f = \frac{-\overline{b'w'}}{-\overline{u'_i u'_j} d\bar{U}_i/dx_j} \quad 2-31$$

wobei  $b'$  die Auftriebsfluktuationen,  $u'_{i,j} = (u', v', w')$  die Fluktuationen der Geschwindigkeit und  $\bar{U}_i = (\bar{U}, \bar{V}, \bar{W})$  die Mittelwerte der Geschwindigkeit sind.  $w$  ist die Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung, wobei die positive z-Richtung entgegen der Erdbeschleunigung  $g$  zeigt. Für eine stabile Schichtung ist  $Ri_f$  positiv und die Turbulenzproduktion wird gedämpft. Im Falle instabiler Schichtung ist  $Ri_f$  negativ und Turbulenz wird angeregt. [11] [12]

Eine weitere Definition legt den Fokus auf die Stabilität der geschichteten Strömung und wird als Gradienten-Richardson-Zahl (engl.: gradient Richardson number)  $Ri_g$  bezeichnet. Dazu werden die Frequenzen von Schwerewellen (Brunt-Väisälä-Frequenz) und eine typische Turbulenzfrequenz ins Verhältnis gesetzt:

$$Ri_g = - \frac{\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}}{\left(\frac{d\bar{U}}{dz}\right)^2} \quad 2-32$$

Werden die Gradienten in 2-32 näherungsweise durch die Differenzenquotienten ersetzt und die Längen und Geschwindigkeiten durch charakteristische Größen ersetzt, so ergibt sich die sogenannte Bulk-Richardson-Zahl, die eine Reziproke der Froude-Zahl ist. [10] [11] [12]

Für die beiden genannten Definitionen (2-31 und 2-32) existieren kritische Werte, bei deren Unterschreitung Instabilität der Schichtung bzw. vernachlässigbare Dämpfung der Turbulenzproduktion vorliegt und sich somit ein turbulenter Strömungszustand einstellt. Eine Überschreitung der kritischen Werte führt folglich zur Relaminisierung. Die in der Literatur zu findenden kritischen Werte variieren relativ stark und man findet meist kritische Gradienten-Richardson-Zahlen  $Ri_{g,krit}$ , da diese offensichtlich messtechnisch einfacher zu bestimmen sind. Aussagekräftiger wäre jedoch die Richardson-Flusszahl, da diese per Definition direkt die Turbulenzproduktion betrachtet. Häufig wird  $Ri_{g,krit} \approx 0,25$  und  $Ri_{f,krit} \approx 0,2$  angegeben. [10] [11]

Derart stabil geschichtete Zustände beobachtet man häufig in der Atmosphäre, beispielsweise nach Sonnenuntergang an einem schönen heißen Tag oder nach einem starken kühlenden Regenfall, wie es die Ergebnisse in Abbildung 2-17 zeigen. Im zweiten Graphen erkennt man deutlich die Bereiche geringer Geschwindigkeitsfluktuationen, die auf eine laminare Strömung hindeuten. Atmosphärisch äußert sich die Relaminisierung durch flache glatte Wolken, ähnlich wie in dem in Abbildung 2-18 dargestellten Experiment. In diesem Versuch wird in einen mit Wasser gefüllten Behälter von unten vertikal nach oben Farbe eingespritzt. Bei ausreichend hoher Geschwindigkeit (Reynolds-Zahl) des Farbstrahls, platzt dieser wie erwartet auf. Erhitzt man nun die Decke des Behälters, was zu einem stabilen Dichtegradienten führt, so führt dies, wie oben beschrieben, zur Unterdrückung der Turbulenz und somit zur Relaminisierung. Detaillierte Ausführungen zu den gezeigten Messergebnissen und Experimenten finden sich in [10].

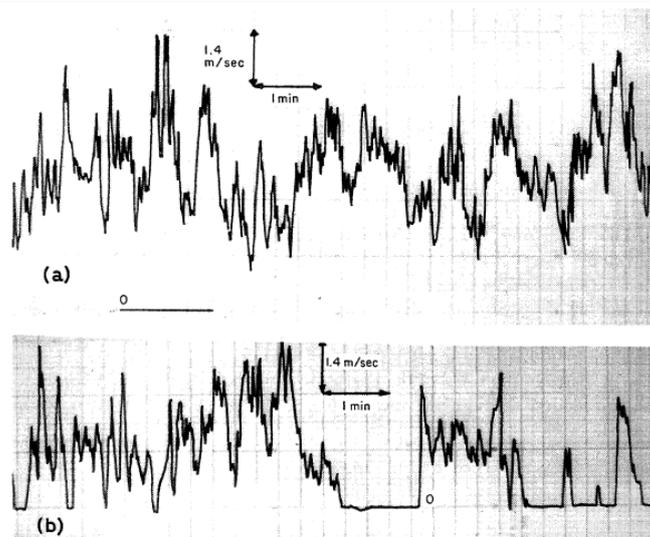


Abbildung 2-17: zeitliche Verläufe der horizontalen Windgeschwindigkeit gemessen mit einem Flügelradanemometer. Vor (a) und nach (b) einem kühlenden Regenschauer. [10]

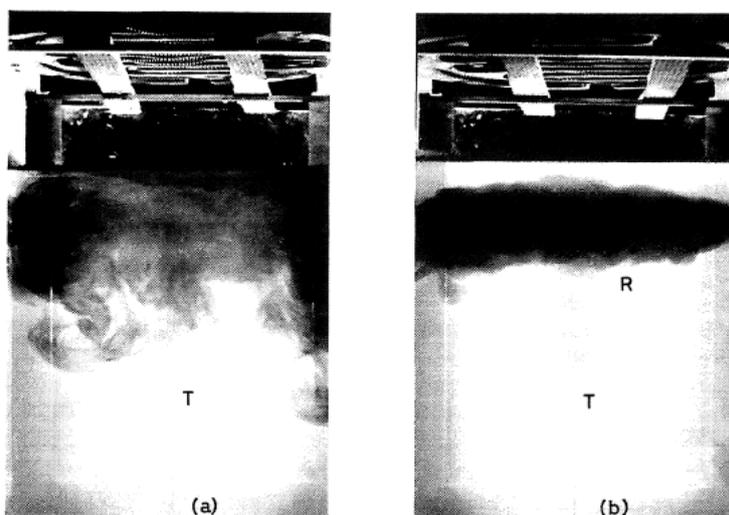


Abbildung 2-18: Farbinjektion in einen Wasserbehälter zur Visualisierung der Relaminisierung: (a) nicht beheizt. (b) Deckenbereich beheizt. (T Transition, R Relaminisierung) [10]

Neben zahlreichen atmosphärischen Messungen, die auszugsweise gezeigt wurden, wurden leider nur wenige detaillierte Turbulenzmessungen in stabil geschichteten turbulenten Scherströmungen durchgeführt. Nicholl (1970) beispielsweise führte in der beheizten turbulenten Grenzschicht eines Windkanals Hitzdraht-Sonden-Messungen durch. Dabei gelang es ihm neben den Geschwindigkeitsfluktuationen auch die Temperaturschwankungen zu erfassen. Der Autor beobachtete zwar eine Unterdrückung der Turbulenz im Vergleich zum unbeheizten Fall mit konstanter Temperatur, konnte aber keine signifikanten Veränderungen in der Schubspannung und der Wärmestromdichte feststellen.

### 2.3.3 Relaminarisierung in stark beschleunigter Strömung

Betrachten wir eine stark beschleunigte turbulente Grenzschichtströmung, der Einfachheit halber entlang einer ebenen Platte, so erscheint es vorerst total unlogisch, dass diese Strömung einen laminaren Zustand einnimmt, also relaminisiert. Tatsächlich zeigen zahlreiche experimentelle Ergebnisse, sowohl bei kleinen als auch bei großen Mach-Zahlen, dass dies zumindest teilweise passiert. Diese Erscheinungsform der Relaminarisierung ist sehr komplex und lässt sich nicht, wie die in den vorangegangenen Kapiteln angeführten Arten der Relaminarisierung, mit einer dimensionslosen Kennzahl beschreiben. Aus eingehenden theoretischen Untersuchungen und Vergleich mit experimentellen Ergebnissen folgern Narasimha und Sreenivasan [10], dass Absorption und Dissipation der turbulenten kinetischen Energie bei diesem Fall der Relaminarisierung eine untergeordnete Rolle spielen. Vielmehr führt die Arbeit der Druckkräfte zum „Einfrieren“ der Reynolds'schen Spannungen. Außerdem ist eine Schichtung der quasi-laminaren Grenzschicht zu beobachten. In der äußeren Schicht ist das Abklingen der Turbulenz nicht signifikant gegenüber der ursprünglich völlig turbulenten Grenzschicht. Ausgehend von diesen Erkenntnissen, schlagen die Autoren ein Zweischichtenmodell, ähnlich dem Prandtl'schen Grenzschichtkonzept, zur Erklärung dieser Erscheinungsform, vor. Auf diese Theorie wird in Kapitel 2.3.3.3 näher eingegangen.

#### 2.3.3.1 Experimentelle Nachweise

Schuhbauer und Skramstad (1947) und Liepmann (1943, 1945) führten eingehende Untersuchungen zum Umschlag laminar zu turbulent (Transition) durch und entdeckten dabei, dass ein negativer Druckgradient eine einsetzende Turbulenz unterdrückt. Interessanterweise gelang der erste Nachweis der Relaminisierung in stark beschleunigter Strömung bei Untersuchungen von kompressiblen Überschallströmungen (Sternberg 1954, Sergienko und Gretsov 1959). Sehr eindrucksvoll zeigt der Versuch von Viswanath und Narasimha (1975) die Ausbildung einer neuen dünnen laminaren Grenzschicht, wie in Abbildung 2-19 dargestellt. Bei diesem Experiment wurde das Verhalten einer turbulenten Grenzschicht bei der Umströmung einer konvexen Ecke mit eineinhalbfacher Schallgeschwindigkeit ( $Ma = 1,5$ ) untersucht. Die Schlieren-Fotographie Abbildung 2-19a zeigt deutlich die Ausbildung eines sogenannten Prandtl-Meyer-Fächers. Zusätzlich erkennt man, dass sich stromab der Ecke eine anwachsende laminare Unterschicht (Pfeile), bedeckt von der ursprünglichen turbulenten Grenzschicht, ausbildet. Messgrößen, wie die Wandtemperatur und Wärmestromdichte an der Wand, zeigen eindeutig, dass diese Unterschicht laminar ist.

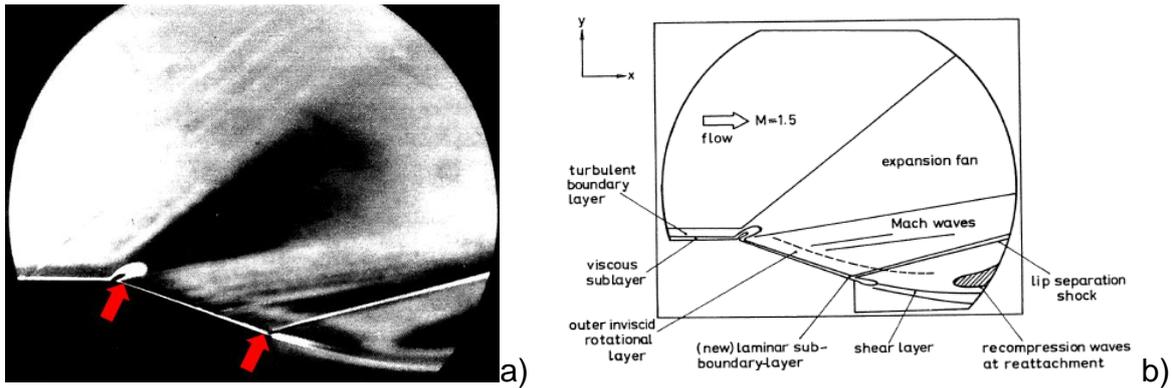


Abbildung 2-19: Überschallströmung einer konvexen Ecke. Ausbildung eines Prandtl-Meyer-Fächers und einer dünnen laminaren Unterschicht. a) Schlieren-Fotografie, b) Prinzipskizze [10]

Der überwiegende Teil der Forschungen wurde mit unterkritischen Geschwindigkeiten durchgeführt, wie auch in der vorliegenden Arbeit, am häufigsten in Windkanälen mit diversen Einbauten, um eine starke Beschleunigung realisieren zu können. Detaillierte Ausführungen finden sich auszugsweise in [10], [13], [14], [15], [16], [17], [18].

### 2.3.3.2 Charakteristische Merkmale, Kennzahlen und Kriterien

In den durchgeführten Arbeiten wurden vollkommen turbulente Grenzschichtströmungen untersucht, die ab einer bestimmten Position  $x_0$  intensiv beschleunigt wurden. Die Ergebnisse zeigen ein sehr durchgängiges Verhalten der Strömung bei der Relaminarisierung. In der folgenden Aufzählung sind die beobachteten Merkmale zusammengefasst:

- Abnahme der Grenzschichtdicke  $\delta$
- Eine zunehmende Annäherung an eine laminare Geschwindigkeitsverteilung (Blasius), wie in Abbildung 2-20 gezeigt

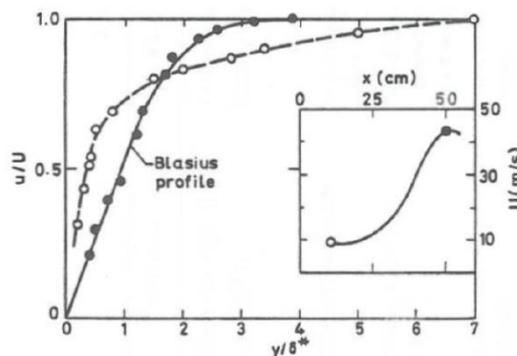


Abbildung 2-20: Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile vor (Kreise) und nach (Punkte) der Beschleunigung [10]

- Eine Zunahme des Formfaktors  $H$  (siehe Gleichung 2-3)
- der Wandreibungskoeffizient  $c_f$  und der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  fallen ab
- eine Abnahme des Turbulenzgrades

Um den Beginn der Relaminarisierung zu quantifizieren, führten Forscher verschiedene dimensionslose Kennzahlen ein. Der überwiegende Teil der eingeführten Kennzahlen beinhaltet die Viskosität und kann somit als eine Art Reynolds-Zahl interpretiert werden. Weit verbreitet ist der Beschleunigungsparameter  $K$ , der wie folgt definiert ist:

$$K = \frac{\nu}{U_\infty^2} \frac{dU_\infty}{dx} \quad 2-33$$

worin  $U_\infty = U_\infty(x)$  die Freistromgeschwindigkeit bzw. die Geschwindigkeit am Grenzschichttrand darstellt. Für beschleunigte Strömungen ist der Gradient  $dU_\infty/dx$  und somit ist  $K$  positiv. In verzögerter Strömung nimmt  $K$  logischerweise negative Werte an. Da eine Beschleunigung in reibungsfreien und drehungsfreien Strömungen aus energetischen Gründen eine Abnahme des statischen Druckes bedingt, kann diese Kennzahl auch als dimensionsloser Druckgradient verstanden werden. Nachteilig ist, dass diese Kennzahl nur mit Größen gebildet wird, die keine Information über die Grenzschicht selbst beinhalten. Es existiert ein kritischer Wert für den Beschleunigungsparameter  $K_{krit}$ , bei dessen Überschreitung eindeutige Merkmale (siehe obige Aufzählung) auftreten, die auf Relaminarisierung hinweisen. Die in der Literatur zu findenden Werte für  $K_{krit}$  reichen von  $2 \div 3,5 \cdot 10^{-6}$  [10], [13], [14], [18],. Am häufigsten und wahrscheinlich als allgemein anerkannt wird  $K_{krit} = 3 \cdot 10^{-6}$  angegeben [1], [6], [16], [17]. Auch in dieser Arbeit wurde für die Auslegung des Messaufbaus  $K_{krit} = 3 \cdot 10^{-6}$  als maßgebend erachtet, konnte aber weit, wie sich zeigte, überschritten werden.

Aufgrund der Komplexität der Vorgänge hat sich bis heute noch keine zufriedenstellende Kennzahl gefunden. Vielmehr müssen diese Kennzahlen als notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die Relaminisierung in stark beschleunigter Strömung verstanden werden [10].

### 2.3.3.3 Theoretische Erklärungen

Diese Form der Relaminarisierung kann nicht, wie die in Kapitel 2.3.1 und 2.3.2 gezeigten Formen, auf die Vernichtung der Turbulenz infolge von Dissipation bzw. Unterdrückung der Turbulenzproduktion durch Verrichtung von Arbeit zurückgeführt werden, wie Abbildung 2-21 und Abbildung 2-22 zeigen. Abbildung 2-21 zeigt den Vergleich des Haushalts der turbulenten kinetischen Energie einer nicht beschleunigten (oben) mit einer beschleunigten (unten) Grenzschicht. Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wurden die Werte mit der Freistromgeschwindigkeit  $U_\infty$  und der Grenzschichtdicke  $\delta$  entdimensioniert. Deutlich ist zu erkennen, dass Produktion und Dissipation deutlich und in etwa in gleichem Maße abnehmen, die Verläufe bleiben aber sehr ähnlich. Gewisse Veränderungen der Advektion und der Diffusion sind zu erkennen, die aber im messtechnisch erfassten Bereich keine große

Signifikanz zeigen. Jedenfalls lassen sich die im Zuge der Relaminarisierung durch Beschleunigung auftretenden Phänomene nicht auf Dissipation zurückführen.

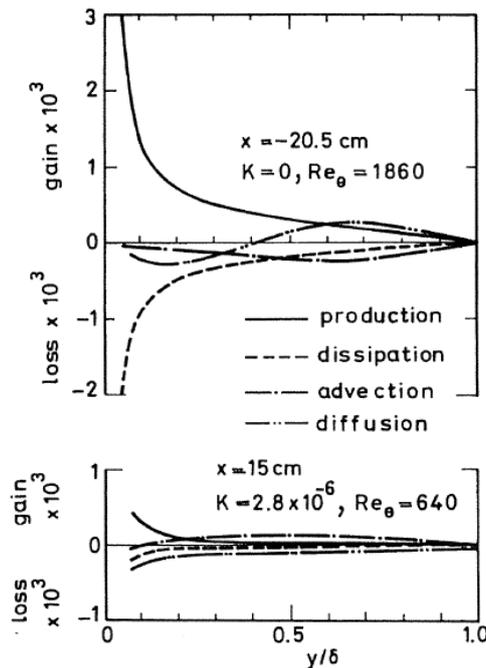


Abbildung 2-21: Bilanz der turbulenten kinetischen Energie in nicht beschleunigter (oben,  $K=0$ ) und beschleunigter (unten,  $K>0$ ) Grenzschicht. Werte wurden mit  $U_\infty$  und  $\delta$  dimensionslos gemacht. [8]

In Abbildung 2-22 ist die Isotropie der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Grenzschicht für die beiden Fälle aus Abbildung 2-21, ausgedrückt und durch den Korrelations-Koeffizienten  $C_\tau$ , dargestellt. Da keine signifikante Dekorrelation erkennbar ist, kommt auch eine Unterdrückung der Turbulenzproduktion als Ursache für die Relaminarisierung nicht in Frage. Des Weiteren zeigen Messergebnisse, dass die Reynolds-Spannungen während der Beschleunigung annähernd konstant bleiben. Aus diesen Überlegungen folgerten Narasimha R. und Sreenivasan K. R. [10], dass die Ursache für Relaminarisierung in solchen Strömungen hauptsächlich die Dominanz der Druckkräfte über die nahezu „eingefrorenen“ (konstant bleibenden) Reynolds-Spannungen ist. Absorptions- und Dissipationseinflüsse spielen eine untergeordnete Rolle, außer in Wandnähe ist der Einfluss dieser von höherer Bedeutung.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen schlugen die Autoren ein Zwei-Schichten-Modell vor. Sie unterteilen die Grenzschicht in eine laminare Unterschicht und in eine darüber liegende nichtviskose Scherschicht zur Beschreibung der mittleren Strömungsgrößen. Diese Annahme ist plausibel, da in der inneren Schicht hochfrequente Fluktuationen ausbleiben und somit die laminare Grenzschichtgleichung diese Vorgänge gut beschreibt. Durch die großen Geschwindigkeitsgradienten in Strömungsrichtung kommt es zur Verzerrung der Wirbel in der äußeren Schicht der ursprünglich isotrop turbulenten Grenzschicht. Eine Beschreibung dieser Vorgänge erlaubt die sogenannte „rapid distortion theory“. Dieser anerkannten Theorie nach sind Trägheits- und Zähigkeitskräfte vernachlässigbar. Bei der sogenannten quasi-laminaren Theorie

handelt es sich, ähnlich wie bei der Prandtl'schen Grenzschichttheorie, um eine asymptotische Theorie, deren Gültigkeit für sehr große negative Druckgradienten gegeben ist.

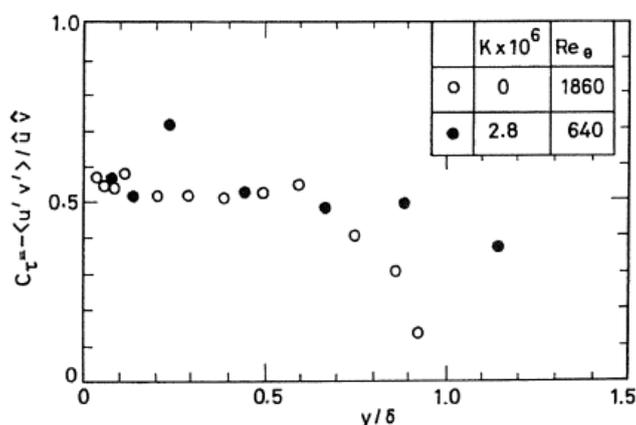


Abbildung 2-22: Korrelations-Koeffizient in einer vollkommen turbulenten (Kreise) und in einer relaminisierten (Punkte) Grenzschicht [10]

Die quasi-laminare Theorie liefert in einem großen Bereich hervorragende Übereinstimmungen. Die Abweichungen lassen sich darauf zurückführen, dass es sich bei der Relaminisierung um einen graduellen Prozess handelt und die dieser Theorie zugrundeliegenden Annahmen keine vollkommene Gültigkeit in allen Stadien aufweisen. Abbildung 2-23 zeigt die in einer stark beschleunigten Grenzschicht auftretenden Stadien, wobei in der Region I ein vollkommen turbulenter und in der Region III ein quasi-laminarer Zustand herrscht. Während der äußere Bereich sofort auf den negativen Druckgradienten anspricht und sehr gute Übereinstimmungen mit der quasi-laminaren Theorie zeigt, gibt es einen kleinen Umschlagsbereich II, in dem weder die vollkommen turbulente noch die quasi-laminare Lösung mit den Messungen übereinstimmt. Endet die Beschleunigung, so versiegt die stabilisierende Wirkung der Druckkräfte, was einen raschen Umschlag zu vollkommen turbulenter Strömung zur Folge hat. Des Weiteren ist zu erkennen, dass der Wandreibungskoeffizient mit guter Übereinstimmung des Turbulenzmodells zunächst steigt, gefolgt von einem steilen Abfall, der speziell nach dem transitionellen Bereich II bis zum wieder turbulenten Umschlag sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der quasi-laminaren Theorie zeigt.

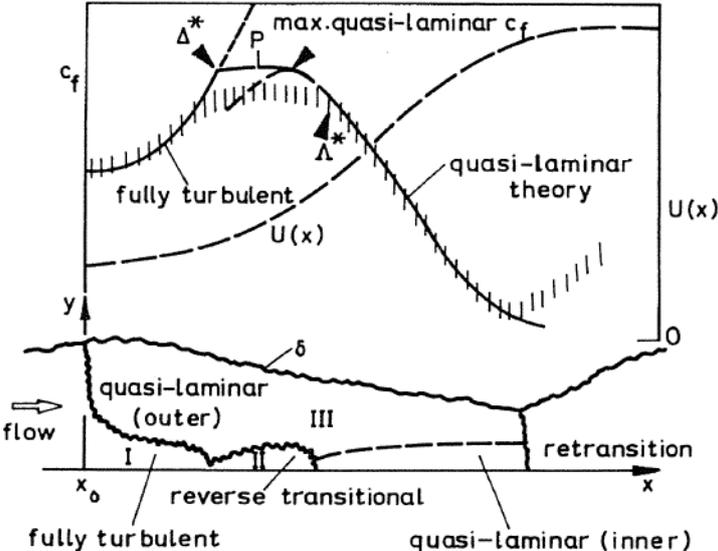


Abbildung 2-23: Stadien einer relaminisierenden Grenzschichtströmung (vertikale Striche sind Messwerte) [10]

## 3 Messaufbau

Das vorliegende Kapitel dient der Beschreibung des Messaufbaus. Dazu wird auf die Art und die technischen Spezifikationen des verwendeten Windkanals eingegangen, gefolgt von der numerisch gestützten Auslegung der Beschleunigungsstrecke und abschließend deren Ausführung.

### 3.1 Windkanal

Die Messungen wurden im Grenzschichtwindkanal des Instituts für Strömungslehre und Wärmeübertragung (ISW) der TU Graz durchgeführt. Abbildung 3-1 zeigt einen prinzipiellen Längsschnitt des Windkanals. Es handelt sich hierbei um einen geschlossenen Windkanal des Göttingen-Typs. Betrieben wird der Windkanal mit zwei Verdichtern mit einer Gesamtleistung von 75 kW. Die Antriebssteuerung erfolgt über Frequenzumrichter und erlaubt eine sehr feine und stabile Regelung. Über zwei Krümmer mit Leitblechen gelangt die Luft zur Teststrecke. Die maximal erreichbare mittlere Strömungsgeschwindigkeit beträgt ungefähr 30 m/s. Der Düsenaustrittsquerschnitt ist 2 m weit und 1 m hoch, gefolgt von einer 6 m langen Beruhigungsstrecke, um eine entwickelte Strömung in der Teststrecke zu gewährleisten. Die Länge der Teststrecke beträgt 2,6 m. Die Teststrecke ist auf einer Seite und teilweise an der Decke verglast, um einen optischen Zugang sicherzustellen. Zusätzlich ist die Decke justierbar, um den Druckgradienten entlang der Teststrecke anzupassen. Die Zugänglichkeit wird durch mehrere Türen gewährleistet.

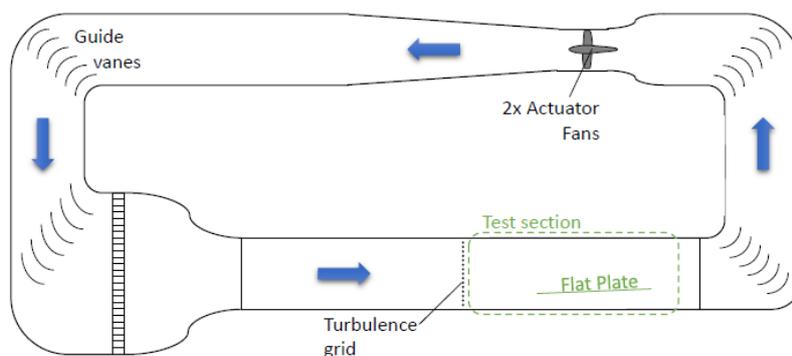


Abbildung 3-1: Prinzipieller Längsschnitt durch den Windkanal des ISW [5]

### 3.2 Auslegung

#### 3.2.1 Ausgangsbasis und Anforderungen an den Messaufbau

Um die in Kapitel 2.3.3 beschriebenen notwendigen starken Beschleunigungen der Grenzschicht zu realisieren, wurde eine Beschleunigungsstrecke im oben beschriebenen Windkanal eingebaut. Ausgangsbasis der Auslegung dieser Beschleunigungsstrecke war eine bestehende Grenzschichtplatte und eine Abschätzung der Geometrie der Beschleunigungsstrecke. Die in Abbildung 3-2 als Flat

Plate (grün) bezeichnete Grenzschichtplatte ist eine 1700mm lange, 1500mm breite und 19mm dicke MDF-Platte, die um ca. 2° zur Horizontalen angestellt ist, um Ablösevorgänge an der Plattenspitze zu unterdrücken. Die Plattenspitze ist 205mm über dem Boden der Messstrecke angeordnet. Die angeströmte Seite ist spitz ausgeführt, um eine Aufstauung zu verhindern. Zusätzlich sind 30 Stück Druckmessbohrungen mit einer Teilung von 50mm beginnend 195mm hinter der Vorderkante in die Platte eingearbeitet, um eine Messung des Druckgradienten zu ermöglichen. Ungefähr 2,5m vor der Plattenspitze ist ein Turbulenzgitter angeordnet, dass die, weit unter 1% liegende Freistromturbulenz des Windkanals, auf ca. 3-4% hebt. Diese Maßnahme erlaubt eine bessere Vergleichbarkeit zu den in Turbomaschinen herrschenden Strömungsverhältnissen. Für die numerischen Untersuchungen wurde das in Abbildung 3-2 als „Numerical Domain“ bezeichnete Gebiet gewählt.

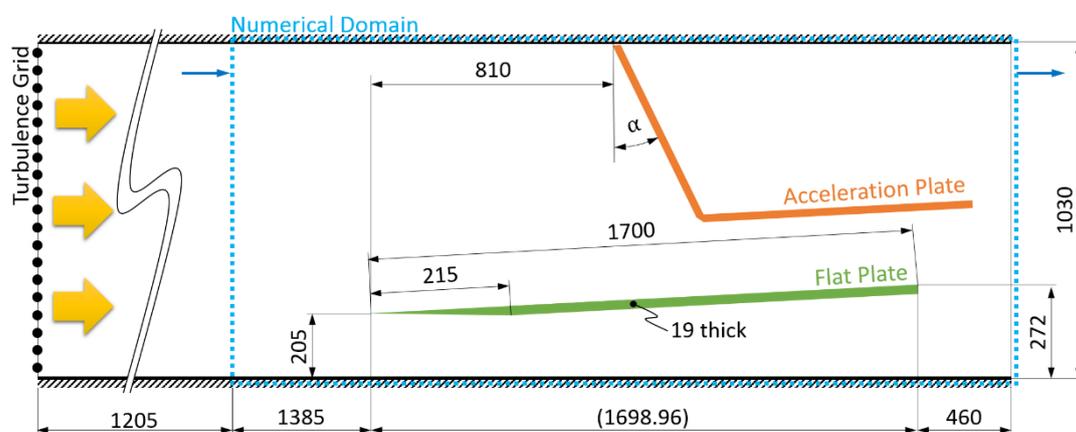


Abbildung 3-2: Skizze der Grenzschichtplatte (Flat Plate – grün) und erstes Konzept der Beschleunigungsstrecke (Acceleration Plate – orange) inklusive Abmessungen nach [5]

Die auf Kontinuitätsüberlegungen und Forderung eines konstanten Beschleunigungsparameters basierende Vorauslegung ergab, dass die erforderliche Beschleunigungskontur nahezu gerade ist und somit bedenkenlos als Gerade approximiert werden kann. Diese Näherung liefert einerseits eine erhebliche Vereinfachung der Konstruktion, insbesondere der Justierbarkeit, andererseits entstehen somit scharfkantige Umlenkungen der Strömung und Staugebiete. Diese Probleme wurden unter anderem mit CFD untersucht. Die Position der Beschleunigungsstrecke wurde so festgelegt, dass der vollkommen turbulenten Grenzschicht der negative Druckgradient aufgeprägt wird. Durch Messungen und numerische Untersuchungen von Bader, an der in Abbildung 3-2 gezeigten Grenzschichtplatte ohne Druckgradient, war die Position der Transition bekannt [19].

Aus diesen Überlegungen ergab sich das in Abbildung 3-2 gezeigte erste Konzept. Die Beschleunigungsstrecke besteht aus zwei gelenkig miteinander verbundenen Platten. Durch Variieren des Winkels  $\alpha$  kann der Druckgradient justiert werden. Ziel war es, überkritische Werte des in Kapitel 2.3.3 angeführten Beschleunigungsparameter  $K$  zu erreichen. Um eine klassische Plattengrenzschicht zu erreichen, die zuerst laminar ist,

stromab turbulent und schließlich stark beschleunigt wird, musste eine möglichst plattenparallele Anströmung gewährleistet werden. Bedingt durch die gewählte Geometrie bildet sich in der oberen Ecke ein Totwassergebiet und an der unteren Ecke führen Ablöseerscheinungen zu einer Ablöseblase stromab der Kante. Den Einfluss dieser Effekte galt es mit Hilfe von CFD abzuschätzen. Des Weiteren sollten die Strömungsverhältnisse im gesamten Strömungsfeld untersucht werden. Neben den strömungsmechanischen Erfordernissen, musste auch auf eine einfache, günstige und möglichst zerstörungsfrei zu montierende Konstruktion geachtet werden. Ein weiteres konstruktives Hauptaugenmerk lag auf der Justierbarkeit der Beschleunigungstrecke. Diese sollte einfach und schnell handzuhaben und trotzdem robust und schwingungsarm sein.

### 3.2.2 Netzgenerierung für die Numerik

Die Netzerstellung erfolgte in AiGrid. AiGrid ist ein von Paul Pieringer im Rahmen eines Forschungsprojektes entwickeltes Programm zur Netzerstellung basierend auf C++. AiGrid ist spezialisiert auf die strukturierte Vernetzung von Turbomaschinen, kann aber auch für das Vernetzen beliebiger Geometrien verwendet werden.

Ein zweidimensionales Netz der Mittenebene wurde erstellt, da die Randeffekte eine untergeordnete Rolle spielen und dies den numerischen Rechenaufwand erheblich verringert. Abbildung 3-3 zeigt ein Netz einer Variante. Wie zu erkennen ist, wurden nur die Bereiche fein aufgelöst, die von besonderem Interesse sind, damit die verwendeten Turbulenz- und Transitionsmodelle wirksam werden können. In Strömungsrichtung wurde eher grob aufgelöst, um den Effekt der numerischen Dissipation zu unterdrücken. Dieses Vorgehen führt in Plattennähe zu einer schlechten Aspect-Ratio der Zellen, ist aber unumgänglich und lieferte trotzdem plausible Ergebnisse. Unter der Aspect-Ratio wird in der Numerik das Seitenlängenverhältnis zweier benachbarter Zellen verstanden. Dieses Verhältnis beeinflusst die Genauigkeit des Diskretisierungsverfahrens und sollte idealerweise ungefähr 1 betragen. Bei einer dominanten Hauptströmung, wie es hier der Fall ist, wirkt sich eine Streckung der Zellen in Richtung der Hauptströmung und der damit verbundenen großen Abweichung vom Idealwert nicht so stark aus. Ein weiteres Qualitätsmerkmal für ein Netz ist die Skewness. Dieser Parameter ist ein Maß für die Verzerrung der Zellen und beeinflusst ebenfalls die Exaktheit der Lösungen. Da es sich, wie bereits erwähnt, um ein strukturiertes Netz handelt, war die vernünftige Vernetzung scharfer Kanten relativ schwierig. Durch geeignete Wahl der Blöcke und entsprechenden Verdichtungen an den scharfen Kanten konnte die Skewness in einem tolerierbaren Bereich gehalten werden.

