

---

Masterarbeit

**Numerische Untersuchung des Querkrafttragverhaltens von  
Stahlbetonbauteilen unterschiedlicher M/V Kombinationen**

---

Verfasser:

Philipp Gartner, BSc

Betreuer:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue

Dipl.-Ing. Christoph Thomas Betschoga

Dr.-Ing. Nguyen Duc Tung

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften - Konstruktiver Ingenieurbau

Graz, März 2017

## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

.....  
(Ort, Datum)

.....  
(Unterschrift)

## **Danksagung**

Ich bedanke mich bei allen Mitarbeitern des Instituts für Betonbau der Technischen Universität Graz, insbesondere bei meinen Betreuern Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue, Herrn Dipl.-Ing. Christoph Betschoga und Herrn Dr.-Ing. Nguyen Duc Tung für die nette und ausgezeichnete Betreuung.

Großer Dank gilt meinen Eltern Mathilde und Rudi die mich nicht nur finanziell unterstützt haben, sondern mir während des ganzen Studiums zu Seite gestanden sind.

## Kurzfassung

Trotz mehrere Jahrzehnte andauernde Forschung an der Schubtragfähigkeit von bewehrten Stahlbetonbauteilen gibt es in der Fachwelt noch keinen allgemein anerkannten Konsens über den genauen Mechanismus zur Schubabtragung. Das Ergebnis sind unzählige Modelle zur Bestimmung der Schubtragfähigkeit. Der Einfluss des Moments wird von verschiedenen Modellen entweder gänzlich missachtet oder führt zu gegensätzlichen Effekten.

In dieser Arbeit werden zunächst allgemein die Tragmechanismen eines schubunbewehrten Stahlbetonbalkens erläutert. Anschließend werden die Bemessungsmodelle des Eurocode 2, des *fib* Model Code 2010 und des Ansatzes zum Querkraftverhalten von Tue betrachtet und die jeweiligen Querkraftwiderstände verglichen. An der Technischen Universität Graz wurden Schubversuche ohne Querkraftbewehrung mit verschiedenen statischen Systemen durchgeführt, um den Einfluss der M/V-Kombination auf die Querkrafttragfähigkeit zu untersuchen. Diese Versuchsreihe wird in der vorliegenden Arbeit durch eine Finite-Elemente-Berechnung verifiziert und diskutiert. Dabei wird im Speziellen auf den Einfluss der M/V-Kombination, den Kraftfluss im Bauteil und eine eventuelle Systemumstellung in ein Sprengwerk eingegangen. Zum Abschluss wurde außerdem eine Versuchsreihe von Schubversuchen mit Querkraftbewehrung anhand einer Finite-Elemente-Berechnung untersucht und ausgewertet.

Mit den durchgeführten Untersuchungen konnten die Einflüsse der M/V-Kombination teilweise bestätigt werden.

## Abstract

Despite several decades of research on the shear strength of reinforced concrete structures, there is still no generally accepted consensus on the exact load transfer mechanism in the scientific community. As a result there are many models available for determining the shear capacity. In the various models the influence of the bending moment is either completely neglected or leads to opposing effects.

In this thesis, the load transfer mechanisms of a reinforced concrete slab without transverse reinforcement are explained generally. The design codes of the Eurocode 2, the *fib* ModelCode 2010 and the approach of shear strength behavior of Tue are considered and the respective shear strengths are then compared. At Graz University of Technology shear tests without transverse reinforcement have been carried out with varying support conditions in order to investigate the influence of the M/V-combination on the shear capacity. The main goal of this thesis was verifying and discussing this series of experiments by finite element calculations. In particular, the influence of the M/V-combination, the flow of forces in the component and a possible system relocation to a direct strut action will be discussed. Finally a series of shear tests with transverse reinforcement was investigated and evaluated using a finite element calculation.

With the conducted investigations the influence of the M/V-combination was partially confirmed.

# Inhaltsverzeichnis

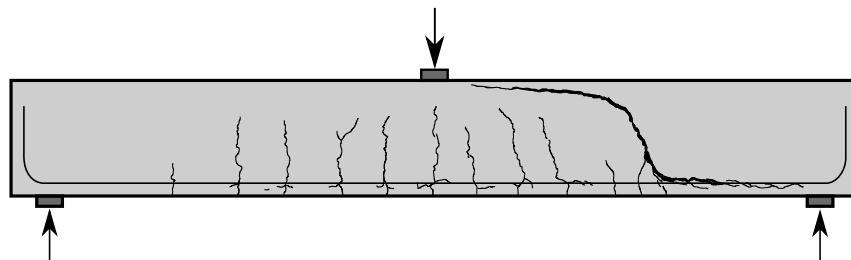
<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Einfluss der M/V-Kombination . . . . .	1
1.2	Bisherige Betrachtung des Einflusses von M auf $V_{Rd}$ . . . . .	1
1.3	Bisherige experimentelle Untersuchungen der M/V-Interaktion . . . . .	2
1.4	Zielsetzung und Vorgehensweise . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Querkrafttragfähigkeit</b>	<b>4</b>
2.1	Problemdarstellung . . . . .	4
2.2	Tragmechanismen . . . . .	4
2.2.1	Sprengwerkbildung . . . . .	7
2.3	Experimentelle Untersuchungen aus ausgewählter Literatur . . . . .	7
2.4	Vorhandene Modelle zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung . . . . .	8
2.4.1	Eurocode 2 . . . . .	9
2.4.2	Model Code 2010 . . . . .	9
2.4.3	Modell nach Tue . . . . .	10
2.4.4	Mögliche Schubfeldtypen . . . . .	10
2.4.5	Gegenüberstellung der Querkraftwiderstände der betrachteten Modelle	13
<b>3</b>	<b>Das Versuchsprogramm an der TU-Graz</b>	<b>15</b>
<b>4</b>	<b>Einflüsse unterschiedlicher Modell- und Materialparameter für die nichtlineare Berechnung mit Atena</b>	<b>19</b>
4.1	Netzfeinheit . . . . .	19
4.2	Druckfestigkeit $f_c$ , Zugfestigkeit $f_{ct}$ , Bruchenergie $G_f$ . . . . .	21
4.2.1	Druckfestigkeit . . . . .	21
4.2.2	Spezifische Bruchenergie . . . . .	23
4.2.3	Zugfestigkeit . . . . .	24
4.2.4	E-Modul . . . . .	27
4.3	Verbund . . . . .	28
4.4	Modellierung einer Streckenlast . . . . .	29
4.4.1	Gleichlasten mit Hilfe von Federn . . . . .	31
4.5	Solution Methods . . . . .	33
4.5.1	Kraftsteuerung . . . . .	33
4.5.2	Verformungssteuerung . . . . .	33
4.5.3	Arc-length method . . . . .	34
4.6	Vergleich der verschiedenen Steuerungsmöglichkeiten . . . . .	35
4.7	Schlussfolgerung . . . . .	35

<b>5</b>	<b>FE - Untersuchung</b>	<b>37</b>
5.1	Einfluss des statischen Systems und der Belastungsart auf die Querkrafttragfähigkeit . . . . .	37
5.1.1	Auswertung der Systemumstellung in ein Sprengwerk anhand des SV-3	39
5.2	Einfluss des Längsbewehrungsgrads . . . . .	42
5.3	Einfluss Moment . . . . .	43
5.4	Diskussion anhand des Vergleichs der FE-Berechnung mit Atena und den Versuchen am Institut . . . . .	43
5.4.1	Einfluss der M/V-Kombination . . . . .	44
5.4.2	Einfluss des Längsbewehrungsgrads . . . . .	45
5.4.3	Einfluss Moment . . . . .	46
5.4.4	Vergleich der Durchlaufbalken anhand der FE-Berechnung und der Versuche am Instiut . . . . .	46
5.5	Vergleich der Versuche mit Schubbewehrung . . . . .	49
5.5.1	Tragverhalten des SV-15 . . . . .	49
5.5.2	Tragverhalten SV-16 . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Beurteilung und Zusammenfassung</b>	<b>61</b>
6.1	Zusammenfassung . . . . .	61
<b>7</b>	<b>Anhang</b>	<b>69</b>

# 1 Einleitung

Trotz mehrerer Jahrzehnte intensiver Forschung an der Schubtragfähigkeit von bewehrten Stahlbetonbauteilen gibt es in der Fachwelt noch keinen allgemein anerkannten Konsens über den genauen Mechanismus zur Schubabtragung. Das Ergebnis sind unzählige Modelle zur Bestimmung der Schubtragfähigkeit. Im Zuge dieser Arbeit soll speziell der Einfluss der M/V-Kombination und damit der Einfluss der Lagerbedingungen und des einwirkenden Lastbildes mittels numerischer Methoden (nichtlineare Finite Elemente-Berechnungen) ermittelt werden.

## 1.1 Einfluss der M/V-Kombination



**Abb. 1.1:** Rissbild eines Einfeldträgers unter einer Einzellast bei einem Schubversagen

Generell entstehen Biegeschubrisse aus vorhandenen Biegerissen. Bei den meisten Fällen der Schubversuche von Einfeldträgern mit Einzellast wird der kritische Schubriss aus dem äußersten Biegeriss initiiert, wie auch beispielhaft in der Abbildung 1.1 erkennbar ist. Da der Querkraftverlauf über den gesamten Träger konstant ist, muss die Entstehung des kritischen Schubrisses im Zusammenhang mit der Momenteneinwirkung stehen. Dies legt nahe, dass die M/V-Kombination einen starken Einfluss auf die Stelle des kritischen Schubrisses und somit auf die Querkrafttragfähigkeit hat.

## 1.2 Bisherige Betrachtung des Einflusses von M auf $V_{Rd}$

Einige Theorien, z.B. die Modified Compression Field Theory (MCFT) oder die Critical Shear Crack Theory (CSCT) zeigen, dass das Moment einen Einfluss auf den Querkraftwiderstand eines Querschnitts hat. Mit diesen Modellvorstellungen kann der Unterschied der Traglast, der bei Versuchen von Einfeldbalken unter Einzel- und Gleichstreckenlast beobachtet wurde, besser erklärt werden. Im Gegensatz z.B. zu den Modellen im EC 2, die empirisch aus Versuchsdaten hergeleitet wurden.

In der Praxis ist die Belastungsart zumeist eine Streckenlast, somit ist die Anwendung



der oben erwähnten Theorien bei Einfeldbalken sinnvoll. Demnach wurden auch schon Bemessungsmodelle aufgrund dieser Theorien in verschiedene Normen aufgenommen. Wie z.B. der *fib* Model Code 2010 [5], der eine Vereinfachung der Modified Compression Theory darstellt. Hintergrundinformationen dazu werden in [6] gegeben.

Der Model Code 2010 [5] berücksichtigt, wie erwähnt, die Momentenbeanspruchung bei der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit. Dabei beeinflusst das Moment die Querkrafttragfähigkeit negativ. Versuchsbeobachtungen zeigten, dass sich der kritische Schubriss bei Kragträgern mit Einzellast in der Regel im Bereich mit geringerer Biegebeanspruchung befindet. Dies führte zu neuen theoretischen Arbeiten (Tue in [3] und [4]), in denen festgestellt wurde, dass die Querkrafttragfähigkeit entscheidend vom statischen System, also der M/V-Kombination, und dem Rissbild im Schubfeld abhängt. Bei diesem neuen Ansatz zum Querkrafttragverhalten von Tue beeinflusst das zugehörige Moment den Querkraftwiderstand jedoch positiv.

### 1.3 Bisherige experimentelle Untersuchungen der M/V-Interaktion

Weltweit wurden in den letzten 60 Jahren mehr als 1000 Querkraftversuche durchgeführt. Dies verdeutlicht die Komplexität des Querkrafttragverhaltens von Stahlbetonbauteilen. Bei der Mehrheit der Querkraftversuche wurde der Querkraftwiderstand an Einfeldträgern mit Einzellasten getestet. Dagegen sind Schubversuche bei Einfeldträgern unter Gleichstreckenlast deutlich seltener. Für Kragträger mit Gleichlasten sind nur sehr wenige Versuche bekannt. In der Abbildung 1.2 ist die Häufigkeit der statischen Systeme bei den bekannten Schubversuchen dargestellt.

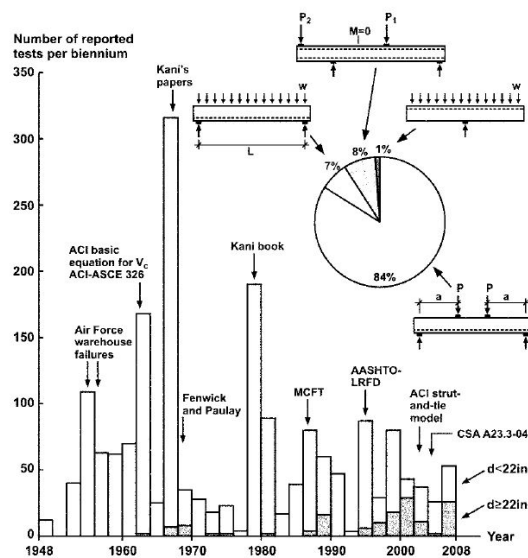


Abb. 1.2: Zusammenfassung von Schubversuchen von 1948 bis 2008 aus [10]

In letzter Zeit wurden vermehrt Untersuchungen an Kragträgern unter Gleichlast und Durchlaufsystemen durchgeführt, wie zum Beispiel an der EPF in Lausanne (siehe [11]) und an der RWTH Aachen (siehe [12]).

Am Institut für Betonbau der Technischen Universität Graz wurden experimentelle Untersuchungen zum Einfluss des statischen Systems und der Belastungsart auf das Querkraftverhalten von Biegebauteilen ohne Querkraftbewehrung durchgeführt, siehe [2] und [8]. Es wurden zehn Stahlbetonbalken mit drei verschiedenen statischen Systemen und zwei Belastungsarten getestet, um die in der Praxis am häufigsten auftretenden M/V-Kombinationen zu erfassen. Die Ergebnisse zeigen einen deutlichen Einfluss der verschiedenen Kombinationen auf das Querkrafttragverhalten. Generell wurde festgestellt, dass die Querkrafttragfähigkeit bei verschiedenen statischen Systemen unter Gleichlasten höher, als jene von vergleichbaren Einzellasten, ist.

Für Stahlbetonbalken mit Querkraftbewehrung wurde an der Technischen Universität Graz ebenfalls eine Versuchsreihe anhand von 4-Punkt-Biegeversuchen durchgeführt.

## 1.4 Zielsetzung und Vorgehensweise

Um den Einfluss der M/V-Kombination auf die Querkrafttragfähigkeit näher zu untersuchen, soll die oben genannte Versuchsreihe der TU-Graz mittels einer Finite-Elemente Software nachgerechnet werden. Für diese FE-Berechnungen wird das Programm ATENA ausgewählt, welches durch die nichtlineare Simulation wichtige Informationen über das Tragverhalten von Konstruktionen liefern kann. Durch diese Berechnungen sollen, zusätzlich zu den Versuchsdaten, Erkenntnisse zum Kraftfluss im Bauteil bzw. einer eventuellen Systemänderung hin zur Sprengwerkwirkung gewonnen werden.

In einer Sensitivitätsanalyse sollen zunächst die wichtigen Einflussgrößen ermittelt werden. Der Einfluss der M/V-Kombination und anderer wichtiger Parameter soll dann anhand der FE-Berechnungen bestimmt und ausgewertet werden. Anhand der experimentellen Untersuchungen der Versuchsreihe sollen die theoretischen Ergebnisse diskutiert und verifiziert werden. Im Speziellen soll auch auf das Tragverhalten nach Auftreten des kritischen Schubrisses bzw. einer eventuellen Systemumstellung in ein Sprengwerk eingegangen werden. Zum Abschluss werden außerdem die Schubversuche mit Querkraftbewehrung ausführlich auf ihr Tragverhalten analysiert.

## 2 Querkrafttragfähigkeit

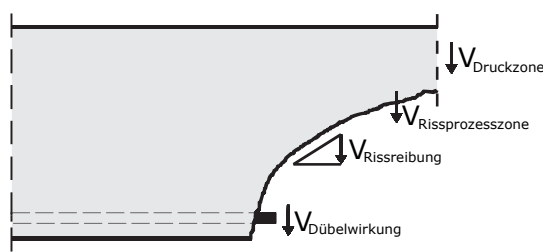
### 2.1 Problemdarstellung

Für die Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit sind unzählige Modelle und Theorien vorhanden. Dieser Umstand lässt auf die Komplexität dieses Themas schließen. Bis heute gibt es noch keinen weltweit anerkannten Ansatz zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit. Der Einfluss des Moments wird von den verschiedenen Modellen in EC 2 [16], Model Code 2010 [5] und dem Modell von Tue [4] entweder gänzlich missachtet oder führt zu gegensätzlichen Effekten. Somit sollte der Kraftfluss im Bauteil genauer untersucht werden.

Bei einigen Balken, die an der Technischen Universität Graz durchgeführten Versuchsreihe, konnte nach der Bildung des kritischen Schubrisses die Bildung eines Sprengwerks beobachtet werden. Aus mechanischer Sicht ist die Sprengwerkbildung eine Systemeigenschaft, die von vielen Faktoren abhängt. Die Schubslankheit, Bauteilgeometrie, Belastung aber auch das Rissbild und der Rissverlauf im Schubfeld haben wesentlichen Anteil. Somit ist die Möglichkeit der Einstellung eines Sprengwerks sehr schwierig zu erfassen. Im Sinne einer sicheren Bemessung sollte die Sprengwerkbildung bei schubslanken Biegebauteilen nicht berücksichtigt werden. Dies hat zur Folge, dass die Last beim Auftreten des kritischen Schubrisses die Obergrenze der Querkrafttragfähigkeit bei der Bemessung definiert.

### 2.2 Tragmechanismen

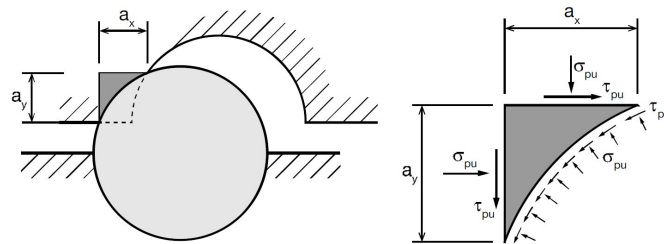
Im Gegensatz zum Biegeversagen eines Stahlbetonbalkens kündigt sich das Versagen aufgrund der Querkraftbeanspruchung nicht an, sondern tritt plötzlich auf. Man spricht von einem spröden Materialverhalten. Bei querkraftbeanspruchten Bauteilen ist die Vorhersage der Traglast schwierig, da mehrere Mechanismen an der Lastabtragung beteiligt sind. Diese sind in der Abbildung 2.1 ersichtlich und werden in weiterer Folge kurz beschrieben.



**Abb. 2.1:** Mechanismen zur Querkraftabtragung

## Rissreibung

Die Übertragung von Schubkräften in Rissen wird in zahlreichen Untersuchungen als wesentlicher Mechanismus der Schubkraftübertragung angesehen, z.B. [14]. Die Rissreibung oder Rissverzahnung entsteht infolge von Unebenheiten der Rissflanken bei gegenseitiger Rissuferverschiebung (siehe Abbildung 2.2). Die Größe der aktivierten Kräfte hängt neben der oben genannten Risskinematik stark von der Rauigkeit der Rissufer ab. Diese ist bei Normalbeton höher als bei Leichtbeton oder hochfestem Beton.



**Abb. 2.2:** Schematisches Modell des Mechanismus der Rissreibung aus [14]

## Dübelwirkung

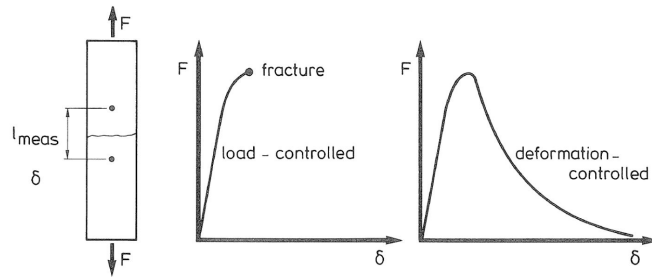
Der Bewehrungsstahl kann sowohl in der Stablängsrichtung als auch in Querrichtung Kräfte aufnehmen. Sobald ein Bauteil durch einen Biegeschubriss gedanklich in zwei Teile geteilt wird, hängt sich der abgetrennte Bereich des Trägers an der Längsbewehrung an. Durch diese Dübelwirkung kann ein Kraftanteil quer zur Längsbewehrung übertragen werden. Dieser Mechanismus trägt zum Querkraftwiderstand eines Stahlbetonbalkens bei. Im Bereich der Betondeckung können die entstehenden Zugspannungen weiterhin übertragen werden. Wird hier die Betonzugfestigkeit überschritten, kommt es zu Rissen entlang der Stäbe.

## Betondruckzone

Der Biegeschubriss entsteht aus einem Biegeriss der bei weiterer Laststeigerung in Richtung der Lasteinleitung fortschreitet. Vor dem Versagen bleibt nur die Betondruckzone mit geringer Höhe ungerissen. Dieser Bereich trägt maßgeblich zur Abtragung der Schubkräfte bei.

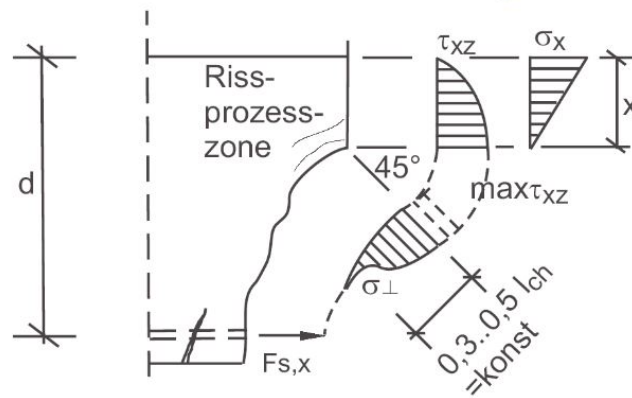
## Rissprozesszone

Wie in weggesteuerten Zugversuchen (siehe Abbildung 2.3) gezeigt werden kann, erlaubt das Nachrissverhalten des Betons auch nach Erreichen der Zugfestigkeit die Übertragung von Zugspannungen.



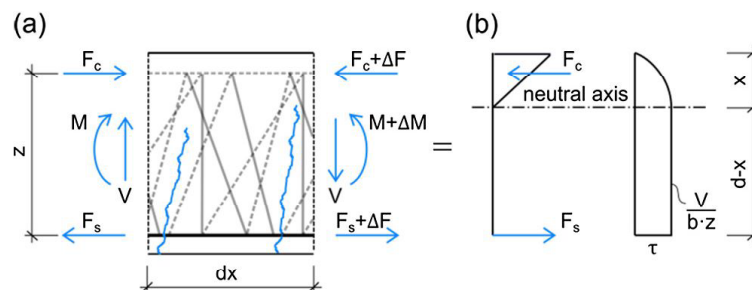
**Abb. 2.3:** Last- (links) bzw. weggesteuerter (rechts) Zugversuch aus [13]

Bis zu einer bestimmten Rissbreite ist eine Kraftübertragung möglich und dieser Bereich wird als Rissprozesszone bezeichnet. Bei Biegeschubrisen liegt die Rissprozesszone meist im geneigten Rissbereich in der Nähe der Druckzone (siehe Abbildung 2.4. Durch die flache Rissneigung wirkt ein Teil der resultierende Zugkraft in vertikaler Richtung.



**Abb. 2.4:** Rissprozesszone

Diese vier Tragmechanismen stehen im Einklang mit der Biegetheorie nach Euler-Bernoulli. Demnach gibt es bei veränderlichem Moment einen Spannungsunterschied in der Zug- und Druckzone über die Länge (siehe Abbildung 2.5).



**Abb. 2.5:** (a) Schubabtragmechanismus laut Fachwerkmodell; (b) mittlere Spannungsverteilung laut der Euler-Bernoulli-Biegetheorie aus [4]

Für die Querkraftabtragung gibt es noch einen weiteren Tragmechanismus, der nicht der Biegetheorie folgt. Dieser wird im nächsten Abschnitt erläutert.

### 2.2.1 Sprengwerkbildung

Generell beschreibt das Querkraftversagen einen ebenen Versagensmechanismus eines Bauteils, bei dem die Zugzone und die Druckzone durch Schrägrisse voneinander getrennt werden und somit keine Schubübertragung mehr erfolgen kann. Wenn es zu einem kritischen Schubriss kommt, gibt es keinen kraftschlüssigen Verbund zwischen Zug- und Druckzone. Somit muss es, um eine weitere Laststeigerung über dieses Lastniveau zu ermöglichen, zu einem geänderten Kraftfluss im Bauteil kommen. Im Bereich des kritischen Schubrisses bleibt die Stahlspannung in der Zugzone durch den nicht vorhandenen kraftschlüssigen Verbund von Druck- und Zugzone konstant. Dadurch muss der Momentenverlauf bei einer weiteren Laststeigerung über eine geneigte Druckstrebe, also über einen sich verändernden Hebelarm über den Bereich des Schrägrisses, realisiert werden. In der Abbildung 2.6 ist eine solche Systemumstellung in ein Sprengwerk ersichtlich.

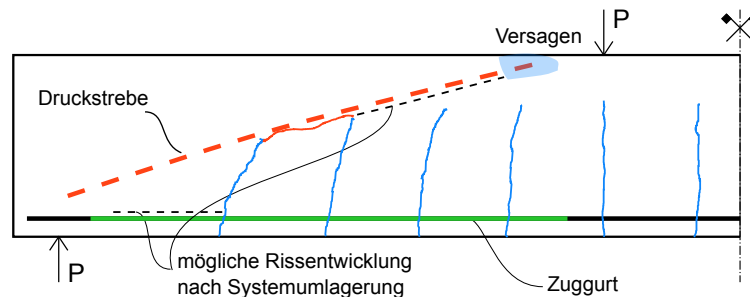


Abb. 2.6: Tragmechanismus Sprengwerk aus [4]

Für die Möglichkeit einer Systemumstellung in ein Sprengwerk ist die Schubschlankheit ein wichtiger Einflussfaktor. Die Schubschlankheit eines Bauteils ist als Verhältnis des maximalen Moments zu der maximalen Querkraft, bezogen auf die Nutzhöhe des Querschnitts  $d$ , definiert:

$$\frac{a}{d} = \frac{M_{\max}/V_{\max}}{d} \quad (2.1)$$

Bei einer geringen Schubschlankheit wird die Systemumstellung in ein Sprengwerk begünstigt. Bei größeren Schubschlankheiten ist nicht mit einer Systemumstellung in ein Sprengwerk zu rechnen. In diesem Fall tritt das Versagen nach dem Erreichen der kritischen Schubrisslast auf. In der Literatur ([15]) wurde die Grenze der Schubschlankheit oft mit  $a/d = 2.4$  angegeben.

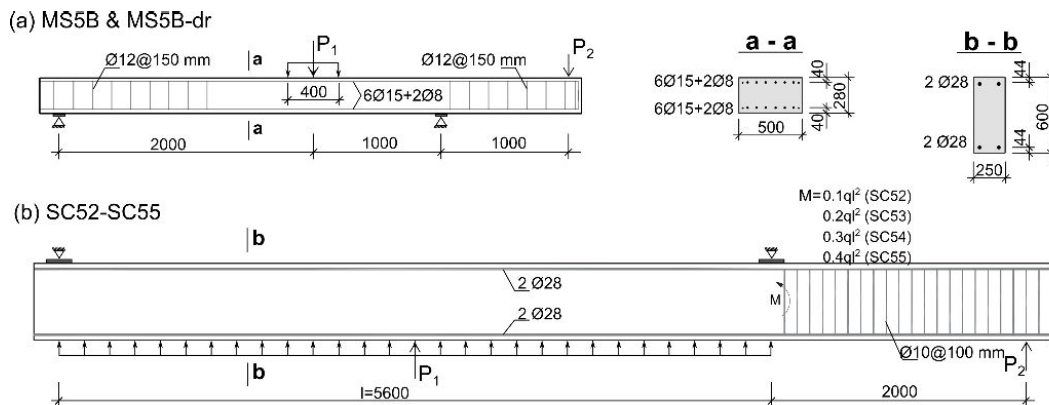
## 2.3 Experimentelle Untersuchungen aus ausgewählter Literatur

Um den Einfluss der M/V-Kombination besser erfassen zu können, wurden in letzter Zeit vermehrt Untersuchungen an Durchlaufsystemen und Kragträgern mit Gleichlast durchgeführt. Beispielhaft erwähnt sollen hier die Schubversuche an der RWTH Aachen

und an der EPF in Lausaunne vorgestellt werden.

Reissen und Hegger testeten an der RWTH Aachen 14 Durchlaufbalken aus Stahlbeton (siehe [12] und Abbildung 2.7(a)). Die Durchlaufwirkung wurde durch eine Belastung am Kragarmrand aktiviert. Untersucht wurde jeweils ein Einspannungsgrad am Auflager von 100 % bzw. 50%. Der Einspannungsgrad von 100 % entspricht hierbei einer vollen Einspannung, wodurch sich in der Verformungsfigur eine horizontale Tangente am Auflager einstellt.

Neben Kragträgern mit Gleichlast wurden an der EPFL 4 Durchlaufbalken, belastet mit einer Gleichlast im Feldbereich, untersucht (siehe [11] und Abbildung 2.7(b)). Die konzentrierte Last ( $P_2$ ) am Kragarmende und die Streckenlast im Feldbereich wurden so kombiniert, dass 4 verschiedene Biegemomente am Mittelaufleger simuliert werden konnten.



**Abb. 2.7:** Versuchsbalken der (a) RWTH Aachen und (b) EPFL

Am Institut für Betonbau an der Technischen Universität Graz wurde eine experimentelle Versuchsreihe zum Einfluss des statischen Systems und der Belastungsart auf das Querkrafttragverhalten von Biegebauteilen ohne Querkraftbewehrung durchgeführt. Es wurden 10 Stahlbetonbalken mit drei statischen Systemen und zwei Belastungsarten getestet. Der genaue Versuchsaufbau kann dem Abschnitt 3 entnommen werden.

## 2.4 Vorhandene Modelle zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

Für die Berechnung der Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbalken ohne Querkraftbewehrung gibt es weltweit zahlreiche Rechenmodelle, von denen viele empirisch ermittelt wurden.

Die Querkrafttragfähigkeit wird meist an einem sogenannten Kontrollschnitt bestimmt. Dementsprechend wird die Querkrafttragfähigkeit als reine Querschnittseigenschaft betrachtet. Neuere Modelle, wie z.B. das Modell von Tue [4], betrachten die Querkrafttragfähigkeit vielmehr als eine Systemeigenschaft.