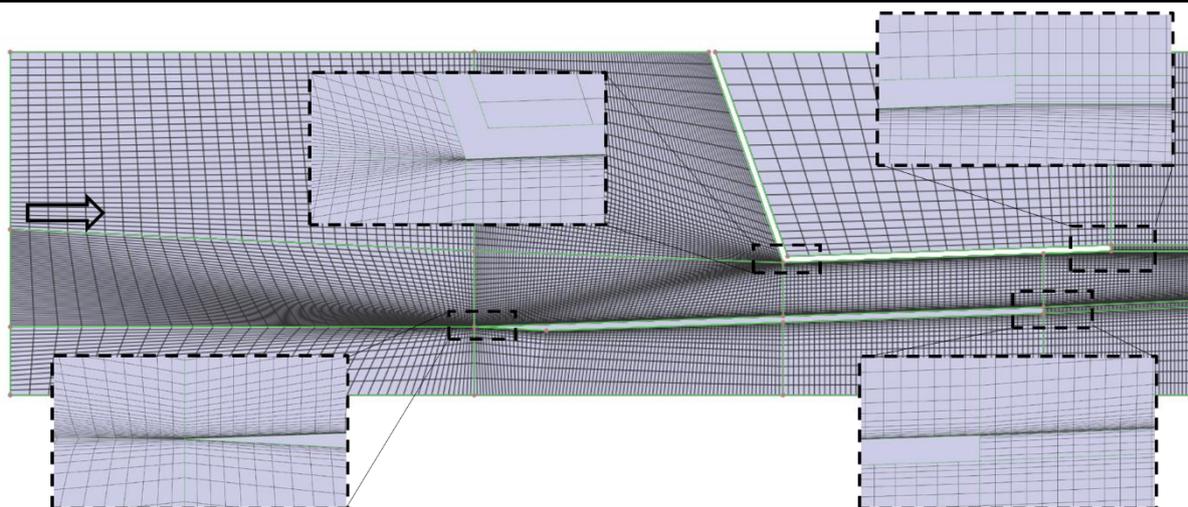


Abbildung 3-3: Netz einer Variante mit 16-fach verringerter Zellenanzahl

### 3.2.3 Durchführung der Simulation und Ergebnisse

Die Strömungssimulationen wurden mit LINARS durchgeführt. LINARS wurde am ITTM der Technischen Universität Graz (TUG) entwickelt [20]. Der Code löst die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) in konservativer Form mit Hilfe einer impliziten, zeitdiskreten Finite-Volumen-Methode. Nichtviskose Flüsse werden mit der *upwind flux difference splitting* - Methode von Roe diskretisiert [21], die viskosen Flüsse werden zentral diskretisiert. Inkompressible Lösungen werden mit einer *pseudo-compressibility* Methode gewonnen.

In LINARS sind verschiedene Turbulenz- und Transitionsmodelle implementiert. Als Turbulenzmodell wurde überwiegend Menters *SST*  $k - \omega$  2-Gleichungsmodell [22] und das Spalart-Allmaras 1-Gleichungsmodell (SA) verwendet. Das  $\gamma - Re_{\theta}$  Modell [23] wurde als Transitionsmodell verwendet. Die Verwendung verschiedener Modelle diente hier nicht der Analyse dieser, sondern um das Konvergenzverhalten der Lösungen zu verbessern. Dabei zeigte sich, dass das *SST*  $k - \omega$  Modell die geringsten Residuen lieferte. Da die Simulationen als Auslegungswerkzeug dienten und der Fokus auf den Gesamtströmungsverhältnissen lag, wurden nur stationäre Lösungen gerechnet. Außerdem wurde Inkompressibilität angenommen zur Verringerung des Rechenaufwandes, was sich durch die geringen zu erwartenden Mach-Zahlen rechtfertigte. Diese Annahme wurde dann auch durch die Ergebnisse der Experimente bestätigt. Die Messungen zeigten im überwiegenden Teil des Strömungsfeldes eine Mach-Zahl von deutlich unter 0,2.

Um die Aussagefähigkeit der Simulationsergebnisse zu erhöhen, mussten Parameterstudien durchgeführt werden. Diese richteten sich einerseits auf die Parameter der Simulation und andererseits auf die des Netzes. Hinsichtlich der Simulationsparameter wurde der Totaldruck am Einlass variiert, um die entsprechende Anströmungsgeschwindigkeit einzustellen. Des Weiteren wurden CFL-Zahl-Variationen durchgeführt, da die CFL-Zahl einen markanten Einfluss auf das

Konvergenzverhalten zeigte, und schließlich ein Optimum gefunden. Als weiterer Parameter für die Güte der Simulation diente die Massenstromdifferenz zwischen Ein- und Auslass, die auf einen vernachlässigbaren Wert reduziert werden konnte. Um die Netzunabhängigkeit der Lösungen zu gewährleisten, wurde darauf geachtet, dass der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  an der Grenzschichtplatte (GS-Platte) zwischen 0.1 und 1 liegt, wie es in [24] empfohlen wird. Um dies zu erreichen, musste die Verdichtung des Netzes zur GS-Platte und die Knotenzahl variiert werden.

Abbildung 3-4 zeigt Plots der Lösungen der Simulation. Dargestellt ist die Strömungsgeschwindigkeit in x-Richtung und Stromlinien. In Abbildung 3-4a ist das erste Konzept dargestellt, wobei die Schwächen dieses Entwurfs offensichtlich sind. In der Ecke A entsteht ein großes Totwassergebiet mit einem stehenden Wirbel. Da dieses Staugebiet wie eine Kontur wirkt, führt dies zu einer sanften Beschleunigung der Strömung und somit zu geringen Werten des Beschleunigungsparameters K. Außerdem erfolgt die Anströmung der GS-Platte sehr steil von oben nach unten und somit zur Bildung eines Staupunktes (B) auf der GS-Platte. Einzig vorteilhaft erscheint, dass die Ablöseblase an der Ecke C nicht bis in die Grenzschicht der GS-Platte reicht. Um die erwähnten Unzulänglichkeiten zu beheben, wurde bewusst ein Spalt zwischen oberer Wand und Beschleunigungsplatte vorgesehen, um die Aufstauung (A) zu verringern. Zu dieser Überlegung kam es unter anderem auch, weil es aufgrund der Justierbarkeit ohnehin schwierig gewesen wäre, die vollkommene Dichtheit dieser Stelle zu realisieren. Zusätzlich wurde eine Versperrklappe (D) am Ende der GS-Platte vorgesehen, um die Anströmung zu berichtigen. Der Winkel der Versperrklappe wurde ebenfalls einstellbar ausgeführt, damit für alle Positionen der Beschleunigungsplatte eine möglichst parallele Anströmung erreicht werden kann. Strömungsvisualisierungen mittels Fadenlanze am realen Aufbau zeigten jedoch eine noch zu steile Anströmung der GS-Platte. Eine weitere Versperrung des Kanals unter der GS-Platte führte schließlich zur akkuraten Anströmung, wie in Abbildung 3-5 dargestellt. Die Unterschiede zwischen den CFD-Ergebnissen und der Messung wurden nicht im Detail analysiert. Höchstwahrscheinlich lassen sich diese auf Modellierungsfehler und unberücksichtigte Leckagen am Windkanal zurückführen. Fehler in der Modellierung sind die 2-dimensionale Betrachtung der Problemstellung und die Annahme einer vollkommen dichten Wandung stromabwärts des vorgesehenen Spaltes. Im folgenden Kapitel 3.3 wird noch gezeigt, warum diese Annahme inkorrekt ist. Somit herrschen am realen Aufbau in diesem Gebiet höhere statische Drücke als in der numerischen Berechnung und bedingen einen geringeren Massenstrom durch den Spalt. Diese Überlegung ist auch konsistent mit der Notwendigkeit einer zusätzlichen Versperrung im Kanal unter der GS-Platte. Des Weiteren wurde die Form und Größe des Spaltes nicht exakt entsprechend der Realität modelliert.

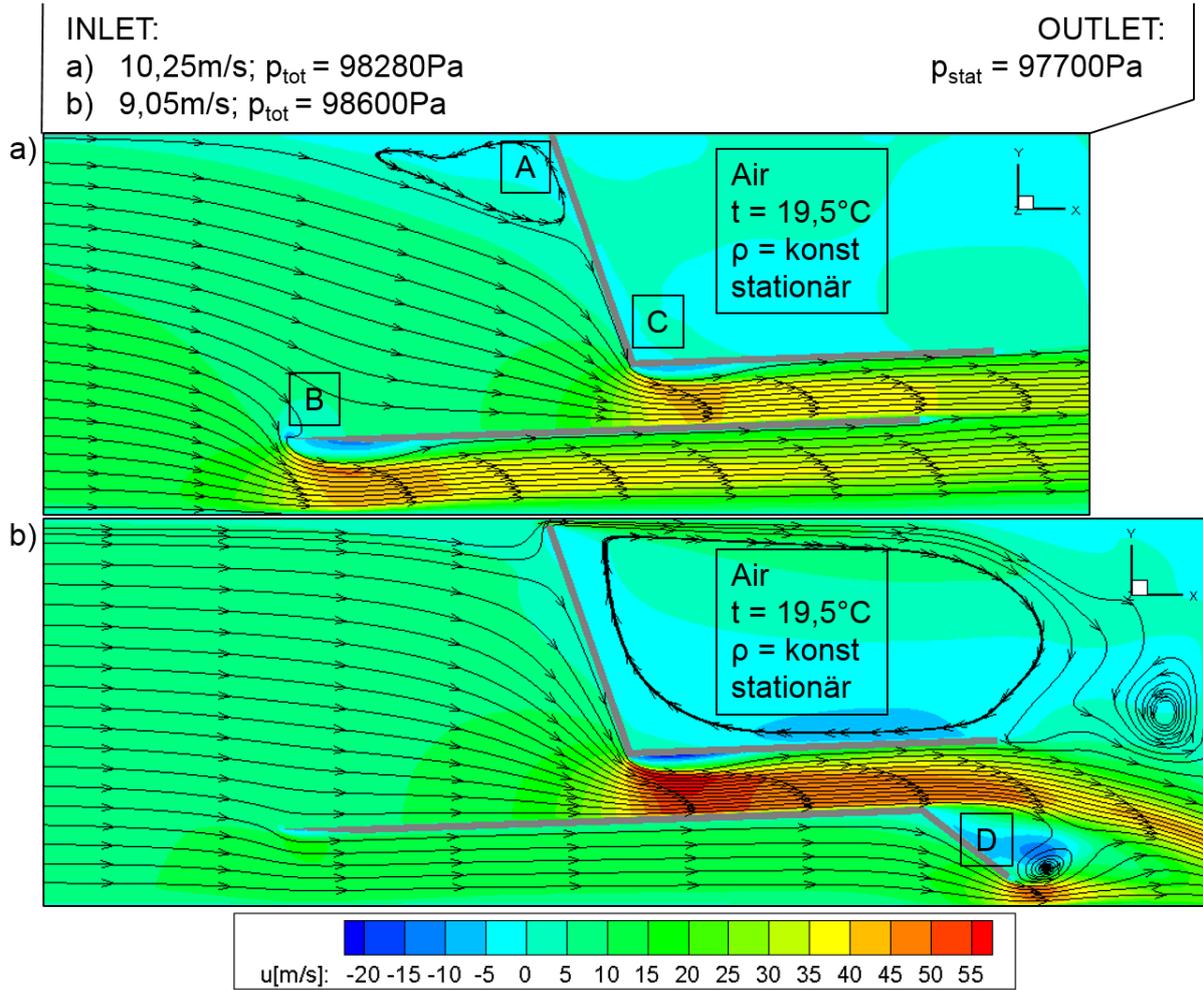


Abbildung 3-4: Simulationsergebnisse verschiedener Konzepte. Farblich dargestellt ist die Strömungsgeschwindigkeit in x-Richtung  $u$  und Stromlinien: a) erstes Konzept aus der Vorauslegung, b) Optimierte Lösung

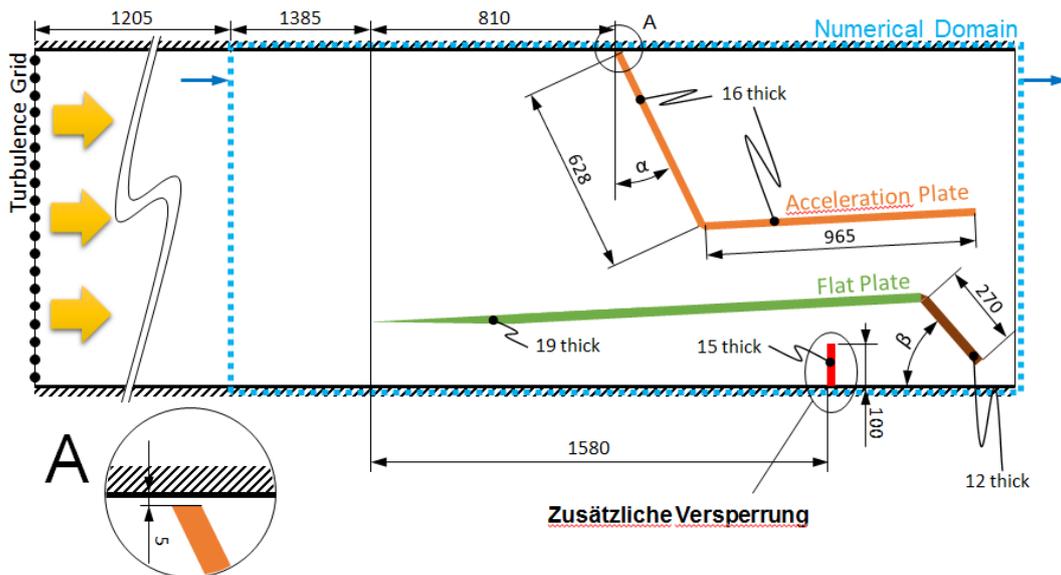


Abbildung 3-5: Skizze des Aufbaus mit zusätzlicher Versperrung

Abbildung 3-6 zeigt einen Vergleich der Simulations- und Messergebnisse (Laser-Doppler-Anemometer LDA, siehe Abschnitt 5) für den in Abbildung 3-4b dargestellten Fall. Bei diesem Fall beträgt die Anströmungsgeschwindigkeit ca. 9m/s, die Winkel  $\alpha = 20^\circ$  und  $\beta = 51^\circ$  (siehe Abbildung 3-5). Dargestellt sind die Verläufe der Geschwindigkeit am GS-Rand  $U_{BLE}$  (boundary layer edge, BLE) und der Beschleunigungsparameter  $K$  über der GS-Plattenkoordinate  $x^*$ . Die Beschleunigung setzt ungefähr an der gleichen Stelle ein, jedoch zeigen die CFD-Ergebnisse eine viel stärkere Beschleunigung mit anschließender Verzögerung ab  $x^* \approx 1200\text{mm}$ . Dieser gravierende Unterschied in  $U_{BLE}$  ist höchstwahrscheinlich auf die bereits erwähnten Modellierungsfehler und die Leckagen am Windkanal, die in der CFD-Simulation nicht berücksichtigt wurden, zurückzuführen. Hinsichtlich  $K$  zeigen die Ergebnisse recht gute Übereinstimmungen. Zu erkennen ist, dass sowohl in der Simulation als auch in der Messung der in Kapitel 2.3.3 angegebene kritische Wert  $K_{krit}$  für diesen Fall nicht erreicht bzw. überschritten wurde. Trotzdem wurden an dieser Stelle die Simulationen beendet, da auch Versuche bei geringeren Anströmungsgeschwindigkeiten geplant waren und laut der Definitionsgleichung des Beschleunigungsparameters (Gleichung 2-33) dabei höhere Werte von  $K$  auftreten. Zusätzlich bestand auch die Möglichkeit der Nachjustierung, um höhere  $K$ -Werte zu erreichen.

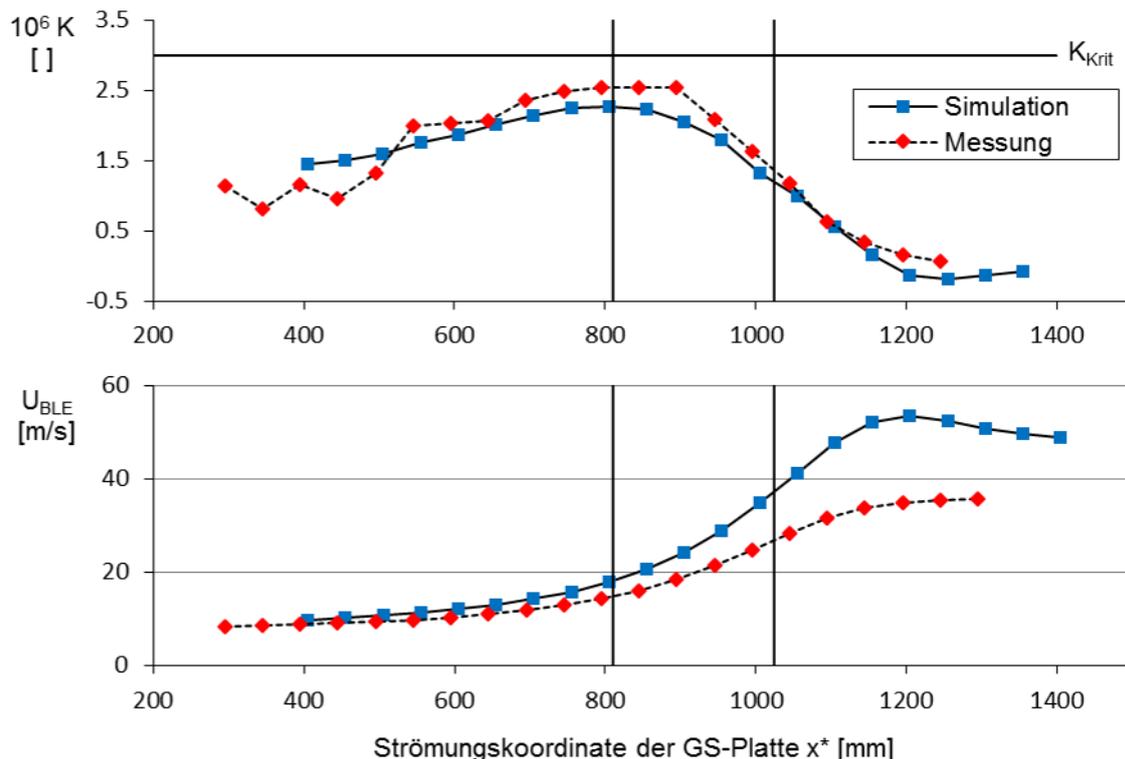


Abbildung 3-6: Simulations- und Messergebnisse im Vergleich. Die vertikalen schwarzen Linien kennzeichnen den geometrischen Beginn bzw. das Ende der Beschleunigungsstrecke

Abschließend lässt sich festhalten, dass die Simulationsergebnisse quantitative Unzulänglichkeiten aufweisen, tendenziell die Verhältnisse jedoch relativ exakt

wiedergeben. Somit konnte das gesetzte Ziel der Simulationen, eine solide Basis für die Realisierung des Messaufbaus, erreicht werden.

### 3.3 Konstruktion und Realisierung

An dieser Stelle war die gewünschte Form der Beschleunigungstrecke festgelegt. Die nächsten Schritte waren die Konstruktion unter Berücksichtigung der Justierbarkeit und einer möglichst zerstörungsfreien Montierbarkeit, gefolgt von der Herstellung und Montage der Komponenten.

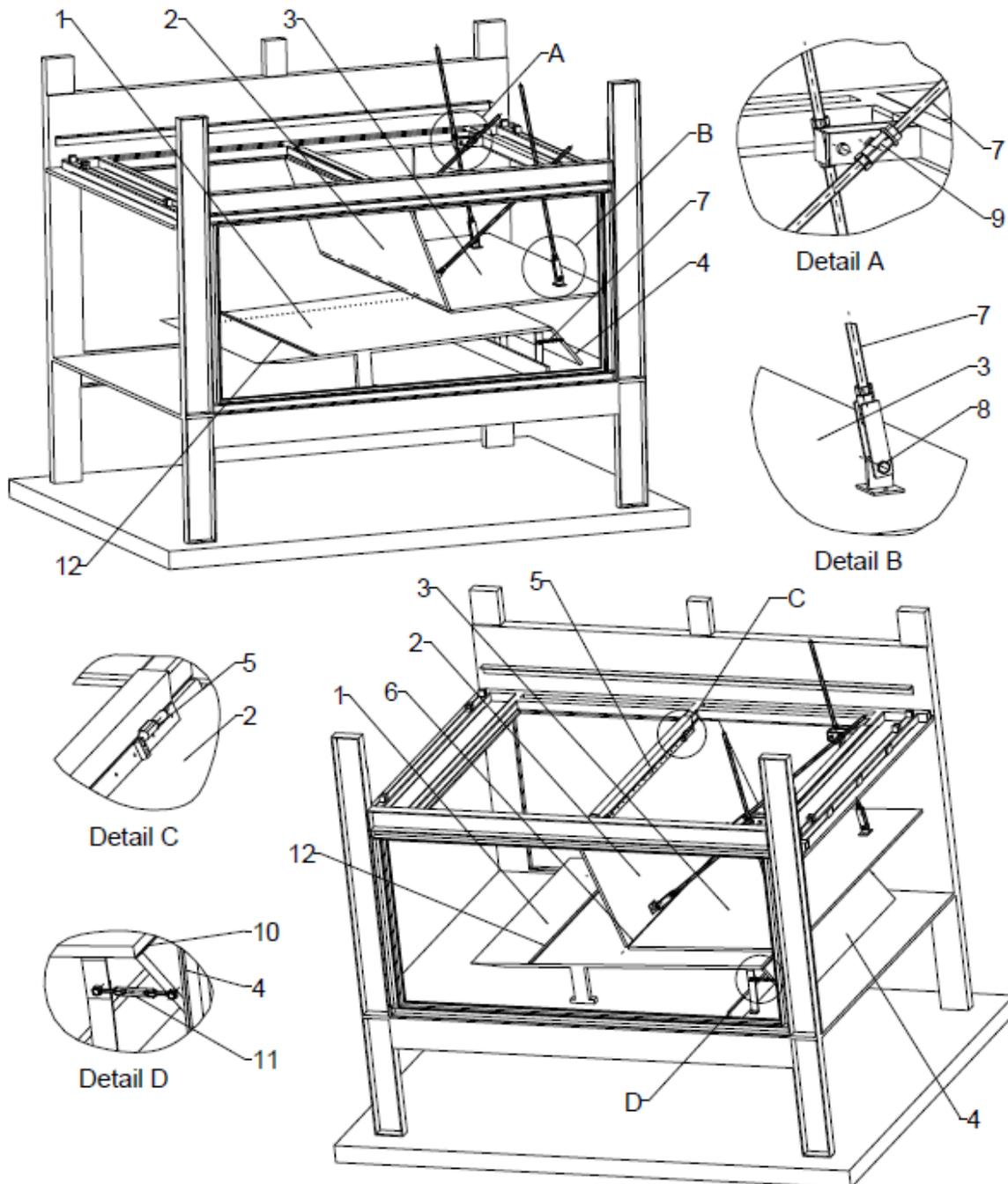


Abbildung 3-7: Dreidimensionale Skizze des Aufbaus im Windkanal

Im Hinblick auf die Aerodynamik der Messzone kam nur eine Befestigung an der Decke des Windkanals in Frage. An der bestehenden Tragkonstruktion boten sich zwei Strukturelemente als Anschlussstelle an. Dazu musste vorerst ein Deckensegment entfernt werden. Die dadurch entstandene Öffnung wurde dann mit Planen wieder verschlossen, wie es in Abbildung 3-9 teilweise zu erkennen ist. Dank des modularen Aufbaus der Decke war der Aufwand dafür gering und konnte zerstörungsfrei durchgeführt werden. Die Justierbarkeit wurde durch die Kombination von Dreh- und Schubgelenken realisiert, ersichtlich in Abbildung 3-7. Diese wurden fachwerksähnlich angeordnet, um eine möglichst hohe Stabilität zu gewährleisten.

Die Beschleunigungsplatte 1 (2) ist mit einem gefertigten Scharnier (5) mit der Tragkonstruktion gelenkig verbunden (Abbildung 3-9b). Die Beschleunigungsplatten (2,3) sind mit einem handelsüblichen Stangenscharnier (6) miteinander drehbar verbunden. Der dadurch entstehende Spalt wird mit einem elastischen Klebeband gedichtet. An beiden Platten befinden sich je zwei Beschläge, die eine drehbare Verbindung (8) zum Gestänge (7) ermöglichen (Abbildung 3-9d). Das Gestänge ist in einem drehbaren Schubgelenk (9) geführt und erlaubt somit die Verstellung der Geometrie durch Veränderung der Länge der Stäbe (7). Die Längenänderung wird durch die Verwendung von Gewindestangen realisiert. Durch Kontern der Gewindestangen im Schubgelenk ergibt sich eine zug- und druckstarre Verbindung (Abbildung 3-9c). Die Konsole, die die Dreh- und Schubgelenke (9) trägt, ist wieder mit der Struktur verbunden. Die Befestigung an der Tragkonstruktion erfolgt teilweise formschlüssig, durch die Verwendung aufliegender L-Profile, und kraftschlüssig, durch Klemmen mittels Schraubzwingen. Die Versperrklappe (4) ist ebenfalls mit Hilfe eines Stangenscharniers (10) gelenkig mit der GS-Platte (1) verbunden. Die Winkelverstellung erfolgt über zwei seitlich angebrachte Spanschlösser (11) (Abbildung 3-9e). Somit ergibt sich der in Abbildung 3-8 dargestellte Justierbereich des Aufbaus.

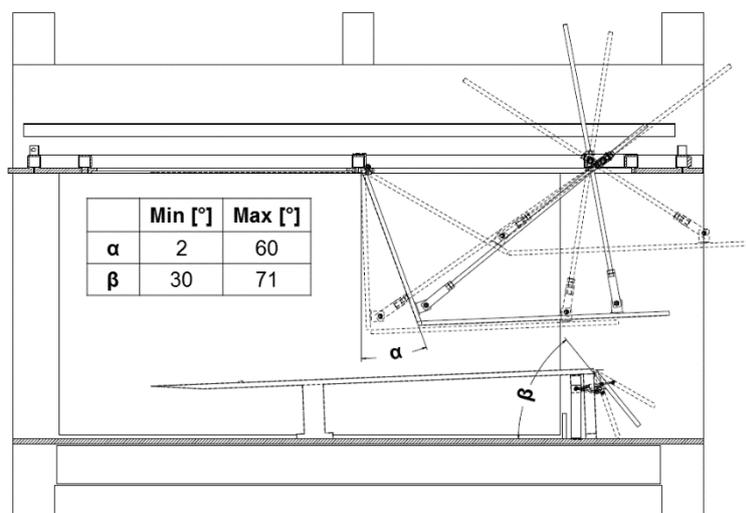


Abbildung 3-8: Justierbarkeit der Beschleunigungstrecke

Die Ergebnisse der LDA-Messungen an der ebenen Platte mit konstanter Freistromgeschwindigkeit (Kapitel 5) und die Ergebnisse von Bader et. al. [19] am gleichen Prüfstand zeigten, dass bei einer Anströmgeschwindigkeit von 5m/s das Ende der Transition ungefähr 1000mm hinter der Plattenspitze liegt. Um die Beschleunigung einer vollkommen turbulenten Grenzschicht für diesen Fall zu erreichen, wurde eine Stolperkante (12 in Abbildung 3-7) 345mm hinter der GS-Plattenspitze angebracht. Der Querschnitt der Stolperkante ist rechteckig, 15mm lang und 5mm hoch. Die für die Wirksamkeit der Stolperkante relevante Höhe wurde entsprechend der an dieser Stelle messtechnisch ermittelten (LDA) GS-Dicke bemessen.

Die Platten der Beschleunigungsstrecke (2,3) und die Versperrklappe (4), sind wie die GS-Platte (1) MDF-Platten. Die hergestellten Gelenke und Beschläge wurden aus Baustahl gefertigt. Zur schnellen und kostengünstigen Herstellung wurden ausschließlich Walzprofile und Normteile verwendet. Beispielsweise wurde für die Linearführung der Gewindestangen (9) eine Langmutter aufgebohrt und somit aufwendige Drehbearbeitungen vermieden, wie in Abbildung 3-9c zu erkennen.

Im Hinblick auf eine schwingungsarme Konstruktion wirken sich die erforderlichen Gelenksspiele negativ aus. Diese wurden gering gehalten, um den Einfluss dieses Effekts abzuschwächen. Die Eigensteifigkeit der Platten ist ebenfalls ausreichend und die Orientierung zueinander sorgt für zusätzliche Steifigkeit. Auch die Position der Beschläge ist so gewählt, dass sich eine möglichst kleine freie Biegelänge ergibt. Aus diesen Gründen war eine zusätzliche Versteifung mit Rippen nicht erforderlich.

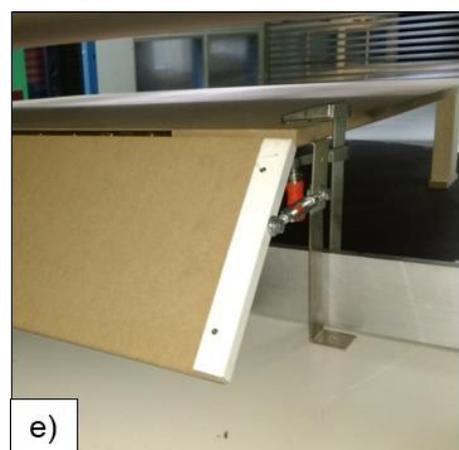
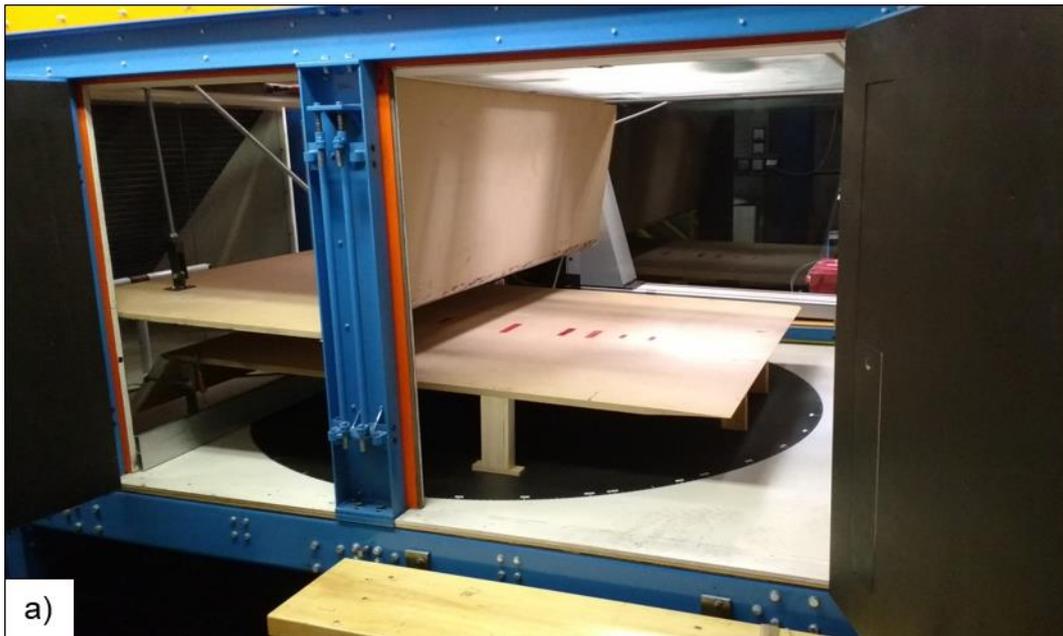


Abbildung 3-9: Bilder des Aufbaus (Referenzierung in Anlehnung zu Abbildung 3-7): a) Überblick, b) Drehgelenk 5, c) Dreh- und Schubgelenk 9, d) Geometrie des Gestänges und Beschläge an den Platten 8. Im Hintergrund die vertikale Achse der Traversierung, e) Versperrklappe 4 mit Anlenkung 11 und die zusätzliche Versperrung

## 4 Messtechnik

### 4.1 Laser-Doppler-Anemometrie (LDA)

Der vorliegende Abschnitt behandelt die Grundlagen des o. a. Messverfahrens. Diese wurden hauptsächlich in Anlehnung an Woisetschläger [25] und Albrecht et. al. [26] formuliert. In den Kapiteln 4.2 und 4.3 wird dann auf die verwendete Konfiguration des Messsystems und die Durchführung der Messungen näher eingegangen.

#### 4.1.1 Prinzip des Messverfahrens

Die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) ist ein non-intrusives Messverfahren zur indirekten Geschwindigkeitsmessung mit Hilfe sogenannter Tracer-Partikel. Das Prinzip des Verfahrens ist in Abbildung 4-1 dargestellt.

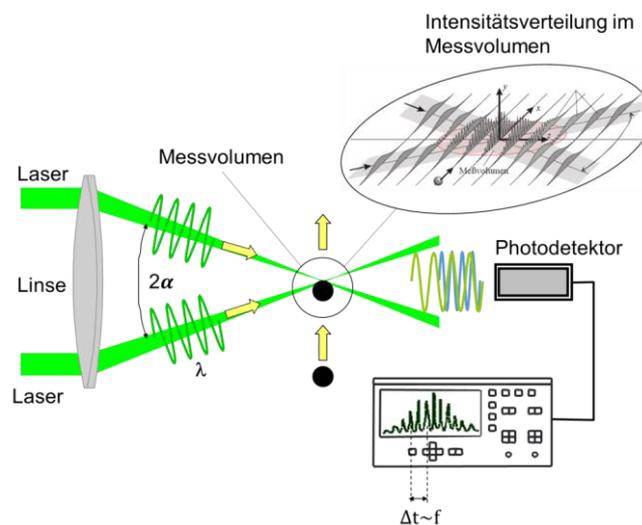


Abbildung 4-1: Prinzip der Laser Doppler Anemometrie (LDA) nach [25] und [26]

Ein Strahlteiler mit Wellenlängenfilter teilt den Strahl der Lichtquelle in zwei monochromatische Strahlen gleicher Intensität. Die Laserstrahlen mit der Wellenlänge  $\lambda$ , die über den Strahlquerschnitt eine Gaußsche Intensitätsverteilung aufweisen, werden durch eine Sammellinse der Brennweite  $f_{opt}$  unter dem Winkel  $2\alpha$  zum Schnitt gebracht. Aufgrund der Interferenzfähigkeit des Laserlichts bildet sich ein räumliches Interferenzstreifenmuster in der Form eines Rotationsellipsoids aus, das sogenannte Messvolumen (Abbildung 4-2). Bewegt sich ein Tracer-Partikel durch das Messvolumen, streut dieses die lokale Lichtintensitätsverteilung. Ein Photodetektor erfasst dieses burst-artige Streulichtsignal mit der Frequenz  $f$ , das von der Elektronik, wie in Kapitel 4.1.3 beschrieben, verarbeitet wird. Diese Frequenz ist proportional zur Geschwindigkeitskomponente, orthogonal zum Interferenzstreifenmuster des Teilchens  $u_{p,\perp}$  und Proportionalitätsfaktor ist der Interferenzstreifenabstand  $\Delta x$ . Somit ergibt sich die Geschwindigkeit zu

$$u_{p,\perp} = f \cdot \Delta x$$

4-1

Eine alternative Erklärung des Messprinzips liefert der namensgebende Doppler<sup>14</sup>-Effekt. Beim Durchgang des Partikels durch das Messvolumen bewegt sich das Teilchen auf einen Strahl zu und vom anderen weg. Dem Doppler-Effekt nach erfasst der bewegte Beobachter (Tracer-Partikel) somit zwei in ihren Frequenzen leicht unterschiedliche Lichtwellen. Die Überlagerung dieser Wellen führt zu einer Schwebung und wiederum zu einem burst-artigen Signal mit der geschwindigkeitsproportionalen Frequenz  $f$ . Diese Interpretation findet vermehrt in der deutschsprachigen Literatur Verwendung. Im angelsächsischen Raum bedient man sich eher obiger Erläuterung mittels Interferenzfeld, woraus sich die dort geläufige Bezeichnung Laser Velocimeter (LV) etabliert hat.

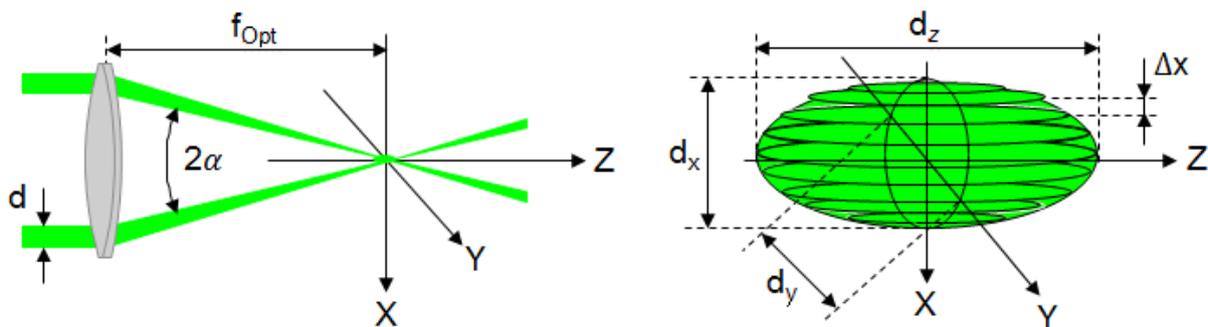


Abbildung 4-2: Das LDA Messvolumen und dessen Abmessungen, nach [25]

Die Abmessungen des Messvolumens  $d_x$ ,  $d_y$ ,  $d_z$  und der Interferenzstreifenabstand  $\Delta x$  sind vom Strahldurchmesser  $d$ , der Wellenlänge  $\lambda$ , dem Winkel zwischen den beiden Laserstrahlen  $2\alpha$  und von der Brennweite der Linse  $f_{opt}$  abhängig und können wie folgt, in Anlehnung an Abbildung 4-2, angegeben werden: Der Strahldurchmesser im Focus  $d_f$  ergibt sich zu

$$d_f = \frac{4 f_{opt} \lambda}{\pi d} \tag{4-2}$$

aus der Trigonometrie folgt für die Abmessungen des Messvolumens

$$\begin{aligned} d_x &= \frac{d_f}{\cos \alpha} \\ d_y &= d_f \\ d_z &= \frac{d_f}{\sin \alpha} \end{aligned} \tag{4-3}$$

<sup>14</sup> Christian Andreas Doppler (\* 29. November 1803 in Salzburg; † 17. März 1853 in Venedig) war ein österreichischer Mathematiker und Physiker. Seine größte Leistung war die Entdeckung des nach ihm benannten Doppler-Effekts.

und weiterhin für den Interferenzstreifenabstand

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \quad 4-4$$

und schließlich für die Geschwindigkeit

$$u_{p,\perp} = \frac{f\lambda}{2 \sin \alpha} \quad 4-5$$

Das bis hierher vorgestellte System ermöglicht die Messung von Geschwindigkeitsbeträgen, erlaubt aber noch keine Bestimmung der Richtung. Anzumerken ist noch, dass dieses Verfahren, bedingt durch das Prinzip, keiner Kalibration bedarf, was als großer Vorteil zu werten ist.

Die Richtungssensibilität der LDA wird durch einen akusto-optischen Modulator (AOM), oft als Bragg<sup>15</sup>-Zelle bezeichnet, realisiert. Ein AOM ist ein optisches Bauteil, bestehend aus einem transparenten Festkörper (Glas oder Kristall). Im Festkörper breiten sich Schallwellen meist im Ultraschallbereich aus und führen zu harmonischen Dichteschwankungen des Materials. Das einfallende Licht wird am bewegten Schallgitter gebeugt. Die erste Beugungsordnung wird so justiert, dass sie an den Dichtewellen bei konstruktiver Interferenz reflektiert wird (Bragg-Bedingung). Hierbei wird die Welle durch den Doppler-Effekt in ihrer Frequenz verschoben – der ausgehende Laserstrahl erscheint frequenzmoduliert, die erste Beugungsordnung erhält zudem maximale Intensität. Der AOM wird in einen der beiden Laserstrahlen eingebracht, was zur Schwebung des Überlagerungssignals und in weiterer Folge zu einem bewegten Interferenzstreifenmuster im Messvolumen führt, wie in Abbildung 4-3 dargestellt. Ein im Messvolumen ruhendes Partikel erzeugt somit ein Burstsinal mit der Modulationsfrequenz  $f_S$ . Ein sich mitbewegendes Partikel führt zu einer Frequenz  $f < f_S$  und entsprechend ein sich entgegen den Interferenzstreifen bewegendes Partikel zu  $f > f_S$ .

---

<sup>15</sup> William Henry Bragg (\* 2. Juli 1862 in Wigton, Cumberland; † 10. März 1942 in London) war ein britischer Physiker und Physik-Nobelpreisträger.

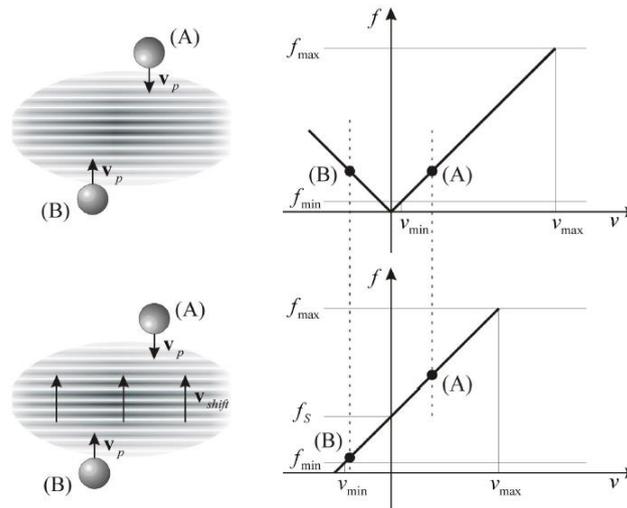


Abbildung 4-3: Prinzip der Richtungssensibilität mittels Frequenzshift [26]

Die gleichzeitige Messung mehrerer Geschwindigkeitskomponenten wird durch verschiedene Wellenlängen der Laserstrahlen, die das Messvolumen aufspannen, realisiert. Die Messvolumina überdecken sich im Messpunkt und das elastisch gestreute Licht wird entsprechend ihrer Wellenlänge den entsprechenden Raumrichtungen zugeordnet - dies durch den Photodetektoren vorgeschaltete Farbfilter. Üblicherweise werden die Wellenlängen 514,5nm (grün), 488nm (blau) und 476,5nm (violett) verwendet. In handelsüblichen Zwei-Komponenten-Systeme erfolgt die Strahlführung und Ausrichtung in einer Messsonde und ermöglicht somit Sensitivität in der Ebene normal zur optischen Achse der Sonde. Für die Messung aller drei Raumrichtungen wird üblicherweise eine dritte Ein-Komponenten-Sonde (links) in der gleichen Ebene unter einem bestimmten Winkel positioniert, wie beispielsweise in Abbildung 4-4 gezeigt. Für einen gemeinsamen Schnittpunkt der optischen Achsen ist eine sorgfältige Justierung notwendig. Unter Ausnutzung der Trigonometrie können dann alle drei Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes errechnet werden.

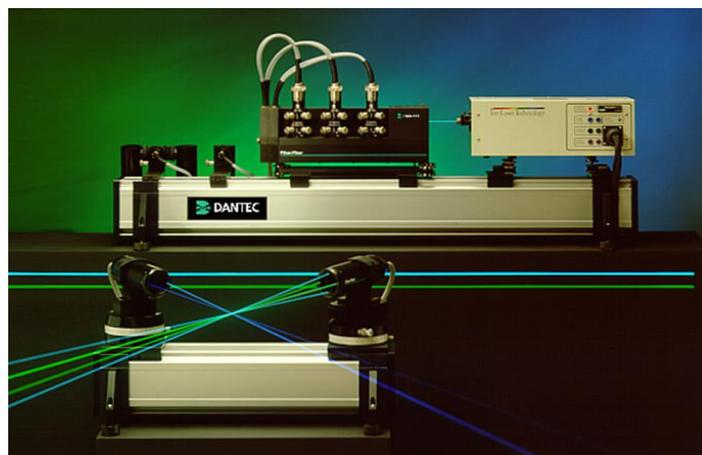


Abbildung 4-4: Anordnung zur Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten [27]. Im Hintergrund die Lichtquelle und der Strahlteiler mit den Photomultipliern. Vorne links die Ein- und rechts die Zwei-Komponenten Sonde.

### 4.1.2 Seeding

Als Seeding bezeichnet man die Einbringung der Tracer-Partikel in die Strömung. Bei allen Messverfahren, die die Lichtstreuung an Partikeln nutzen, ist unbedingt darauf zu achten, dass nur der Bewegungszustand eben dieser Partikel gemessen wird, nicht die Strömung selbst. Darum müssen die Dynamik und die Streulichteigenschaften des Seedings beachtet werden.

Bedingt durch die Dichte  $\rho_p$  und die Ausdehnung  $d_p$  der Partikel, wirken auf diese zahlreiche Kräfte. Durch die Wirkung dieser Kräfte können die Partikel der Strömung nicht schlupffrei folgen. Den größten Einfluss auf die Partikelbewegung haben die Trägheits-, Widerstands-, Auftriebs- und Schwerkraft. Unter der Annahme, dass die Partikel eine sphärische Form und Stokes'sches Widerstandsverhalten (schleichende Umströmung  $Re < 1$  [7]) aufweisen, kann eine Bewegungsgleichung für diese gewonnen werden. Die Lösung dieser Bewegungsgleichung für ruhende Partikel, die zu einem bestimmten Zeitpunkt in die Strömung eingebracht werden, ist in Abbildung 4-5 graphisch dargestellt. Zu erkennen ist das exponentielle Verhalten und die asymptotische Annäherung der Partikelgeschwindigkeit  $u_p$  an die Strömungsgeschwindigkeit  $u_F$ . Zur Quantifizierung dieses Verhaltens kann mit der dynamischen Viskosität des Fluides  $\mu$  eine charakteristische Größe, die sogenannte Relaxationszeit  $\tau$ , definiert werden:

$$\tau = \frac{2r^2\rho_p}{9\nu\rho_F} \quad 4-6$$

Diese entspricht jener Zeit, nach der das Partikel 63% seiner Endgeschwindigkeit erreicht hat und ist somit eine Maß für das Folgevermögen des Partikels. [25], [28], [29]

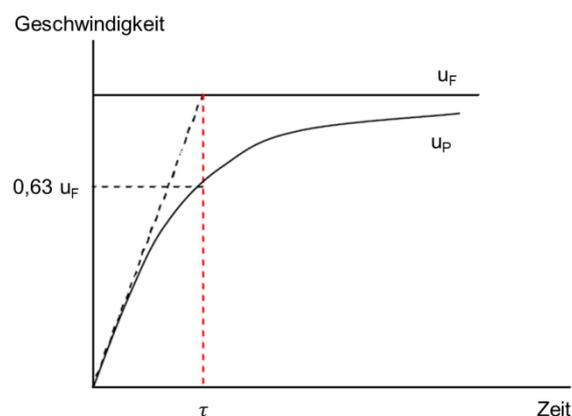


Abbildung 4-5: Schematischer Verlauf der Partikelgeschwindigkeit  $u_p$  über der Zeit und Relaxationszeit  $\tau$  nach [28]

Als Folge dieses begrenzten Reaktionsvermögens können die Partikel nur bedingt den Fluktuationen des Geschwindigkeitsfeldes folgen und agieren somit als Tiefpassfilter. Es kann eine Übertragungsfunktion  $G(s)$  definiert werden [25]:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad , \quad s = i \cdot 2\pi f \quad 4-7$$

$G(s)$  repräsentiert das Verhältnis aus der von den Partikeln wahrgenommenen zur tatsächlich vorhandenen Amplitude der Fluktuationen der Strömung (Amplitudenverhältnis) und ist eine Funktion der Frequenz  $f$ . In Abbildung 4-6 sind die Zusammenhänge qualitativ dargestellt. Größere Partikel bzw. spezifisch schwerere Partikel erhöhen die Relaxationszeit  $\tau$  und äußern sich in einer geringeren Grenzfrequenz  $f_c$ . Das bedeutet, dass Wirbelstrukturen höherer Frequenz als dieser Grenzfrequenz nur teilweise detektiert werden können. Folgedessen sind möglichst kleine und leichte Partikel hinsichtlich des Auflösungsvermögens der Turbulenzen von Vorteil. Genau gegenläufig verhält sich dies bei den Streulichteigenschaften, die im Folgenden noch erläutert werden, wobei die Streuintensität mit der sechsten Potenz des Teilchendurchmessers abnimmt. Es muss also ein Kompromiss geschlossen werden, um ausreichende Signalamplituden und in weiterer Folge vernünftige Signal-zu-Rausch Verhältnisse (engl.: signal-to-noise ratio (SNR)) zu erhalten.

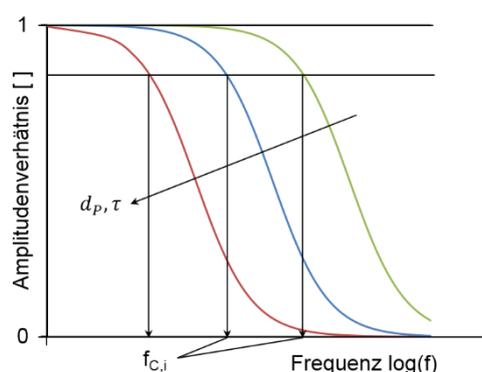


Abbildung 4-6: Qualitative Übertragungsfunktionen für verschiedene Partikeldurchmesser  $d_p$  bzw. Relaxationszeiten  $\tau$  und Grenzfrequenzen  $f_{c,i}$  für eine beliebiges Amplitudenverhältnis nach [25]

Eine allumfassende Beschreibung der hierbei auftretenden elastischen Streuung liefert die Mie- oder Lorenz<sup>16</sup>-Mie<sup>17</sup>-Theorie. Dieser Theorie nach ist die Streulichtintensität neben der Wellenlänge  $\lambda$  und Polarisierung des einfallenden Lichts, dem Brechungsindex und der Partikelform hauptsächlich vom Partikeldurchmesser  $d_p$  abhängig. Hinsichtlich dem Verhältnis aus Teilchengröße und der Wellenlänge  $d_p/\lambda$  lässt sich das Streuverhalten in drei Bereiche unterteilen. Die Mie'sche Theorie ermöglicht eine Beschreibung aller drei Bereiche. Bedingt durch die Chronologie ihrer

<sup>16</sup> Ludvig Valentin Lorenz (\* 18. Januar 1829 in Helsingør; † 9. Juni 1891 in Frederiksberg) war ein dänischer Physiker.

<sup>17</sup> Gustav Adolf Feodor Wilhelm Ludwig Mie (\* 29. September 1868 in Rostock; † 13. Februar 1957 in Freiburg im Breisgau) war ein deutscher Physiker.

Erforschung werden die Bereiche häufig nach ihren Entdeckern bezeichnet. Der Bereich  $d_p/\lambda \ll 1$ , wird als Rayleigh<sup>18</sup>-Streuung bezeichnet. Der Bereich  $d_p/\lambda \approx 1$  ist als Mie-Streuung und  $d_p/\lambda \gg 1$  als geometrische Optik benannt. In Abbildung 4-7 sind die Intensitätsverteilungen des Streulichts über der Beobachtungsrichtung für drei verschieden große sphärische Partikel dargestellt.

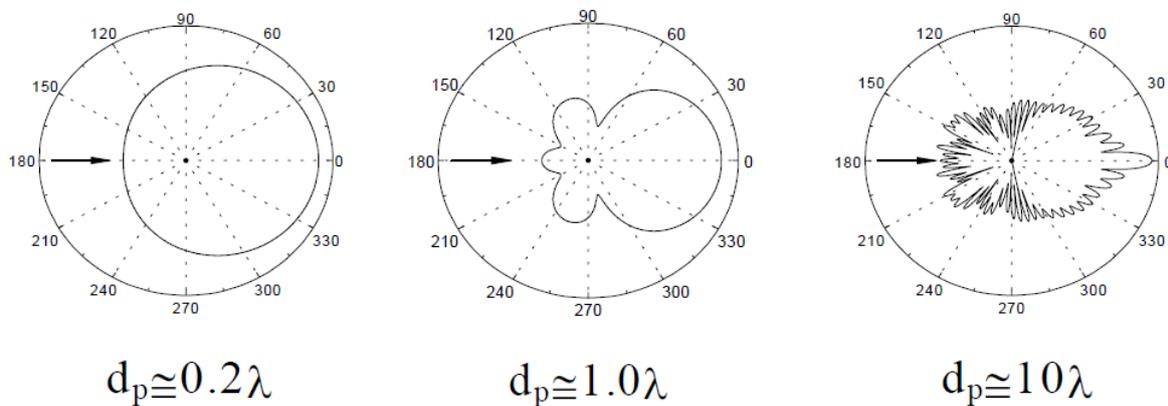


Abbildung 4-7: Streulichtintensitätsverteilung in logarithmischer Skalierung nach der Mie-Lorenz-Theorie für drei unterschiedliche Partikelgrößen. Der Pfeil markiert die Richtung der einfallenden Lichtwellen. [30] Links: Übergangsbereich Rayleigh- / Mie-Streuung; Mitte: Mie-Streuung; Rechts: Übergangsbereich Mie-Streuung / geometrische Optik

Links ist ein Übergangsbereich von der Rayleigh- zur Mie-Streuung zu erkennen. Im Rayleigh-Bereich ist die Streuung eine rotationssymmetrische Dipolstreuung („donut“-förmig), aber es liegt keine Streuung in Schwingungsrichtung des Dipols vor. Die Rayleigh-Streuung ist auch stark von der Wellenlänge abhängig, was zu einer bevorzugten Streuung des blauen Anteils führt (blauer Himmel). Die Streuintensität ist proportional  $d_p^6$ .

Im Mie-Bereich ist die Streuung in Vorwärtsrichtung am stärksten, wie am mittleren Bild zu erkennen ist. Die Verteilung des Streulichts ist aber kompliziert. Mit zunehmendem Durchmesser steigt die Vorwärtstreuung (rechts). Grundsätzlich werden alle Wellenlängen gleichermaßen gestreut, außer das Teilchen absorbiert aufgrund seines molekularen Aufbaus in bestimmten Wellenlängenbereichen stärker als in anderen.

Ist das Partikel viel größer als die Wellenlänge des einfallenden Lichts, so formen sich darin Wellenfronten aus und man beobachtet Brechung und Reflexion. Dieser Bereich wird als geometrische Optik bezeichnet. Die Intensität des gestreuten Lichts verändert sich mit  $d_p^2$ . Abbildung 4-8 fasst die Abhängigkeit der Streuintensität vom Partikeldurchmesser für die genannten drei Bereiche zusammen.

<sup>18</sup> John William Strutt, 3. Baron Rayleigh (\* 12. November 1842 in Langford Grove, Maldon, England; † 30. Juni 1919 in Terlins Place bei Witham, England) war ein englischer Physiker und Nobelpreisträger.

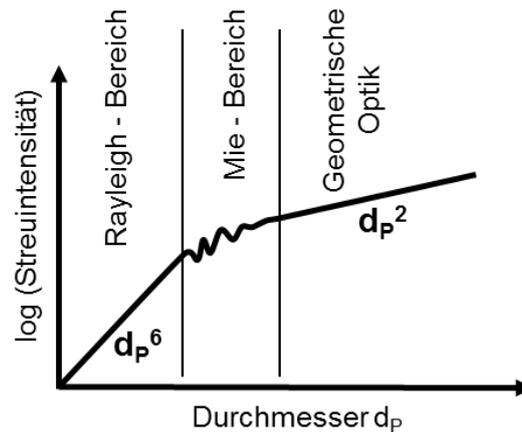


Abbildung 4-8: Abhängigkeit der Streulichtintensität vom Partikeldurchmesser  $d_p$  nach [25] und [29]

Meistens werden LDA-Messungen mit größeren Partikeln als der Wellenlänge des Laserlichts durchgeführt. Während ältere LDA-Systeme die starke Vorwärtsstreuung verarbeiten, nutzen moderne Systeme die schwächere Rückwärtsstreuung. Dies wurde durch sensiblere Photodetektoren erreicht und führt zu sehr kompakten Systemen, wie beispielsweise in Abbildung 4-4 gezeigt.

### 4.1.3 LDA Signalverarbeitung

Wie bereits in Kapitel 4.1.1 erwähnt, zeichnet ein Photodetektor das Streulichtsignal des Teilchens auf. Bedingt durch die Intensitätsverteilung im Messvolumen besteht das Signal aus einem Gleich- und einem Wechselanteil. Die Information für die Geschwindigkeitsmessung steckt im Wechselanteil des Signals, nämlich die bereits erwähnte geschwindigkeitsproportionale Burstfrequenz  $f$ . In Abbildung 4-9 ist schematisch ein LDA-System, inklusive der zur Verarbeitung erforderlichen elektronischen Komponenten, skizziert. Zum Abtasten des Messbereichs wird die Messsonde üblicherweise auf einer Traversierung platziert. Die Signalgenerierung erfolgt dann wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben. Die am Ausgang des Photomultipliers entstehenden elektrischen Signale werden verstärkt und gefiltert. Je nach Aktualität des Systems erfolgt eine Verarbeitung im Zeit- oder Frequenzbereich. Während ältere Systeme Counter zur Ermittlung der Burstfrequenz im Zeitbereich nutzen, bedienen sich modernere Systeme einer prozessorgestützten schnellen Fourier-Transformation (fast-Fourier-transformation (FFT) und erledigen das Auffinden der Burstfrequenz im Frequenzbereich. Diese Prozesse müssen natürlich in Echtzeit erfolgen und werden darum im Prozessor gepuffert. Für Messungen in rotierenden Systemen, beispielweise in einer Turbine, sind Winkelencoder zur Triggerung des Systems erforderlich. Üblicherweise wird die Elektronik mittels Software über einen PC gesteuert. Bestimmte Prozessoren können aber auch autark betrieben werden. Vor allem für die Parametrierung des Systems ist ein Oszilloskop zur Visualisierung sehr nützlich, aber nicht zwingend erforderlich.

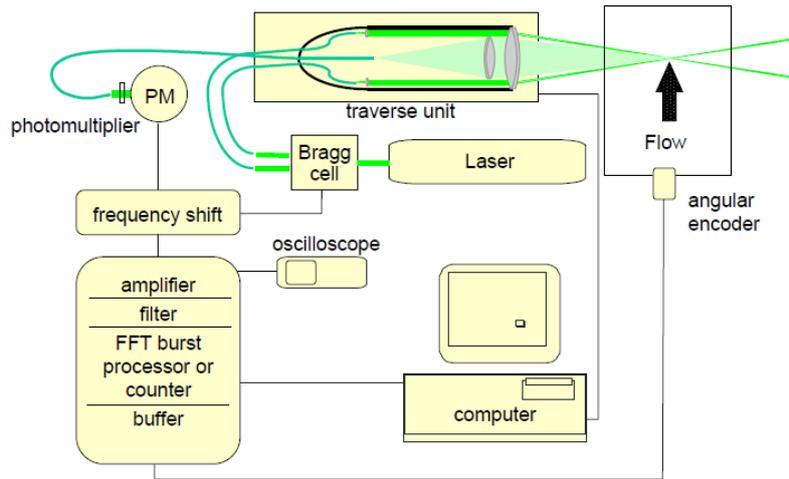


Abbildung 4-9: Schematischer Aufbau eines LDA-Systems und der Prozesse der Signalverarbeitung [25]

Durch Verstärkung und Bandpassfilterung wird das Burstsignal in seinen Gleich- (Pedestal) und Wechselanteil gesplittet, wie in Abbildung 4-10 erläutert. Erneutes gleichrichten und tiefpassfiltern des Wechselanteils liefert die Einhüllende (envelope) des Bursts. Mit Hilfe der Modulation von Sockel (pedestal) und Einhüllender kann die die Größe des Partikels abgeschätzt werden, da Teilchen mit Durchmessern größer als der Abstand der Interferenzebenen immer Licht streuen. Somit kann damit das verfälschte Signal zu großer Partikel bzw. agglomerierter Partikel oder einer zu großen Anzahl von Teilchen im Messvolumen ausgefiltert werden, wie beispielhaft in Abbildung 4-11 gezeigt. Wobei hier der Burst I das Optimum darstellt.

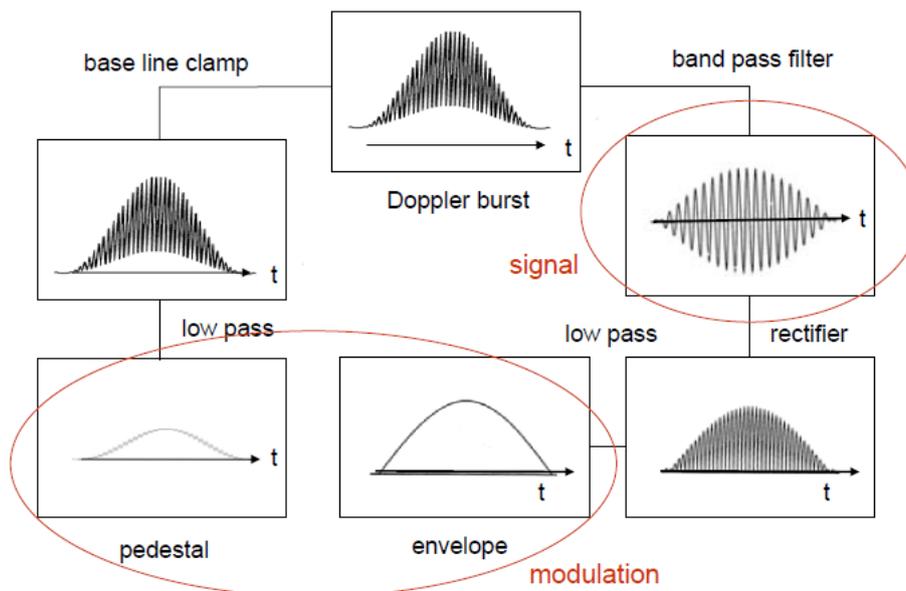


Abbildung 4-10: Verstärkung, Filterung und Modulation des Doppler Burst [25]

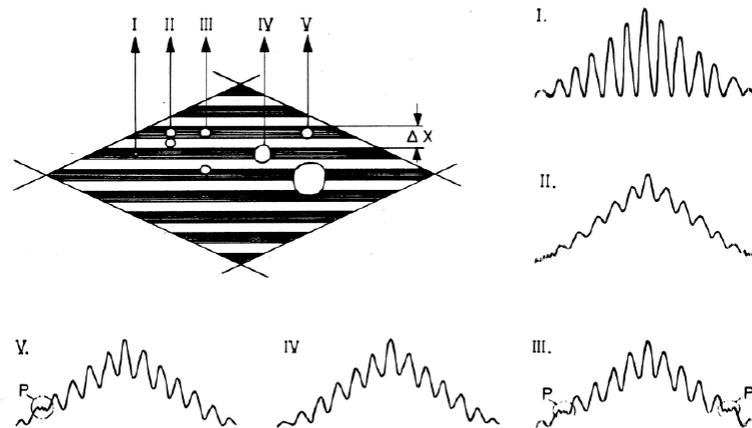


Abbildung 4-11: Einfluss der Partikelgröße und der Teilchenanzahl im Messvolumen auf den detektierten Burst, nach [29]. I entspricht einem Burst mit maximaler Modulation, somit einem Optimum.

Bei der zeitlichen Signalverarbeitung werden nur Signale detektiert, die einen vorgegebenen Schwellenwert der Amplitude überschreiten. Die Frequenz wird dann durch Counter ermittelt. Elektronisch wird dies durch ein Schieberegister realisiert. Dabei werden im Wesentlichen Nulldurchgänge des Signals gezählt und daraus die Frequenz geschätzt. Ebenso wird die Aufenthaltsdauer im Messvolumen (Transitzeit, transit time, TT) gestoppt.

Die spektrale Manipulation erfordert eine Analog-Digital-Wandlung (AD-Wandler) des Signals um eine FFT durchzuführen. Da die Einhüllende des Wechselleistungssignals gaußförmig ist, weist auch der Spektralpeak eine Gauß-Form auf. Mittels Interpolation im Frequenzbereich wird die Position und somit die Frequenz des Peaks bestimmt. Der energiereichste niederfrequente Anteil des Spektrums wird wiederum durch Bandbreitenfilterung eliminiert. Die Bandbreitenfilterung verbessert somit das Signal-zu-Rausch Verhältnis (SNR), wie in Abbildung 4-12 exemplarisch gezeigt. Die genannten Bandbreiten der Filter müssen entsprechend der zu messenden Geschwindigkeiten und Fluktuationen, durch Vorgabe eines Mittelwerts und einer Bandbreite, eingestellt werden. Darum ist eine vernünftige Abschätzung der auftretenden Geschwindigkeiten bzw. eine iteratives Vorgehen bei der Einstellung der Parameter erforderlich.

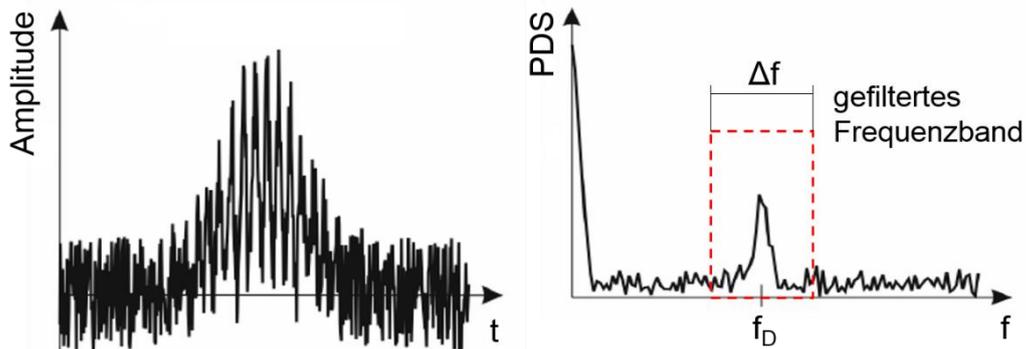


Abbildung 4-12: Dopplerburst im Zeit- und Spektralbereich mit Rauschen nach [26]. Durch Bandpassfilterung wird der energiereiche niederfrequente Anteil eliminiert und das breitbandige Rauschen reduziert und somit das SNR verbessert.

Wie bereits erwähnt, kommt dem SNR eine besondere Bedeutung zu. Dies bezieht sich natürlich auf alle Messverfahren, in denen elektronische Komponenten zur Detektion und Weiterverarbeitung von Signalen verwendet werden. In LDA-Systemen sind die Ursachen für das Rauschen [30], [31]:

- schrotrauschen bei der Photodetektion (shot noise)
- thermisches Rauschen der Elektronik
- rauschen vom Laser - Moden höherer Ordnung
- Sekundärstreuung in der Messstrecke, durch Schmutz, zerkratztes Glas, Umgebungslicht usw.
- Hintergrundreflektionen

Die primäre Ursache ist das Prinzip bedingte Schrotrauschen des Detektionsprozesses. Das SNR kann durch Erhöhung der Signalleistung verbessert werden. Im Wesentlichen lässt sich dies auf drei Stellgrößen zurückführen. Es sind dies:

- die Lichtintensität im Messvolumen
- die Streulichtintensität der Seeding-Partikel
- die Position und Sensibilität des Empfängers

Ersteres kann hauptsächlich durch die Laserleistung beeinflusst werden, aber auch durch die Verwendung von Strahlaufweitungs- oder kurzbrennweitigen Optiken verbessert werden. Größere Partikel weisen eine höhere Streuintensität auf, wie bereits in Kapitel 4.1.2 beschrieben. Es ist aber auch die ebenfalls in Kapitel 4.1.2 erwähnte Diskrepanz zum Folgevermögen der Teilchen zu beachten. Kompakte und zeitgemäße Systeme erfassen die - bei Verwendung gängiger Tracer-Partikel - schwächere Rückwärtsstreuung (Kapitel 4.1.2). Das reduziert den letzten Punkt auf die Sensibilität des Empfängers. Eine Erhöhung der angelegten Spannung am Photomultiplier erhöht zwar die Signalleistung, jedoch auch den Rauschanteil des Signals. Die Abhängigkeit des SNR von der Verstärkung ist komplex und nicht linear; es gilt ein Optimum zu finden.

#### 4.1.4 LDA Datenverarbeitung

Das gemessene diskrete und zeitlich zufällig verteilte Signal enthält Information über die Momentangeschwindigkeit  $u_i$  der Teilchen, deren Ankunftszeit  $t_i$  (arrival time, AT) und Verweilzeit  $\Delta t_i$  (transit time, TT) im Messvolumen. Daraus können die strömungsmechanisch relevanten Größen ermittelt werden.

Bei der Ermittlung der statistischen Daten empfiehlt sich eine Gewichtung mit der Transitzeit  $\Delta t_i$ , ansonsten würden schnellere Partikel stärker gewichtet werden, da diese häufiger auftreten und somit wäre eine Verzerrung hin zu höheren Geschwindigkeiten die Folge (Geschwindigkeitsbias). Die Größen können nach den Gleichungen in Tabelle 4-1 berechnet werden.

Tabelle 4-1: Gleichungen statistischer Größen für die Auswertung von LDA-Daten [25], [32]

| Größe  | Gleichung  | Nummer |
|--|--|--------|
| Mittelwert                                       | $\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i}$                                  | 4-8    |
| Varianz  | $\sigma^2 = \overline{u'^2} = \frac{\sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i}$ | 4-9    |
| Standardabweichung,<br>Root Mean Square<br>(RMS) | $\sigma = RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i}}$        | 4-10   |
| Turbulenzgrad                                    | $Tu = \frac{\sigma}{\bar{u}}$  | 4-11   |
| Schiefe, Skewness                                | $S = \frac{1}{\sigma^3} \frac{\sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^3 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i}$       | 4-12   |
| Wölbung, Kurtosis,<br>Flatness                   | $F = \frac{1}{\sigma^4} \frac{\sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^4 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i}$       | 4-13   |

Werden mehrere Komponenten zeitgleich gemessen, so können auch direkt die Komponenten des Reynolds Spannungstensors  $\overline{u_i' u_j'}$  und die turbulente kinetische Energie  $k$  (TKE) bestimmt werden (Koinzidenz-Modus). Elektronisch wird dies durch Vorgabe eines kurzen Zeitfensters realisiert. Werden innerhalb dieses Zeitfensters verwertbare Bursts in den gemessenen Raumrichtungen detektiert, so ist es sehr wahrscheinlich, dass diese vom gleichen Ereignis im Strömungsfeld verursacht wurden und somit repräsentativ für die o. a. Größen sind. Für den Reynolds Spannungstensor in Indexschreibweise kann geschrieben werden:

$$\overline{u_i' u_j'} = \frac{\sum_{k=1}^N (u_{i,k} - \bar{u}_i)(u_{j,k} - \bar{u}_j) \Delta t_k}{\sum_{k=1}^N \Delta t_k} \quad 4-14$$

und für die TKE  $k$

$$k = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2} \quad 4-15$$

Werden nur zwei Komponenten gemessen und isotrope Turbulenz angenommen, ergibt sich die  $k$  näherungsweise zu

$$k = \frac{3}{4} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2}) \quad 4-16$$

Die angeführten Größen (Gleichungen 4-8 bis 4-16) werden auf Wunsch von der Software errechnet oder können manuell aus den Zeitsignalen bestimmt werden.