Ob der unterschiedlichen Modelle gibt es einige Parameter, wie z.B. Längsbewehrungsgrad, Druckzonenhöhe, Druck- bzw. Zugfestigkeit des Betons, die statische Nutzhöhe und die Querschnittsbreite, die stets Einfluss auf die Traglast haben. Eine Erhöhung dieser Parameter bewirkt bei den verschiedenen Modellen durchwegs eine Erhöhung der Querkrafttragfähigkeit. Zusätzlich zu den erwähnten Parametern wird z.B. im Model Code 2010 und im Modell von Tue das Moment mitberücksichtigt. Allerdings hat das Moment im Model Code 2010 einen negativen Einfluss, im Modell von Tue wirkt das Moment für die Querkrafttragfähigkeit günstig.

In den folgenden Abschnitten wird auf die Nachweisführung des Model Code 2010 [5], des Eurocode 2 [16] und des Modells von Tue [4] genauer eingegangen.

### 2.4.1 Eurocode 2

Die Querkrafttragfähigkeit von Biegebauteilen wird im EC 2 als eine reine Querschnittseigenschaft betrachtet. Das einwirkende Moment hat keine Bedeutung und die Querkrafttragfähigkeit ist, bei gleichbleibenden Querschnittseigenschaften, über den gesamten Träger konstant. Die allgemeine Bemessungsgleichung für Stahlbetonbalken ohne Querkraftbewehrung gemäß Eurocode 2 enthält den Maßstabseffekt, die Betondruckfestigkeit, den Längsbewehrungsgrad und die Bauteilabmessung (siehe Gl. 2.2).

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d \geq v_{min} \cdot b_w \cdot d \quad (2.2)$$

mit:

$d$	...	statische Nutzhöhe des Querschnitts
$A_s$	...	Fläche der Zugbewehrung
$f_{ck}$	...	Druckfestigkeit des Betons
$\rho_l$	...	Längsbewehrungsgrad

### 2.4.2 Model Code 2010

Im Gegensatz zum EC 2 berücksichtigt der Model Code 2010 den Einfluss des Biegemoments auf die Querkrafttragfähigkeit. Beim MC 2010 beeinflusst das zugehörige Biegemoment die Querkrafttragfähigkeit negativ. Hierbei wird der Dehnungszustand in der Mittelebene des Querschnittes mit einer vereinfachten Formel berechnet, die die Querkraft mit dem dazugehörigen Moment berücksichtigt. Wird die Dehnung in der Mittelebene bei zunehmender Momenten- oder Querkraftbeanspruchung größer, verringert sich laut MC 2010 die Querkrafttragfähigkeit. Der Längsbewehrungsgrad, die maximale Korngröße des Zuschlags, die Bauteilabmessungen und die Druckfestigkeit bzw. die Zugfestigkeit des Betons haben



Einfluss auf die Querkrafttragfähigkeit, siehe Gl. 2.3.

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot z \cdot b_w \tag{2.3}$$

$$k_v = \frac{0.4}{1 + 1500 \cdot \varepsilon_x} \cdot \frac{1300}{1000 + k_{dg} \cdot z}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2 \cdot E_s \cdot A_s} \cdot \left( \frac{M_{ed}}{z} + V_{ed} \right)$$

$$k_{dg} = \frac{32}{1 + d_g} \geq 0.75$$

mit:

- $A_s$  ... Fläche der Zugbewehrung
- $f_{ck}$  ... Druckfestigkeit des Betons
- $d_g$  ... Größtkorndurchmesser

### 2.4.3 Modell nach Tue

Nach dem neuen Ansatz zum Querkrafttragverhalten von Tue ist die Momenten - Querkraftbeziehung ausschlaggebend für das Tragverhalten eines Stahlbetonträgers. Aufgrund dessen wurden die verschiedenen statischen Systeme und Belastungsarten in Schubfeldtypen unterteilt, diese sind im Abschnitt 2.4.4 erläutert. Die Querkrafttragfähigkeit wird erreicht, wenn es zur kritischen Schubrissbildung kommt. Der kritische Schubriss tritt auf, wenn es im Schubband über eine gewisse Breite und Länge innerhalb des Primärrissabstands zu einer Spannungsüberschreitung kommt. Die Spannungsüberschreitung wird dabei mittels Hauptspannungen und dem Versagenskriterium von Rankine definiert.

Bei geringerer Momentenbeanspruchung nimmt die Höhe des Bereichs mit einer Betonzugspannung in der Zugzone (oberhalb des Biegerisses) zu. Von einem Biegeriss nahe am Auflager bis zum Ende des Schubfeldes bildet sich oberhalb der Biegerisspitzen ein Schubband für die potenzielle Bildung des kritischen Schubrisses. Die Breite des Bandes, in der es zur Spannungsüberschreitung kommt, hängt im Allgemeinen von der lokalen Normalspannung infolge Biegung und der lokalen Schubspannung ab. Die Breite des Schubbandes wird mit abnehmendem Biegemoment und Querkraft größer. Der kritische Schubriss entsteht zwischen zwei Biegerissen an der Stelle, wo die Breite des Schubbandes die Bildung eines solchen zulässt. Dies ist in der Abbildung 2.8 ersichtlich.

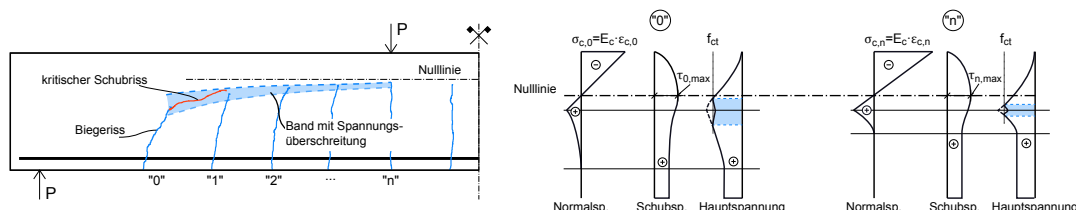


Abb. 2.8: (a) Bildung des kritischen Schubrisses; (b) Spannungen bei verschiedenen Biegerissen aus [3]

### 2.4.4 Mögliche Schubfeldtypen

Das im Abschnitt 2.4.3 kurz erläuterte Modell von Tue vergleicht die aufnehmbare Querkraft (in Abhängigkeit von M und V) mit der Einwirkung über die Balkenlängsachse. Ein Versagen

tritt dabei erst auf, wenn es zu einer Überschreitung der aufnehmbaren Querkraft über eine gewisse Länge kommt. Dadurch ist direkt ersichtlich, dass die Querkrafttragfähigkeit nicht ausschließlich eine Querschnitteigenschaft ist, sondern vielmehr auch vom statischen System und der Belastungsart abhängt. Daher müssen unterschiedliche Kombinationen von Querkraft- und Momentenverläufen betrachtet werden, diese werden als Schubfeldtypen bezeichnet. Im folgenden Abschnitt werden die verschiedenen Schubfeldtypen aufgezeigt und beschrieben. Es ist zu erwähnen, dass nur die in der Praxis relevanten konstanten und linear veränderlichen Querkraftverläufe betrachtet werden.

### Schubfeldtyp 1

Der Schubfeldtyp 1 beschreibt einen konstanten Querkraftverlauf über das gesamte Schubfeld mit einem linear veränderlichen Momentenverlauf.

Systeme bei denen der Typ 1 auftritt, sind z.B. ein Kragträger mit einer Einzellast oder ein Einfeldträger mit ein oder zwei Einzellasten.

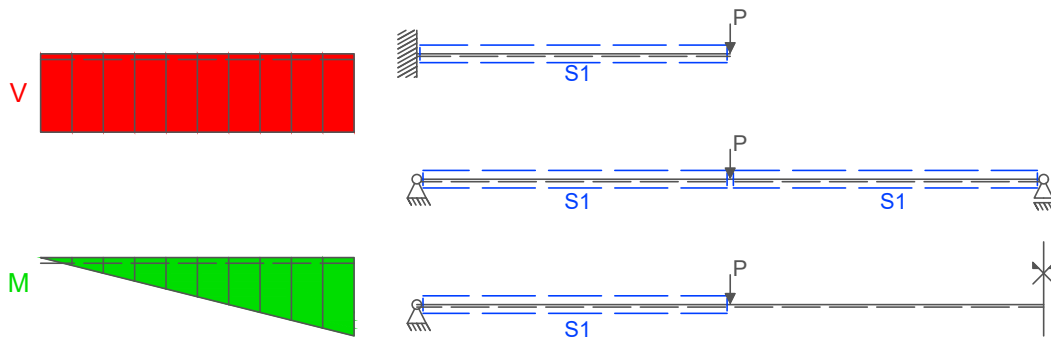


Abb. 2.9: Schubfeldtyp 1

### Schubfeldtyp 2

Dieser Schubfeldtyp ist gekennzeichnet durch einen linear abfallenden Querkraftverlauf über das Schubfeld und einen parabelförmigen Momentenverlauf der zum Schubfeldende hin degressiv sein Maximum erreicht.

Beispiele dafür sind der Einfeldträger unter einer Gleichlast und Durchlaufsysteme.

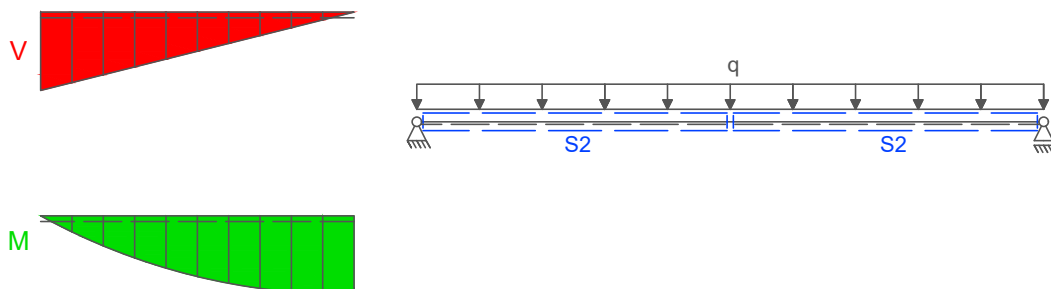


Abb. 2.10: Schubfeldtyp 2

### Schubfeldtyp 3

Hier ist der Querkraftverlauf wie beim Schubfeldtyp 2 linear zum Schubfeldende hin abfallend. Der Momentenverlauf ist ebenfalls parabelförmig, fällt aber zum Schubfeldende hin auf 0.

Beispiel hierfür ist ein Kragarm unter Gleichlast.

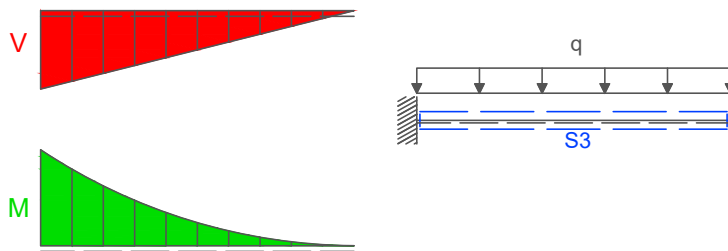


Abb. 2.11: Schubfeldtyp 3

### Durchlaufträger: Kombination unterschiedlicher Schubfeldtypen

Der Durchlaufträger stellt eine Besonderheit im Bezug auf die Querkrafttragfähigkeit und Schubfeldtypen dar. Dieser enthält eine Kombination aus verschiedenen Schubfeldtypen. Der Feldbereich zwischen den Momentennullpunkten ist dem Schubfeldtyp 2 zuzuordnen (Fall 2 in Abbildung 2.12). Der Bereich der Mittelstütze besteht aus einer Mischung des Schubfeldtyps 1 und 3 (Fall 1).

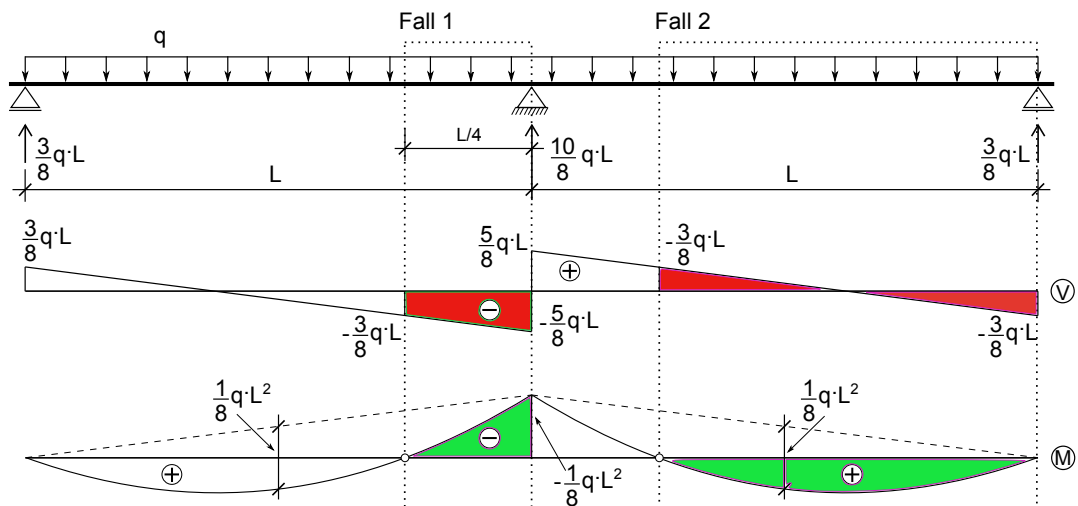


Abb. 2.12: Durchlaufträger: Kombination unterschiedlicher Schubfeldtypen aus [8]

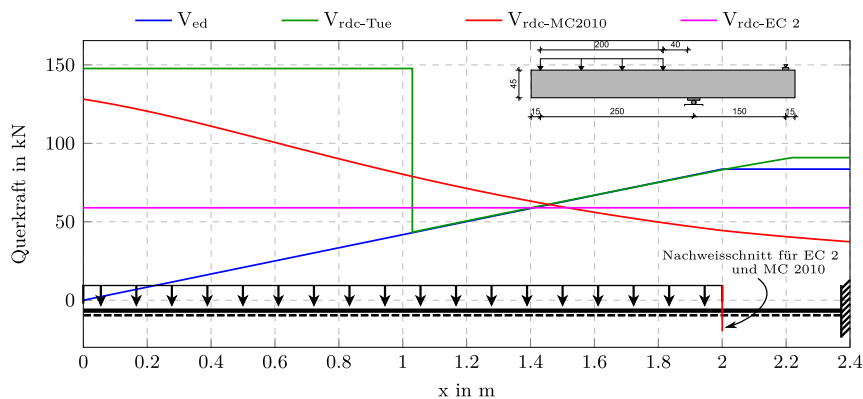
### 2.4.5 Gegenüberstellung der Querkraftwiderstände der betrachteten Modelle

In der Abbildung 2.13 werden die Querkraftwiderstände der drei betrachteten Modelle, ab der Lasteinleitung bis hin zum Auflagerrand, anhand eines mit einer Gleichlast belasteten Kragarms dargestellt. Dieser Kragträger stellt den Schubfeldtyp 3 dar, und entspricht dem SV-3 der Versuchsreihe des Instituts, siehe Kapitel 2.7.

Es ist deutlich zu sehen, dass die Querkrafttragfähigkeit laut EC 2 eine reine Querschnittseigenschaft ist, da sie über die gesamte Trägerlänge konstant bleibt, siehe Abbildung 2.13. Der Querkraftwiderstand des MC 2010 nimmt mit zunehmender Momenten- und Querkraftbeanspruchung ab.

Der Querkraftwiderstand des neuen Ansatzes zum Querkrafttragverhalten von Tue hat zu Beginn einen konstanten Verlauf. Dieser stellt den ungerissenen Bereich des Trägers dar. Es ist ersichtlich, dass die Kurve mit zunehmender Momenten- und Querkraftbeanspruchung – im Gegensatz zum Querkraftwiderstand des MC 2010 – steigt. Im Bereich von etwa 1,75 m bis 2,03 m ab der Lasteinleitung, überschreitet die Einwirkung den Widerstand. Dieser Bereich muss größer oder gleich dem Abstand zweier Biegerisse sein, damit sich der kritische Schubriss bilden kann.

Der Nachweisschnitt für die Bemessung im Eurocode 2 und im MC 2010 liegt im Abstand  $d$  vom Auflager. Beim neuen Ansatz von Tue gibt es keinen vorab definierten Nachweisschnitt. Hier muss die einwirkende Querkraft über einen gewissen Bereich (Abstand zwischen zwei Primärrissen) den Querkraftwiderstand überschreiten.

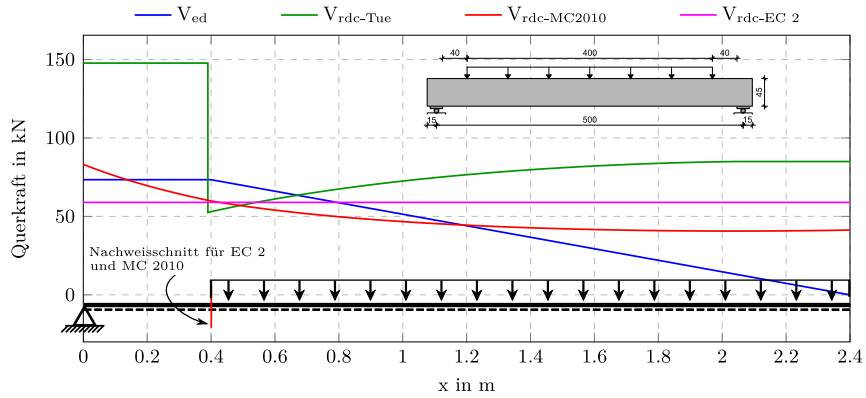


**Abb. 2.13:** Schematischer Vergleich Querkraftwiderstand - Querkrafteinwirkung mit Gegenüberstellung der verschiedenen Modelle anhand des Schubfeldtyps 3

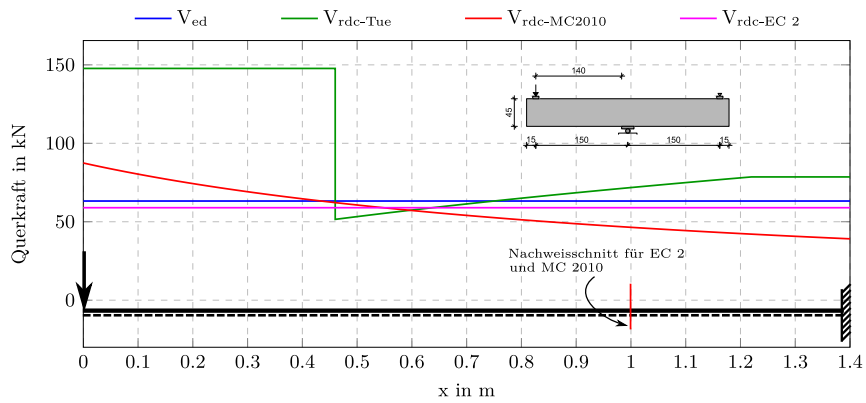
Zum Vergleich ist in der Abbildung 2.14 der Querkraftwiderstand der drei betrachteten Modelle anhand des SV-2 (siehe Kapitel 2.7), der dem Schubfeldtyp 2 zugeordnet wird, dargestellt.

Um den Vergleich der Querkraftwiderstände innerhalb eines Schubfeldes anhand der einzelnen Schubfeldtypen zu vervollständigen, werden in der Abbildung 2.15 die Querkraftwiderstände im Schubfeldtyp 1 dargestellt. Dies wird in Anlehnung an die Versuchsreihe des Instituts anhand des SV-1 (siehe Kapitel 2.7) betrachtet.

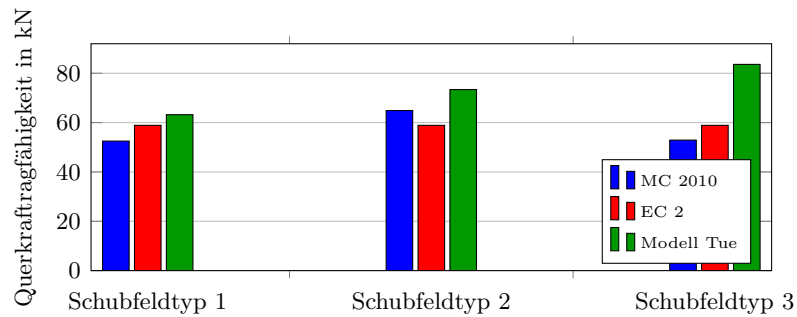
In der Abbildung 2.16 werden anhand der oben abgebildeten Schubfeldtypen die Querkrafttragfähigkeiten der betrachteten Modelle verglichen. Es zeigt eine eindeutige Abhängigkeit der Querkrafttragfähigkeiten des Modells von Tue und des Model Code 2010 von der M/V-Kombination. Der Eurocode zeigt bei allen Schubfeldtypen den gleichen Querkraftwiderstand da die Querschnittseigenschaften der Versuche ident sind.



**Abb. 2.14:** Schematischer Vergleich Querkraftwiderstand - Querkrafteinwirkung mit Gegenüberstellung der verschiedenen Modelle anhand des Schubfeldtyps 2



**Abb. 2.15:** Schematischer Vergleich Querkraftwiderstand - Querkrafteinwirkung mit Gegenüberstellung der verschiedenen Modelle anhand des Schubfeldtyps 1



**Abb. 2.16:** Vergleich der Querkrafttragfähigkeit der Rechenmodelle anhand verschiedenen Schubfeldtypen

## 3 Das Versuchsprogramm an der TU-Graz

Wie in Punkt 1.3 schon angesprochen, wurden am Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Graz im Rahmen einer von der Bundesanstalt für Wasserbau finanzierten Versuchsreihe insgesamt 14 Schubversuche von Stahlbetonbalken ohne und mit Querkraftbewehrung durchgeführt. Wobei die Belastung (Einzellast, Gleichlast), das statische System (Kragträger, Einfeldträger, Zweifeldträger) und der Bewehrungsgrad variieren. In diesem Kapitel sind 12 Schubversuche (SV-1 bis SV-6 ohne Querkraftbewehrung und SV-15 bis SV-16 mit Querkraftbewehrung) aus der Versuchsreihe, die für die Verifikation der FE-Berechnung mittels Atena herangezogen werden, dargestellt. Generell können die Versuche anhand der Belastung und des statischen Systems in Schubfeldtypen wie im Abschnitt 2.4.4 beschrieben, eingeteilt werden.

### **Schubfeldtyp 1**

Zur Untersuchung des Schubfeldtyps 1 wurden die Versuchsaufbauten SV-1.1 und SV-1.2 (siehe Abbildung 3.1), welche jeweils ident sind, herangezogen. Hierbei handelt es sich um einen Einfeldträger mit Kragarm, wobei Krag- und Feldlänge jeweils 1.5 m betragen, mit einer Schubschlankheit von 3.5. Um ein Querkraftversagen im gewünschten Schubfeld im Kragarm zu erzeugen, ist der Feldbereich mit einer Schubbewehrung ausgeführt.

### **Schubfeldtyp 2**

Mit Hilfe des SV-2 wurde der Schubfeldtyp 2 untersucht. Der Versuchsaufbau ist in der Abbildung 3.1 abgebildet. Für den Einfeldträger mit Gleichlast wurde eine Spannweite von 5 m und eine Belastungslänge von 4 m gewählt. Somit beträgt das  $L/d$  Verhältnis 12 und ist damit gleich gewählt wie bei den Durchlaufbalken.

### **Schubfeldtyp 3**

Zur Untersuchung des Schubfeldtyps 3 wurden verschiedene Aufbauten betrachtet. Die Versuchsaufbauten SV-3.1 und SV-3.2 (beide ident) weisen die gleiche Schubschlankheit wie beim Schubfeldtyp S1 auf. Die Resultierende der Gleichlast hat daher den gleichen Abstand zum Auflager wie die Einzellast des SV-1. Somit ergibt sich eine Kragarmlänge von 2.5 m mit einer Belastungslänge von 2 m. Im Feldbereich wurde Bügelbewehrung eingelegt um ein Schubversagen im Kragbereich zu ermöglichen.

Die Versuchsaufbauten des SV-4.1 und SV-4.2 (beide ident) sind bis auf den größeren Bewehrungsgrad zum SV-3.1 und SV-3.2 ident.

Der SV-5.1 und SV-5.2 entsprechen im Prinzip den Aufbauten SV-4.1 und SV-4.2, jedoch wurde der Hebelsarm der Resultierenden Gleichlast erhöht. Damit erhöht sich die Schubschlankheit von 3.5 auf 4. Für den SV-5.2 wurde anstelle der hochfesten Bewehrung, Bewehrungsstahl der Sorte BSt 550 mit einem größerem Durchmesser verwendet. Die verschiedenen Versuchsaufbauten sind in der Abbildung 3.1 dargestellt.

### Durchlaufbalken

Die Versuchsaufbauten SV-6.1 und SV-6.2 (siehe Abbildung 3.1) dienen zur Untersuchung der Durchlaufbalken. Der Feldbereich mit der Gleichlast wurde mit derselben Geometrie ausgeführt wie beim SV-2. Um ein vorzeitiges Schubversagen des kurzen Feldes bzw. ein Versagen in der Nähe der Endauflager zu vermeiden, weisen diese Bereiche eine Schubbewehrung auf. Der SV-6.2 hat im Vergleich zum SV-6.1 im Feldbereich einen hochfesten Bewehrungsstahl mit etwas geringerem Durchmesser.

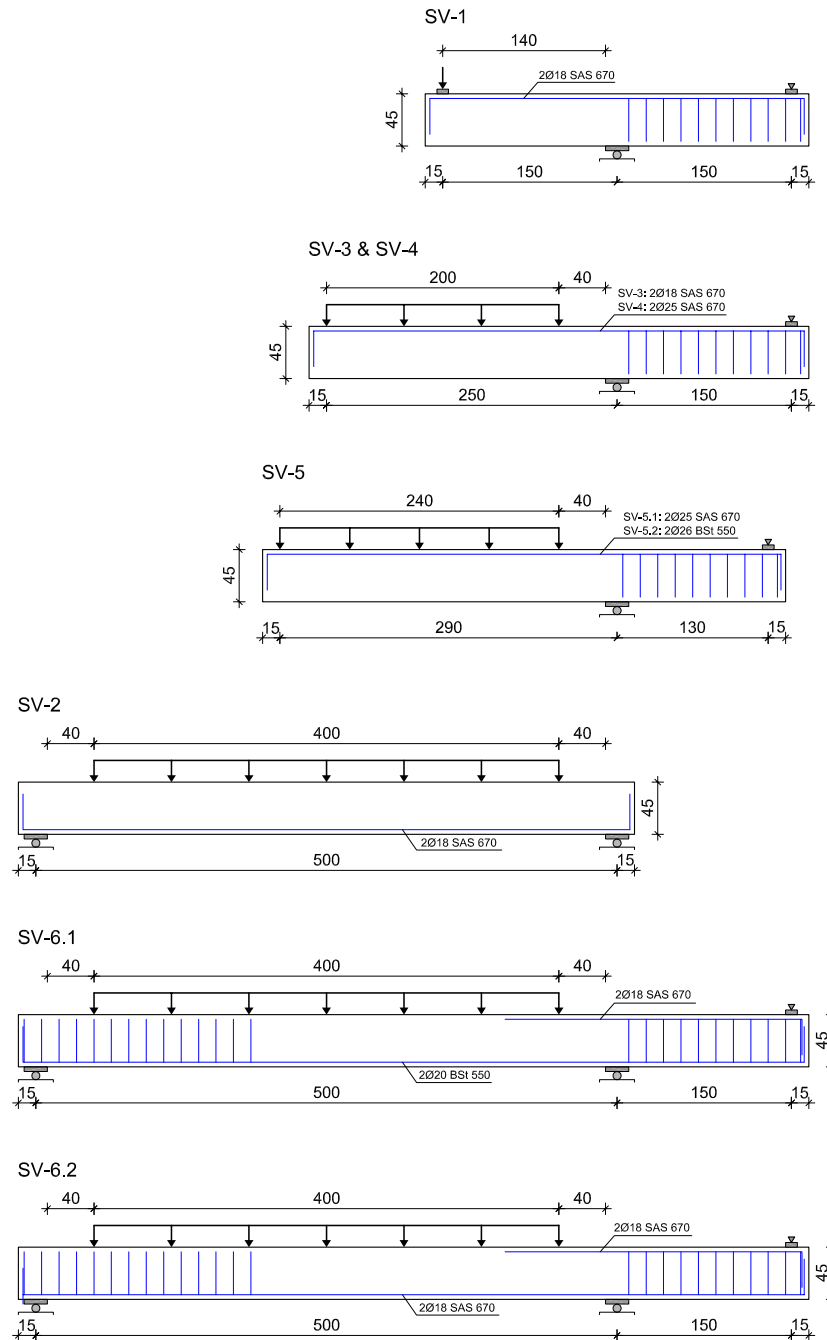


Abb. 3.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus der Schubversuche SV-1 bis SV-6

### Versuchsaufbauten mit Schubbewehrung

Für die Versuche mit Querkraftbewehrung wurden zwei 4-Punkt-Biegeversuch mit unterschiedlichen Bügelabständen im linken und rechten Feld untersucht. Der linke Teil ist mit Bügel  $\varnothing 6$  mit einem Bügelabstand von 200 mm ausgeführt, der rechte stärker bewehrte Teil hat einen geringeren Bügelabstand von 130 mm. Der SV-15 unterscheidet sich im Vergleich zum SV-16 nur in der Trägerbreite von 25 cm im Unterschied zu 18 cm. Der Bügelbewehrungsgrad beläuft sich demnach beim SV-15 (SV-16) auf 1,13 ‰ (1,57 ‰) für das schwächer bewehrte linke Schubfeld und 1,74 ‰ (2,41 ‰) für das stärker bewehrte rechte Schubfeld. Mittels Faseroptik wurden die Dehnungen von ausgewählten Bügeln im linken Feld und der Längsbewehrung über den gesamten Verlauf für die jeweiligen Laststufen aufgezeichnet. Der Versuchsaufbau ist im folgenden Bild 3.2 abgebildet.