Bei Strömungsmessungen ist man häufig am Leistungsdichtespektrum (PSD, Kapitel 2.1.3) und an Korrelationen interessiert. LDA-Daten liegen aber zeitlich zufällig verteilt vor und benötigen somit eine besondere Analyse, um Erwartungswerte der oben genannten Größen zu erhalten. Eine zeitgemäße und recht exakte Lösung dieses Problems liefern sogenannte Slot-Korrelations-Techniken. Bei dieser Methode wird das Signal in nahezu beliebig viele äquidistante Time-Slots  $k$  unterteilt. Die Korrelation zwischen zwei, zu unterschiedlichen Zeiten aufgenommenen Messwerten, wird dann dem entsprechenden Slot zugewiesen. Das Ergebnis ist dann ein Schätzwert für die Autokorrelationsfunktion  $\hat{R}_k$ . Mit Hilfe des FFT-Algorithmus kann aus der nunmehr diskreten äquidistanten Autokorrelationsfunktion das Leistungsdichtespektrum ermittelt werden. Diese, eben kurz beschriebene Slotting-Technik, geht im Wesentlichen auf Mayo et al. (1974) zurück und weist diverse Unzulänglichkeiten auf, die in Albrecht et al. [26] ausführlich beschrieben werden. Einige Wissenschaftler nutzen diese Methode als Basis und führen Korrekturfaktoren und Gewichtungen ein, um diese Unzulänglichkeiten zu beseitigen. Eine Methode, die sehr exakte Erwartungswerte liefert, geht auf Nobach et al. (1998) [33] zurück und nennt sich Fuzzy-Slotting-Technik. Das Prinzip dieses Algorithmus ist in Abbildung 4-13 skizziert. Während beim Basis-Algorithmus jedes korrelierte Sample-Paar exakt dem entsprechenden Slot zugeordnet wird, erfolgt hierbei eine gewichtete Verteilung auf zwei benachbarte Slots mit Hilfe von Dreiecksfunktionen. Diese Vorgehensweise unterdrückt das künstliche Rauschen, das bei der Basis-Methode durch die „scharfe“ Zuweisung der korrelierten Samples, entsteht.

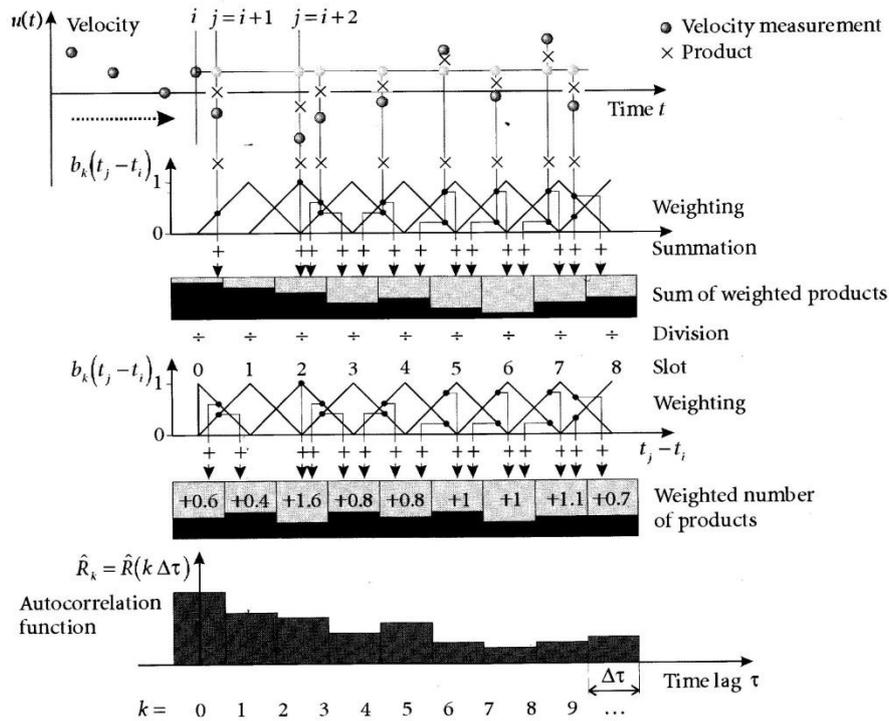


Abbildung 4-13: Schema der Fuzzy-Slotting-Methode zur Ermittlung der Autokorrelationsfunktion aus zeitlich zufällig verteilten LDA-Daten [26]

Mathematisch lässt sich dies wie folgt beschreiben:

$$\hat{R}(k\Delta\tau) = \frac{\hat{\sigma}_u^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N u_i u_j g_i g_j b_k(t_j - t_i)}{\sqrt{[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N u_i^2 g_i g_j b_k(t_j - t_i)] [\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N u_j^2 g_i g_j b_k(t_j - t_i)]}} \quad 4-17$$

$$b_k(t_j - t_i) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{t_j - t_i}{\Delta\tau} - k \right| & \text{wenn } \left| \frac{t_j - t_i}{\Delta\tau} - k \right| < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Mit dem Erwartungswert für die Varianz der Geschwindigkeit

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^N u_i^2 g_i}{\sum_{i=1}^N g_i} \quad 4-18$$

Worin  $u_i = u(t_i)$  und  $u_j = u(t_j)$  die Messwerte der Geschwindigkeit und  $g_i$  bzw.  $g_j$  die Gewichtungsfaktoren sind.  $b_k(t_j - t_i)$  ist die zur gewichteten Verteilung verwendete Dreiecksfunktion.  $N$  ist die gewählte Anzahl an Slots und  $\Delta\tau$  die mit der Signaldauer daraus folgende Lag-Time. Entsprechend der anfallenden Zeit  $t_i$  bzw.  $t_j$  der Samples, wird das korrelierte Sample-Paar dem  $k$ -ten und dem  $k+1$ -ten Slot zugewiesen. In aller Regel wird für die Gewichtung  $g_i$  bzw.  $g_j$  die Transitzeit  $TT$  verwendet. Ist diese nicht verfügbar, kann auch die Differenz der Ankunftszeit zweier aufeinanderfolgender Partikel zur Gewichtung herangezogen werden.

Eine ausführliche Beschreibung der erwähnten und weiterer Verfahren zur Ermittlung spektraler Erwartungswerte von LDA-Messdaten finden sich in [26], [33] und [34].

#### 4.1.5 Messungenauigkeiten

Die im Zuge von LDA-Messungen auftretenden Messungenauigkeiten sind aufgrund der Komplexität des Systems weitreichend und von verschiedener Größenordnung. Detaillierte Ausführungen über die Ursachen und Berichtigung der Abweichungen finden sich beispielsweise in Albrecht et al [26].

Da die LDA ein zeitlich auflösendes Messverfahren ist, bedient man sich statistischer Methoden um die Messungenauigkeiten zu beziffern. Um Vertrauensintervalle anzugeben werden verschiedene Verteilungen herangezogen. Somit folgt für das Vertrauensintervall des Mittelwertes

$$\pm \frac{t_{n-1;\alpha}\sigma}{\sqrt{n}} \quad 4-19$$

und weiterhin für das Vertrauensintervall der Varianz

$$\begin{aligned} & +\sigma^2 \frac{n-1}{\chi_{n-1;1-\alpha/2}^2} \\ & -\sigma^2 \frac{n-1}{\chi_{n-1;\alpha/2}^2} \end{aligned} \quad 4-20$$

Worin  $t_{n-1;\alpha}$  und  $\chi_{n-1;1-\alpha/2}^2$  bzw.  $\chi_{n-1;\alpha/2}^2$  die Quantile der Student's- und der Chi-Quadrat-Verteilung, für  $n$  unabhängige Einzelwerte (Samples) und einer Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  sind.  $\sigma^2$  ist die Varianz der Messwerte und folglich  $\sigma$  der RMS. Es ist sofort zu erkennen, dass die Vertrauensintervalle bei einem gewählten Vertrauensniveau  $1 - \alpha$ , stark von der Anzahl der aufgezeichneten Samples  $n$  und dem RMS  $\sigma$  abhängen. Abbildung 4-14 veranschaulicht diesen Zusammenhang beispielsweise für einen Mittelwert von 100m/s und zwei verschiedenen Turbulenzgraden bei einem beliebigen Vertrauensniveau. Je höher der Turbulenzgrad der zu messenden Strömung, umso mehr unabhängige Samples müssen aufgezeichnet werden, um signifikante Messwerte zu erhalten. [25]

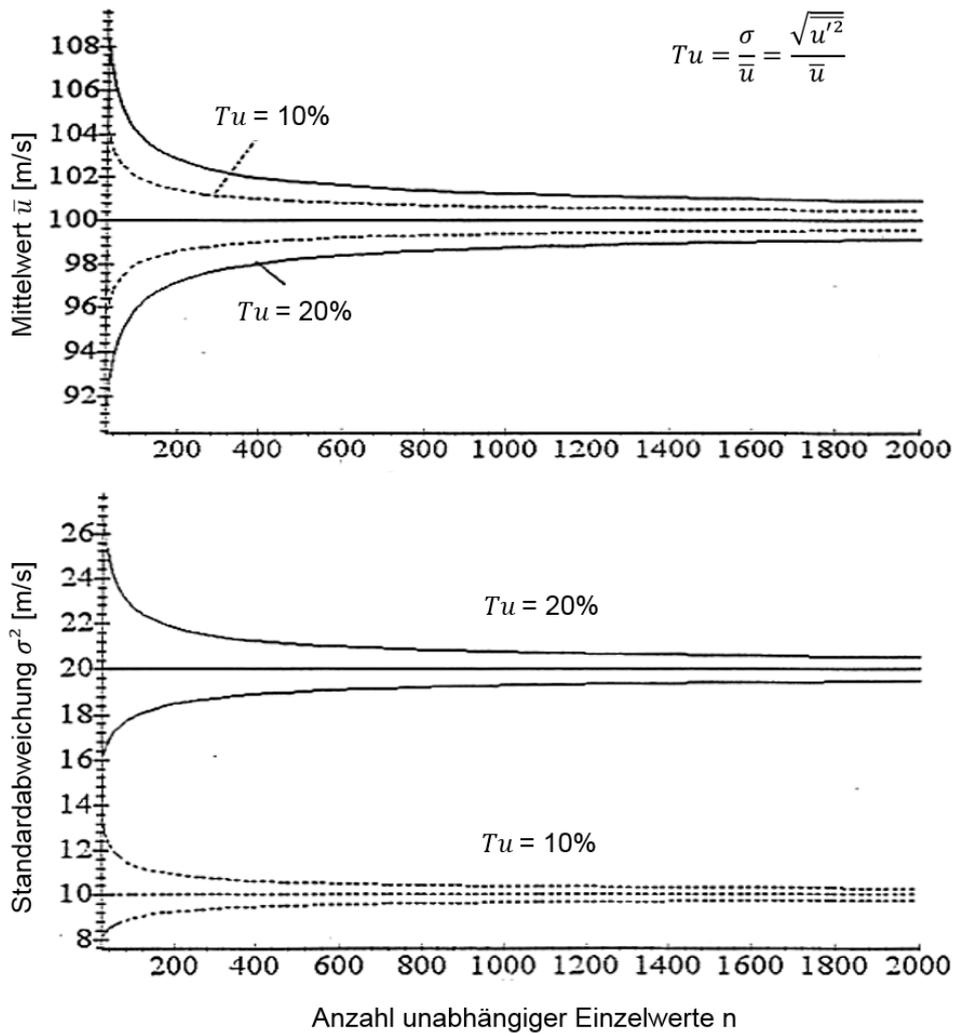


Abbildung 4-14: Vertrauensintervalle für den Mittelwert und den RMS als Funktion der unabhängigen Samples n bei verschiedenen TU-Graden [25]

## 4.2 LDA Messaufbau

Die Messungen wurden mit einem zwei Komponenten LDA System von *Dantec Dynamics* durchgeführt. Das System arbeitet mit Rückwärtsstreuung und besteht aus zwei Burst Spectrum Analyzer (BSA) Prozessoren, mit den Modelbezeichnungen 57N20 und 57N35 Model S. Die Farbfilterung, Strahlteilung und der Frequenzshift erfolgen mit dem 60x41 *FiberFlow*-Strahlteiler, der die Wellenlängen 467,5nm (blau), 488nm (türkis) und 514,5nm (grün) zur Verfügung stellt. Die gefilterten und frequenzmodulierten Laserstrahlen werden über einen Lichtwellenleiter zur Messsonde (60x672D probe) geleitet. Um die Grenzschicht an der ebenen Platte ohne großen Einfluss der seitlichen Grenzschichten zu analysieren, musste möglichst in der Mitte des Kanals gemessen werden. Darum wurde eine Sammellinse mit der Brennweite von 1000mm verwendet. Große Brennweiten führen, aufgrund des sehr spitzen Schnittwinkels der Strahlen, zu langen Messvolumina. Die Mittelung über große räumliche Distanzen ist aber ein unerwünschter Effekt. Um diesen Einfluss

gering zu halten, wurde eine Aufweitungsoptik verwendet. In Tabelle 4-2 sind die Parameter der Optik und des Messvolumens zusammengefasst.

Tabelle 4-2: Wichtige Parameter der LDA-Optik und des Messvolumens

|                    |   |               | BSA1  | BSA2  |
|--------------------|---|---------------|-------|-------|
| <b>Optik</b>       | Wellenlänge $\lambda$                           | nm            | 514,5 | 488   |
|                    | Farbe   | -             | grün  | blau  |
|                    | Brennweite $f_{Opt}$                            | mm            | 1000  |       |
|                    | Strahldurchmesser (Optikaustritt) $d$           | mm            | 2,2   |       |
|                    | fokussierter Strahldurchmesser $d_f$ (Gl. 4-2)  | mm            | 0,150 | 0,143 |
|                    | Strahlabstand                                   | mm            | 38    |       |
|                    | Aufweitungsfaktor                               | -             | 1,98  |       |
|                    | aufgeweiteter Strahlabstand                     | mm            | 75,24 |       |
| <b>Messvolumen</b> | Anzahl Interferenzstreifen                      | -             | 21    | 21    |
|                    | Interferenzstreifenabstand $\Delta x$ (Gl. 4-4) | $\mu\text{m}$ | 6,844 | 6,492 |
|                    | halber Strahlwinkel $\alpha$                    | deg           | 2,154 | 2,154 |
|                    | $d_x$ (Gl. 4-3)                                 | mm            | 0,150 | 0,143 |
|                    | $d_y$ (Gl. 4-3)                                 | mm            | 0,150 | 0,143 |
|                    | $d_z$ (Gl. 4-3)                                 | mm            | 4,001 | 3,795 |

Der Probenkopf wurde auf einer zweiachsigen Traversiereinrichtung des Herstellers *IseI* montiert. Der Antrieb der Vorschubachsen erfolgt über Kugelgewindespindeln mit gebremsten Schrittmotoren. Die in Strömungsrichtung ausgerichtete Achse weist einen Verfahrensweg von 1000mm und die orthogonal dazu von 450mm auf. Die Ansteuerung erfolgte über einen *IMC-S8* Controller ebenfalls von *IseI*.

Als Lichtquelle diente ein 6W Argon-Ionen Laser *INNOVA90* von *Coherent*, der zusammen mit dem Strahlteiler auf einem Alu-Profil montiert und ausgerichtet ist. Der Laser wurde im *All-Line* Modus auf einer Leistung von ungefähr 1W mit Modenblende 6 betrieben.

Als Seeding wurde eine Glycol-Wasser-Lösung namens *Slow Fog* der Firma *EHLE-HD* verwendet. Die Dichte der Seeding-Flüssigkeit beträgt ungefähr  $\rho = 1260 \text{ kg/m}^3$ . Die Bereitstellung des Seedings erfolgte mit einer handelsüblichen Nebel-Maschine

ebenfalls von *EHLE-HD*. Der Seeding-Nebel wurde über einen flexiblen Schlauch an ein, sich im Windkanal befindendes, T-förmiges Rohr mit kleinen Bohrungen geleitet, um eine möglichst großflächige Beladung der Luftströmung zu erreichen. In Abbildung 3-9c ist dieses T-Rohr teilweise zu erkennen. Positioniert wurde das T-Rohr unmittelbar hinter der Messstrecke, um eine zusätzliche Homogenisierung durch einen gesamten Umlauf im Windkanal zu ermöglichen. Aufgrund der in Kapitel 4.1.2 angesprochenen Problematik der Tiefpassfilterung durch die Seeding-Partikel und bedingt durch fehlende Informationen darüber, wurden am Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung (ISW) der TU-Graz Partikelgrößenmessungen mit dem verwendeten Seeding-Fluid angestellt. Diese Messungen wurden nicht vom Autor durchgeführt. Die Ergebnisse der Messungen wurden mit einem Phasen-Doppler-Anemometer (PDA) gewonnen und sind in Abbildung 4-15 dargestellt. Im Mittel beträgt die Teilchengröße  $\bar{d}_p = 5,04 \pm 0,04 \mu m$ , woraus sich eine mittlere Grenzfrequenz von  $f(-3dB) = 1631 Hz$  bei halbem Amplitudenverhältnis und eine Relaxationszeit  $\tau = 97,6 \mu s$  nach den Gleichungen 4-6 und 4-7 aus Kapitel 4.1.2 ergeben. Der Mittelwert des Partikeldurchmessers  $\bar{d}_p$  wurde mit ca. 27000 unabhängigen Messwerten gebildet. Die angegebenen Abweichungen des mittleren Teilchendurchmessers  $\bar{d}_p$  sind mit einer inkorrekten Annahme einer Normalverteilung (siehe Abbildung 4-15) und einem Vertrauensintervall von 95% nach Gleichung 4-19 berechnet worden. Die Angabe dieser bedingt richtigen Abweichung soll nur die hohe Signifikanz der Messwerte verdeutlichen. Anzumerken ist die große Anzahl an Partikeln, die kleiner als der mittlere Durchmesser sind und somit das Folgevermögen der Partikel positiv beeinflusst.

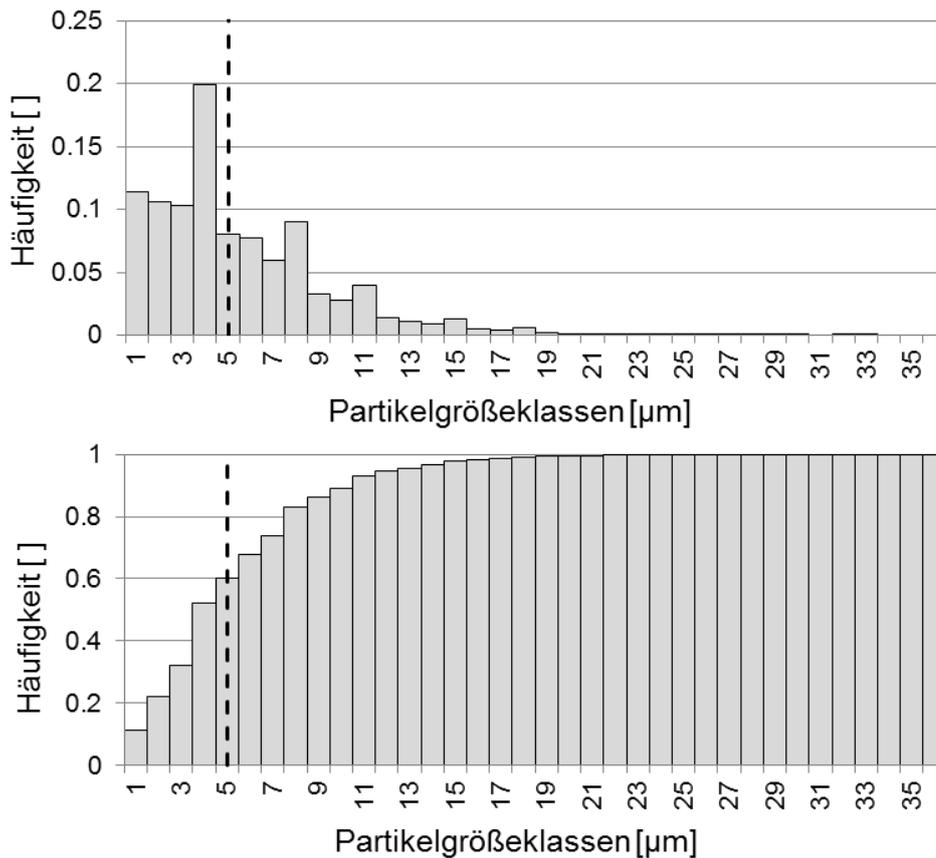


Abbildung 4-15: Ergebnisse der Partikelgrößenmessung der Seeding-Flüssigkeit nach PDA-Messungen am ISW: Äquidistante Dichteverteilung (oben) und kumulierte Dichteverteilung (unten). Die strichlierte Linie kennzeichnet die mittlere Partikelgröße

### 4.3 Durchführung der LDA-Messungen

Insgesamt wurden fünf Messreihen durchgeführt. In Tabelle 4-3 sind diese mit den eingestellten Winkeln  $\alpha$  und  $\beta$  der Beschleunigungsstrecke, bezugnehmend auf die Abbildung 3-5, der Anströmungsgeschwindigkeit  $U_{\infty,Inlet}$  und den in weiterer Folge verwendeten Abkürzungen aufgelistet.

Tabelle 4-3: Übersicht der durchgeführten Messreihen:

$U_{\infty,Inlet}$  ist die ungestörte Anströmungsgeschwindigkeit am Einlass (Plattenvorderkante),  $\alpha$  ist der Winkel der Beschleunigungsplatte zur Vertikalen und  $\beta$  der Winkel der Versperrklappe zur Horizontalen, wie in Abbildung 3-5 eingezeichnet

| Nr. | Abkürzung     | $U_{\infty,Inlet}$ | $\alpha$ | $\beta$ | Bemerkungen       |
|-----|---------------|--------------------|----------|---------|-------------------|
| 1   | ZPG - 5 m/s   | 5                  | -        | -       | ebene Platte      |
| 2   | ZPG - 10 m/s  | 10                 | -        | -       | ebene Platte      |
| 3   | 10° TW - 5m/s | 5                  | 10       | 57      | mit Stolperkante  |
| 4   | 20° TW - 5m/s | 5                  | 20       | 51      | mit Stolperkante  |
| 5   | 20° - 9m/s    | 9                  | 20       | 51      | ohne Stolperkante |

Zuerst wurden die Geschwindigkeitsprofile in Längsrichtung aller gezeigten Messreihen gemessen. Mit den Erkenntnissen aus diesen Messungen wurden für die beschleunigten Fälle (3 – 5) Koinzidenzmessungen an ausgewählten Punkten der Grenzschicht durchgeführt. Aufgrund der Dominanz der Hauptströmung war die Geschwindigkeitskomponente normal zur GS-Platte  $v$  äußerst gering und somit in der Grundanordnung kaum messbar. Die Messsonde wurde um den Winkel  $\varphi = 45^\circ$  um ihre optische Achse gedreht, um die Sensitivitäten der zwei Komponenten  $\vec{K}_{BSA1}$  (K Empfindlichkeitsvektor) und  $\vec{K}_{BSA2}$  passend zu verändern und damit gleiche Signalstärken in beiden Komponenten zu erreichen. In Abbildung 4-16 ist dies schematisch skizziert. Bewegt sich ein Teilchen mit dem Geschwindigkeitsvektor  $\vec{u}$  in der linken Anordnung durch die Messvolumina, so detektiert der in  $y$ -Richtung sensitive BSA2 nur die sehr kleine Geschwindigkeitskomponente  $v_2$ . In der rechten Anordnung wird ein weit größerer Wert für  $v_2$  gemessen und somit ein besseres Signalverhältnis zwischen BSA1 und BSA2 mit ähnlichen Verstärkungen und Fehlern erreicht. Durch Koordinatentransformation werden dann die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors im angegebenen Koordinatensystem  $u$  bzw.  $v$  bestimmt.

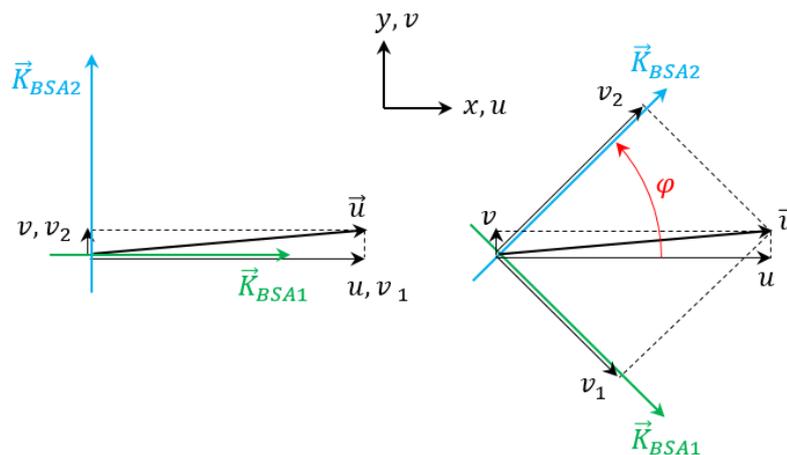


Abbildung 4-16: Prinzip der Signaloptimierung für die Koinzidenzmessungen.

Links: Grundanordnung ohne Signaloptimierung. Rechts: Um Winkel  $\varphi$  gedrehte Anordnung zur Signalverstärkung. Die Vektoren  $\vec{K}_{BSA1}$  und  $\vec{K}_{BSA2}$  repräsentieren die Sensitivität des Messsystems.  $\vec{u}$  ist die tatsächliche Geschwindigkeit des Partikels.  $v_1$  und  $v_2$  sind die vom LDA gemessenen Geschwindigkeitskomponenten.

In Abbildung 4-17 ist der räumliche Messbereich und dessen Auflösung dargestellt. Jede Linie steht für ein gemessenes Geschwindigkeitsprofil. Der erste Messpunkt lag jeweils 0,25mm über Platte. Der wandnahe Bereich wurde mit einer Schrittweite von 0,25mm, gefolgt von einer sukzessiven Vergrößerung dieser, bis auf eine Höhe von  $y=200\text{mm}$  vermessen. In der Beschleunigungsstrecke wurde bis auf die maximal mögliche Höhe gemessen. Die Auflösung im Bereich der oberen Grenzschicht wurde ebenfalls so fein gewählt, um die starken Gradienten und die Rückströmungen an der Ecke, abbilden zu können. Da die Grenzschichtplatte natürlich Unebenheiten aufweist und thermischen als auch dynamischen Lageveränderungen unterworfen ist, musste die Position der Oberfläche ( $y$ -Nullpunkt), in Anbetracht der feinen Auflösung in der

Grenzschicht, für jedes Profil, bei jeder Messreihe erneut gefunden werden. Dies wurde mit dem LDA-System selbst realisiert. Sobald ein Teil des Messvolumens in die Platte „eintaucht“, kommt es zu starken Reflexionen und in weiterer Folge zu einem starken Rauschen. Diese Position wurde dann als y-Nullpunkt festgelegt. Außerdem musste die optische Achse der Messsonde gegenüber der GS-Platte angestellt werden, um eine Kollision des Strahlenpaares mit dieser zu vermeiden.

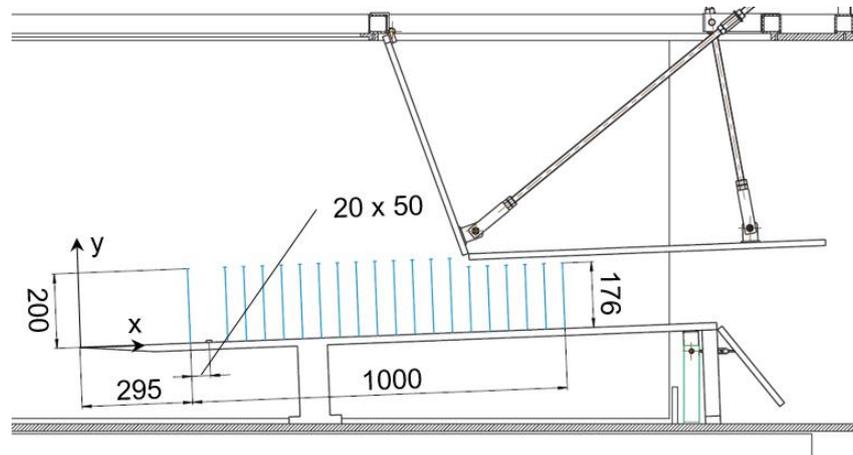


Abbildung 4-17: Räumlicher Messbereich und dessen Auflösung

Die Steuerung der BSA-Prozessoren und die Aufzeichnung der Messwerte erfolgten mit der Software *BSA Flow 1.2* von *Dantec Dynamics*. Unglücklicherweise bestand eine Inkompatibilität mit dem Traversen-Controller, wodurch die Steuerung der Traversierung mit einem separaten PC und einer anderen Software erfolgen musste.

Wie in Abschnitt 4.1.5 gezeigt, hängt die Messungenauigkeit hauptsächlich vom Turbulenzgrad und von der Anzahl der aufgezeichneten unabhängigen Samples ab. Darum wurden in den wandnahen Bereichen, wo hohe Turbulenzgrade vorliegen, ca. 8000 Samples und in den Bereichen geringerer Turbulenz ca. 4000 Samples aufgezeichnet. Diese Vorgehensweise führt zu maximal aufgetretenen relativen Fehlern des Mittelwertes von ungefähr 1% in den wandfernen und unter 1% in den wandnahen Bereichen, bei einem Konfidenzintervall von 95%. Bei gleichem Konfidenzintervall beträgt der mittlere Fehler des RMS-Wertes 4,4% in den wandfernen und 3,1% in den wandnahen Bereichen.

## 5 Messergebnisse und Diskussion

Im vorliegenden Abschnitt werden die Ergebnisse der LDA-Messungen präsentiert und diskutiert. Zuerst werden die Ergebnisse der Testfälle der Gleichdruckströmung (ebene Platte, ZPG: zero pressure gradient), gefolgt von den beschleunigten Testfällen (negativer Druckgradient; APG: adverse pressure gradient), vorgestellt. Diese Ergebnisse wurden aus den in Tabelle 4-3 gelisteten Messreihen gewonnen. Abschließend werden spektrale Erwartungswerte aller Testfälle diskutiert.

Aufgrund der geringen Messungenauigkeiten (siehe Kapitel 4.3) wird aus Gründen der Übersichtlichkeit im Folgenden auf eine Darstellung der Fehlerschranken verzichtet.

### 5.1 Ergebnisse der ebenen Platte – ZPG

Im Folgenden werden die Ergebnisse der ebenen Platte (ZPG – zero pressure gradient) behandelt. Diese wurden durch Ein-Komponenten LDA-Messungen bei zwei unterschiedlichen Anströmungsgeschwindigkeiten gewonnen (siehe Tabelle 4-3). Die vermessene Geschwindigkeitskomponente lag in Strömungsrichtung parallel zur Platte. Zur Steigerung der Übersicht werden die 5 m/s Fälle mit blauen Markern und durchgezogenen Linien und die 10 m/s Fälle mit roten Markern und strichlierten Linien dargestellt.

Die Diskussion beginnt mit den Verläufen zweier relevanter Strömungsparameter entlang der Platte, gefolgt von den dimensionslosen Geschwindigkeitsprofilen  $u^*(y^*)$ , den Geschwindigkeitsprofilen in Wandeinheiten  $u^+(y^+)$  und den repräsentativen Größen der Fluktuationen sowie statistischer Größen.

In Abbildung 5-1 ist der lokale Reibungskoeffizient  $c_f'$  (Gleichung 2-7) und der Formfaktor  $H$  (Gleichung 2-3) über der Reynolds-Zahl  $Re_x$  aufgetragen. **Der Reibungskoeffizient ist ein normiertes Verhältnis zwischen Wandreibung und Strömungsgeschwindigkeit, der Formfaktor gibt die Fülligkeit des Geschwindigkeitsprofils in der Grenzschicht an (Form der Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht).** Zusätzlich sind zur Orientierung die Ortskoordinaten  $x$  entlang der Platte in Strömungsrichtung angegeben. Die strichlierten und die strichpunktieren Linien stellen laminare bzw. turbulente Grenzwerte dar. Die Wandschubspannung  $\tau_w$  wurde jeweils mit dem ersten Messpunkt der Geschwindigkeitsprofile  $u(y)$  bestimmt. Solange der dimensionslose Abstand in Wandeinheiten im Bereich  $0 < y^+ < 5$  ist, gilt der einfache lineare Zusammenhang  $u^+(y^+) = y^+$ , wie bereits im Abschnitt 2.1.2 beschrieben. Es zeigte sich, dass der erste Messpunkt nahezu aller Profile in diesem Bereich - der laminaren Unterschicht - liegt und somit diese Herangehensweise zuverlässig ist. Die Werte von  $c_f'$  in Abbildung 5-1 sind zur Verdeutlichung mit jenen einer völlig turbulenten sowie einer laminaren ebenen Plattengrenzschicht verglichen. Für die laminare Grenzschicht ergibt sich näherungsweise unter Verwendung der Blasius' Lösung

$$c'_{f,lam} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad 5-1$$

und nach Prandtl (1927) der empirisch gewonnene Zusammenhang

$$c'_{f,turb} = \frac{0.074}{\sqrt[5]{Re_x}} \quad 5-2$$

für die turbulente Grenzschichtströmung ( $Re_x = U_\infty x / \nu$ ). Die starken Schwankungen im  $c'_f$ -Verlauf, speziell bei höheren Reynolds-Zahlen, sind mit großer Sicherheit auf geringfügige Positionierungsfehler bei den Messungen zurückzuführen. Trotzdem lässt sich ein durchgängiger Trend erkennen. Dies bestätigt auch der Verlauf des Formfaktors  $H$ .

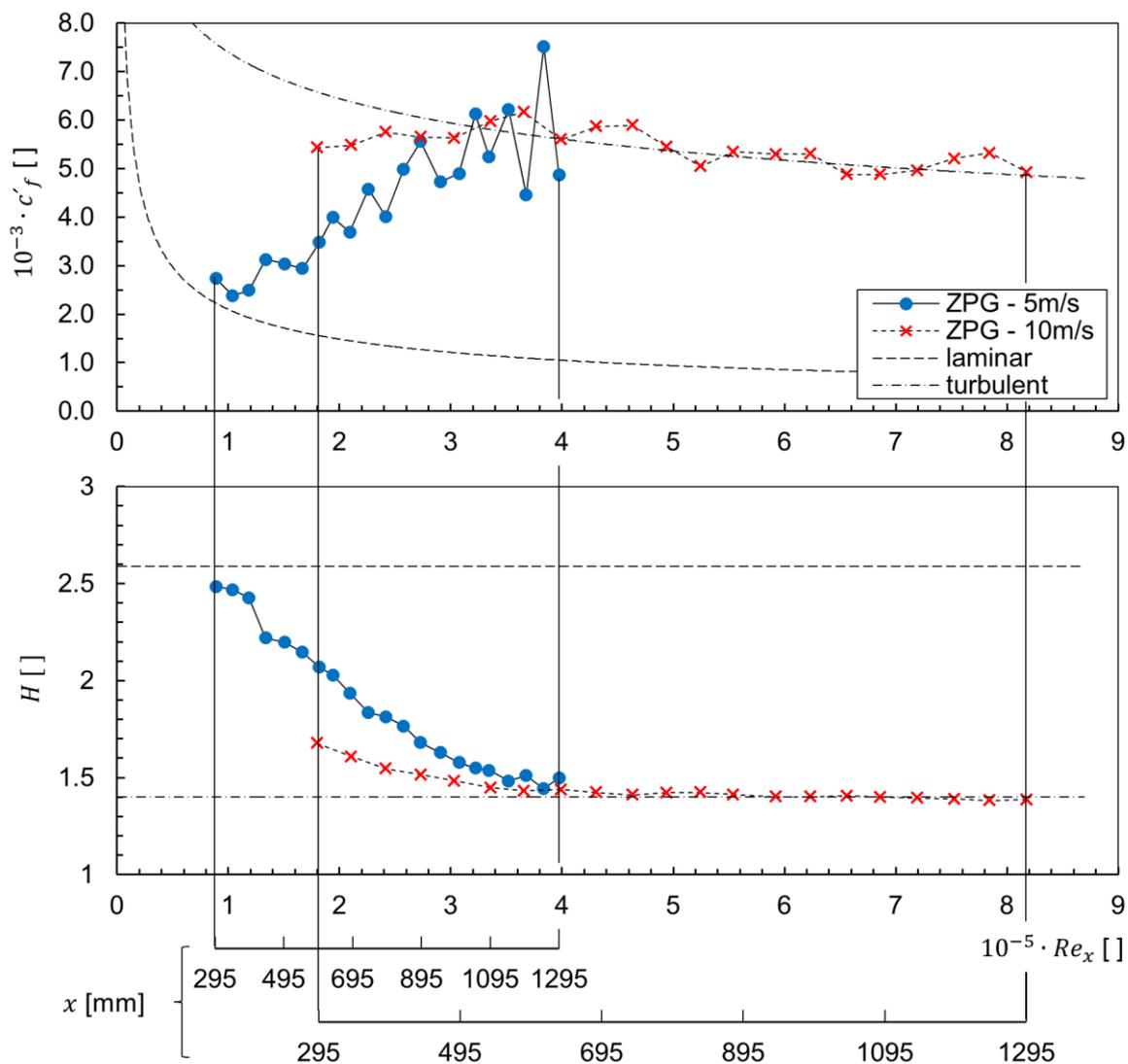


Abbildung 5-1: Verläufe des örtlichen Reibungskoeffizienten  $c'_f$  (oben) und des Formfaktors  $H$  (unten) über der Reynolds-Zahl  $Re_x$ . Die strichlierten und die strich-punktiierten Linien stellen laminare bzw. vollturbulente Grenzwerte dar.