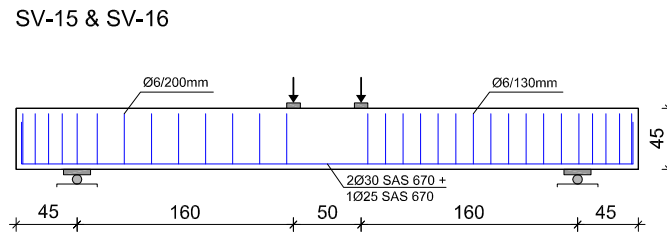


Abb. 3.2: Schematische Darstellung der Schubversuche mit Querkraftbewehrung

### Querschnittsgeometrie

Die Aussenabmessungen für die Schubversuche ohne Querkraftbewehrung wurde für alle Versuche gleich gewählt. Die statische Nutzhöhe variiert je nach gewählter Biegebewehrung. In den Bereichen, in denen eine Bügelbewehrung notwendig war wurde diese mit BSt 550  $\varnothing 8$  mm ausgeführt. Zudem wurde als konstruktive Längsbewehrung im Druckbereich BSt  $\varnothing 12$  mm verwendet. Die Querschnittsgeometrien für die Schubversuche ohne Querkraftbewehrung sind in Bild 3.3 dargestellt.

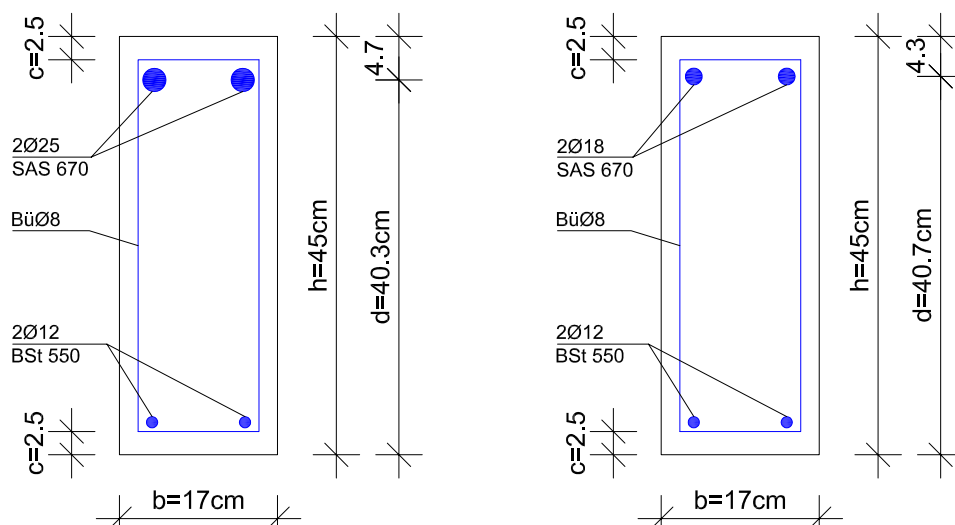


Abb. 3.3: Querschnitte der Versuchsbalken ohne Schubbewehrung mit unterschiedlichen Bewehrungsgraden



Die Querschnitte der Schubversuche mit Querkraftbewehrung sind bis auf die Breite der Stahlbetonträger ident. Dies ist in Bild 3.4 ersichtlich.

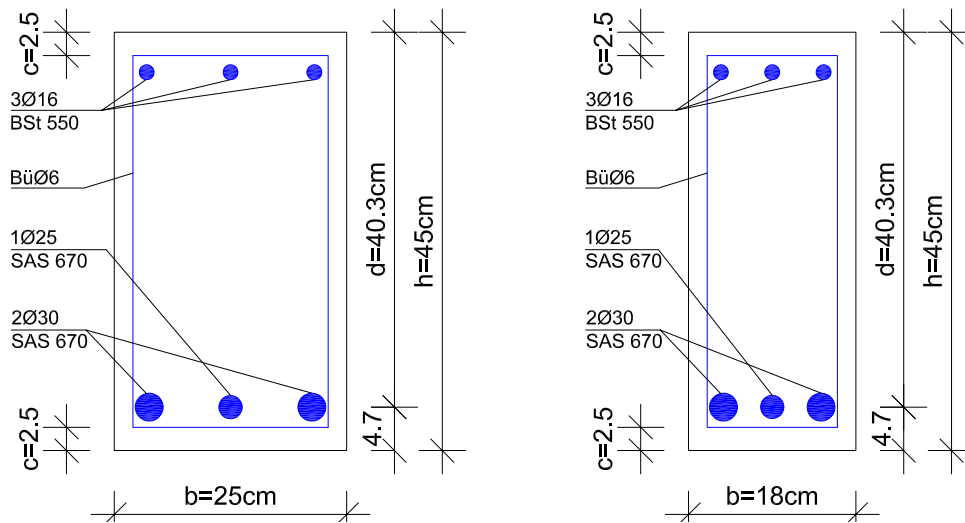


Abb. 3.4: Querschnitte der Versuchsbalken mit Schubbewehrung

In der Tabelle 3.1 sind die wichtigsten Parameter der Versuchsbalken nochmals zusammengefasst.

Tab. 3.1: Parameter der Versuchsbalken

Bezeichnung	b in cm	h in cm	d in cm	a/d bzw L/d	$f_c$ in Mpa	$\rho_l$ in %	$\rho_w$ in %
SV-1.1	17	45	40,7	3,5	33,32	0,75	0
SV-1.2			40,7	3,5	32,01	0,75	0
SV-2			40,7	12	33,82	0,75	0
SV-3.1			40,7	3,5	32,52	0,75	0
SV-3.2			40,7	3,5	32,36	0,75	0
SV-4.1			40,3	3,5	33,2	1,44	0
SV-4.2			40,3	3,5	32,95	1,44	0
SV-5.1			40,3	4	33,2	1,44	0
SV-5.2			40,5	4	33,08	1,56	0
SV-6.1			40,5	12	33,82	0,91	0
SV-6.2			40,7	12	33,32	0,74	0
SV15.1			25	45	40,3	4	43
SV15.2	25	40,3	4		43	1,89	1,74
SV16.1	18	40,3	4		43	2,63	1,57
SV16.2	18	40,3	4		43	2,63	2,41

## 4 Einflüsse unterschiedlicher Modell- und Materialparameter für die nichtlineare Berechnung mit Atena

Im Finite-Elemente-Programm Atena werden nichtlineare Materialmodelle verwendet. Diese basieren auf der orthotropischen Schadenstheorie und der betonspezifischen Plastizitätstheorie. Für Beton im Zug wird die nichtlineare Bruchmechanik verwendet, wobei die Risse als verschmierte Schädigungen (Dehnungen) modelliert werden. Im Druckbereich wird das Betonverhalten mit Hilfe der Plastizitätstheorie mit einer nicht assoziierten Fließregel und Entfestigung dargestellt, siehe [9]. Für die wirklichkeitsgetreue Nachrechnung der Versuche, ist eine geeignete Wahl der Modellparameter erforderlich. Dabei handelt es sich z. B. um die Ortsdiskretisierung durch das Finite-Elemente-Netz. Im folgenden Kapitel werden die Einflüsse der Modell- und Materialparameter für die nichtlineare Berechnung mit Atena dargestellt.

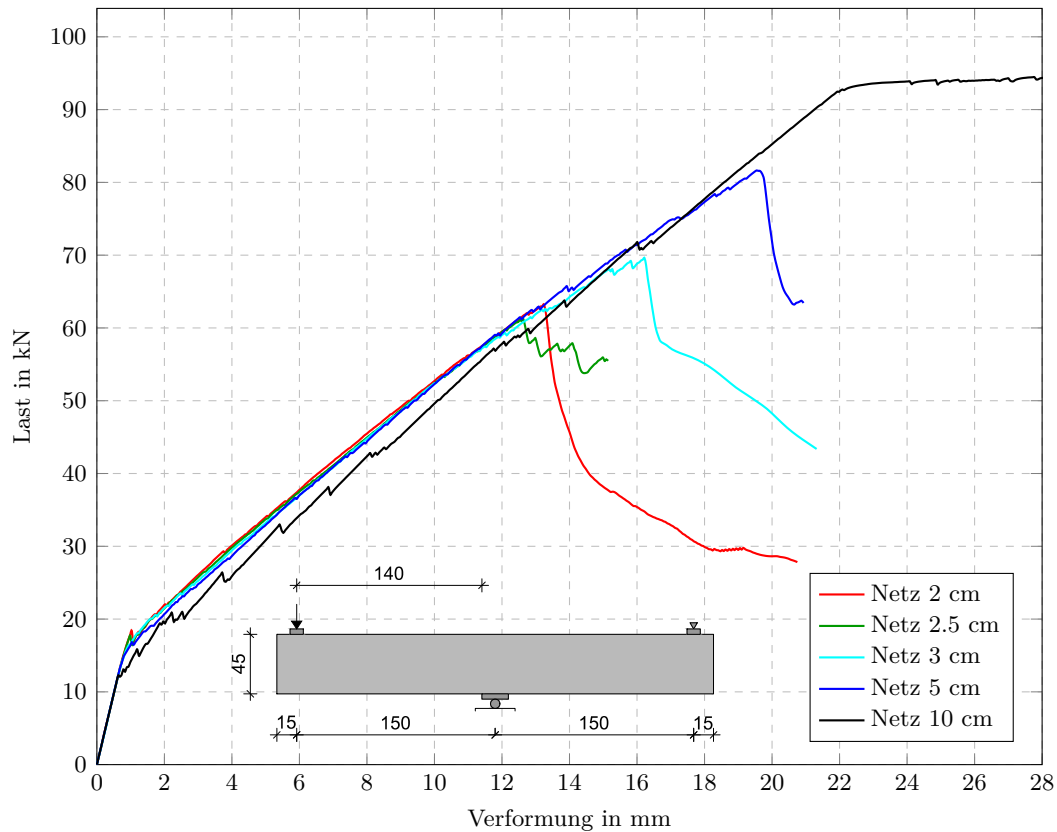
### 4.1 Netzfeinheit

Um den Einfluss der Netzfeinheit zu untersuchen, wurde zum Einen der Versuch SV-1 mit variierender Elementteilung nachgerechnet, siehe Abbildung 4.1. Die Auswirkung auf die Versagenslast ist dabei bedeutend. Es ist klar ersichtlich, dass die gröberen Netze eine wesentlich höhere Versagenslast aufweisen, wobei hier jeweils das Versagen durch das Auftreten des kritischen Schubrisses erfolgt. Je feiner das Netz wird, desto kleiner wird auch die Versagenslast. Ab einer Elementgröße von kleiner als etwa 2.5 cm – bei der untersuchten Querschnittsgröße bedeutet dies eine Unterteilung der Trägerhöhe in etwa 18 Elementen – ändert sich die Versagenslast bzw. die Last-Verformungskurve nur mehr unwesentlich. Bis zur Versagenslast sind jedoch alle Varianten nahezu identisch.

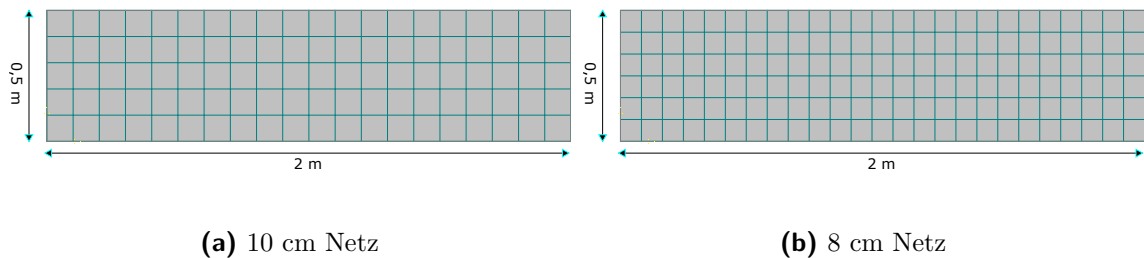
Des weiteren wurde ein Versuch mit Biegeversagen gerechnet. Bei diesem stellte sich heraus, dass ab 6 bis 8 Unterteilungen über die Trägerhöhe kein Unterschied im Berechnungsergebnis mehr vorliegt.

Allgemein sind laut [1] unterschiedliche Ergebnisse bei variierender Netzfeinheit auf die abweichenden Risspfade, welche das Resultat der Lokalisierung der Dehnung in verschiedenen Netzgrößen sind, zurückzuführen. Daher sollte man bei der Wahl der Netzgröße auf Erfahrungswerte von ähnlichen numerischen Modellen achten.

Die weiteren Untersuchungen werden daher mit einer Elementgröße von 2 cm berechnet. Im Hinblick auf den Umfang der Berechnungen, wird dies als ausreichend angesehen, obwohl bei unterschiedlicher Netzfeinheit vor und nach dem Entstehen des Schubrisses Abweichungen möglich sind.



**Abb. 4.1:** SV-1: Variation der Netzfeinheit

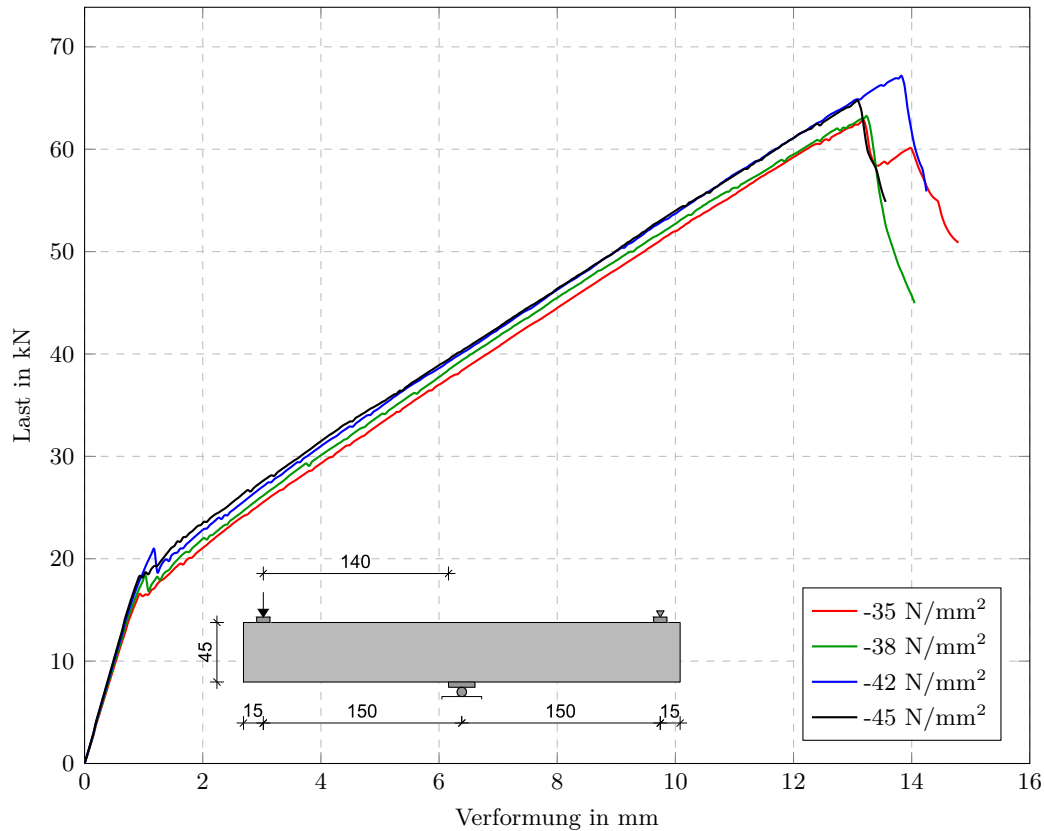


**Abb. 4.2:** Netzfeinheit Unterteilung

Die automatische Netzgenerierung in Atena strebt eine optimale Diskretisierung mit quadratischen Elementen mit der vorgegebenen Seitenlänge an. Dies ist bei gewissen Modellabmessungen und Geometrien oder bei Knoten nicht immer möglich. Anhand des Beispiels in der Abbildung 4.2 mit Abmessungen von 2 bzw. 0.5 m, wird die Netzerstellung gezeigt. Wird die Elementgröße mit einer Seitenlänge von 10 cm gewählt, entsteht das in (a) dargestellte Netz und die Kantenlänge der Elemente beträgt ebenfalls 10 cm. Bei der Abbildung (b), in der ein 8 cm Netz generiert werden sollte, weicht die tatsächliche Seitenlänge ab. Es entstehen Rechtecke mit einer Höhe von 8.333 cm und einer Breite von 8 cm. Atena generiert in Abhängigkeit von der Geometrie und den Knoten Netze, die der Eingabe am besten entsprechen.

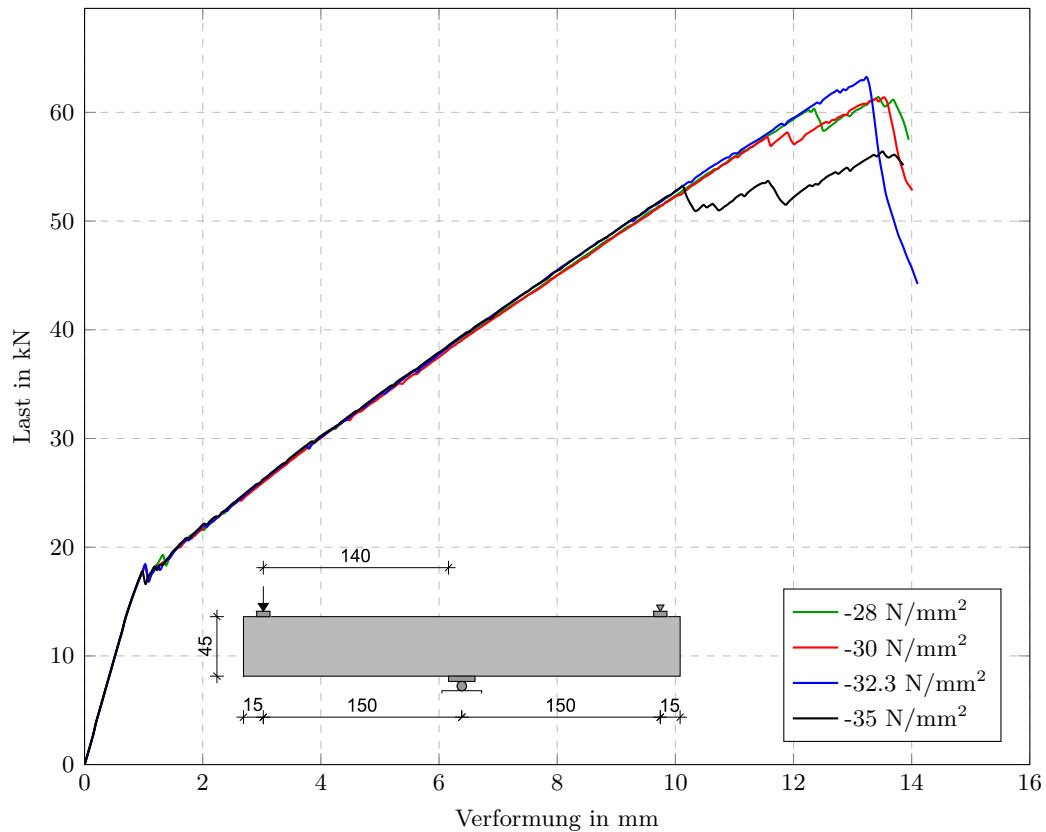
## 4.2 Druckfestigkeit $f_c$ , Zugfestigkeit $f_{ct}$ , Bruchenergie $G_f$

### 4.2.1 Druckfestigkeit



**Abb. 4.3:** SV-1: Vergleich Druckfestigkeit

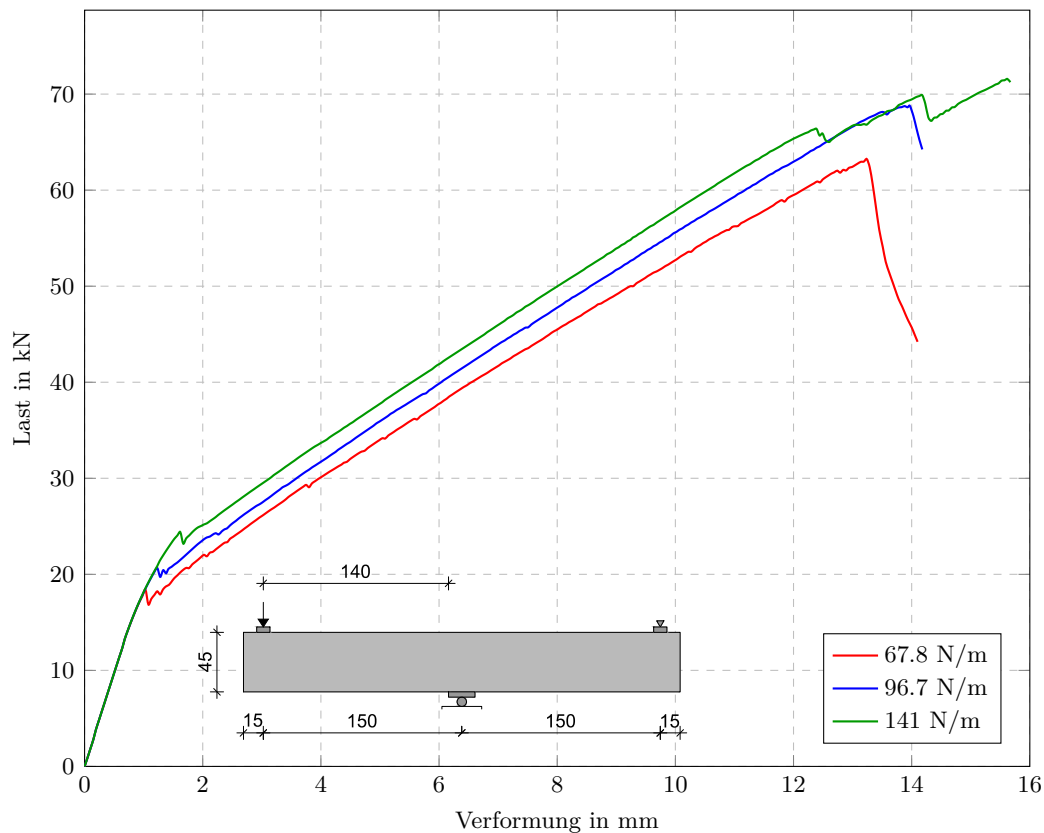
In der Abbildung 4.3 ist die Nachrechnung von SV-1 mit unterschiedlichen Würfeldruckfestigkeiten dargestellt. Im FE-Programm Atena stellt die Würfeldruckfestigkeit eine direkte Eingabegröße dar und weitere Materialparameter werden von Atena automatisch abgeleitet. Demzufolge unterscheiden sich die Zugfestigkeit und die spezifische Bruchenergie in gleicher Weise. Es ist ersichtlich, dass die Variante mit einer Druckfestigkeit von 42 N/mm<sup>2</sup>, obwohl kleiner, eine größere Versagenslast aufweist, als jene mit 45 N/mm<sup>2</sup>. Diese unterschiedlichen Versagenslasten bzw. Schubrislasten sind durch Abweichungen bei Lage und den Risspfad des Schubrisses zu erklären (ähnlich wie z.B. in der Abbildung 4.7 und in den Abbildungen 4.8 und 4.9).



**Abb. 4.4:** SV-1: Vergleich Druckfestigkeit mit gleichbleibenden Parametern

In der Abbildung 4.4 wird ebenfalls die Druckfestigkeit, allerdings die Zylinderdruckfestigkeit, variiert. Im Gegensatz zur Abbildung 4.3 sind die abgeleiteten Materialparameter identisch. Bis zur Versagenslast sind die verschiedenen Varianten nahezu gleich. Die geringste Versagenslast tritt nicht bei der geringsten Druckfestigkeit, sondern bei der Variante mit 35 N/mm<sup>2</sup> auf. Die verschiedenen Versagenslasten sind wieder auf die Lage bzw. Entstehung des kritischen Schubrisses und nicht zwingend auf die unterschiedlichen Druckfestigkeiten (siehe 4.2.3) zurückzuführen.

## 4.2.2 Spezifische Bruchenergie



**Abb. 4.5:** SV-1: Vergleich der spezifischen Bruchenergie

Die Bruchenergie ist jene Energie, die erforderlich ist, um einen Trennriss über eine Einheitsfläche zu erzeugen. Sie entspricht der Fläche, die von der Zugspannungs-Rissöffnungsbeziehung eingeschlossen ist und kann als ein Materialparameter angesehen werden. In der Abbildung 4.5 kann man den relativ großen Einfluss der spezifischen Bruchenergie, anhand des SV-1, erkennen. In diesem Fall wurde in Atena nur die spezifische Bruchenergie des Betons verändert, während die weiteren Materialparameter beibehalten wurden, um eine sinnvolle Gegenüberstellung zu erhalten. Es ist gut erkennbar, dass bei höherer spezifischer Bruchenergie der ungerissene Bereich sowie auch die Schubrisslast (in diesem Fall auch die Versagenslast) größer sind.

Die verschiedenen Ansätze für die Bruchenergie stammen aus der Literatur oder Atena:

- Bruchenergie: 67.82 N/m: programmintern von Atena bei einer Würfeldruckfestigkeit von  $38 \text{ N/mm}^2$
- Bruchenergie: 96.7 N/m: laut Gert König in [17] siehe Gl. (4.1).

$$G_f = G_{f0} \cdot (f_{cm}/f_{cm0})^{0.7} = 38 \cdot (38/10)^{0.7} = 96.7 \text{ N/m} \quad (4.1)$$

mit:

$G_f$	...	Bruchenergie
$G_{f0}$	...	Grundwert der Bruchenergie nach Tabelle 4.1
$f_{cm}$	...	Druckfestigkeit
$f_{cm0}$	...	Grundwert der Druckfestigkeit = 10 N/mm <sup>2</sup>

**Tab. 4.1:** Grundwert der Bruchenergie

Größtkorndurchmesser [mm]	8	16	32
Grundwert der Bruchenergie [N/m]	25	30	38

– Bruchenergie: 141 N/m: laut Model Code 2010 siehe (4.2).

$$G_f = 0.073 \cdot f_c^{0.18} = 73 \cdot 38^{0.18} = 141 \text{ N/m} \quad (4.2)$$

mit:

$G_f$	...	Bruchenergie in N/mm
$f_c$	...	Druckfestigkeit in N/mm <sup>2</sup>

### 4.2.3 Zugfestigkeit

Die Abbildung 4.6 zeigt den Einfluss der Zugfestigkeit anhand des SV-1. In diesem Fall wurde in Atena nur die Zugfestigkeit verändert, die restlichen Parameter, Material sowie Modell wurden bei allen gleich gehalten um eine sinnvolle Gegenüberstellung zu erhalten. Man kann hier sehen, dass die Zugfestigkeit – im Vergleich zur Bruchenergie – in Atena keinen großen Unterschied ergibt. Die Steifigkeit des ungerissenen und gerissenen Bereichs ist nahezu identisch und auch der Übergang zwischen Zustand I und Zustand II ist – entgegen der Annahme – vergleichbar. Mit der Bruchenergie, die bei jeder Variante identisch ist, kann das ähnliche Verhalten beim Übergang vom Zustand I in Zustand II erklärt werden. Nur die Varianten, die eine wesentlich geringere Zugfestigkeit aufweisen (hier nicht dargestellt), zeigen einen deutlichen Unterschied.

Ein Einfluss auf die Höchstlast ist vorhanden. Dabei führt die automatisch von Atena abgeleitete Zugfestigkeit, obwohl diese nicht am größten ist, zur größten Versagenslast. Die untersuchten Zugfestigkeiten wurden entweder direkt mit Atena definiert (siehe (4.3)) oder mit der Gleichung (siehe (4.4)) und einer Würfeldruckfestigkeit von 38 N/mm<sup>2</sup> berechnet.

$$f_{ct} = 0.24 \cdot f_{c,cube,m}^{2/3} = 0.24 \cdot 38^{2/3} = 2.713 \text{ N/mm}^2 \quad (4.3)$$

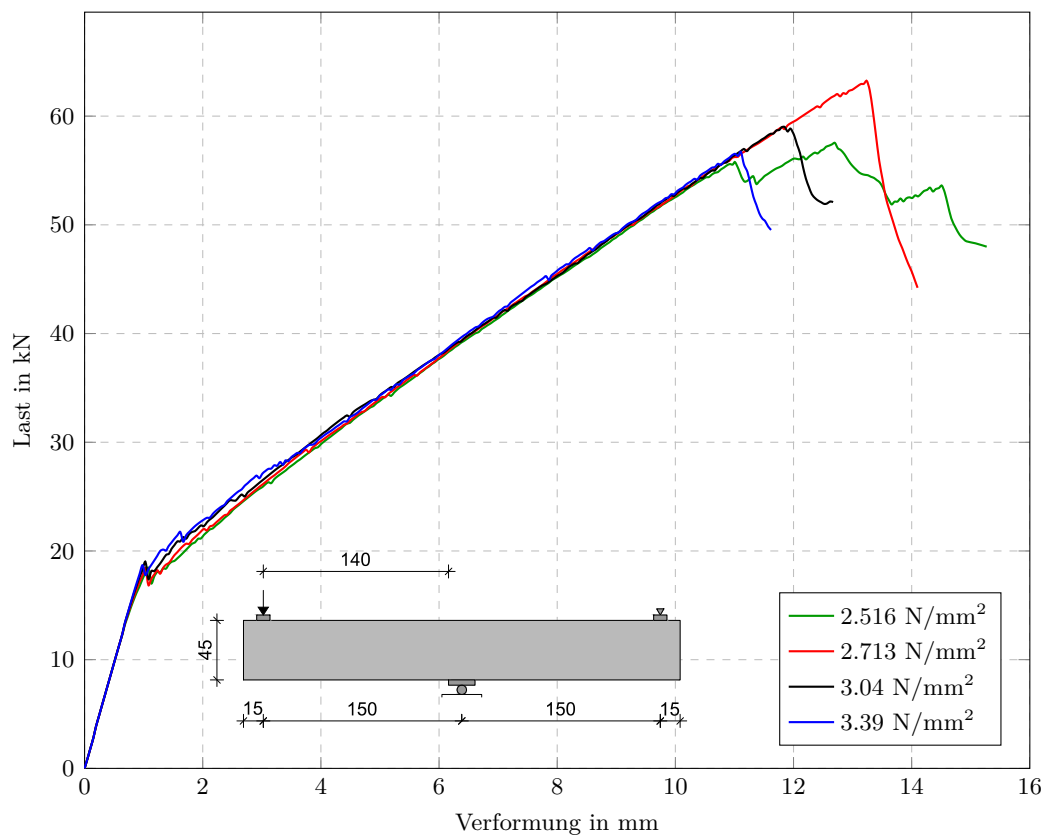
$$f_{ct} = 0.3 \cdot f_c^{2/3} \quad (4.4)$$

mit:

$$f_{c,zyl,k} = 24.3 \text{ N/mm}^2 \quad \dots \quad f_{ct} = 2.516 \text{ N/mm}^2$$