Der Formfaktor  $H$  wurde, wie in Kapitel 2.1 beschrieben und in Gleichung 2-3 angegeben, bestimmt. Die dazu erforderliche Verdrängungsdicke  $\delta_1$  und die Impulsverlustdicke  $\delta_2$  wurden mittels numerischer Integration mit der Trapezregel aus den Geschwindigkeitsprofilen  $u(y)$  gewonnen. Der Verlauf des Formfaktors  $H$  wird ebenfalls mit den Werten für ein laminares und ein vollturbulentes Geschwindigkeitsprofil verglichen. Aus der Blasius' Lösung folgt für die laminare Grenzschichtströmung ein Formfaktor von  $H = 2,59$ . Ein Formfaktor von  $H \approx 1,4$  repräsentiert eine vollturbulente Grenzschicht. Es ist wichtig anzumerken, dass diese laminaren bzw. vollturbulenten Referenzgrößen für nicht beschleunigte, also für Plattengrenzschichtströmungen mit konstantem Druck, gültig sind. Somit sind diese ein repräsentativer Vergleich für die Ergebnisse dieses Abschnitts.

Betrachtet man den 5m/s – Fall, so ist deutlich zu erkennen, dass zu Beginn sowohl der  $c_f'$ -Wert als auch der  $H$ -Wert auf dem laminaren Niveau liegen. Es folgt ein sukzessiver Anstieg des Reibungskoeffizienten  $c_f'$  bzw. Abfall des Formfaktors  $H$  in Richtung der turbulenten Vergleichsgrößen. Ab ungefähr  $Re_x = 3,4 \cdot 10^5$  bzw.  $x = 1100\text{mm}$  befinden sich beide Größen auf dem vollturbulenten Niveau. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die (natürliche) Transition an dieser Stelle abgeschlossen ist und die Strömung vollturbulent ist. Die Messgrößen des schnelleren 10m/s–Falles sind am Beginn bereits eher turbulent. Dies lässt den Schluss zu, dass dieser Fall bereits zu Beginn transitionell ist. Es ist der gleiche Trend wie beim 5m/s–Fall zu erkennen und auch bei ungefähr der gleichen Reynolds-Zahl  $Re_x$  entsprechen die Größen den Vollturbulenten. In Anbetracht der etwa doppelt so hohen Anströmungsgeschwindigkeit muss dies ungefähr auf halber Wegstrecke  $x$ , also  $x = 550\text{mm}$  stattfinden, was auch die Messdaten wiedergeben.

Zusammenfassend kann also festgehalten werden: Für den 5m/s–Fall beginnt die Transition bei ungefähr  $Re_x = 1 \cdot 10^5$  bzw.  $x = 350\text{mm}$  und endet bei ca.  $Re_x = 3,4 \cdot 10^5$  bzw.  $x = 1100\text{mm}$ . Für den 10m/s–Fall ist nur das Ende der Transition messtechnisch erfasst und ereignet sich natürlich bei derselben  $Re_x$  und entsprechend bei  $x = 550\text{mm}$ . Unter der berechtigten Annahme, dass der Beginn der Transition bei gleicher Reynolds-Zahl stattfindet, folgt eine Startposition von ungefähr  $x = 175\text{mm}$  für den schnelleren Testfall. Nach Schlichting et. al. (2006) [2] reicht die kritische Reynolds-Zahl, ab der die Strömung vollturbulent ist, von  $Re_{x,krit} = 3 \cdot 10^5$  für hohe Freistromturbulenzen bis  $Re_{x,krit} = 3 \cdot 10^6$  für besonders störungsarme Außenströmungen. Auch Mayle (1991) [1] zeigt, dass mit steigender Freistromturbulenz die  $Re_{x,krit}$  sinkt, wie in Kapitel 2.2 beschrieben und in Abbildung 2-11 visualisiert. Die Impulsverlustdicken-Reynolds-Zahl für den 5m/s – Fall am Beginn der Transition beträgt ca.  $Re_{\delta_2} = 183$  ( $x = 350\text{mm}$ ). Auch dies deckt sich sehr gut mit den empirischen Korrelationen von Mayle (1991) bei einer Freistromturbulenz von  $Tu = 3,5\%$  [1]. Da die Messungen bei einer Freistromturbulenz von ungefähr  $Tu = 3 - 4\%$  durchgeführt wurden, erscheinen die detektierten Reynolds-Zahlen sehr plausibel.

Um den Transitionsprozess genauer zu analysieren, wird im Folgenden die Entwicklung in der Grenzschicht betrachtet. Dazu zeigt Abbildung 5-2 die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile  $u^*(y^*)$  an 12 verschiedenen Positionen  $x$  der beiden Testfälle. Die Werte wurden mit der Grenzschichtdicke  $\delta$  und der Geschwindigkeit am Grenzschichtrand  $U_{BLE}$  wie folgt dimensionslos gemacht:

$$y^* = \frac{y}{\delta} \quad 5-3$$

$$u^* = \frac{u}{U_{BLE}} \quad 5-4$$

Als Referenz dienen wiederum Werte einer laminaren und vollturbulenten ebenen Plattengrenzschicht. Als laminare Referenz dient das Blasius'sche Geschwindigkeitsprofil (Gleichungen 2-22 und 2-24), und das 1/7-Potenzgesetz (Gleichung 2-30) repräsentiert das völlig turbulente Profil (siehe Kapitel 2.1.5).

An der Stelle  $x = 295\text{mm}$  zeigt der 5m/s-Fall eine gute Übereinstimmung mit dem laminaren Profil. Eventuell erkennt man im inneren Bereich (ca.  $y^* < 0,5$ ) eine leichte Abweichung in Richtung des turbulenten Vergleichsprofiles. Der 10m/s – Fall deckt sich im äußeren Bereich (ca.  $y^* > 0,5$ ) bereits sehr gut mit dem turbulenten Profil. Dieser Sachverhalt zeigt gute Übereinstimmung mit den vorangegangenen Beobachtungen in Abbildung 5-1 und den daraus gezogenen Schlussfolgerungen. Ab dieser Position zeigt sich ein durchgehender Trend: In beiden Fällen nähern sich die Profile dem turbulenten Vergleichsprofil sukzessive an, bis schließlich der 5ms – Fall ab ca.  $x = 1095\text{mm}$  und der 10ms – Fall ab ca.  $x = 595\text{mm}$  gute Übereinstimmung mit dem 1/7-Wandgesetz zeigen. Auch dies ist konform mit obigen Überlegungen. Zusätzlich ist zu erkennen, dass die Annäherung an das turbulente Vergleichsprofil in den äußeren Schichten voreilt.

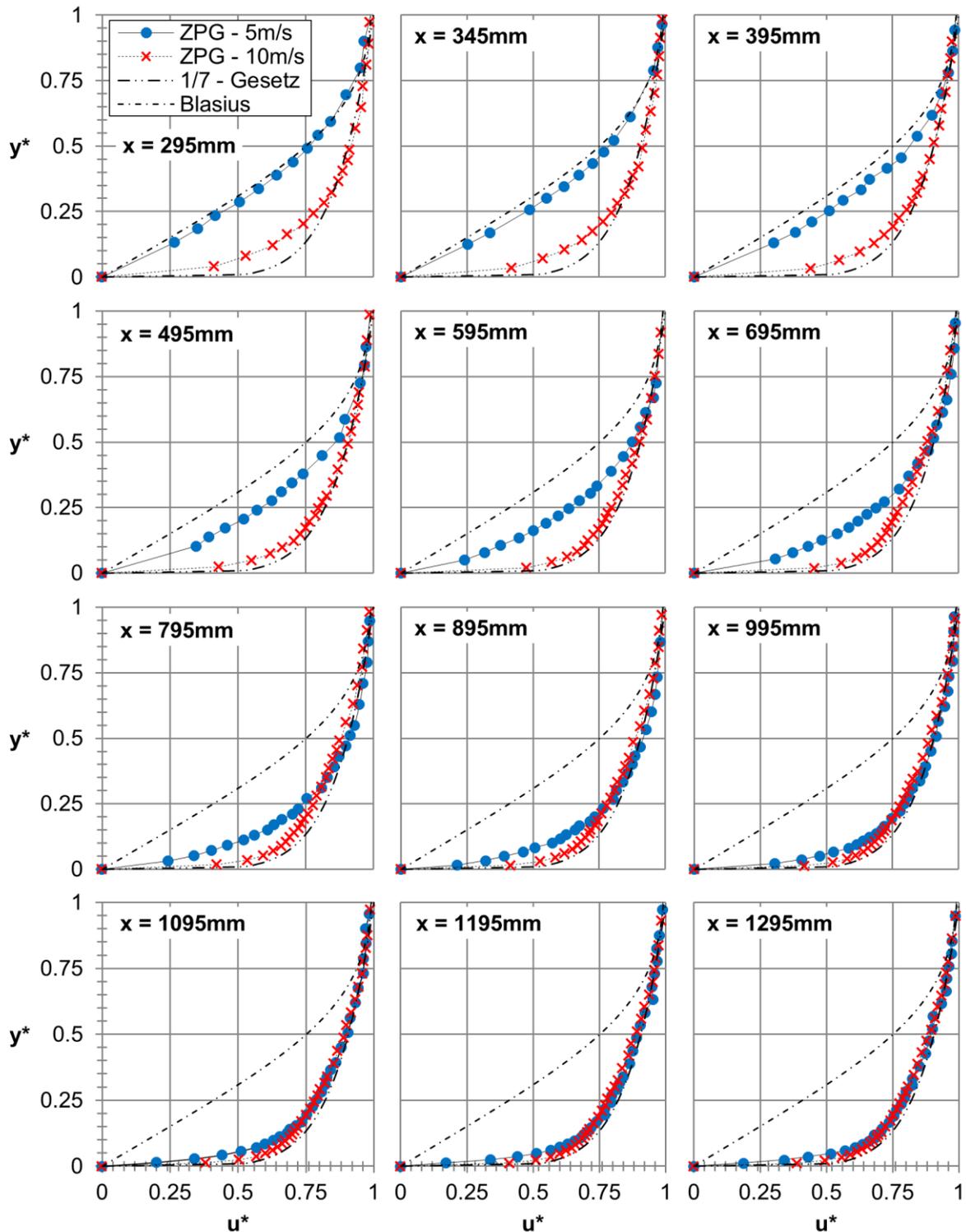


Abbildung 5-2: Dimensionlose Geschwindigkeitsprofile  $u^*(y^*)$  der ZPG-Fälle an verschiedenen Positionen  $x$  entlang der Grenzschichtplatte (LDA-Messdaten)

Die Darstellung der dimensionlosen Geschwindigkeitsprofile  $u^*(y^*)$  erlaubt keine exakten Aussagen über den für die Wandschubspannung  $\tau_W$  sehr relevanten wandnahen Bereich. Außerdem weist das 1/7-Wandgesetz an der Stelle  $y = 0$  eine horizontale Tangente auf, was einer physikalisch unplausiblen Wandschubspannung  $\tau_W$  von Null entspricht. Somit ist dieses Gesetz für die Wandnähe kein repräsentativer

turbulenter Vergleich. Aus diesem Grund sind in Abbildung 5-3 die Geschwindigkeitsprofile in Wandeinheiten  $u^+(y^+)$  an denselben 12 Positionen wie in Abbildung 5-2 dargestellt. Die Werte wurden, wie in Kapitel 2.1.2, mit der Schubspannungsgeschwindigkeit an der Wand  $u_\tau$  nach Gleichung 2-8 dimensionslos gemacht. Wiederum dient die Blasius' Lösung als laminare Referenz. Obwohl die Freistromgeschwindigkeit nahezu konstant ist, sind diese Verläufe mit der jeweils vorherrschenden Freistromgeschwindigkeit  $U_\infty$  des 10m/s-Falles an der jeweiligen Position  $x$  berechnet. Aufgrund der Normierung mit der Wandschubspannung  $\tau_w$  verändert die Freistromgeschwindigkeit den inneren Bereich des Verlaufes nicht, wodurch die Wahl dieser Geschwindigkeit mehr oder weniger willkürlich ist. Lediglich der Übergang in den Freistrom (Knick und anschließender horizontaler Verlauf) verschiebt sich proportional der Freistromgeschwindigkeit  $U_\infty$ . Wie in Abschnitt 2.1.2 erläutert, ist die turbulente Grenzschicht hinsichtlich der Spannungsverhältnisse geschichtet. In der laminaren Unterschicht ( $0 < y^+ < 5$ ) gilt der Zusammenhang nach Gleichung 2-9. In der turbulenten Innenschicht ( $y^+ > 70$ ,  $y^* < 0,2$ ) gilt das logarithmische Wandgesetz, nach Gleichung 2-10. Für die Übergangsschicht ( $5 < y^+ < 70$ ) gilt nach Schlichting et. al. (2006) [2] der empirisch validierte Zusammenhang,

$$u^+(y^+) = \frac{1}{\Lambda} \left[ \frac{1}{3} \ln \frac{\Lambda y^+ + 1}{\sqrt{(\Lambda y^+)^2 - \Lambda y^+ + 1}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \arctan \frac{2\Lambda y^+ - 1}{\sqrt{3}} + \frac{\pi}{6} \right) \right] + \frac{1}{4\kappa} \ln(1 + \kappa B y^{+4}) \quad 5-5$$

mit den Konstanten

$$\kappa = 0,41; \quad A = 6,110^{-4}; \quad B = 1,4310^{-3} \quad 5-6$$

$$\Lambda = (A + B)^{1/3} = 0,127$$

Diese universell gültigen Zusammenhänge dienen in der folgenden Darstellung als turbulente Referenz.

Beginnend an der Stelle  $x = 295$  zeigt der 5ms – Fall wieder gute Übereinstimmung mit dem laminaren Vergleichsprofil. Der 10ms – Fall deckt sich im inneren Bereich ( $y^+ < 30$ ) mit der turbulenten Lösung. Von da an lässt sich, speziell für den langsameren Testfall, ein durchgängiger Trend erkennen. Die Geschwindigkeitsprofile nähern sich sukzessive dem turbulenten Vergleichsprofil an, bis schließlich der 5m/s – Fall an der Stelle  $x = 1095\text{mm}$  sehr gute Übereinstimmung mit der vollturbulenten Lösung zeigt und somit die Transition als abgeschlossen erachtet werden kann.

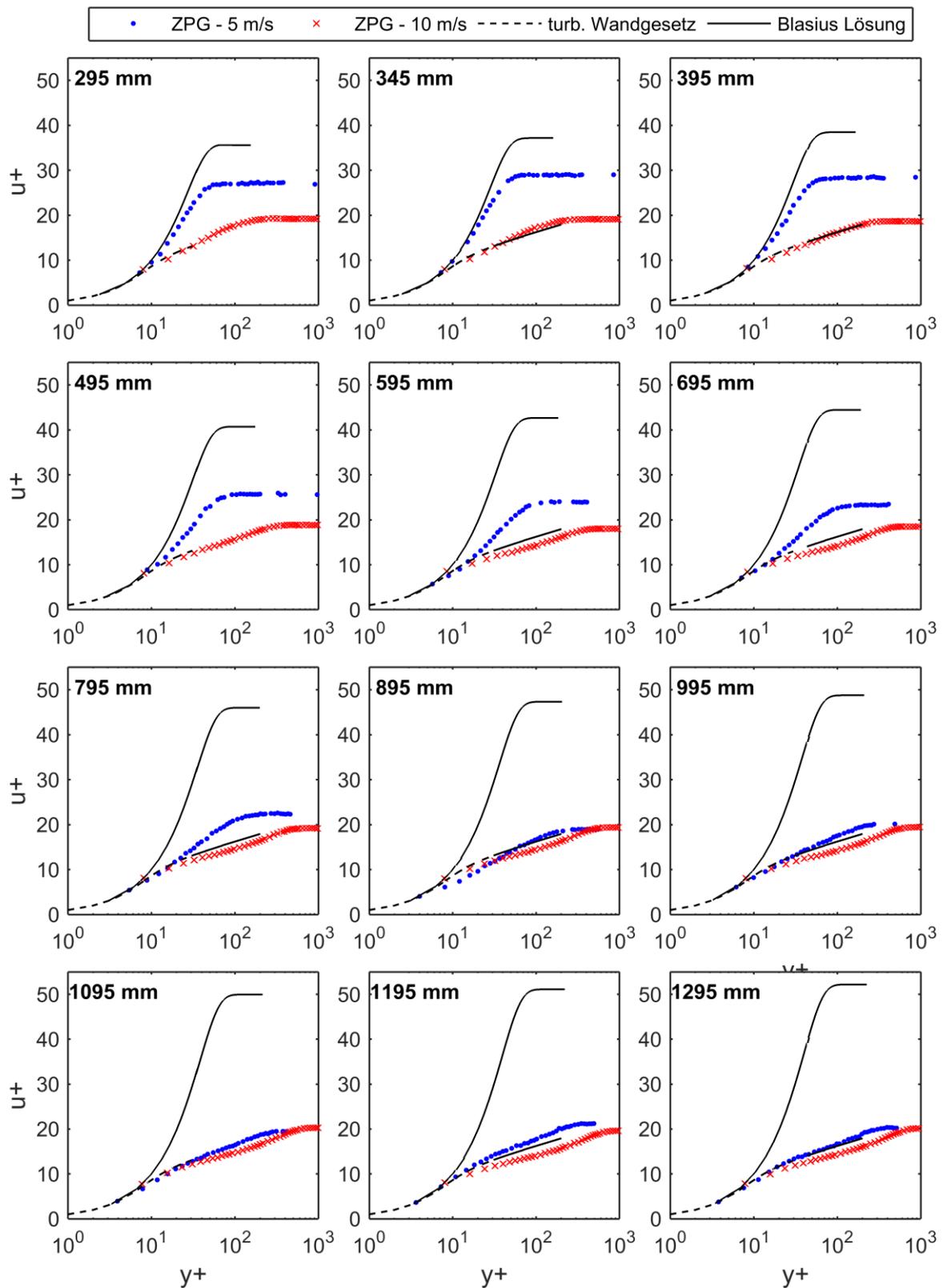


Abbildung 5-3: Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile in Wandeinheiten  $u^+(y^+)$  der ZPG – Fälle an verschiedenen Positionen  $x$  entlang der Grenzschichtplatte

Der 10m/s – Fall zeigt dies bereits an der Stelle  $x = 495\text{mm}$ , wie es auch die vorangegangenen Untersuchungen gezeigt haben. Die S-förmige Abweichung vom logarithmischen Wandgesetz in den äußeren Schichten, nachdem beide Fälle

vollturbulent sind, erklärt sich durch das Nachlauf-Gesetz (engl.: *law of the wake*). Dieses von Donald Coles entdeckte Gesetz beschreibt im Wesentlichen das Verhalten in der turbulenten Außenschicht ( $y^* > 0,2$ ). Detaillierte Ausführungen dazu finden sich beispielweise in Coles' Publikation [35].

Bis zu dieser Stelle wurden nur auf den Mittelwerten passierende Ergebnisse diskutiert. Da die Transition eine Folge der Turbulenz ist, sollen im Folgenden für die Geschwindigkeitsfluktuationen repräsentative Größen näher betrachtet werden. Dazu zeigt Abbildung 5-4 die Verläufe des RMS-Wertes  $\sigma_u$  (Gleichung 4-10) der Geschwindigkeitskomponente  $u$  entlang der Strömungskordinate  $x$  an 3 verschiedenen Positionen in der Grenzschicht (25%, 50% und 75% Grenzschichtdicke  $\delta$ ). Die Graphen sind auf den jeweiligen RMS-Wert  $\sigma_{u,0}$  bezogen, an dem die Strömung turbulent ist (siehe vorangegangene Ausführungen). Für den 5m/s – Fall ist dies der Wert an der Stelle  $x = 1095\text{mm}$  und für den 10m/s – Fall  $x = 545\text{mm}$ .

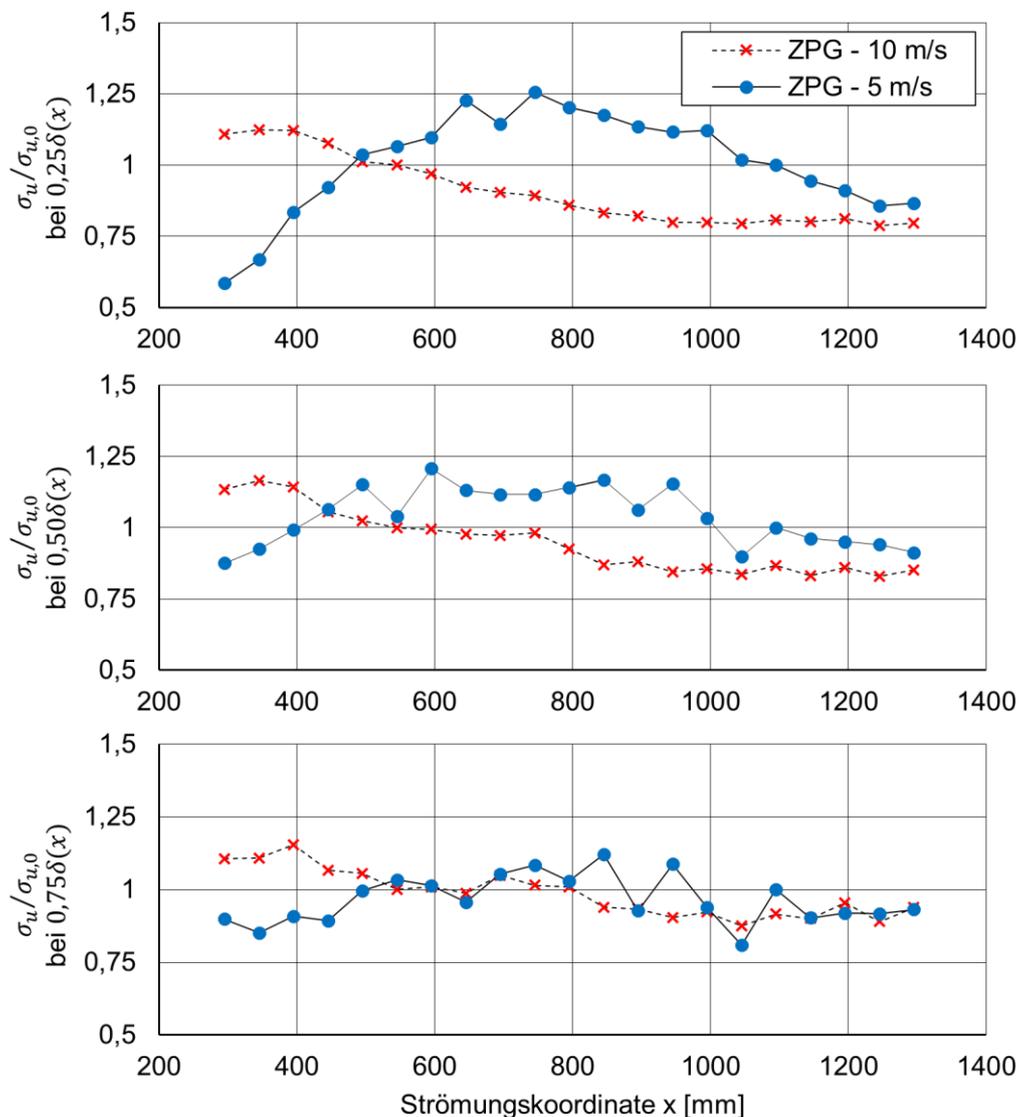


Abbildung 5-4: Verläufe der normierten Standardabweichung  $\sigma_u / \sigma_{u,0}$  entlang der Hauptströmungskordinate  $x$ , bei  $y^* = 0,25, 0,50$  und  $0,75$  (LDA Messungen)

Alle drei Verläufe der beiden Testfälle weisen ein Maximum auf, welches in Wandnähe ( $0,25\delta$ ) am stärksten ausgeprägt ist. Es ist zu erkennen, dass die Maxima der beiden Testfälle zueinander verschoben sind. Diese Verschiebung entspricht in etwa jener Wegdifferenz, ab der die beiden Fälle das turbulente Niveau erreichen (siehe Abbildung 5-1). Betrachtet man den 5ms – Fall bei  $y^* = 0,25$ , so bemerkt man, dass die laminaren Längsschwankungen zu Beginn um ca. 40% geringer sind als die turbulenten. Der Verlauf am Beginn lässt erahnen, dass diese noch geringer sind, messtechnisch aber nicht erfasst wurden. Weiter stromab steigt  $\sigma_u$  sukzessive auf das erwähnte Maximum, dass ungefähr 25% über dem turbulenten Niveau und an der Stelle  $x = 750\text{mm}$  liegt. Interessanterweise pendelt sich der darauffolgende Abfall unter dem, anhand der auf den Mittelwerten passierenden Ergebnissen, definierten turbulenten Niveau ein (ca. 80%). Der schnellere 10ms – Fall zeigt dasselbe, jedoch verschobene Verhalten, wie der 5ms – Fall. Die Verläufe in den äußeren Bereichen verhalten sich sehr ähnlich, aber nicht so stark ausgeprägt wie die Innersten. Dies lässt erkennen, dass die Transition durch Störungen im inneren der Grenzschicht ausgelöst wird, wie es bei der natürlichen Transition der Fall ist. Auch diese Instabilitäten (siehe Abschnitt 2.2.1) sind die Ursache für die Überhöhung über das turbulente Niveau. Die großen Wirbel bewirken große Amplituden der Fluktuationen und somit hoher RMS-Werte. In weiterer Folge zerfallen die Wirbelstrukturen zu kleinskaligeren Wirbeln, was den Abfall auf das turbulente Niveau erklärt.

Um das Verhalten der Schwankungsgrößen weiter zu diskutieren, soll eine ursprünglich aus der Statistik bekannte Größe analysiert werden. Es ist dies die Schiefe  $S$  (engl.: *skewness*). Die Schiefe  $S$  beschreibt die Form einer Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung, genauer die Art und Stärke ihrer Asymmetrie und lässt sich mit Gleichung 4-13 bestimmen. Im Vergleich zur Standardabweichung (RMS, Gleichung 4-10), berücksichtigt die Schiefe auch die Richtung der Abweichung (3. Potenz). Während ein negativer Wert von  $S$  zur Häufung von Werten größer als dem Mittelwert führt, bewirkt ein positiver Wert von  $S$  die Häufung von Werten kleiner als dem Mittelwert. Man spricht auch von *linksschief* bzw. *rechtsgipfelig* ( $S < 0$ ) und *rechtsschief* bzw. *linksgipfelig* ( $S > 0$ ). Bei  $S = 0$  ist die Verteilung symmetrisch, entsprechend einer Normalverteilung. Für mehr Information über diese Größe sei an dieser Stelle referenzlos an diverse Statistiklehrbücher verwiesen. Die Schiefe  $S$  eignet sich auch zur Charakterisierung von Zeitsignalen, wie es im Folgenden diskutiert wird.

Abbildung 5-5 zeigt die Verläufe der Schiefe  $S$ , wiederum an den gleichen Positionen, entlang der GS-Platte. Für den 5m/s – Fall sind Ausschnitte der Zeitsignale bei  $y^* = 0,5$  an 3 verschiedenen Positionen  $x$  abgebildet. Vergleicht man die Verläufe des RMS-Wertes in Abbildung 5-4 mit denen der Schiefe  $S$ , so erkennt man, dass sich diese invers zueinander verhalten. Die Maxima der Fluktuationen decken sich mit den Minima der Schiefe und es ist wiederum der gleiche Versatz in den Verläufen auszumachen. Der 10m/s – Fall zeigt, dass  $S$  ab ungefähr der Position, an der die Strömung turbulent ist (siehe vorangegangene Ausführungen), nahezu konstant bleibt.

Um die Verläufe der Schiefe zu verstehen soll die physikalische Bedeutung anhand der dargestellten Zeitsignale erläutert werden. Das Zeitsignal an der Stelle  $x = 295\text{mm}$  für den  $5\text{m/s}$  – Fall zeigt lange Perioden relativ kleiner Fluktuationen und kurze Perioden starker negativer Schwankungen (rot eingekreist). Die Bereiche kleiner Fluktuationen bewirken eine Häufung von Werten größer als dem Mittelwert. Die wenigen, aber intensiven negativen Fluktuationen führen zu geringerer Geschwindigkeit, verschobenem Mittelwert und folglich zu einer negativen Schiefe  $S < 0$ , also einer rechtsgipfligen Verteilung. Schlichting et. al. [2] bezeichnet diese kurzzeitigen stark negativen Fluktuationen als *Spikes* (rote Kreise) und verbindet damit lokale Bereiche hoher Scherung, verbunden mit Wendepunktgeschwindigkeitsprofilen, die im Zuge der Transition, bedingt durch dreidimensionale Störungen, auftreten. Weiter stromab, an der Stelle des Minimums der Schiefe ( $x = 645\text{mm}$ ), ist zu erkennen, dass diese Spikes zeitlich häufiger und intensiver auftreten, was für die Ausbildung von  $\Lambda$ -Strukturen spricht. Im Bereich dieser Position wurden auch die größten Schwankungsbewegungen gemessen (siehe Abbildung 5-4), was diese Folgerung untermauert. Ab dieser Position nimmt  $S$  wieder zu und die Geschwindigkeitsverteilung wird regelloser und entspricht wieder eher einer Normalverteilung ( $S \rightarrow 0$ ), wie es das Zeitsignal an der Stelle  $x = 1195\text{mm}$  erkennen lässt. Dies ist mit großer Sicherheit auf den Zerfall der Wirbelstrukturen und der Ausbildung der vollturbulenten Strömung zurückzuführen. Normalerweise wird die natürliche Transition durch zweidimensionale Instabilitäten, den TS-Wellen ausgelöst (siehe Abschnitt 2.2.1). Diese weisen ein zeitlich periodisches Verhalten auf, sollten also eine Schiefe von Null aufweisen [2]. Da in den Zeitsignalen an der Stelle  $x = 295\text{mm}$  keine Periodizitäten erkennbar sind und bereits Spikes auftreten, wie es exemplarisch an der Stelle  $y^* = 0,5$  zu erkennen ist, ist davon auszugehen, dass im messtechnisch erfassten Bereich keine TS-Instabilitäten auftreten. Dies bestätigt auch die Ergebnisse von Bader et. al. [19], die verschiedenste Messungen zum laminar-turbulenten Umschlag am gleichen Messaufbau durchführten. In Anbetracht der erhöhten Freistromturbulenz von ungefähr  $Tu = 3 - 4\%$  ist das sofortige Auftreten dreidimensionaler Instabilitäten sehr plausibel. Es liegt daher nahe, dass sich der in diesem Abschnitt diskutierte Transitionsfall ZPG höchstwahrscheinlich im Übergangsbereich von natürlicher zur Bypass-Transition befindet.

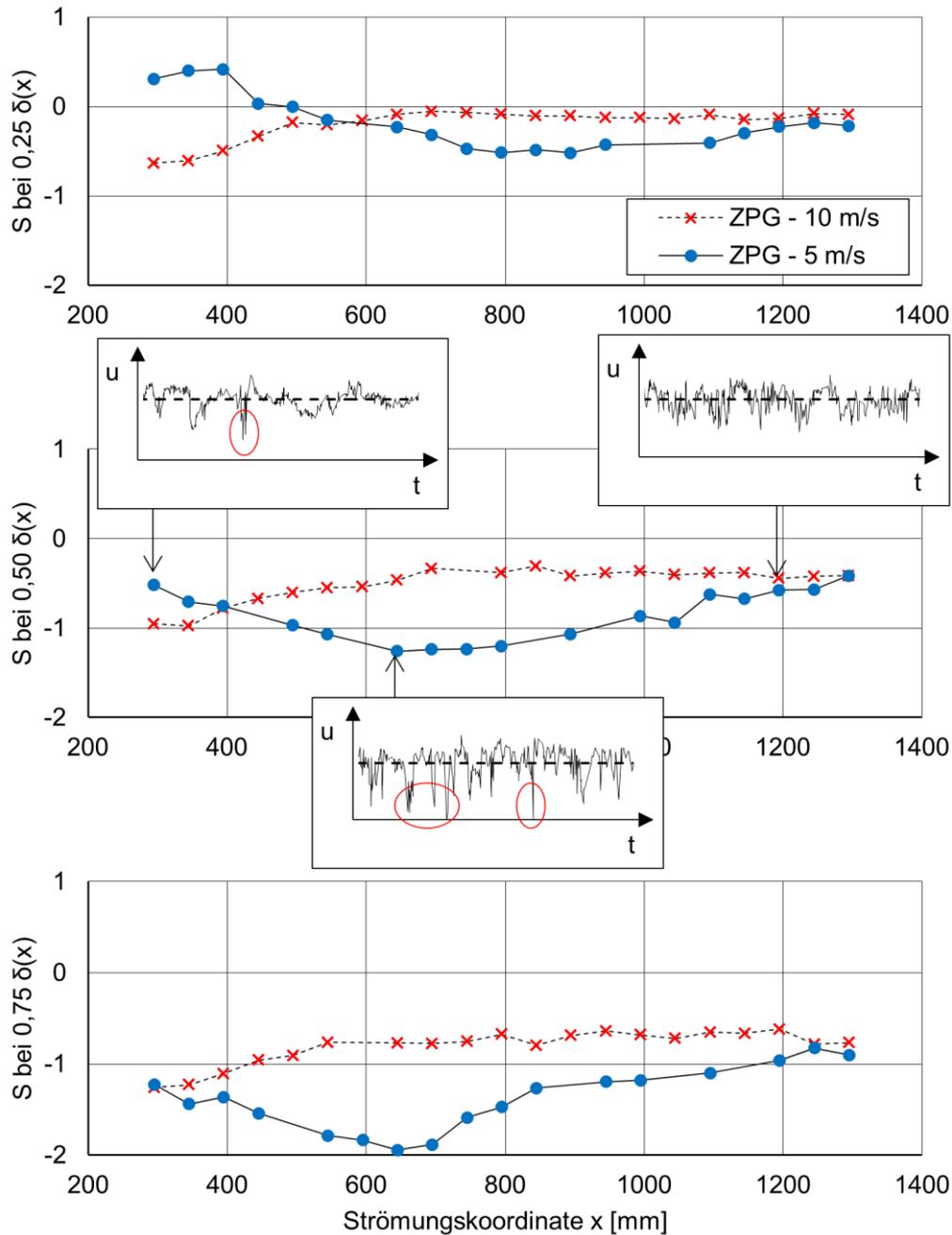


Abbildung 5-5: Verläufe der Schiefe (eng.: Skewness)  $S$  entlang der Hauptströmungskordinate  $x$ , bei  $y^* = 0,25, 0,50$  und  $0,75$  (LDA Messungen)

Zusammenfassend lässt sich festhalten: Die Reibungsbeiwerte  $c_f'$  und der Formfaktor  $H$  lassen eindeutig einen laminar-turbulenten Umschlag (Transition) bei sehr plausiblen Reynolds-Zahlen  $Re_x$  erkennen (Abbildung 5-1). Dies bestätigen auch die Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 5-2 und Abbildung 5-3. Auch die für die Fluktuationen repräsentativen Größen (Abbildung 5-4 und Abbildung 5-5) zeigen eindeutig das Auftreten der für die Transition verantwortlichen Störungen innerhalb der detektierten Transitionszone. Da keine TS-Instabilitäten beobachtet wurden und eine erhöhte Freistromturbulenz von ca. 3-4% vorliegt, dürfte die beobachtete Art der Transition im Übergangsbereich von natürlicher zu Bypass-Transition liegen. Des

Weiteren zeigen die Ergebnisse gute Übereinstimmung mit jenen von Bader et. al. [19], welcher die Transition am gleichen Prüfstand sowohl experimentell als auch numerisch untersuchte. In Tabelle 5-1 findet sich eine Zusammenfassung der Ergebnisse.