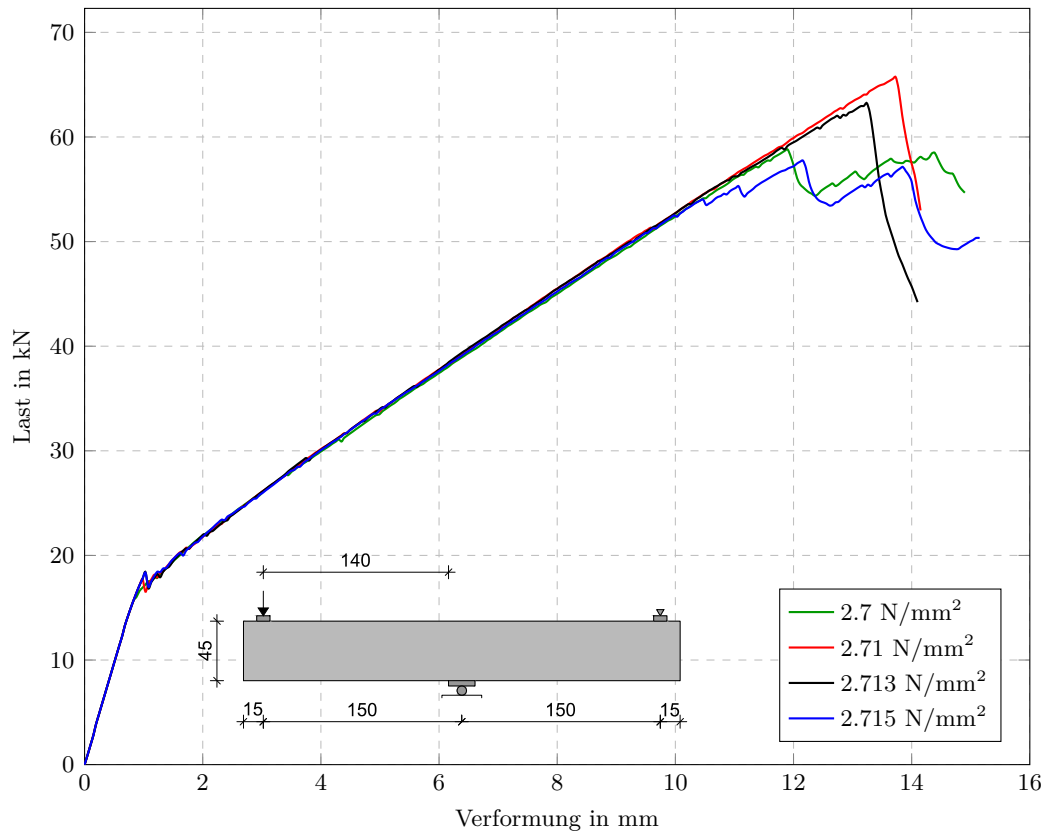
$$f_{c,zyl,m} = 32.3 \text{ N/mm}^2 \quad \dots \quad f_{ct} = 3.04 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,cube,m} = 38 \text{ N/mm}^2 \quad \dots \quad f_{ct} = 3.39 \text{ N/mm}^2$$



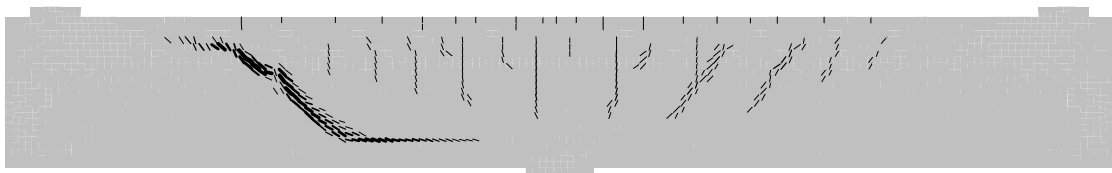
**Abb. 4.6:** SV-1: Zugfestigkeit





**Abb. 4.7:** SV-1: Zugfestigkeit 2.7

Die Abbildung 4.7 zeigt ebenfalls den Einfluss der Zugfestigkeit, wobei hier die Zugfestigkeit nur sehr leicht variiert wurde. Man kann sehen, dass die unterschiedlichen Zugfestigkeiten trotz der nur sehr geringen Abweichungen einen relativ großen Einfluss auf die Versagenslast haben. Damit kann man darauf schließen, dass die Lage des Schubrisses bzw. die Entstehung des Schubrisses – hervorgerufen durch eine minimale Änderung der Zugfestigkeit – weit größeren Einfluss auf die Versagenslast hat als die Zugfestigkeit selbst. Als Beispiel sind in den Abbildungen 4.8 und 4.9 die kritischen Schubrisse der Varianten mit den Zugfestigkeiten 2.713 und 2.715 N/mm<sup>2</sup> dargestellt. Es ist klar ersichtlich, dass die Lage des Schubrisses bei diesen Varianten deutlich abweicht.



**Abb. 4.8:** Zugfestigkeit 2.713: Rissbild

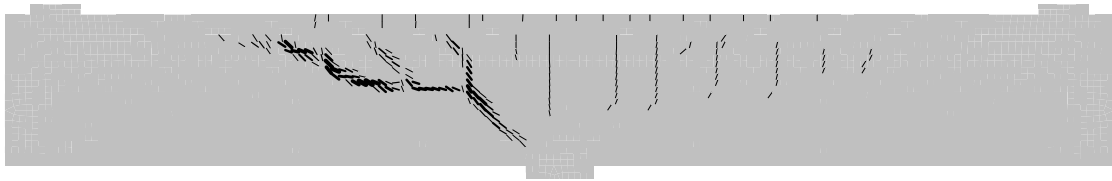


Abb. 4.9: Zugfestigkeit 2.715: Rissbild

#### 4.2.4 E-Modul

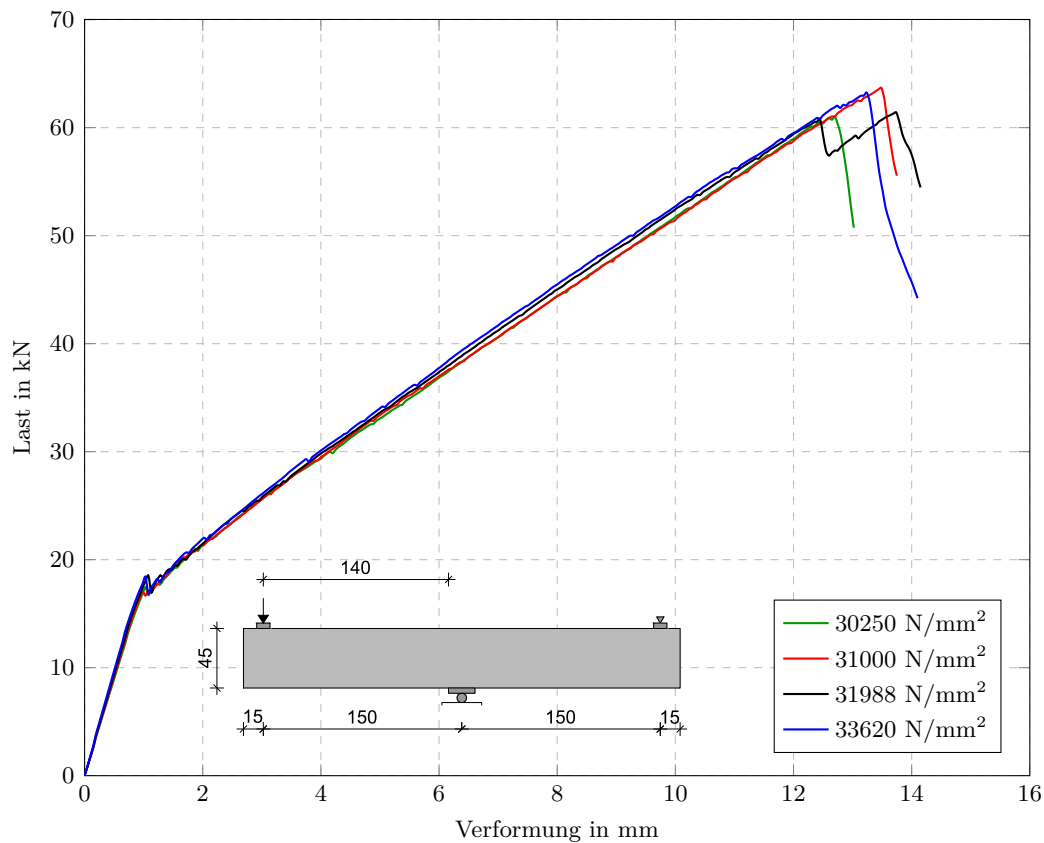


Abb. 4.10: SV-1: Vergleich E-Modul

In der Abbildung 4.10 wird der Einfluss des E-Moduls gezeigt. Hierbei wurde nur der E-Modul verändert und die restlichen Parameter bleiben unverändert. Die unterschiedlichen Versagenslasten sind wiederum auf die unterschiedliche Entstehung und Lage der kritischen Schubrisse zurückzuführen. Es ist ersichtlich, dass die Steifigkeiten im Zustand II mit verschiedenen E-Moduln fast identisch sind. Da die E-Moduln nur geringfügig geändert wurden, ist kaum ein Unterschied der Steifigkeiten zu erkennen. Der E-Modul mit dem Wert 33620 N/mm<sup>2</sup> kommt direkt aus Atena und wird aus der Würfeldruckfestigkeit errechnet. Der E-Modul von 31000 N/mm<sup>2</sup> kommt aus Atena3D mit einer Betonklasse C25/30. Andere

Eingangswerte wurden mithilfe der folgenden Gleichung berechnet.

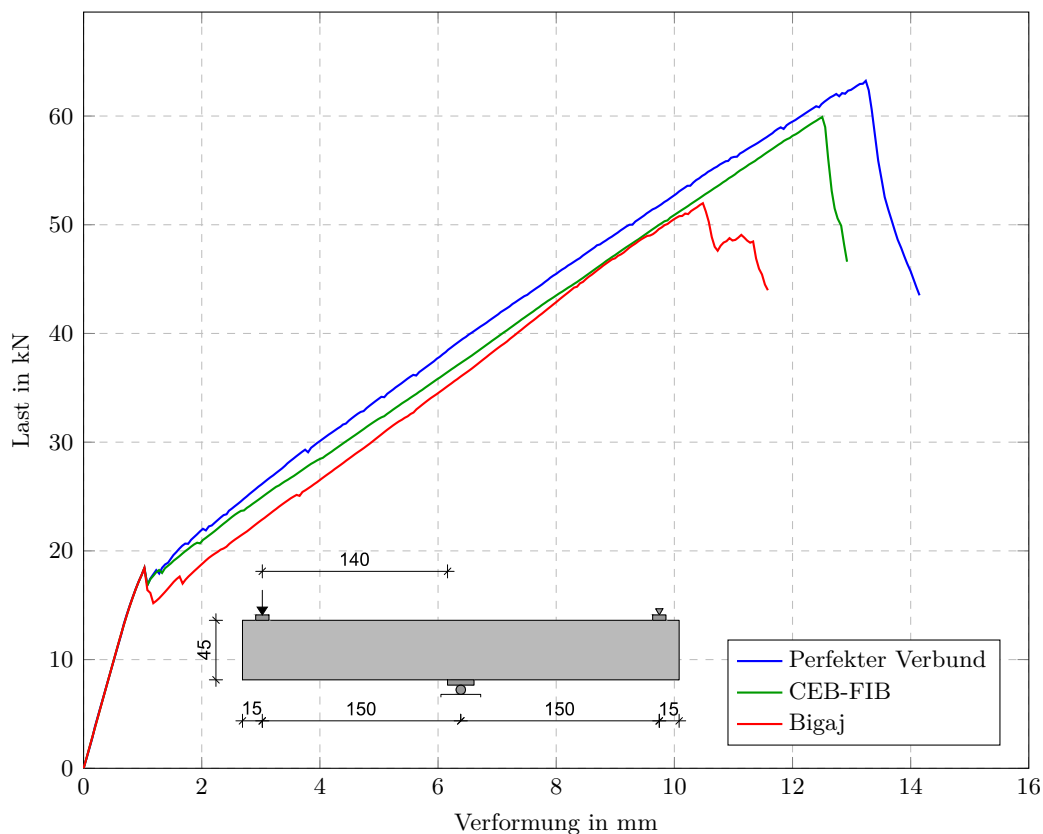
$$E = 9.5 \cdot 10^3 \cdot f_{ck}^{1/3} \quad (4.5)$$

mit:

$$f_{ck} = 32.3 \text{ N/mm}^2 \quad \dots \quad E = 30254.6 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ck} = 38 \text{ N/mm}^2 \quad \dots \quad E = 31988 \text{ N/mm}^2$$

### 4.3 Verbund



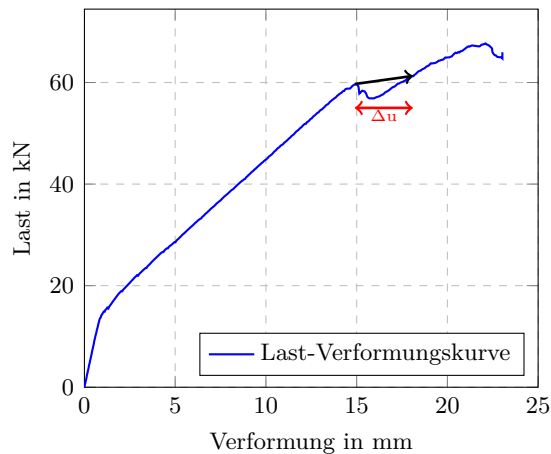
**Abb. 4.11:** SV-1: Vergleich der Verbundbedingungen zwischen der Bewehrung und dem Beton

In Atena kann die Bewehrung diskret oder verschmiert modelliert werden. Hier wurde eine diskrete Abbildung mittels Fachwerkelementen gewählt und unterschiedliche Varianten für den Kontakt von Beton- und Bewehrungselementen untersucht. Dabei handelt es sich einerseits um perfekten Verbund zwischen Bewehrung und Beton und andererseits die Implementierung der Verbund-Schlupf-Beziehung mit den Reinforcement Bond Models. In Atena gibt es zwei Verbund-Schlupf Modelle; zum einen nach Model Code 1990 und zum anderen das Verbundmodell nach Bigaj. Diese Werte werden aus der Würfeldruckfestigkeit, Bewehrungsumfang und dem Bewehrungstyp errechnet. Wichtige Parameter sind zudem die Anfangs- und Endbedingungen der Längsbewehrung und die Betonierqualität. In der Abbildung 4.11 sind die drei Modelle dargestellt.