Tabelle 5-1: Zusammenfassung der experimentell ermittelten Transitionspositionen und Reynolds-Zahlen

|        |          | ZPG – 5 m/s      | ZPG – 10 m/s |
|--------|----------|------------------|--------------|
| Beginn | $x$ [mm] | 350              | 1100         |
|        | $Re_x$   | $1 \cdot 10^5$   |              |
| Ende   | $x$ [mm] | 175              | 550          |
|        | $Re_x$   | $3,4 \cdot 10^5$ |              |

## 5.2 Ergebnisse der beschleunigten Fälle – APG

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Testfälle mit beschleunigter Strömung, also negativem Druckgradienten (APG – adverse pressure gradient), diskutiert. Die folgenden Ausführungen stammen im Wesentlichen aus der Publikation [5], bei der der Autor mitgewirkt hat.

Diskutiert werden die entsprechenden drei Testfälle, die in Tabelle 4-3 gelistet sind (10° TW – 5m/s, 20° TW – 5m/s, 20° - 9m/s). Zuerst werden die Verteilungen verschiedener Strömungsparameter entlang der GS-Platte diskutiert, gefolgt von einer Analyse der dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile  $u^*(y^*)$  und den Geschwindigkeitsprofilen in Wandkoordinaten  $u^+(y^+)$ . Des Weiteren folgt eine Betrachtung der Turbulenzentwicklung in der Grenzschicht. Wie in Abschnitt 5.1 werden die Messreihen mit geringerer Anströmungsgeschwindigkeit (5 m/s) mit blauen Markern und durchgezogener Linie und der schnellere Fall (9 m/s) mit roten Markern und strichlierten Linien dargestellt.

Abbildung 5-6 zeigt die Geschwindigkeit am Grenzschichtrand  $U_{BLE} = 0,99U_\infty = u(y = \delta)$ , den Beschleunigungsparameter  $K$  (Gleichung 2-33), den Reibungskoeffizienten  $c_f'$  (Gleichung 2-7) und den Formfaktor  $H$  (Gleichung 2-3) entlang der Strömungskordinate  $x$ . **K kann als dimensionsloser Druckgradient verstanden werden, wobei ein positiver Beschleunigungsparameter einem negativem Druckgradienten entspricht. Der Reibungskoeffizient ist wiederum ein normalisiertes Verhältnis zwischen Wandreibung und Strömungsgeschwindigkeit, der Formfaktor gibt die Fülligkeit des Geschwindigkeitsprofils in der Grenzschicht (Form der Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht).** Die vertikalen Linien kennzeichnen den Beginn bzw. das Ende des konvergierenden Kanals für die zwei verwendeten Justierungen (siehe Abbildung 3-5).

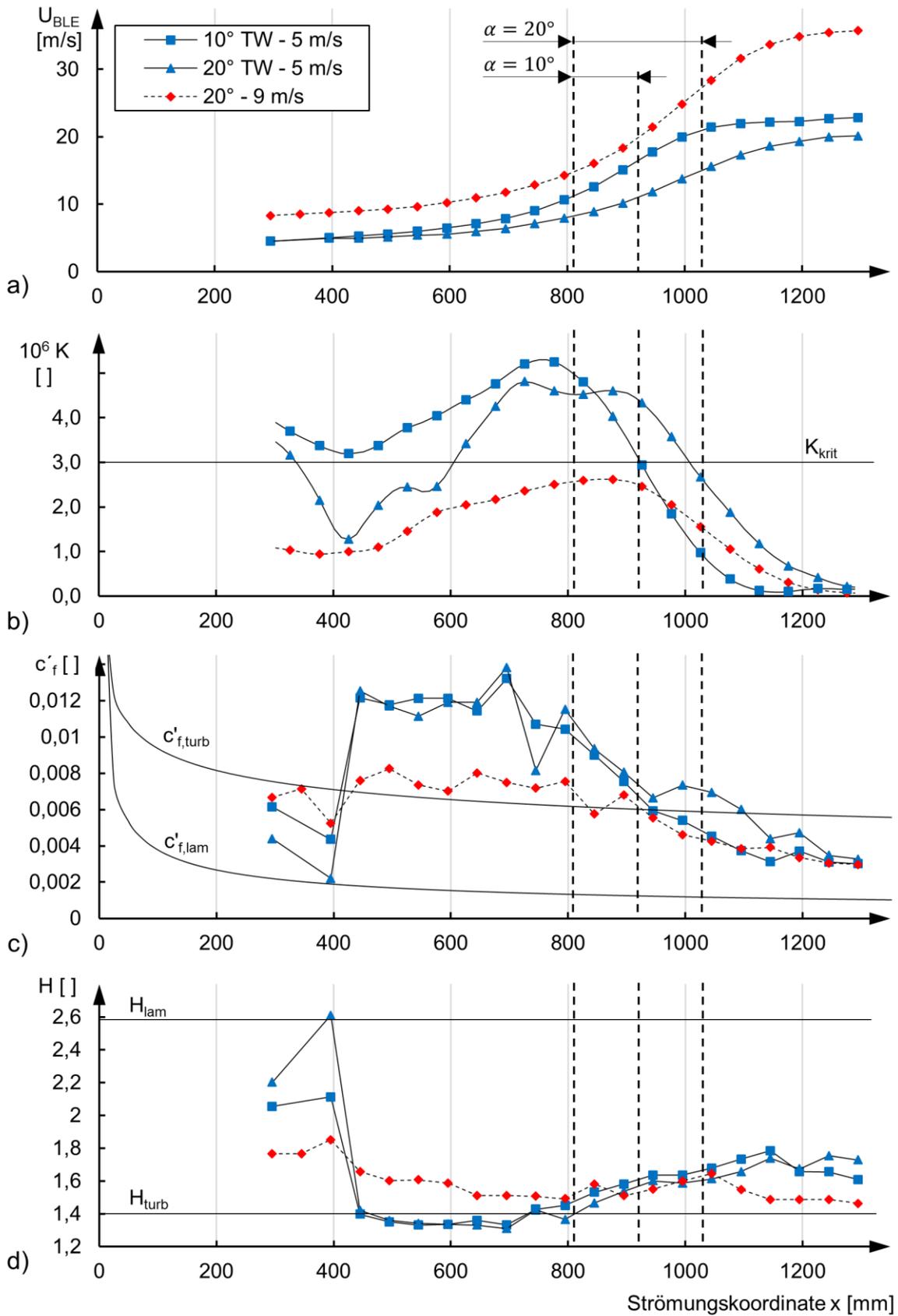


Abbildung 5-6: Verläufe entlang der Strömungskordinate  $x$  von [5]:  
 a) der Geschwindigkeit am GS-Rand  $U_{BLE}$ , b) dem Beschleunigungsparameter  $K$ , c) dem lokalen Reibungskoeffizienten  $c'_f$  und d) dem Formfaktor  $H$

In Abbildung 5-6a ist die Geschwindigkeit am Grenzschichtrand  $u(y = \delta)$  dargestellt. Die Grenzschichtdicke  $\delta$  wurde bei  $u = 0,99U_\infty$  festgelegt. In weiterer Folge wird diese Geschwindigkeit als  $U_{BLE}$  bezeichnet, wobei BLE für *boundary layer edge* (zu Deutsch Grenzschichtrand) steht. Deutlich zu erkennen ist, dass die Beschleunigung weit stromauf der Querschnittsverjüngung beginnt und auch stromab dieser noch anhält. Dafür verantwortlich sind der stehende Wirbel in der oberen Ecke und Ablösungen an der unteren Ecke der Beschleunigungsstrecke, wie in Abbildung 3-4 zu erkennen.

Für die Relaminisierung der Grenzschicht ist ein bestimmtes Maß an Beschleunigung erforderlich, wie es in Kapitel 2.3.3 beschrieben wurde. Um dies zu erkennen, ist der Gradient der Geschwindigkeit am Grenzschichtrand (Abbildung 5-6a) nicht ausreichend. Deshalb ist in Abbildung 5-6b der Beschleunigungsparameter  $K$  für die drei beschleunigten Fälle aufgetragen. In dieser Darstellung wurde  $K$  mit  $U_{BLE}$  anstatt  $U_\infty$  berechnet. Wie bereits erwähnt, unterliegen die angegebenen kritischen Werte für  $K$  einer gewissen Streuung. Sehr häufig findet man  $K_{krit} = 3 \cdot 10^{-6}$  in der Literatur und deshalb ist dieser Wert in Abbildung 5-6b als horizontale Linie zu erkennen. Unter diesen Bedingungen sollte die Grenzschicht innerhalb der dimensionslosen Länge von  $\Delta x/\delta = 20 - 30$  nach Mukung et. al. [36] relaminisieren. Die Verläufe zeigen, dass der 9 m/s Fall leicht unterkritisch ( $K < K_{krit}$ ) und die beiden 5 m/s Fälle deutlich überkritisch ( $K > K_{krit}$ ) sind. Der 20°-Fall übersteigt  $K_{krit}$  bei ungefähr  $x_{20^\circ} = 600\text{mm}$  und der 10°-Fall bereits bei  $x_{10^\circ} = 400\text{mm}$ . An diesen Positionen sind die Grenzschichtdicken  $\delta_{20^\circ}(600) = 14,28\text{mm}$  und entsprechend  $\delta_{10^\circ}(600) = 12,54\text{mm}$ . Nach obiger Angabe, führt dies auf theoretische Relaminisierungslängen von ca.  $\Delta x_{10^\circ} = 250 - 375\text{mm}$  und  $\Delta x_{20^\circ} = 280 - 420\text{mm}$ . In Anbetracht dieser Werte und der Länge, in der  $K$  überkritisch ist, müssten beide Fälle relaminisieren. Interessanterweise fällt  $K$  unter den kritischen Wert, ziemlich genau an der Stelle, wo die Beschleunigungsstrecke endet, obwohl die Beschleunigung weiter anhält.

Um die Relaminisierung der Grenzschicht zu analysieren, ist in Abbildung 5-6c der lokale Reibungskoeffizient  $c_f'$  (Gleichung 2-7) und in Abbildung 5-6d der Formfaktor  $H$  (Gleichung 2-3) entlang der GS-Platte aufgetragen. Die Wandschubspannung  $\tau_w$  wurde, wie im vorigen Abschnitt 5.1 erwähnt, aus den gemessenen Geschwindigkeitsprofilen  $u(y)$  in iterativer Weise ermittelt. Die Werte von  $c_f'$  und  $H$  sind zur Verdeutlichung wiederum mit denen einer völlig turbulenten und einer laminaren ebenen Plattengrenzschicht verglichen (siehe Gleichungen 5-1 und 5-2 in Abschnitt 5.1). Es sollte unbedingt beachtet werden, dass die dargestellten Verläufe der laminaren und turbulenten Referenzen für ebene Plattengrenzschichten ohne Beschleunigung (konstanter Druck - ZPG) gültig sind. Dennoch erweisen sich diese als repräsentativ, da sie in diesem Kontext Extremwerte darstellen.

Vergleicht man die Verläufe der  $c_f'$ -Werte der drei beschleunigten Testfälle, so ist deutlich zu erkennen, dass die zwei überkritischen Fälle das turbulente Niveau deutlich übersteigen, während der unterkritische Fall ungefähr die Werte der völlig turbulenten

Strömung annimmt. Dieser, speziell für die überkritischen Fälle, eklatante Anstieg des  $c_f'$ -Wertes geht mit einem ebenso starken Abfall des  $H$ -Wertes auf  $H_{turb}$  einher. Gefolgt von einem weiteren Abfall, was für eine sehr ballige Geschwindigkeitsverteilung steht.

Trotz steigendem Beschleunigungsparameter  $K$  bleibt der Reibungskoeffizient nahezu konstant. Ziemlich genau an der Position, an der die  $K$ -Werte ihre Maxima erreichen, sinkt der Reibungskoeffizient in Richtung der laminaren Werte. Die  $c_f'$ -Werte fallen sogar nach der Position, an der die  $K_{krit}$ -Schwelle unterschritten wird, weiter ab. Ungefähr an der Position, an der der Beschleunigungsparameter ungefähr Null wird, endet der Abfall des Reibungskoeffizienten und alle drei Fälle nehmen in etwa gleiche  $c_f'$ -Werte an. Dies lässt ein verzögertes Ansprechen der Grenzschicht auf den negativen Druckgradienten, höchstwahrscheinlich bedingt durch Trägheitseffekte, erkennen.

Da der Reibungsbeiwert  $c_f'$  weit höhere Werte als der einer vollturbulenten ebenen Plattenströmung erreicht, sollte eher dem Abfall des Reibungskoeffizienten an sich mehr Beachtung geschenkt werden, als dem Erreichen der laminaren Werte. Dies ist auch konsistent mit dem Verhalten des Formfaktors  $H$ . Exakt an der Position, wo die Wandschubspannung sprunghaft steigt, fällt der Formfaktor ebenfalls sprunghaft auf das turbulente Niveau. Auch der stromab folgende Abfall des Reibungsbeiwertes wird von einem Anstieg in Richtung laminarer Werte des Formfaktors begleitet und dies an nahezu den gleichen Positionen. Betrachtet man den unterkritischen 9 m/s – Fall, so zeigt dieser nicht diesen sprunghaften Anstieg der Wandschubspannung wie die zwei überkritischen Fälle. Des Weiteren ist auch der Abfall des Reibungsbeiwertes im Vergleich zu den beiden anderen Fällen weitaus geringer.

Obwohl der Versuchsaufbau alle von anderen Forschungsgruppen (beispielsweise [36]) angegebenen Anforderungen erfüllt, konnte trotzdem keine vollständige Relaminisierung der Grenzschicht beobachtet werden. Um dies zu verdeutlichen, sollen im Folgenden die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile  $u^*(y^*)$  diskutiert werden (siehe Abbildung 5-7). Die Werte wurden wie in Abschnitt 5.1 nach den Gleichungen 5-3 und 5-4 entdimensioniert. Als Referenz dienen wiederum das Blasius'sche Geschwindigkeitsprofil für die laminare und das 1/7-Potenzgesetz für die turbulente Grenzschicht, ebenfalls wie in Kapitel 5.1. In Abbildung 5-7 sind die Geschwindigkeitsprofile für die drei beschleunigten Fälle an neun Positionen dargestellt.

Die erste Position  $x = 295\text{mm}$  ist die erste Messposition und auch für die 5 m/s – Fälle die Geschwindigkeitsprofile vor der erforderlichen Stolperkante, wie in Abschnitt 3 beschriebenen. An dieser Position zeigen alle Fälle bereits ein transitionelles Verhalten. Dies zeigen auch der Reibungsbeiwert und der Formfaktor in Abbildung 5-6c und d.

An der Stelle  $x = 495\text{mm}$  sind die langsamen Fälle bedingt durch die Stolperkante turbulent. Der  $9\text{ m/s}$  – Fall nähert sich zwar dem turbulenten Geschwindigkeitsverlauf an, ist aber immer noch transitionell. An dieser Position ist die Grenzschicht bereits einer sanften Beschleunigung ausgesetzt, die zu einer Verzögerung der Transition führt. Das gerade erwähnte bestätigt auch der Formfaktor  $H$  in Abbildung 5-6d.

Bei  $x = 695\text{mm}$  ist die Beschleunigung bereits sehr stark und die Geschwindigkeitsprofile sind fülliger als das turbulente Vergleichsprofil. Es scheint, dass speziell im wandnahen Bereich der negative Druckgradient die stärkste Beschleunigung verursacht. Dies bewirkt eine große Wandschubspannung und in Folge dessen eine Erhöhung des lokalen Reibungskoeffizienten  $c_f'$ , wie auch in Abbildung 5-6c zu erkennen. Bedingt durch die frühere und stärkere Beschleunigung der langsamen Fälle, zeigen diese dieses Verhalten ausgeprägter.

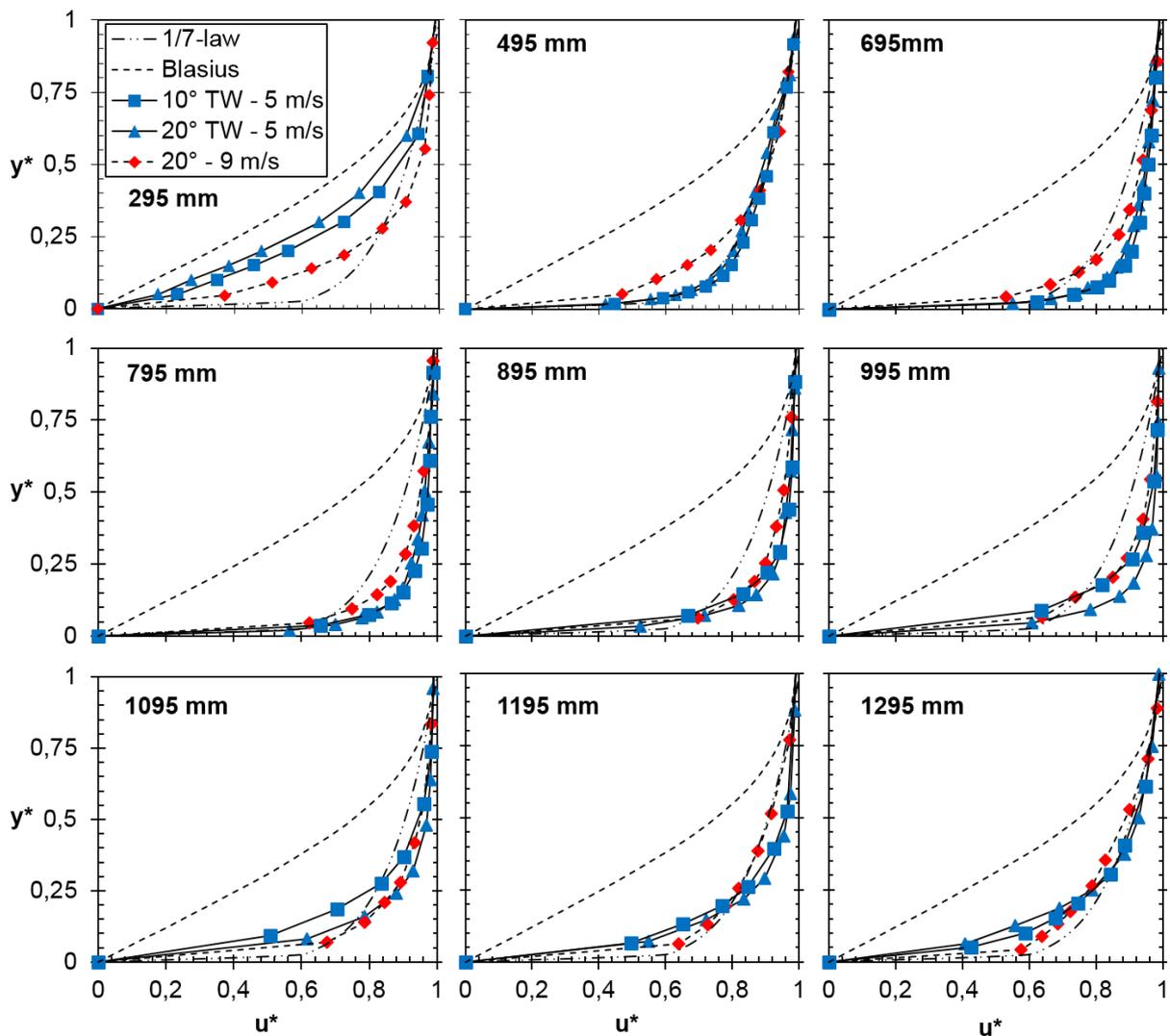


Abbildung 5-7: Dimensionlose Geschwindigkeitsprofile  $u^*(y^*)$  der APG-Fälle an verschiedenen Positionen  $x$  entlang der Grenzschichtplatte (LDA-Messdaten)

Ab der Position  $x = 795\text{mm}$  erkennt man, dass der  $9\text{ m/s}$  – Fall sich den langsamen Testfällen annähert, bis schließlich alle drei Geschwindigkeitsprofile in  $x = 895\text{mm}$

annähernd identisch sind. Zusätzlich erkennt man an dieser Position eine Abnahme des Geschwindigkeitsgradienten im wandnahen Bereich, bei ungefähr gleichbleibender Geschwindigkeitsverteilung in den wandfernen Bereichen. Da der Beschleunigungsparameter an dieser Stelle stagniert bzw. sinkt, könnte eine Unterdrückung des Impulstransportes die Ursache dafür sein. Die Profile an dieser Stelle zeigen die ersten Effekte einer Relaminisierung. Anzumerken sei noch, dass der Beschleunigungsparameter  $K$  des  $10^\circ$ -Falles bereits leicht unter dem kritischen Wert liegt.

Weiter stromab, bis zur Position  $x = 1095\text{mm}$  nimmt der wandnahe Geschwindigkeitsgradient weiter ab. Der langsame  $10^\circ$  Fall zeigt dies am deutlichsten. Die Geschwindigkeitsprofile an dieser Stelle zeigen den geringsten Geschwindigkeitsgradienten seit Einsetzen der Beschleunigung und somit das am meisten relaminisierte Profil. Dies deckt sich auch mit dem lokalen Maximum des Formfaktors  $H$  in Abbildung 5-6d und einem lokalen Minimum des Reibungskoeffizienten  $c_f'$  in Abbildung 5-6c an ungefähr dieser Position. Bemerkenswert ist auch, dass ab ungefähr der Stelle  $x = 995\text{mm}$  alle Fälle hinsichtlich des Beschleunigungsparameters  $K$  unterkritisch sind, die Relaminisierung aber trotzdem fortschreitet.

Ab  $x = 1195\text{mm}$  ist eine Umkehrung dieses Trends zu erkennen. Der Geschwindigkeitsgradient in der Nähe der Wand nimmt wieder zu und die äußeren Geschwindigkeitsverteilungen nähern sich wieder dem  $1/7$  – Gesetz an ( $x = 1295\text{mm}$ ), wie es auch der Formfaktor  $H$  in Abbildung 5-6c zeigt, der wieder dem turbulenten Wert zustrebt. Interessanterweise fällt der  $c_f'$ -Wert weiter ab. Dies liegt aber höchstwahrscheinlich an der Definition dieses Wertes (siehe Gleichung 2-7) und der noch immer vorherrschenden leichten Beschleunigung (siehe Abbildung 5-6a).

Zusammenfassend kann festgehalten werden: Die starke Beschleunigung bewirkt zunächst eine gleichmäßig über die Grenzschicht verteilte sehr ballige Geschwindigkeitsverteilung (balliger als das  $1/7$ -Gesetz). Dies geht mit einem großen Geschwindigkeitsgradienten an der Wand und infolgedessen einem eklatanten Anstieg des Reibungsbeiwertes einher (Abbildung 5-6c). Mit Erreichen der maximalen Beschleunigung (siehe Abbildung 5-6b) folgt ein sukzessiver Rückgang des Geschwindigkeitsgradienten bei nahezu gleichbleibender Geschwindigkeitsverteilung in den wandfernen Bereichen. Dies sind die ersten Anzeichen einer Relaminisierung. In weiterer Folge ist eine Annäherung an das turbulente Vergleichsprofil zu erkennen. Offensichtlich ist die Relaminisierung kein Effekt, der die ganze Grenzschicht betrifft. Vielmehr wirkt sich diese auf die wandnahen Bereiche aus.

Aus den gleichen Überlegungen wie in Abschnitt 5.1 werden im Folgenden die Geschwindigkeitsprofile in Wandeinheiten  $u^+(y^+)$  diskutiert. Die Werte wurden ebenfalls, wie in Kapitel 5.1, mit der Schubspannungsgeschwindigkeit an der Wand  $u_\tau$

dimensionslos gemacht. Wiederum dient die Blasius' Lösung als laminare und das logarithmische Wandgesetz als turbulente Referenz.

In Abbildung 5-8 sind diese Geschwindigkeitsprofile an den gleichen Positionen wie in Abbildung 5-7 dargestellt. Anders als in Abbildung 5-7 sind hier die Achsen vertauscht, da diese Art der Darstellung auch in der Literatur geläufig ist.

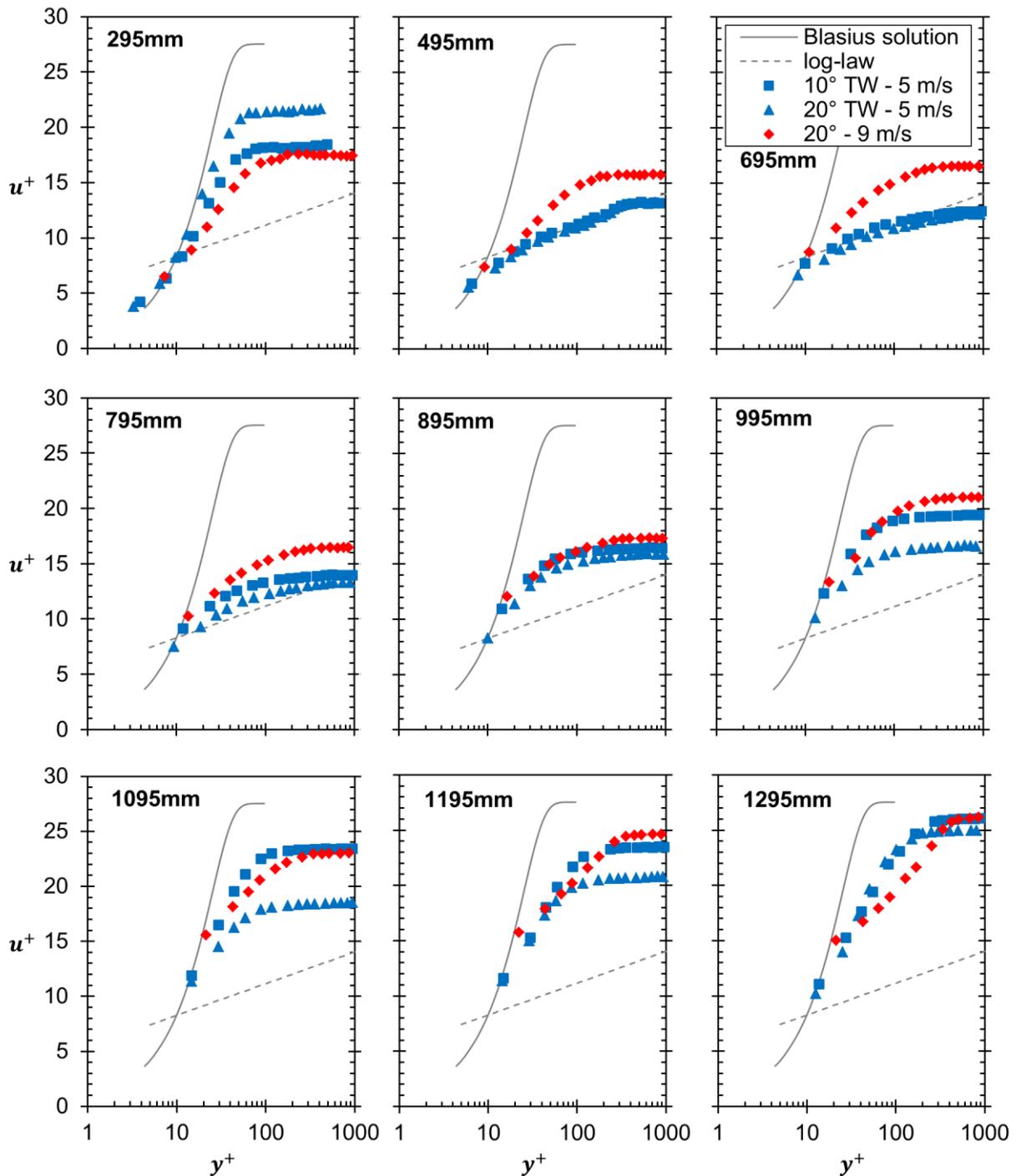


Abbildung 5-8: Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile in Wandeinheiten  $u^+(y^+)$  der APG – Fälle an verschiedenen Positionen  $x$  entlang der Grenzschichtplatte [5]

An der Stelle  $x = 295\text{mm}$  erkennt man, wie auch in Abbildung 5-7, eine leichte Abweichung vom laminaren Vergleichsprofil. Weiter stromab, an der Position  $x = 495\text{mm}$  (stromab der Stolperkante für die 5 m/s – Fälle) sind die langsamen Testfälle völlig turbulent. Der 9 m/s – Fall ist auch in dieser Darstellung transitionell. Das gleiche Verhalten zeigte sich auch in Abbildung 5-7.

Bei  $x = 695\text{mm}$  verhalten sich die beiden 5 m/s – Fälle ähnlich. Während der mittlere Teil des Profils das logarithmische Wandgesetz zu übersteigen beginnt, fällt der äußere Bereich unter dieses. Dieses Verhalten im äußeren Teil der Grenzschicht ist charakteristisch für beschleunigte Grenzschichtströmungen (siehe [13], [14] und [18]), und spricht somit für beginnende Relaminisierung. Der schnelle Testfall zeigt ebenso dieses Verhalten.

Beginnend bei  $x = 795\text{mm}$ , wo alle Fälle in etwa ihren maximalen  $K$ -Wert haben, bis  $x = 995\text{mm}$ , wo die langsamen Fälle bereits unterkritisch sind, setzt sich dieser Trend weiter fort. Es ist auch zu erkennen, dass speziell die inneren Bereiche ( $y^+ < 20$ ) eine immer bessere Übereinstimmung mit der Blasius' Lösung zeigen. Dieses Verhalten setzt sich bis zur Position  $x = 1095\text{mm}$ , an der alle Fälle deutlich unter dem kritischen Niveau des Beschleunigungsparameters  $K$  sind, fort und zeigt auch an dieser Stelle die am stärksten relaminisierten bzw. laminar ähnlichsten Profile. Anzumerken ist noch, dass der langsame  $\alpha = 20^\circ$ -Fall ( $20^\circ$  TW - 5 m/s) den beiden anderen Fällen stets naheilt und eher an der Stelle  $x = 1195\text{mm}$  seine maximale Relaminisierung zeigt. Dies ist auch sehr schlüssig, wenn man den  $K$ -Verlauf (Abbildung 5-6b) betrachtet. Dieser Fall fällt auch ca.  $100\text{mm}$  stromab des  $10^\circ$ -Falles unter das kritische Niveau. Dasselbe Verhalten ist auch in Abbildung 5-7 zu erkennen.

An den Positionen  $x = 1195\text{mm}$  und  $x = 1295\text{mm}$  ist wieder eine Annäherung an das logarithmische Wandgesetz zu erkennen und dies speziell im wandnahen Bereich der Grenzschicht. Der 9 m/s – Fall zeigt diese Entwicklung am stärksten über die gesamte Grenzschicht (logarithmischer Verlauf). Dies lässt den Schluss zu, dass sich dieser Fall wieder in der (re)laminar-turbulenten Transition befindet.

Die Darstellung in Wandeinheiten ist konsistent mit der der dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 5-7. Wiederum zeigt sich, dass nicht die gesamte Grenzschicht, sondern nur ein wandnaher Bereich relaminisiert, obwohl alle Bedingungen für eine Relaminisierung erfüllt sind.

Bis jetzt wurde die Entwicklung der Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht diskutiert. Die Relaminisierung sollte jedoch mit einer Reduktion der fluktuierenden Größen auf laminare Niveaus einhergehen. Darum sind in den folgenden Diagrammen (Abbildung 5-9 bis Abbildung 5-12) für die Fluktuationen repräsentative Größen an drei relativen Wandabständen  $y^*$  (25%, 50% und 75% Grenzschichtdicke  $\delta$ ) entlang der Hauptströmungskordinate  $x$  aufgetragen. Wiederum markieren die vertikalen,

strichlierten Linien den Beginn bzw. das Ende des konvergierenden Kanals, wie in Abbildung 5-6. Im Folgenden werden nur mehr die zwei überkritischen Fälle diskutiert.

In Abbildung 5-9 ist das Verhältnis  $R$  der turbulenten kinetischen Energie  $k$  zur kinetischen Energie  $e_{kin}$ ,

$$R = \frac{k}{e_{kin}} \quad 5-7$$

mit der kinetischen Energie

$$e_{kin} = \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2 \quad 5-8$$

dargestellt.  $k$  wurde unter der Annahme isotroper Turbulenz nach Gleichung 4-16 ermittelt. Die Verläufe sind auf die jeweiligen Werte an den Positionen  $x = 495\text{mm}$  bezogen, wo die Grenzschicht vollturbulent ist (siehe Abbildung 5-7 und Abbildung 5-8).

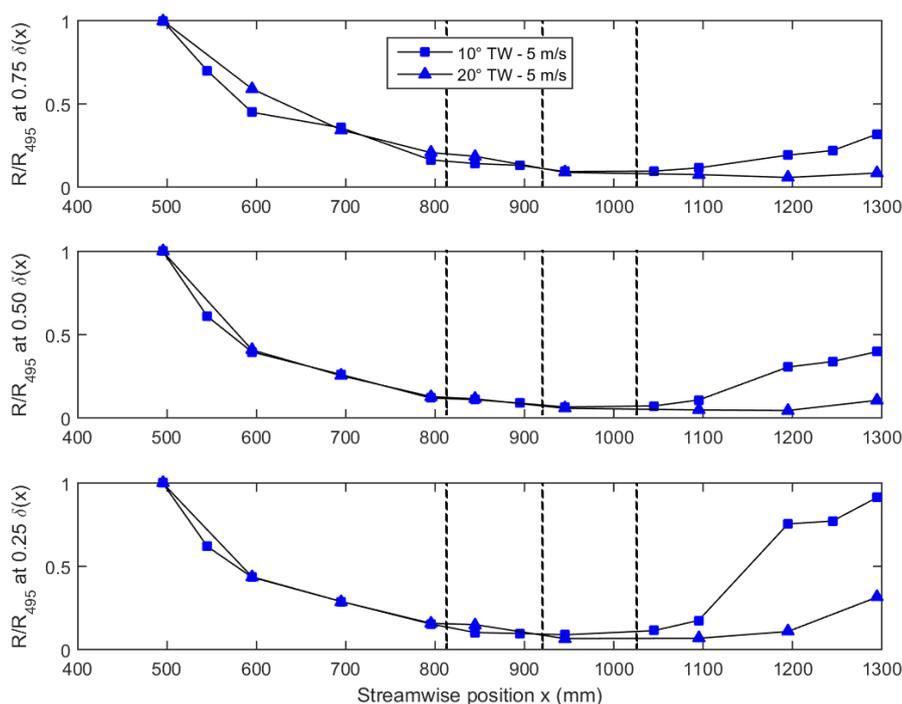


Abbildung 5-9: Verhältnis aus turbulenter kinetischer Energie zur kinetischen Energie  $R/R_{495}$  entlang der Hauptströmungskordinate  $x$ , bei  $y^* = 0.25, 0.50$  und  $0.75$  (LDA Koinzidenzmessungen) [5]

Zu Beginn erkennt man einen starken Abfall des Verhältnisses  $R$  an allen gezeigten Positionen, bis sich an einer bestimmten Stelle ein Minimum einstellt. Die Position der Minima deckt sich sehr genau mit jener Position, an der der kritische  $K$ -Wert unterschritten wird (vgl. Abbildung 5-6b) – die überkritische Beschleunigung also die längste Einwirkdauer hatte. Grund für diesen Abfall von  $R$  ist die Abnahme der turbulenten kinetischen Energie  $k$  bei einem gleichzeitigen Anstieg der kinetischen

Energie  $e_{kin}$ , bedingt durch die Beschleunigung. Daher reicht der Impulstransport in der Grenzschicht nicht aus, um eine turbulente Geschwindigkeitsverteilung zu erreichen und die Strömung beginnt in den wandnahen Bereichen zu relaminisieren, wie es in Abbildung 5-7 zu beobachten war. Stromab der Minima steigt  $R$ , speziell bei  $y^* = 0,25$  und für den 5 m/s – 10° Fall, sehr stark an. Dieser eklatante Anstieg erfolgt für beide Fälle sehr genau an der Position, wo der  $K$ -Wert ungefähr Null wird und die Beschleunigung endet.

Der Hauptgrund für den starken Anstieg des Energieverhältnisses  $R$  kann nur eine Zunahme der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen sein, da sich die kinetische Energie in diesem Bereich nur mehr unwesentlich, aber dennoch mit positivem Vorzeichen, verändert. Dies kann auch in Abbildung 5-10 beobachtet werden. Abbildung 5-10 zeigt die Geschwindigkeitsfluktuationen normal zur Hauptströmungsrichtung  $v'$ , ausgedrückt durch den RMS-Wert  $v_{RMS}$  (Gleichung 4-10). Die Verläufe sind wiederum mit den Werten an der Position  $x = 495\text{mm}$   $v_{RMS0}$  normiert.

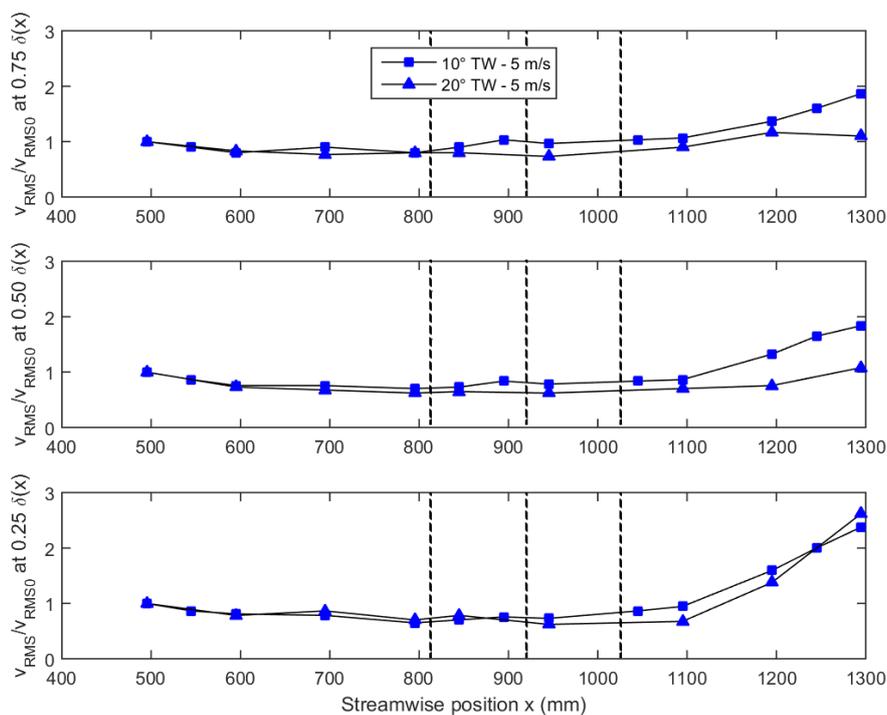


Abbildung 5-10: Verläufe des normierten RMS-Wertes  $v_{RMS}/v_{RMS0}$  der Geschwindigkeitskomponente quer zur Hauptströmung entlang der Hauptströmungskordinate  $x$ , bei  $y^* = 0.25, 0.50$  und  $0.75$  (LDA Koinzidenzmessungen) [5]

Die dargestellten Verläufe ähneln stark denen des Energieverhältnisses  $R$  in Abbildung 5-9, ein, wenn auch nur schwacher, Abfall im vorderen Bereich auf ein Minimum, gefolgt von einem starken Anstieg an sehr identischen Positionen. Dieser schwache Abfall ist dennoch bemerkenswert, da man ja eher eine Skalierung der Fluktuationen mit der steigenden Strömungsgeschwindigkeit erwarten würde. Narasimha und Sreenivasan [10] erklären dies durch das „Einfrieren“ der turbulenten Fluktuationen. Die turbulenten Schwankungsbewegungen verbleiben in der Strömung, haben aber,

bedingt durch die steigende Strömungsgeschwindigkeit in Längsrichtung  $u$ , einen geringen Einfluss auf die Dynamik der Strömung. Versiegt die stabilisierende Wirkung der Beschleunigung, werden die Fluktuationen nicht mehr unterdrückt und explosionsartig frei, was eine schnelle Retransition zur Folge hat.

Um den Einfluss der turbulenten Schwankungsbewegungen auf das mittlere Strömungsfeld zu diskutieren, zeigt Abbildung 5-10 die Verläufe des Turbulenzgrades in  $x$ -Richtung  $Tu_x$  (Gleichungen 2-16 und 4-10). Wiederum an den gleichen relativen vertikalen Koordinaten  $y^*$  und bezogen auf die Werte an der Stelle  $x = 495\text{mm}$ . Die dargestellten Verläufe korrespondieren mit denen in Abbildung 5-9 und Abbildung 5-10. Wieder ist ein Abfall auf ein Minimum, gefolgt von einem starken Anstieg beider Fälle zu erkennen. Dies bedeutet, dass der Einfluss der Längsschwankungen auf die mittlere Strömung sinkt. Nach Narasimha und Sreenivasan [10] geht dies mit einem „Einfrieren“ der Reynold'schen Schubspannungen einher.

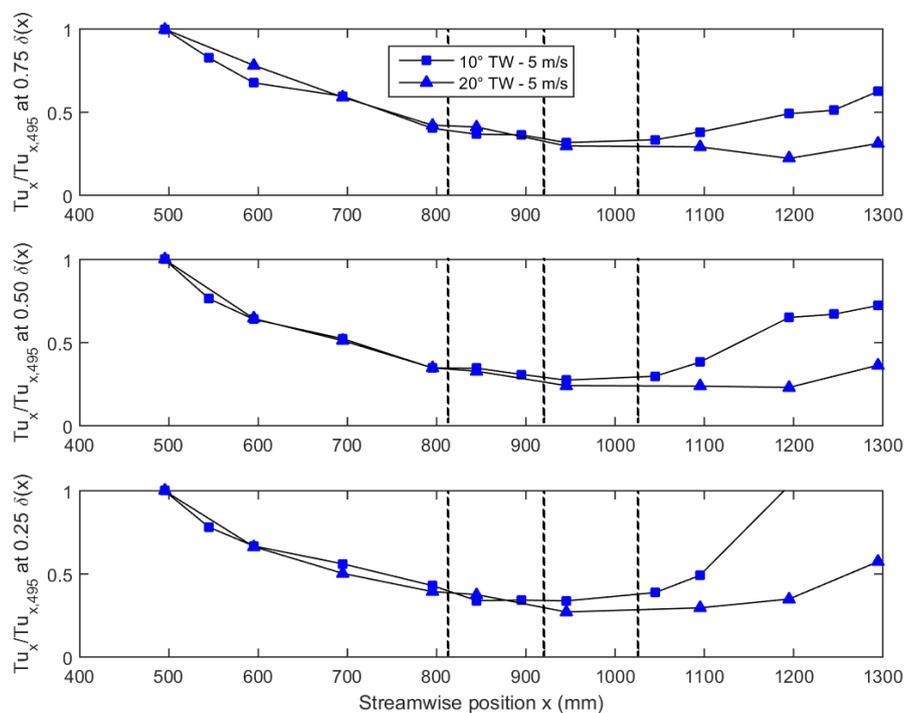


Abbildung 5-11: Verläufe des normierten Turbulenzgrades  $Tu_x/Tu_{x,495}$  entlang der Hauptströmungskoordinate  $x$ , bei  $y^* = 0.25, 0.50$  und  $0.75$  (LDA Koinzidenzmessungen) [5]

Um dieses „Einfrieren“ der Reynold'schen Schubspannungen zu diskutieren, zeigt Abbildung 5-12 die turbulenten Spannungen  $RS$ , definiert als masselose turbulente Schubspannungen  $\tau_{turb}/\rho$  (Gleichung 2-12), bezogen auf die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  (Gleichung 2-8)

$$RS = \frac{-\overline{u'v'}}{u_\tau^2} \quad 5-9$$

Diese sind wiederum auf den Wert an der Stelle  $x = 495\text{mm}$  bezogen. Erneut sind die gleichen Trends wie in den zuvor gezeigten Verläufen zu erkennen. In beiden Fällen

nehmen die turbulenten Spannungen  $RS$  auf nahezu Null ab. Dies bedeutet, dass die viskosen (laminaren) Spannungen dominieren, wie es in einer laminaren Grenzschichtströmung der Fall ist. Weiter stromab steigt  $RS$  an den zuvor festgemachten charakteristischen Positionen wieder stark an, da der stabilisierende Einfluss der Beschleunigung versiegt.

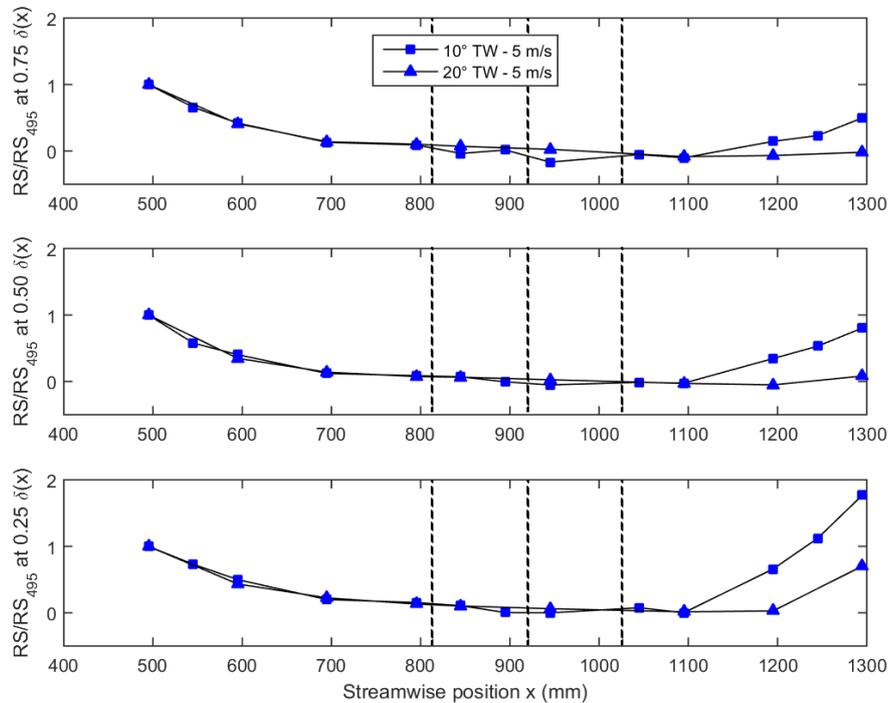


Abbildung 5-12: Verläufe der normierten Reynold'schen Schubspannungen  $RS$ , bezogen auf den Wert an der Stelle  $x = 495\text{mm}$  entlang der Hauptströmungskordinate  $x$ , bei  $y^* = 0,25, 0,50$  und  $0,75$  (LDA Koinzidenzmessungen) [5]

Kurz zusammengefasst, es ist ein durchgängiges Verhalten zu erkennen. Die turbulenten Schwankungsbewegungen sinken an allen relativen Wandabständen  $y^*$  sukzessive auf ein Minimum ab und zeigen somit eindeutig eine zumindest teilweise Relaminisierung der Grenzschicht. Auf dieses Minimum folgt ein rasanter Anstieg aller diskutierten Größen, der speziell im Inneren der Grenzschicht ( $y^* = 0,25$ ) am stärksten ausgeprägt ist. Ebenfalls ist zu erkennen, dass die Position dieser Zunahme mit der Position, an der die Beschleunigung ungefähr endet, korreliert (siehe Abbildung 5-6a und b). Daher ist davon auszugehen, dass die Strömung erneut und sehr rasch (re)laminar-turbulent umschlägt (Retransition). Diese schnelle Retransition wurde auch von anderen Autoren beobachtet (beispielsweise [36]).

Um dieses Verhalten genauer zu analysieren, werden im Folgenden die Zeitsignale der koinzidenten Messungen genauer betrachtet. Dazu zeigen Abbildung 5-13 und Abbildung 5-14 die Plots der korrelierten Geschwindigkeitsfluktuationen beider überkritischer Fälle an sechs verschiedenen Positionen  $x$  entlang der Platte, wobei die Nullposition  $x = 0$  wieder an der Vorderkante der Platte liegt. Auf der Abszisse ist jeweils die Geschwindigkeitsfluktuation in  $x$ -Richtung  $u'$  und auf der Ordinate die Geschwindigkeitsfluktuation in  $y$ -Richtung  $v'$  aufgetragen. In den Textfeldern stehen

die jeweiligen Mittelwerte  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  und Standardabweichungen (RMS-Werte)  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$  des entsprechenden Plots. Diese Verteilungen kommen zustande, da mit einem Zwei-Komponenten LDA zwei Geschwindigkeitskomponenten – hier die  $u$  und  $v$  Komponenten – gleichzeitig aufgezeichnet werden können. Wird nun der mittlere Geschwindigkeitsvektor  $(\bar{u}, \bar{v})$  von allen in einer Position gemessenen Momentanwerten der Geschwindigkeit abgezogen, so ergeben sich die in Abbildung 5-13 und Abbildung 5-14 dargestellten Punktwolken, wobei die Punkte die Endpunkte der Schwankungsvektoren darstellen. Der Position (0/0) kommt in der Beurteilung von Anisotropien, wie z.B. der Schiefe, somit besondere Bedeutung bei. Die in einem Plot eingezeichneten Verteilungen dienen somit der Veranschaulichung und Beurteilung der Standardabweichungen. Um der dimensionslosen  $y$ -Achse Werte zuzuordnen, zeigen obige Diagramme in den Abbildungen 5-13 und 5-14 den Verlauf der Grenzschichtdicke  $\delta$  und ihrer Bruchteile, an denen die Messungen durchgeführt wurden. In Abbildung 5-13 ist der Fall  $10^\circ$  TW – 5m/s und in Abbildung 5-14 der Fall  $20^\circ$  TW – 5m/s dargestellt.

An der ersten Position  $x = 595\text{mm}$  ist der  $10^\circ$ -Fall hinsichtlich des Beschleunigungsparameters  $K$  deutlich und der  $20^\circ$ -Fall gerade überkritisch (siehe Abbildung 5-6b). Die Reibungskoeffizienten und Formfaktoren beider Fälle zeigen eindeutig, dass diese Strömungen vollturbulent sind (siehe Abbildung 5-6c und d). Dies bestätigen auch die Darstellungen der Geschwindigkeitsprofile (siehe Abbildung 5-7 und Abbildung 5-8). Hinsichtlich der fluktuierenden Größen (Abbildung 5-9 bis Abbildung 5-12) befinden sich diese Messpunkte im Bereich des Abfalles, aber noch vor dem charakteristischen Minimum. Die Form der Punktwolken ist, speziell in weiterer Entfernung von der Wand, annähernd kreisförmig. Dies entspricht einer isotropen Verteilung der Turbulenz.

Weiter stromab ist eine elliptische Verzerrung in Strömungsrichtung der Punktwolken zu erkennen, wobei sich diese mehr zu negativen Längsschwankungen hin erstreckt, was eine zunehmende Schiefe der Verteilung in Strömungsrichtung erkennen lässt. Dies kann man als Streckung der Wirbel in Strömungsrichtung interpretieren. Außerdem ist zu erkennen, dass diese Verzerrung stromab versetzt auftritt. Der wandnahe Bereich ( $y^* = 0,25$ ) zeigt zuerst diese Anisotropie der Schwankungsbewegungen, während die weiter außen liegenden Bereiche ( $y^* = 0,50$  und  $y^* = 0,75$ ) dieses Verhalten weiter stromab zeigen. Das schnellere Ansprechen der Grenzschicht auf die Beschleunigung in den wandnahen Bereichen ist konsistent mit den zuvor gemachten Beobachtungen. Offensichtlich bewirkt die Beschleunigung stromab eine Zunahme der Längsschwankungen  $\sigma_u$  bei ungefähr konstant bleibenden Querschwanungen  $\sigma_v$  bis ungefähr zu der Position  $x = 945\text{mm}$  für den  $10^\circ$ -Fall und  $x = 1095\text{mm}$  für den  $20^\circ$ -Fall. Sehr exakt an diesen Positionen zeigten die vorangegangenen Beobachtungen das laminar-ähnlichste Verhalten. Auch aus diesen Plots ist zu erkennen, dass – bei zunehmender Geschwindigkeit der Hauptströmung – bei sinkendem Turbulenzgrad die Turbulenz weitestgehend „eingefroren“ bleibt, wie

dies auch von Narasimha und Sreenivasan [10] berichtet wird und deren Definition der Relaminarisierung entspricht. Demnach ist es sehr wahrscheinlich, dass gleichzeitig mit dem Ansteigen der Re-Zahl die Turbulenz wieder angefacht wird. Das Ergebnis wären Spikes; ein plötzliches Absinken der Geschwindigkeit in Strömungsrichtung an der Plattenoberfläche. Im Testfall mit beschleunigter Strömung über ebener Platte scheinen Relaminarisierung und Retransition nahezu gleichzeitig auftretende, aber entgegengesetzt wirkende Phänomene zu sein.

An der Position  $x = 1095\text{mm}$  für den  $10^\circ$ -Fall bzw.  $x = 1195\text{mm}$  für den  $20^\circ$ -Fall bei  $y^* = 0,25$  zeigen die Punktwolken eine sehr auffällige „dreizackige“ Form. Man erkennt, dass zusätzlich zu dem stark anisotropen Kern (horizontale rote Ellipse), zwei „Äste“ mit korrelierten Geschwindigkeitsfluktuationen (schräge Ellipsen) existieren. Betrachtet man vorerst die  $v$ -Richtung der Punktwolke, so ist eine deutliche Symmetrie zu erkennen. Zusätzlich zur Häufung der Punkte um den Nullpunkt, ist eine Häufung der Punkte in Richtung des Maximums bzw. Minimums der Amplitude zu erkennen. Denkt man an eine harmonische Schwingung und betrachtet deren Dichteverteilung, so weist diese die maximale Häufung in den Extrema der Amplituden und das Minimum der Häufigkeit beim Nulldurchgang auf. Dies lässt den Schluss zu, dass den lateralen Schwankungsbewegungen eine harmonische Oszillation überlagert ist. Die laterale Schwankungsbewegung hin zu kleineren Geschwindigkeitswerten lässt wieder, wie in Abschnitt 5.1, auf das Auftreten von Spikes infolge dreidimensionaler Instabilitäten vermuten. Gleichzeitig erscheint die Oszillation der Geschwindigkeitswerte als Projektion einer Wirbelströmung in die x-y-Ebene. In dieser Position bilden sich also erste Wirbelstrukturen aus, die in weiterer Folge die Turbulenz anfachen (Hairpin vortices). Auch ein eklatanter Anstieg der mittleren Schwankungsbewegungen beider Geschwindigkeitskomponenten, insbesondere der Lateralen, ist auszumachen. Dies korrespondiert wiederum mit den Untersuchungen der für die Fluktuation repräsentativen Größen (Abbildung 5-9 bis Abbildung 5-12). Da diese Anomalie zuerst in Wandnähe an der Position  $y^* = 0,25$  auftritt, lässt dies einerseits den Schluss zu, dass diese Störung in der Grenzschicht entsteht und nicht bedingt durch äußere Einflüsse ist. Andererseits lässt sich aus den Verläufen der Grenzschichtdicke die maximale Abmessung der Wirbelstruktur zu ungefähr  $\phi = 1,35\text{mm}$  abschätzen. Die mittlere Tangentialgeschwindigkeit des Wirbels beträgt ungefähr  $v_T = 3\text{m/s}$ . Mithilfe der Winkelgeschwindigkeit  $v_T = \omega \cdot (\phi/2)$  lässt sich somit die minimale Frequenz dieser Störung in der Größenordnung von  $\omega \approx 1\text{kHz}$  abschätzen. Wie bereits erwähnt, entsteht die Störung in der Grenzschicht. Dieses Verhalten ist vergleichbar mit der natürlichen Transition, bei der Instabilitäten in der anfänglich laminaren Grenzschicht den laminar-turbulenten Umschlag initiieren. Äußerst interessant ist, dass in Anbetracht der an dieser Stelle herrschenden Reynolds-Zahl  $Re_x$ , Beschleunigungsparameter  $K$  und der erhöhten Freistromturbulenz eindeutig Verhältnisse einer Bypass-Transition vorhanden sind [1]. Bei der Bypass-Transition wird aber der laminar-turbulente Umschlag durch Störungen im Freistrom und nicht durch Instabilitäten in der Grenzschicht hervorgerufen. Dies

lässt den Schluss zu, dass diese Störung eine direkte Folge der eingefrorenen Turbulenz bei der Relaminisierung selbst ist und nicht der eigentlich zu erwartende Transitionsprozess.

Weiter stromab ist zu erkennen, dass sich diese Störung nach außen ausbreitet (rote Pfeile), was ein weiterer Nachweis für die Entstehung im Inneren der Grenzschicht ist. Die mittleren Längsschwankungsbewegungen steigen weiterhin stark an und die mittlere laterale Geschwindigkeit wird negativ. Dies bedeutet einen erhöhten Impulstransport schnellerer Schichten in die wandnahen langsamen Bereiche, was mit einer Zunahme der Wandschubspannung einhergeht. Der Reibungskoeffizient in Abbildung 5-6c zeigt dies durch das Ende des Abfallens und in den dimensionslosen Geschwindigkeitsprofilen (Abbildung 5-7) ist dies auch auszumachen. Auch eine Zunahme der Grenzschichtdicke ist zu erkennen. Dies zeigt wiederum eindeutige Parallelen zu einem laminar-turbulenten Umschlag. Die Position der Entstehung dieser Störung der beiden Fälle korrespondiert ebenfalls wieder mit dem Versatz in den  $K$ -Verläufen in Abbildung 5-6a.

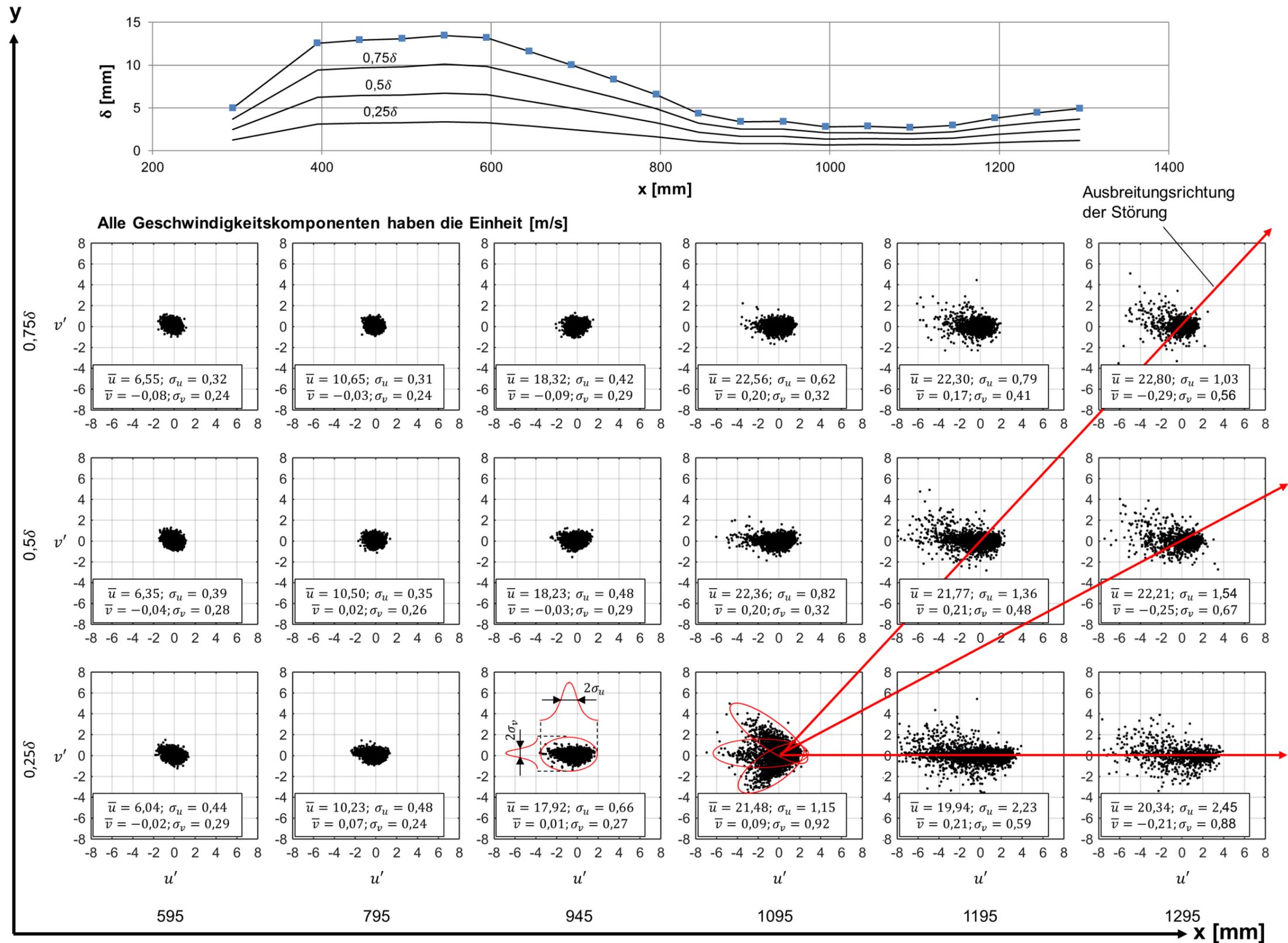


Abbildung 5-13: Punktplots der korrelierten Geschwindigkeitsschwankungen  $u', v'$  und Verlauf der Grenzschichtdicke  $\delta$  für den Fall  $10^\circ$  TW – 5m/s.  $\bar{u}, \bar{v}$  sind die jeweiligen Mittelwerte und  $\sigma_u, \sigma_v$  die Standardabweichung (RMS) der Geschwindigkeit

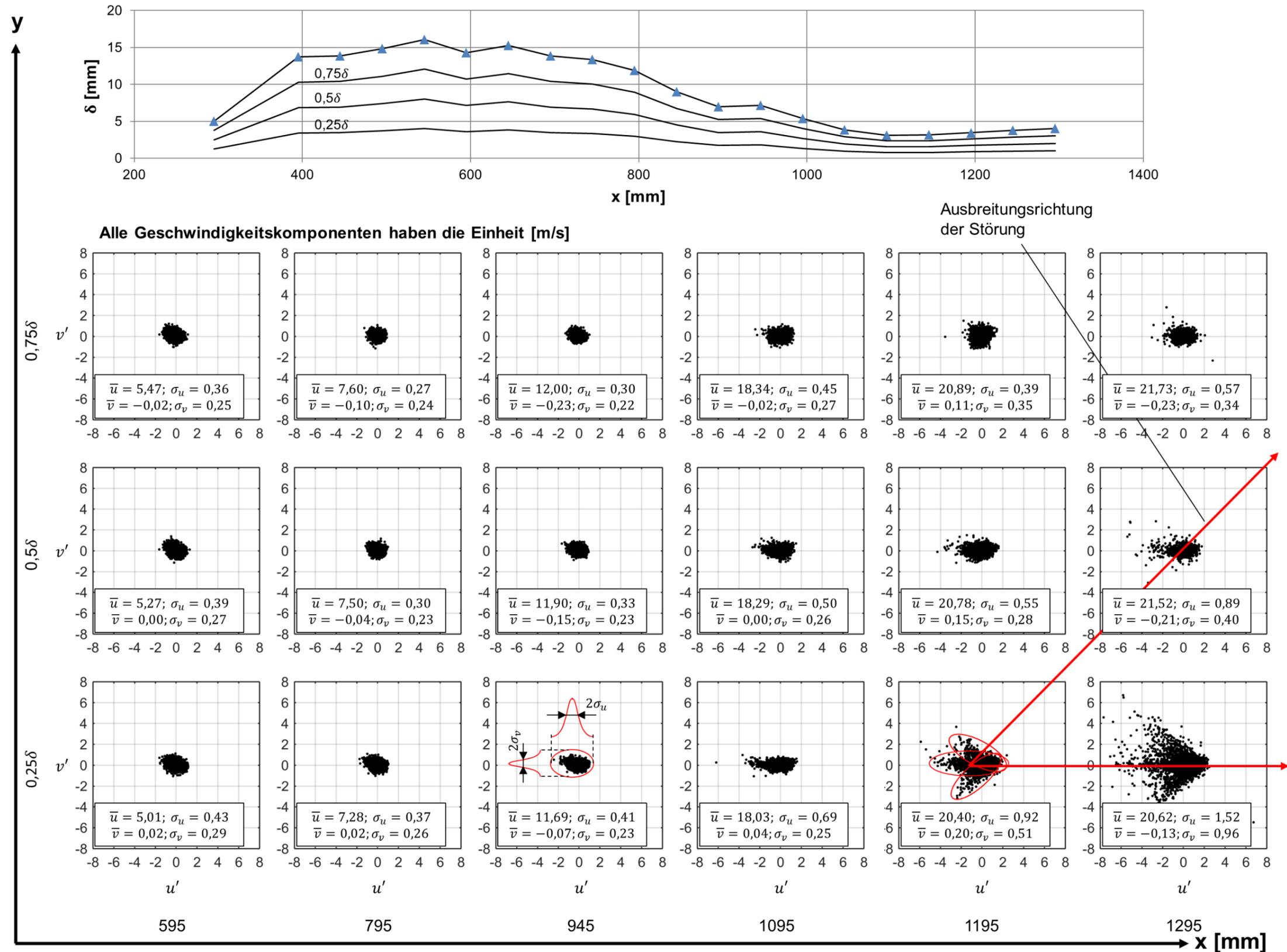


Abbildung 5-14: Punktplots der korrelierten Geschwindigkeitsschwankungen  $u', v'$  und Verlauf der Grenzschichtdicke  $\delta$  für den Fall  $20^\circ \text{ TW} - 5\text{m/s}$ .  $\bar{u}, \bar{v}$  sind die jeweiligen Mittelwerte und  $\sigma_u, \sigma_v$  die Standardabweichung (RMS) der Geschwindigkeit

### 5.3 Ergebnisse spektraler Erwartungswerte

Dieser Abschnitt zeigt die mit der in Kapitel 4.1.4 beschriebenen Fuzzy-Slotting-Technik ermittelten Leistungsdichtespektren (PSD) der mittels LDA gewonnenen Daten. Das Ziel war, bestimmte Tendenzen der spektralen Energieverteilung im Zuge der Relaminisierung zu erkennen. Die Methode wurde mit Hitzdrahtanemometer-Messdaten, gewonnen von Bader et. al. [19] am gleichen Versuchsaufbau, für den Fall der Gleichdruckströmung (ZPG) validiert. Da die Zeitsignale der Hitzdraht-Messungen zeitlich äquidistant sind, kann die spektrale Leistungsdichte einfach mit der Fast Fourier Transformation (FFT) ermittelt werden. Vorab sei gleich erwähnt, dass aufgrund der relativ geringen Datenraten kaum signifikante Aussagen zur Relaminisierung getroffen werden können. Dennoch zeigen die LDA Spektren im ermittelten Frequenzband qualitativ sowie quantitativ gute Übereinstimmung zu den Spektren der Hitzdraht-Messungen.

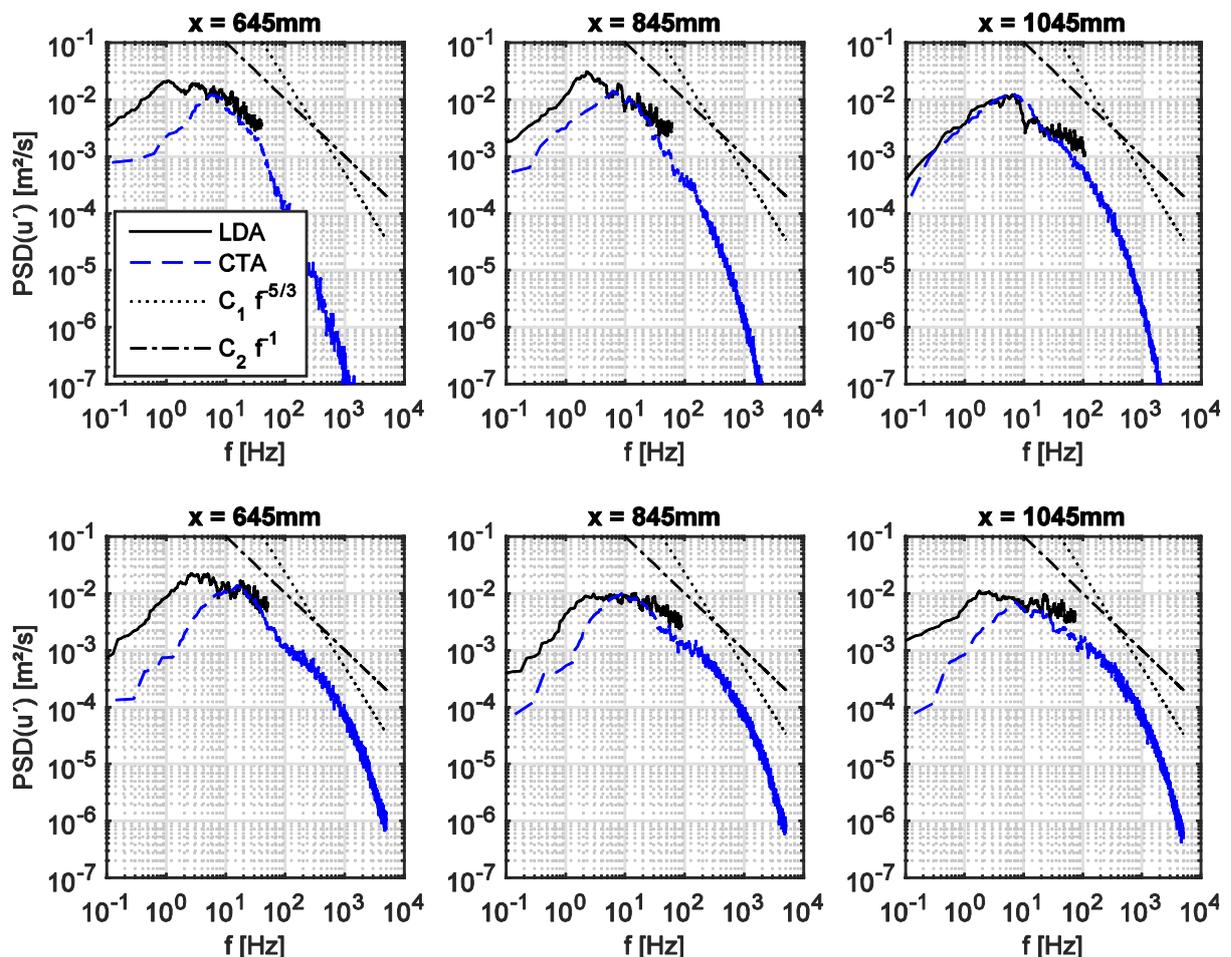


Abbildung 5-15: Spektrale Energiedichte (PSD) der Längsgeschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  für den Fall der ebenen Platte (ZPG), jeweils bei  $y=3\text{mm}$ . Fall ZPG – 5 m/s oben und ZPG – 10 m/s unten

Abbildung 5-15 zeigt den Vergleich der Spektren der LDA- und Hitzdraht-Messungen für den Fall der ebenen Platte bei Anströmungsgeschwindigkeiten von 5m/s und 10m/s an drei verschiedenen Position  $x$  entlang der und jeweils 3mm über der GS-Platte. Die Spektren zeigen die spektrale Energieverteilung der

Längsgeschwindigkeitsfluktuationen  $u'$ . Um die Trends der Spektren zu erkennen, sind diese mit der Methode des gleitenden Mittelwertes (moving average) gefiltert. Die beiden Geraden stellen universelle Zusammenhänge der Energiekaskade dar und dienen als Referenz. Die  $-5/3$ -Gerade repräsentiert den bekannten, allgemein gültigen Zusammenhang von A. N. Kolmogorov für den mittleren Frequenzbereich. Die  $-1$ -Gerade repräsentiert den energiereicheren niederfrequenten Bereich. Die beiden Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  sind zur Steigerung der Übersicht beliebig gewählt.

Deutlich zu erkennen ist, dass die Spektren der LDA-Daten, bis auf den 5 m/s – Fall bei  $x = 1045\text{mm}$ , im niederfrequenten Bereich ( $< 10\text{Hz}$ ) höhere Amplituden aufweisen als die der CTA-Daten. Im verbleibenden höheren Frequenzbereich (ca. 10 – 80Hz) ist eine relativ gute Übereinstimmung zu erkennen. Da keine Überinterpretation höherfrequenter Anteile zu erkennen ist, wie es für andere Methoden zur Ermittlung spektraler Erwartungswerte der Fall ist (siehe Kapitel 4.1.4), lässt sich der weitere Trend hin zu höheren Frequenzen relativ gut erahnen. Bedenkt man, dass es sich hier lediglich um Erwartungswerte einer Näherung handelt, so sind die Übereinstimmungen qualitativ sowie quantitativ bemerkenswert. Basierend auf dieser Erkenntnis werden im Folgenden die Spektren der beschleunigten Testfälle diskutiert.

In Abbildung 5-16 sind die Leistungsdichtespektren der 3 beschleunigten Testfälle 5msSK10, 5msSK20 und 9ms20, an verschiedenen Positionen  $x$ , jeweils bei  $y/\delta = 0.25$  dargestellt. Wiederum handelt es sich hierbei um die spektrale Energieverteilung der Längsgeschwindigkeitsfluktuationen  $u'$ .

Die beiden langsamen Testfälle zeigen das gleiche Verhalten. Die spektrale Energieverteilung am Beginn ist sehr identisch. Gefolgt von einem starken Abfall der spektralen Energiedichte bis zur Stelle  $x = 595\text{mm}$  nach der Stolperkante. Weiter stromab von dieser Position bleibt die Energieverteilung ungefähr konstant, bis sie ab einer bestimmten Position eklatant ansteigt und dann in etwa auf gleichem Niveau bleibt. Der schnellere Fall zeigt, bis auf den Abfall hinter der Stolperkante, ein sehr ähnliches, aber nicht so stark ausgeprägtes Verhalten. Sehr ähnliche Trends zeigten auch die Verläufe des Energieverhältnisses  $R$  in Abbildung 5-9. Diese gute Übereinstimmung ist sehr bemerkenswert, da es sich lediglich um spektrale Erwartungswerte handelt. Da die Spektren nur einen kleinen Frequenzbereich zeigen, bedingt durch geringe Datenraten bei den Messungen, können keine Aussagen über die Energiekaskade im Zuge der Relaminisierung gemacht werden.

Abschließend kann festgehalten werden, dass die spektrale Analyse kaum Aussagen über die Relaminisierung selbst zulässt. Trotzdem zeigen die Erwartungswerte der Fuzzy-Slotting-Technik eine bemerkenswert gute Übereinstimmung mit der realen Energieverteilung. Somit ist diese Methode ein hervorragendes Werkzeug zur Ermittlung spektraler Verteilungen aus zeitlich zufällig verteilten LDA-Messdaten.

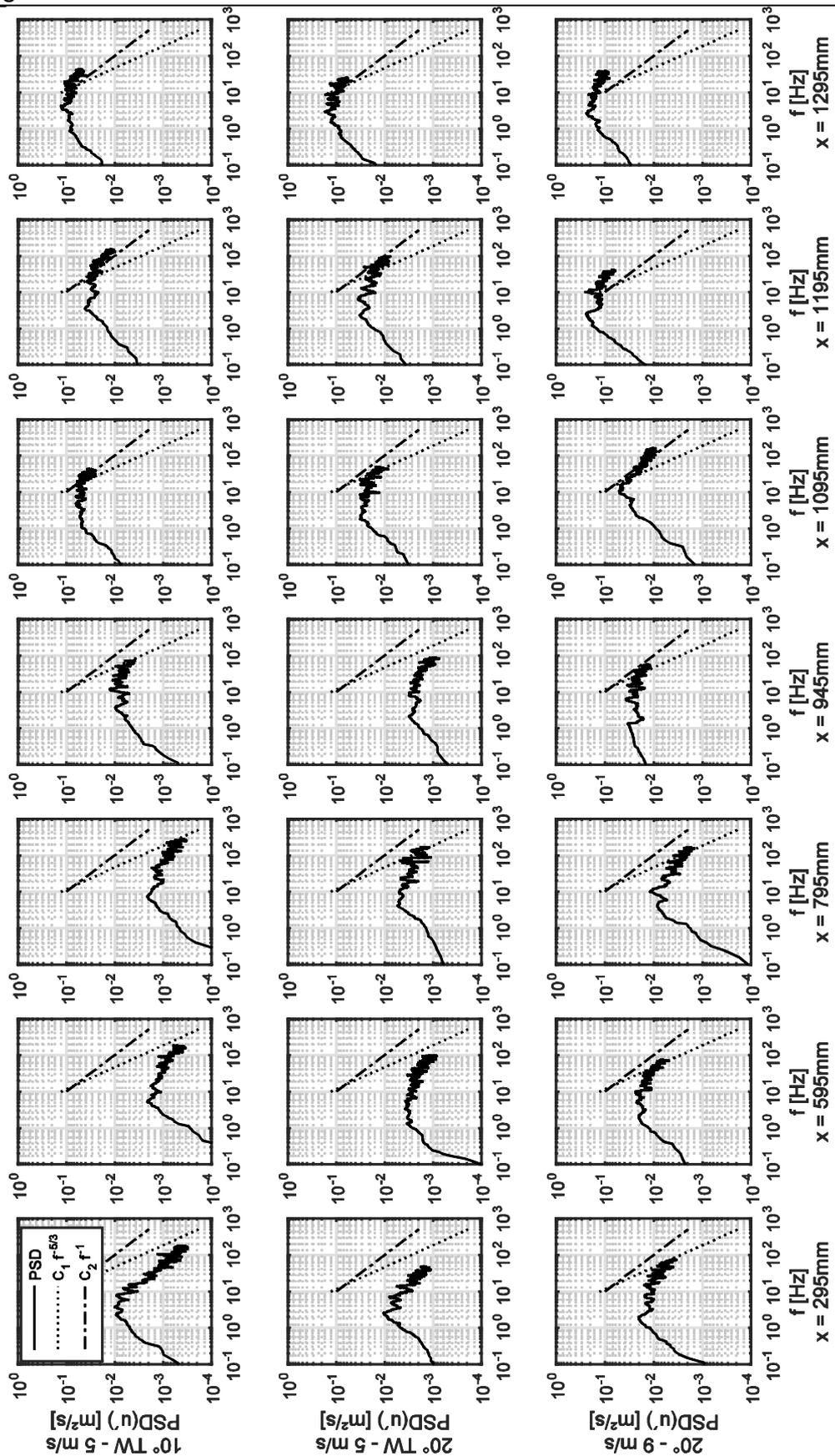


Abbildung 5-16: Spektrale Energiedichte (PSD) der Längsgeschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  für den Fall die beschleunigten Fälle (APG), jeweils bei  $y^*=0,25$ . Fall  $10^\circ$  TW – 5 m/s oben,  $20^\circ$  TW – 5 m/s mitte und  $20^\circ$  – 9 m/s unten

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Diplomarbeit wurde die Relaminisierung der Grenzschicht in stark beschleunigter Strömung experimentell untersucht. Ziel war es, ein besseres Verständnis über diesen Phänomen zu erhalten und signifikante Messdaten für die Validierung von Modellen zu generieren.

Um die Vorgänge bei der Relaminisierung besser zu verstehen, erscheint es vorerst hilfreich, einfache Testfälle zu betrachten. Dazu wurde mit Hilfe numerischer Methoden ein Prüfstand entwickelt und in einen Windkanal vom Göttingen-Typ installiert. Dieser Aufbau ermöglicht die experimentelle Untersuchung der Grenzschichtströmung entlang einer ebenen Platte unter dem Einfluss verschieden starker Beschleunigungen. Der Beschleunigungsparameter  $K$ , der als dimensionsloser Druckgradient verstanden werden kann, erweist sich als adäquates Maß zur Quantifizierung der Beschleunigung und als Kriterium für das Auftreten einer Relaminisierung ( $K_{krit} = 3 \cdot 10^{-6}$ ). Die Messungen erfolgten mit berührungsloser Laser-Doppler-Anemometrie (LDA). Um die Eignung der LDA für die Grenzschichtuntersuchungen zu testen, wurden zuerst Messungen in der ebenen Plattengrenzschicht ohne Druckgradienten durchgeführt. Dies mit dem Ziel, den laminar-turbulenten Umschlag (Transition) zu detektieren. Für diesen Fall finden sich in der Literatur eine Vielzahl von Vergleichsdaten. Außerdem untersucht Bader et. al. (2016) [19] experimentell sowie numerisch die ebene Plattengrenzschicht am exakt gleichen Messaufbau. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit den genannten Referenzen und somit die Eignung der gewählten Messtechnik für diese Aufgabe.

Hinsichtlich des Beschleunigungsparameters  $K$  wurden 2 überkritische und ein leicht unterkritischer Fall untersucht. Alle untersuchten Fälle, auch der unterkritische, zeigten das Auftreten einer zumindest teilweisen Relaminisierung. Somit ist der in der Literatur zu findende kritische Wert des Beschleunigungsparameters  $K_{krit}$  in Frage zu stellen. Am Beginn der Beschleunigung zeigen die beiden überkritischen Fälle einen sprunghaftigen Anstieg des lokalen Reibungskoeffizienten  $c_f'$ . Nach dem Erreichen der maximalen Beschleunigung sinkt der Reibungskoeffizient aller drei Testfälle in Richtung des laminaren Niveaus. Die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht zeigt dies durch eine Annäherung an das laminare Vergleichsprofil im wandnahen Bereich, während die äußere Zone eine immer fülligere Form aufweist. Grund dafür dürfte ein Impulstransport von den inneren zu den äußeren Schichten sein. Weiter stromab erstreckt sich die laminar-ähnliche Zone über einen immer größeren Bereich, aber niemals über die gesamte Grenzschicht, obwohl die beiden überkritischen Fälle alle in der Literatur angegebenen Voraussetzungen für eine Relaminisierung erfüllen. In den inneren Bereichen fällt die Turbulenz bemerkenswert ab, erlischt aber nicht vollständig. Vielmehr „friert“ die Turbulenz ein, was weiter stromab zu einem raschen

(re)laminar-turbulenten Umschlag (Retransition) führt, nachdem der Einfluss der stabilisierenden Beschleunigung versiegt. Dieser Umschlag wird von einer Störung in der Grenzschicht ausgelöst und nicht, wie es der vorherrschende Strömungszustand vermuten lässt, durch Bypass-Transition. Somit muss dies eine direkte Folge der Relaminisierung sein, die im hier diskutierten Fall der beschleunigten Hauptströmung ohne Krümmung der Oberfläche eher als „eingefrorene Turbulenz“ verstanden werden soll (frozen turbulence, siehe [10]).

Auch eine spektrale Analyse des Energieinhalts der Strömung wurde versucht. Die spektrale Leistungsdichte wurde mithilfe der Fuzzy-Slotting-Technik (Nobach et al. (1998) [33]) aus den LDA-Zeitsignalen gewonnen. Bedingt durch die geringen erreichten Datenraten bei den Messungen blieb ein Einblick in den hochfrequenten Bereich verwehrt und somit konnten keine nützlichen Erkenntnisse daraus gewonnen werden. Dennoch lieferte die Methode qualitativ sowie quantitativ bemerkenswert gute Erwartungswerte im verfügbaren Frequenzbereich.

Betrachtet man das Ergebnis dieser Arbeit aus einer anwendungsorientierten Sicht, bleibt festzuhalten: Eine überkritische Beschleunigung bewirkt zwar einen Rückgang des Reibungskoeffizienten, geht aber mit einem starken Anstieg dieses in der Beschleunigungszone einher. Dies wirkt sich also negativ auf das Gesamtwiderstandsverhalten aus. Eine leicht unterkritische Beschleunigung scheint hinsichtlich der Reibungsverluste am optimalsten. Generell ist die relaminisierte Grenzschicht sehr instabil und es kommt zu einem erneuten schnellen Umschlag zur vollturbulenten Strömung. All dies erschwert eine technische Anwendung zur Reduktion von Reibungsverlusten.

Als ein weiteres Ergebnis dieser Arbeit kann eine Vielzahl statistisch signifikanter Messdaten an einem einfachen Testfall genannt werden. Diese liefern einen guten Einblick über die Vorgänge bei der Relaminisierung, sind aber für eine vollständige Überprüfung von Modellen dieses Phänomens unzureichend. Es müssten weitere Daten mit anderen Strömungsverhältnissen (Beschleunigungsparameter, Anströmungsgeschwindigkeit, Freistromturbulenz) gewonnen werden.

Um die Ursache für das sogenannte „Einfrieren“ der Turbulenz, was in weiterer Folge zum Eindruck einer Relaminisierung beiträgt, zu klären, sollten weiterführende Arbeiten den Fokus auf die Wirbelstrukturen in der Grenzschicht legen. Auch eine spektrale Analyse, wie sie in dieser Arbeit versucht wurde, sollte weiterverfolgt werden. Diese könnte viel Aufschluss, insbesondere über die Retransition, bringen. Dazu müssten weit höhere Datenraten erreicht werden. Dies wäre beispielsweise mit kürzeren Brennweiten, anderen Seeding-Mitteln oder mit anderen, zeitlich höher auflösenden, Messmethoden möglich.

## 7 Abbildungsverzeichnis

|   |    |
|---|----|
| Abbildung 1-1: Strömungszustände in einer axialen Turbinenstufe [1].....  | 1  |
| Abbildung 2-1: Prinzipdarstellung der Grenzschichtströmung längs eines Körpers [2]4   |    |
| Abbildung 2-2: Verdrängungswirkung der Grenzschicht und Kontrollvolumen [4] .....   | 4  |
| Abbildung 2-3: Verdrängungsdicke $\delta_{1x}$ der Grenzschicht an einer ebenen Platte [2]; die schraffierten Flächen sind gleich groß. ....  | 5  |
| Abbildung 2-4: Schematische Darstellung der laminaren und turbulenten Grenzschicht nach [3]; a) Grenzschichtdickenverlauf; b) Geschwindigkeitsprofile .....   | 7  |
| Abbildung 2-5: Schichtung der turbulenten Grenzschicht (schematisch) [7].....   | 8  |
| Abbildung 2-6: Universelle Wandgesetze im Vergleich mit Messungen [2].....  | 9  |
| Abbildung 2-7: Zeitlicher Verlauf der momentanen und gemittelten Strömungsgeschwindigkeit in einer turbulenten Strömung [7].....  | 10 |
| Abbildung 2-8: Übliche spektrale Verteilung der kinetischen Energie der turbulenten Schwankungsbewegungen [8].....  | 12 |
| Abbildung 2-9: Geschwindigkeitsprofile bei Ablösung der Grenzschicht an einer ebenen Wand [3] .....   | 14 |
| Abbildung 2-10: Ähnlichkeit der Geschwindigkeitsprofile und bildliche Darstellung des Ansatzes [7].....   | 15 |
| Abbildung 2-11: Grundarten der Transition [1].....  | 18 |
| Abbildung 2-12: Prinzipskizze der Transition in der Grenzschicht einer längsangeströmten ebenen Platte [2], [6]: (1) stabile laminare Strömung, (2) instabile TS-Wellen, (3) dreidimensionale Wellen und Wirbelbildung ( $\Lambda$ -Strukturen), (4) Wirbelzerfall, (5) Turbulenzflecken, (6) vollturbulente Strömung ..... | 19 |
| Abbildung 2-13: Schematische Darstellung der Transition über eine Ablöseblase [1] .....   | 20 |
| Abbildung 2-14: Experiment zur Relaminisierung nach G. I. Taylor, nachgestellt durch Viswanath et al. 1978: Eintritt der Strömung links oben turbulent, Austritt der Strömung rechts unten laminar [10] .....   | 21 |
| Abbildung 2-15: Verläufe des Wandreibungskoeffizient $c_f$ (unten) und dem Verhältnis der Geschwindigkeit in Kanalmitte $u_0$ zur volumenstromäquivalenten Geschwindigkeit über der Hauptströmungskordinate $x$ in relaminisierender Kanalströmung [10]. Mit $a$ der halben Kanaltiefe.....                                 | 23 |

|  |    |
|--|----|
| Abbildung 2-16: Wachstum einer wandnahen Schicht während der Relaminisierung [10]: $y_0$ ist die Dicke wo der $u_{RMS}$ maximal ist. $u$ ist die Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung. Die Linie zeigt das $y_0$ proportional $x^{1/2}$ steigt. Beide Achsen sind auf die halbe Kanaltiefe bzw. den Radius $a$ normiert. .... | 23 |
| Abbildung 2-17: zeitliche Verläufe der horizontalen Windgeschwindigkeit gemessen mit einem Flügelradanemometer. Vor (a) und nach (b) einem kühlenden Regenschauer. [10] .....  | 26 |
| Abbildung 2-18: Farbinjektion in einen Wasserbehälter zur Visualisierung der Relaminisierung: (a) nicht beheizt. (b) Deckenbereich beheizt. (T Transition, R Relaminisierung) [10].....  | 26 |
| Abbildung 2-19: Überschallumströmung einer konvexen Ecke. Ausbildung eines Prandtl-Meyer-Fächers und einer dünnen laminaren Unterschicht. a) Schlieren-Fotographie, b) Prinzipskizze [10] .....  | 28 |
| Abbildung 2-20: Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile vor (Kreise) und nach (Punkte) der Beschleunigung [10] .....  | 28 |
| Abbildung 2-21: Bilanz der turbulenten kinetischen Energie in nicht beschleunigter (oben, $K=0$ ) und beschleunigter (unten, $K>0$ ) Grenzschicht. Werte wurden mit $U_\infty$ und $\delta$ dimensionslos gemacht. [8] .....   | 30 |
| Abbildung 2-22: Korrelations-Koeffizient in einer vollkommen turbulenten (Kreise) und in einer relaminisierten (Punkte) Grenzschicht [10] .....  | 31 |
| Abbildung 2-23: Stadien einer relaminisierenden Grenzschichtströmung (vertikale Striche sind Messwerte) [10] .....   | 32 |
| Abbildung 3-1:Prinzipieller Längsschnitt durch den Windkanal des ISW [5] .....   | 33 |
| Abbildung 3-2: Skizze der Grenzschichtplatte (Flat Plate – grün) und erstes Konzept der Beschleunigungsstrecke (Acceleration Plate – orange) inklusive Abmessungen nach [5].....   | 34 |
| Abbildung 3-3: Netz einer Variante mit 16-fach verringerter Zellenanzahl.....  | 36 |
| Abbildung 3-4: Simulationsergebnisse verschiedener Konzepte. Farblich dargestellt ist die Strömungsgeschwindigkeit in x-Richtung $u$ und Stromlinien: a) erstes Konzept aus der Vorauslegung, b) Optimierte Lösung .....   | 38 |
| Abbildung 3-5: Skizze des Aufbaus mit zusätzlicher Versperrung.....  | 38 |
| Abbildung 3-6: Simulations- und Messergebnisse im Vergleich. Die vertikalen schwarzen Linien kennzeichnen den geometrischen Beginn bzw. das Ende der Beschleunigungsstrecke.....   | 39 |

---

|   |    |
|---|----|
| Abbildung 3-7: Dreidimensionale Skizze des Aufbaus im Windkanal .....   | 40 |
| Abbildung 3-8: Justierbarkeit der Beschleunigungstrecke .....   | 41 |
| Abbildung 3-9: Bilder des Aufbaus (Referenzierung in Anlehnung zu Abbildung 3-7):<br>a) Überblick, b) Drehgelenk 5, c) Dreh- und Schubgelenk 9, d) Geometrie des<br>Gestänges und Beschläge an den Platten 8. Im Hintergrund die vertikale Achse der<br>Traversierung, e) Versperklappe 4 mit Anlenkung 11 und die zusätzliche Versperrung<br>.....                       | 43 |
| Abbildung 4-1: Prinzip der Laser Doppler Anemometrie (LDA) nach [25] und [26] ...   | 44 |
| Abbildung 4-2: Das LDA Messvolumen und dessen Abmessungen, nach [25] .....  | 45 |
| Abbildung 4-3: Prinzip der Richtungssensibilität mittels Frequenzshift [26] .....   | 47 |
| Abbildung 4-4: Anordnung zur Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten [27].<br>Im Hintergrund die Lichtquelle und der Strahlteiler mit den Photomultipliern. Vorne links<br>die Ein- und rechts die Zwei-Komponenten Sonde.....   | 47 |
| Abbildung 4-5: Schematischer Verlauf der Partikelgeschwindigkeit $u_P$ über der Zeit und<br>Relaxationszeit $\tau$ nach [28].....   | 48 |
| Abbildung 4-6: Qualitative Übertragungsfunktionen für verschiedene<br>Partikeldurchmesser $d_P$ bzw. Relaxationszeiten $\tau$ und Grenzfrequenzen $f_{c,i}$ für eine<br>beliebiges Amplitudenverhältnis nach [25].....  | 49 |
| Abbildung 4-7: Streulichtintensitätsverteilung in logarithmischer Skalierung nach der<br>Mie-Lorenz-Theorie für drei unterschiedliche Partikelgrößen. Der Pfeil markiert die<br>Richtung der einfallenden Lichtwellen. [30] Links: Übergangsbereich Rayleigh- / Mie-<br>Streuung; Mitte: Mie-Streuung; Rechts: Übergangsbereich Mie-Streuung /<br>geometrische Optik..... | 50 |
| Abbildung 4-8: Abhängigkeit der Streulichtintensität vom Partikeldurchmesser $d_P$ nach<br>[25] und [29].....   | 51 |
| Abbildung 4-9: Schematischer Aufbau eines LDA-Systems und der Prozesse der<br>Signalverarbeitung [25].....  | 52 |
| Abbildung 4-10: Verstärkung, Filterung und Modulation des Doppler Burst [25] .....  | 52 |
| Abbildung 4-11: Einfluss der Partikelgröße und der Teilchenanzahl im Messvolumen<br>auf den detektierten Burst, nach [29]. I entspricht einem Burst mit maximaler<br>Modulation, somit einem Optimum. ....  | 53 |
| Abbildung 4-12: Dopplerburst im Zeit- und Spektralbereich mit Rauschen nach [26].<br>Durch Bandpassfilterung wird der energiereiche niederfrequente Anteil eliminiert und<br>das breitbandige Rauschen reduziert und somit das SNR verbessert.....  | 54 |

|  |    |
|--|----|
| Abbildung 4-13: Schema der Fuzzy-Slotting-Methode zur Ermittlung der Autokorrelationsfunktion aus zeitlich zufällig verteilten LDA-Daten [26] .....  | 57 |
| Abbildung 4-14: Vertrauensintervalle für den Mittelwert und den RMS als Funktion der unabhängigen Samples $n$ bei verschiedenen TU-Graden [25] .....   | 59 |
| Abbildung 4-15: Ergebnisse der Partikelgrößenmessung der Seeding-Flüssigkeit nach PDA-Messungen am ISW: Äquidistante Dichteverteilung (oben) und kumulierte Dichteverteilung (unten). Die strichlierte Linie kennzeichnet die mittlere Partikelgröße ..... | 62 |
| Abbildung 4-16: Prinzip der Signaloptimierung für die Koinzidenzmessungen. ....  | 63 |
| Abbildung 4-17: Räumlicher Messbereich und dessen Auflösung.....   | 64 |
| Abbildung 5-1: Verläufe des örtlichen Reibungskoeffizienten $cf'$ (oben) und des Formfaktors $H$ (unten) über der Reynolds-Zahl $Re_x$ . Die strichlierten und die strichpunktieren Linien stellen laminare bzw. vollturbulente Grenzwerte dar. ....       | 66 |
| Abbildung 5-2: Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile $u^*(y^*)$ der ZPG-Fälle an verschiedenen Positionen $x$ entlang der Grenzschichtplatte (LDA-Messdaten) .....  | 69 |
| Abbildung 5-3: Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile in Wandeinheiten $u^+(y^+)$ der ZPG – Fälle an verschiedenen Positionen $x$ entlang der Grenzschichtplatte .....   | 71 |
| Abbildung 5-4: Verläufe der normierten Standardabweichung $\sigma u/\sigma u,0$ entlang der Hauptströmungskordinate $x$ , bei $y^* = 0,25, 0,50$ und $0,75$ (LDA Messungen).....   | 72 |
| Abbildung 5-5: Verläufe der Schiefe (eng.: Skewness) $S$ entlang der Hauptströmungskordinate $x$ , bei $y^* = 0,25, 0,50$ und $0,75$ (LDA Messungen).....  | 75 |
| Abbildung 5-6: Verläufe entlang der Strömungskordinate $x$ von [5]:.....   | 78 |
| Abbildung 5-7: Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile $u^*(y^*)$ der APG-Fälle an verschiedenen Positionen $x$ entlang der Grenzschichtplatte (LDA-Messdaten) .....  | 81 |
| Abbildung 5-8: Dimensionslose Geschwindigkeitsprofile in Wandeinheiten $u^+(y^+)$ der APG – Fälle an verschiedenen Positionen $x$ entlang der Grenzschichtplatte [5] .....   | 83 |
| Abbildung 5-9: Verhältnis aus turbulenter kinetischer Energie zur kinetischen Energie $R/R_{495}$ entlang der Hauptströmungskordinate $x$ , bei $y^* = 0.25, 0.50$ und $0.75$ (LDA Koinzidenzmessungen) [5] .....  | 85 |
| Abbildung 5-10: Verläufe des normierten RMS-Wertes $v_{RMS}/v_{RMS0}$ der Geschwindigkeitskomponente quer zur Hauptströmung entlang der Hauptströmungskordinate $x$ , bei $y^* = 0.25, 0.50$ und $0.75$ (LDA Koinzidenzmessungen) [5] .....                | 86 |

|  |    |
|--|----|
| Abbildung 5-11: Verläufe des normierten Turbulenzgrades $Tu/Tu_{,495}$ entlang der Hauptströmungskordinate $x$ , bei $y^* = 0.25, 0.50$ und $0.75$ (LDA Koinzidenzmessungen) [5] .....   | 87 |
| Abbildung 5-12: Verläufe der normierten Reynold'schen Schubspannungen $RS$ , bezogen auf den Wert an der Stelle $x = 495mm$ entlang der Hauptströmungskordinate $x$ , bei $y^* = 0.25, 0.50$ und $0.75$ (LDA Koinzidenzmessungen) [5] .....  | 88 |
| Abbildung 5-13: Punkteplots der korrelierten Geschwindigkeitsschwankungen $u', v'$ und Verlauf der Grenzschichtdicke $\delta$ für den Fall $10^\circ TW - 5m/s$ . $u, v$ sind die jeweiligen Mittelwerte und $\sigma u, \sigma v$ die Standardabweichung (RMS) der Geschwindigkeit ..... | 92 |
| Abbildung 5-14: Punkteplots der korrelierten Geschwindigkeitsschwankungen $u', v'$ und Verlauf der Grenzschichtdicke $\delta$ für den Fall $20^\circ TW - 5m/s$ . $u, v$ sind die jeweiligen Mittelwerte und $\sigma u, \sigma v$ die Standardabweichung (RMS) der Geschwindigkeit ..... | 93 |
| Abbildung 5-15: Spektrale Energiedichte (PSD) der Längsgeschwindigkeitsfluktuationen $u'$ für den Fall der ebenen Platte (ZPG), jeweils bei $y=3mm$ . Fall ZPG – 5 m/s oben und ZPG – 10 m/s unten .....   | 94 |
| Abbildung 5-16: Spektrale Energiedichte (PSD) der Längsgeschwindigkeitsfluktuationen $u'$ für den Fall die beschleunigten Fälle (APG), jeweils bei $y^*=0,25$ . Fall $10^\circ TW - 5 m/s$ oben, $20^\circ TW - 5 m/s$ mitte und $20^\circ - 9 m/s$ unten.....                           | 96 |

## 8 Tabellenverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| Tabelle 4-1: Gleichungen statistischer Größen für die Auswertung von LDA-Daten [25], [32] .....  | 55 |
| Tabelle 4-2: Wichtige Parameter der LDA-Optik und des Messvolumens .....   | 60 |
| Tabelle 4-3: Übersicht der durchgeführten Messreihen: $U_{\infty, Inlet}$ ist die ungestörte Anströmungsgeschwindigkeit am Einlass (Plattenvorderkante), $\alpha$ ist der Winkel der Beschleunigungsplatte zur Vertikalen und $\beta$ der Winkel der Versperrklappe zur Horizontalen, wie in Abbildung 3-5 eingezeichnet ..... | 62 |
| Tabelle 5-1: Zusammenfassung der experimentell ermittelten Transitionspositionen und Reynolds-Zahlen .....   | 76 |

## 9 Literaturverzeichnis

- [1] R. E. Mayle, The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines, Journal of Turbomachinery, Vol.113: S. 509-537, 1991.
- [2] H. Schlichting und K. Gersten, Grenzschicht-Theorie, Berlin: Springer-Verlag, 2006.
- [3] D. Surek und S. Stempin, Technische Strömungsmechanik - Für Studium, Examen und Praxis, Springer-Verlag, 2014.
- [4] C. Stemmer, Grenzschichttheorie, Lehrstuhl für Aeorodynamik, Technische Universität München, Vorlesungsskriptum.
- [5] P. Bader, M. Pschernig, W. Sanz, J. Woisetschläger, W. Meil und G. Brenn, Flat-plate boundary layers in accelerated flow, Proceedings in ASME 2016 Turbo EXPO, Seoul, Südkorea, GT2016-56044, 2016.
- [6] F. M. White, Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill, Inc., 1991.
- [7] H. Steiner, Höhere Strömungslehre und Wärmeübertragung, Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung, Technische Universität Graz, Vorlesungsskriptum, 2012.
- [8] H. Herwig und B. Schmandt, Strömungsmechanik, Berlin: Springer-Verlag, 2015.
- [9] L. Prandtl, K. Oswatitsch und K. Wieghardt, Führer durch die Strömungslehre, Braunschweig: Vieweg, 1984.
- [10] R. Narasimha und K. R. Sreenivasan, Relaminarization fo fluid flows, Journal of Advances in Applied Mechanics, Vol.19: S. 221-309, 1979.
- [11] H. Herwig, Wärmeübertragung A-Z - Systematische und ausführliche Erläuterungen wichtiger Größen und Konzepte, Berlin: Springer-Verlag, 2000.

- [12] E. R. Pardyjak, P. Monti und H. J. S. Fernando, Flux Richardson number measurements in stable atmospheric shear flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.459: S. 307-316, 2002.
- [13] M. A. Badri Narayanan und V. Ramjee, On the criteria for reverse transition in a two-dimensional boundary layer flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 35, Teil 2, S. 225-241, 1969.
- [14] R. F. Blackwelder und L. S. Kovasznay, Large-scale motion of a turbulent boundary layer during relaminarization, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 53, Teil 1, S. 61-83, 1972.
- [15] R. Narasimha und K. R. Sreenivasan, Relaminarization in highly accelerated turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 61, Teil 3, S. 417-447, 1973.
- [16] J. R. Narayan, A. Chattopadhyay und N. Pagaldipti, Improvements in relaminarization characteristics of turbine blades using design optimization, *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, A9638845, 1996.
- [17] M. P. Escudier, A. Abdel-Hameed und C. J. Sutcliffe, Laminarisation and re-transition of a turbulent boundary layer subjected to favourable pressure gradient, *Experiments in Fluids*, Vol. 25, S. 491-502, 1998.
- [18] R. Mukund, P. R. Viawanath, R. Narasimha, A. Prabhu und J. D. Crouch, Relaminarization in highly favourable pressure gradients on a convex surface, *Fluid Mechanics*, Vol. 566, Teil 1, S. 97-115, 2006.
- [19] P. Bader, W. Sanz, J. Peterleithner, J. Woisetschläger, W. Meil und G. Brenn, Detecting transition in flat plate flow with Laser Interferometric Vibrometry (LIV), *ASME Turbo Expo 2016*, Seoul, Südkorea, GT2016-56043, 2016.
- [20] R. Pecnik, P. Pieringer und W. Sanz, Numerical investigation of the secondary flow of a transonic turbine stage using various turbulence closures, *Proceedings in ASME Turbo Expo 2005*, Reno-Tahoe, Nevada, USA, GT2005-68754, 2005.
- [21] P. L. Roe, Approximate Riemann solver, parameter vectors and differencing scheme, *Journal of Computational Physics*, Vol. 43, S. 357–372, 1981.

- [22] F. R. Menter, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA Journal*, 32(8), S. 1598-1605, 1994.
- [23] R. B. Langtry und F. R. Menter, Correlation based transition modelling for unstructured paralelized computational fluid dynamics codes, *AIAA Journal*, 47(12), S. 2894-2906, 2009.
- [24] ANSYS, Ansys CFX-Solver modeling guide, Release 14.5, 2012.
- [25] J. Woisetschläger, Laser in der Schwingungs- und Strömungsmesstechnik, Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik, Technische Universität Graz, Vorlesungsskriptum, 2015.
- [26] H. E. Albrecht, M. Borys, N. Damaschke und C. Tropea, Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
- [27] Dantec Dynamics A/S, [Online]. Available: <http://www.dantecdynamics.com/>. [Zugriff am 3. 10. 2016].
- [28] J. Kussin, Experimentelle Studien zur Partikelbewegung und Turbulenzmodifikation in einem horizontalen Kanal bei unterschiedlichen Wandrauigkeiten, Dissertation, Martin- Luther- Universität Halle- Wittenberg, 2004.
- [29] B. Ruck, Laser-Doppler-Anemometrie, Stuttgart: AT-Fachverlag GmbH, 1978.
- [30] K. D. Jensen, Flow Measurements, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. XXVI, No. 4, S. 400-419, 2004.
- [31] T. Indinger, Grundlagen der experimentellen Strömungsmechanik, Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungsmechanik, Technische Universität München, Vorlesungsskriptum, 2015.
- [32] D. D. A/S, BSA Flow Software - Installation & User's Guide; Version 4.10, Skovlund, Denmark: Publication no.: 9040U5733, 2006.

- 
- [33] H. Nobach, E. Müller und C. Tropea, Efficient estimation of power spectral density from laser Doppler anemometer data, *Journal of Experiments in Fluids*, Vol. 24, S. 499-509, 1998.
- [34] H. Nobach, Fuzzy time quantization and local normalization for the direct spectral estimation from laser Doppler velocimetry data, *Journal of Experiments in Fluids*, Vol. 56, 2015.
- [35] D. Coles, The law of the wake in the turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.1(02): S. 191 - 226, 1956.
- [36] R. Mukund, R. Narasimha, P. R. Viswanath und J. D. Crouch, Multiple laminar-turbulent transition cycles around a swept leading edge, *Journal of Experiments in Fluids*, Vol.53: S. 1915-1927, 2012.
- [37] H. Schlichting, *Grenzschicht-Theorie*, Karlsruhe: Verlag G. Braun, 1979.