## 4.4 Modellierung einer Streckenlast

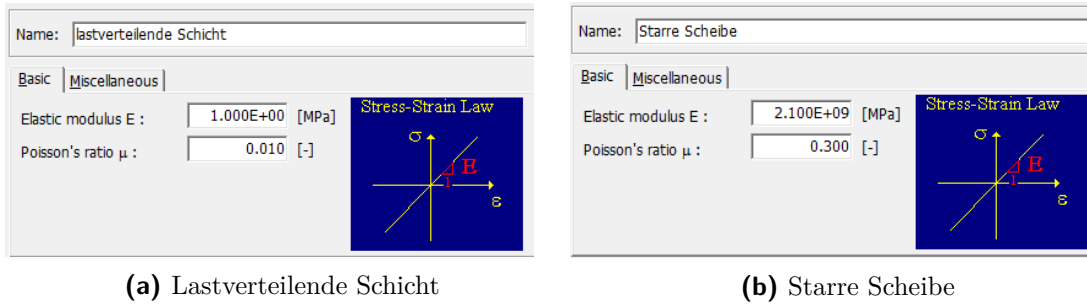
Um eine Kraft-Verformungskurve mit einem Lastabfall, wie dies z.B. bei einer eventuellen Sprengwerkbildung vorkommt, abbilden zu können, sollte die Berechnung verformungsgesteuert durchgeführt werden. In Abbildung 4.12 ist ein Beispiel einer Last-Verformungskurve dargestellt, bei der sich nach dem Erreichen des kritischen Schubrisses ein Sprengwerk bildet. Nach dem kritischen Schubriss ist ein Lastabfall erkennbar und eine weitere Laststeigerung erfolgt mit geringerer Steifigkeit. Dieser Lastpfad kann mit einem verformungsgesteuerten Versuch gut abgebildet werden. Bei einem kraftgesteuerten Versuch, bei dem jeweils pro Belastungsschritt die Last erhöht wird, ist dies meist nicht möglich. Die Verformungszunahme bei einem kleinen Lastinkrement im Bereich des Lastabfalls ist zu groß und es kann kein Gleichgewicht mehr gefunden werden, siehe Abbildung 4.12.

Bei den Trägern, die eine Gleichstreckenlast als Belastung aufweisen, ist die verformungsgesteuerte Belastung in Atena nicht mehr trivial. Deshalb wurden nachfolgend verschiedene Möglichkeiten zur Modellierung einer Gleichstreckenlast untersucht.



**Abb. 4.12:** Beispiel einer Last-Verformungskurve mit Lastabfall und darauffolgender erneuter Laststeigerung

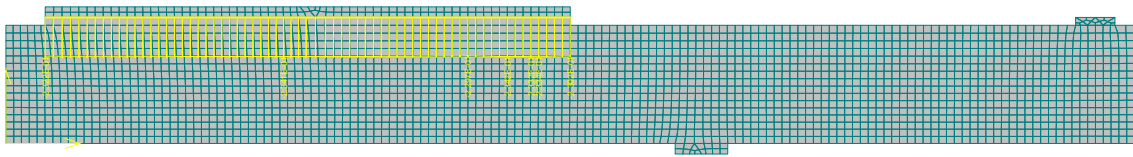
Bei der ersten Methode wird die Gleichlast mit Hilfe einer starren Scheibe, die auf einer lastverteilenden Schicht liegt, simuliert. Dabei erfährt ein Knoten der starren Scheibe eine Verformung und diese wird im Idealfall durch die hohe Steifigkeit an die gesamte Scheibe übertragen. Zwischen dem Stahlbetonträger und der starren Scheibe liegt eine "lastverteilende Schicht", die sehr biegeweich ausgebildet wird um die vertikale Spannung möglichst gleichmäßig auf den Balken zu übertragen.



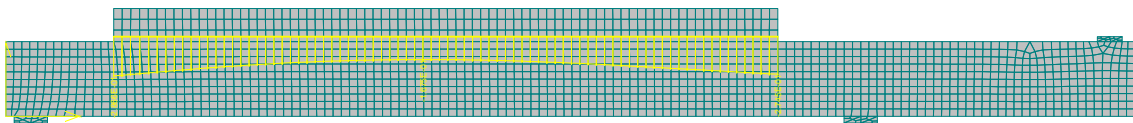
**Abb. 4.13:** Materialparameter

Diese Methode funktioniert unter Einschränkungen gut. Jedoch sollte die Streckenlast eine Länge von 2.5 m nicht überschreiten, damit eine gleichmäßige Verteilung der vertikalen Spannungen gegeben ist.

Die folgenden Bilder zeigen die vertikale Spannungsverteilung bei verschiedenen Längen der Gleichstreckenlast sowie bei unterschiedlichen Systemen. Die Abbildung 4.14 zeigt eine quasi-perfekte horizontale Verteilung der Spannung. In der Abbildung 4.15 ist dagegen ein parabelförmiger Verlauf zu erkennen.

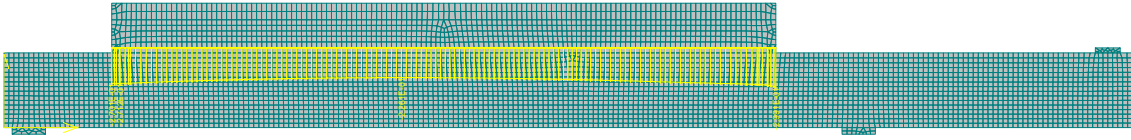


**Abb. 4.14:** Vertikale Spannungsverteilung bei einem Kragträger und einer Streckenlast von 2m (SV-3)



**Abb. 4.15:** Vertikale Spannungsverteilung bei einem Durchlaufträger und einer Streckenlast von 4m (SV-6)

Da auch für Durchlaufsysteme und Einfeldträger keine guten Ergebnisse erzielt wurden, wurde die oben genannte Methode modifiziert. Die lastverteilende Schicht wird als plane strain modelliert und der E-Modul sowie die Querdehnzahl belaufen sich auf quasi 0. Plane strain, also ein ebener Dehnungszustand, wurde für die lastverteilende Schicht gewählt, damit sie aus ihrer Ebene keine Dehnungen erhält. Die starre Scheibe, die auf die lastverteilende Schicht gedrückt wird, behält die Parameter wie zuvor. Die starre Scheibe und die lastverteilende Schicht werden an den Seiten gehalten.

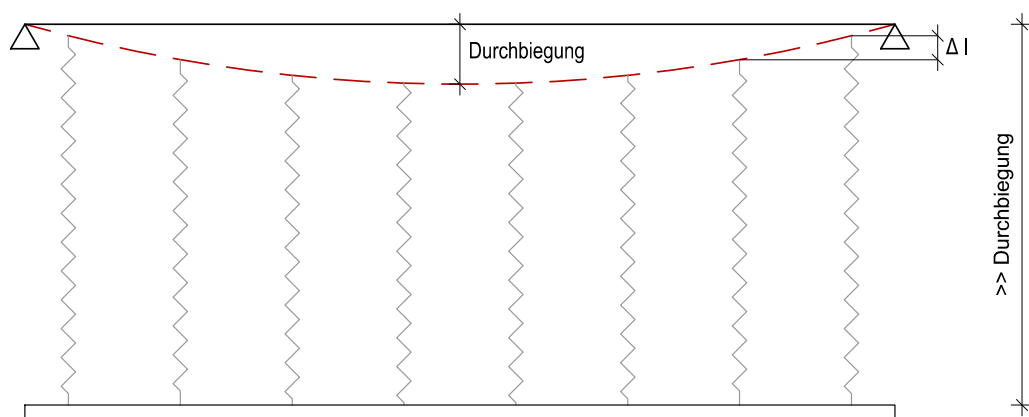


**Abb. 4.16:** Vertikale Spannungsverteilung bei einem Durchlaufträger und einer Streckenlast von 4m (SV-6)

Wie man in der Abbildung 4.16 sehen kann, ist die Spannungsverteilung mit dieser Methode wesentlich gleichmäßiger als in der Abbildung 4.15. Ein leicht parabelförmiger Verlauf ist aber immer noch gegeben und die Methode damit nicht zufriedenstellend.

#### 4.4.1 Gleichlasten mit Hilfe von Federn

Bei dieser Variante soll eine starre Scheibe, die durch Federelemente mit dem Träger verbunden ist, die Gleichlast simulieren. Die starre Scheibe wird nach unten geschoben und die dadurch resultierende Längenänderung der Federn soll die Belastung auf den Träger bringen. Um eine gleichmäßige Gleichlast simulieren zu können, müssen die Verformung des Trägers, dadurch auch die unterschiedlichen Längenänderungen der Federn, beachtet werden. Der Träger, bei Durchlaufträgern und Einfeldträgern mit Gleichlast, erhält in der Mitte die größten Verformungen und diese nehmen zum Rand hin ab. Dadurch ergeben sich unterschiedliche Längenänderungen der Federn. Um dies auszugleichen, sollten die Federn entweder sehr lang oder sehr weich sein. Damit beträgt der Längenunterschied durch die Verformung des Trägers nur mehr ein Bruchteil der Längenänderung der Federn, hervorgerufen durch die Verschiebung der starren Scheibe, und somit ist eine gleichmäßige Verteilung der Last gegeben.

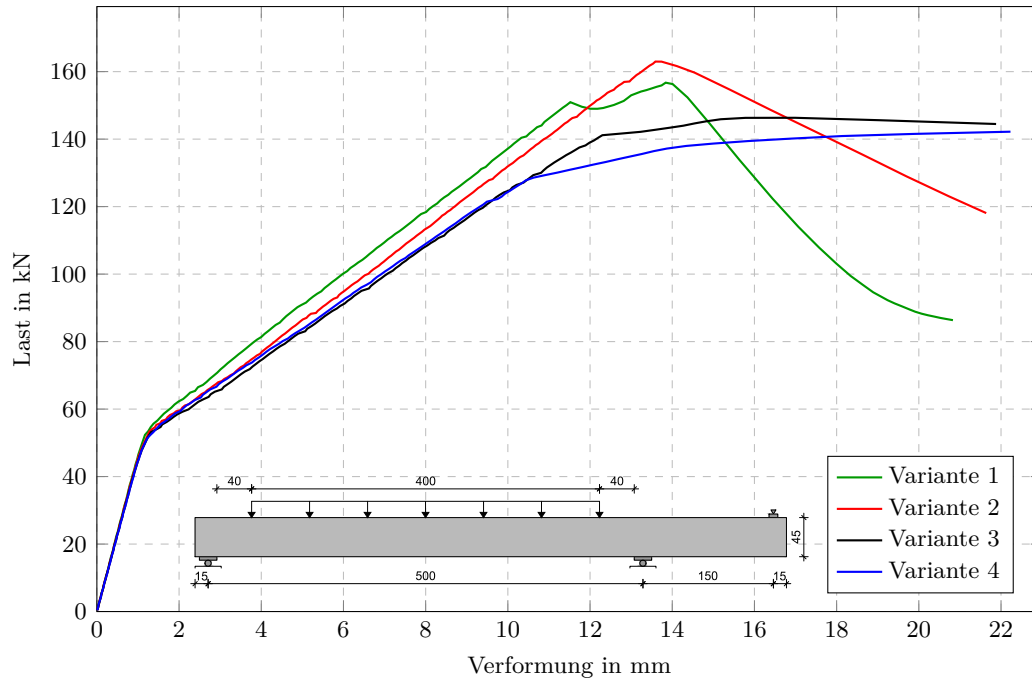


**Abb. 4.17:** Veranschaulichung zur Aufbringen der Last über Federn

Im FE-Programm Atena kann man diese Federn mit Hilfe von Interface Elementen modellieren. Im Prinzip wird eine starre Scheibe, die genau die Position der Gleichlast besitzt,

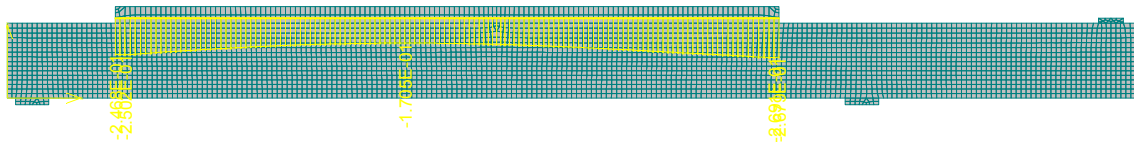
auf den Träger positioniert. Der Kontakt zwischen der starren Scheibe und dem Träger wird mit diesen Interface Elementen hergestellt.

In der Abbildung 4.18 wird der Versuch SV-6.2 mit dieser Methode dargestellt. Hierbei wurden die Federsteifigkeit und die Länge der Federn variiert. Bei der Variante 1 ist die Steifigkeit der Feder am größten und die Verformung der starren Scheibe ist bei gleicher Belastung am kleinsten. Die Steifigkeit fällt zunehmend bis zur Variante 4.

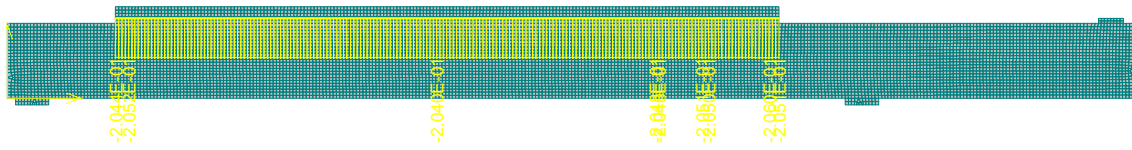


**Abb. 4.18:** SV-6.2: Variation der Federsteifigkeit und der Federlänge

Wie man in der Abbildung 4.18 sehen kann, können nur zwei Varianten den Post-Peak-Bereich darstellen. Bei den anderen Varianten ist kein Lastabfall nach dem Peak zu erkennen. Man kann auch deutlich erkennen, dass die unterschiedlichen Varianten eine andere Steifigkeit im Zustand II aufweisen. Diese unterschiedlichen Steifigkeiten sind auf die ungleichmäßige Lastverteilung zurückzuführen. Die folgenden Abbildungen 4.19 und 4.20 zeigen den Spannungsverlauf der Variante 2 und 4 bei einer Laststufe von ca. 140 kN.



**Abb. 4.19:** Vertikale Spannungsverteilung der Variante 2 bei einer Last von ca. 140 kN



**Abb. 4.20:** Vertikale Spannungsverteilung der Variante 4 bei einer Last von ca. 140 kN

Je weicher die Feder abgebildet wird, desto besser ist die Verteilung der vertikalen Spannung. Die Variante 4 stellt einen optimalen Spannungsverlauf dar. Die Lastverteilung der Variante 1 und 2, die den Post Peak abbilden können, sind für eine Modellierung einer Gleichstreckenlast nicht sinnvoll. Da die Varianten 3 und 4 den Post Peak nicht darstellen, können diese für die Modellierung ebenfalls nicht in Betracht gezogen werden.

Bei der Variante 3 und 4 wird, im Vergleich zur Durchbiegung des Trägers, die starre Scheibe wesentlich weiter nach unten geschoben um eine gleichmäßige Verteilung der vertikalen Spannung zu erhalten. Deshalb kann es auch keinen Lastabfall nach der Höchstlast geben und somit kann der Post Peak nicht dargestellt werden. Auch wenn der Träger nach dem Erreichen der Höchstlast eine deutlich geringere Steifigkeit aufweist und dadurch größere Verformungen erfährt, sind diese im Vergleich zur Verschiebung der starren Scheibe zu gering um einen Lastabfall zu generieren, wie in der Abbildung 4.17 dargestellt ist.

## 4.5 Solution Methods

Das Finite Elemente Programm Atena bietet verschiedene Möglichkeiten bzw. Solution Parameter um eine Berechnung auszuführen.

### 4.5.1 Kraftsteuerung

Die Kraftsteuerung stellt die einfachste Form der Lastinkrementierung dar. Der Lastfaktor wird dabei um ein Inkrement erhöht und mittels des Newton-Raphson-Verfahrens wird das Verschiebungsinkrement erhöht bis das Gleichgewicht erreicht wird (aus [7]). Für viele Aufgaben ist diese Methode völlig ausreichend. Doch um den Bereich nach der Maximallast oder den Lastabfall nach der eventuellen Bildung eines Sprengwerks abzubilden, ist diese Methode unzureichend, da es unmöglich ist mit Hilfe der Kraftsteuerung einer Kurve mit einer negativen Steigung zu folgen (siehe Abbildung 4.21).

### 4.5.2 Verformungssteuerung

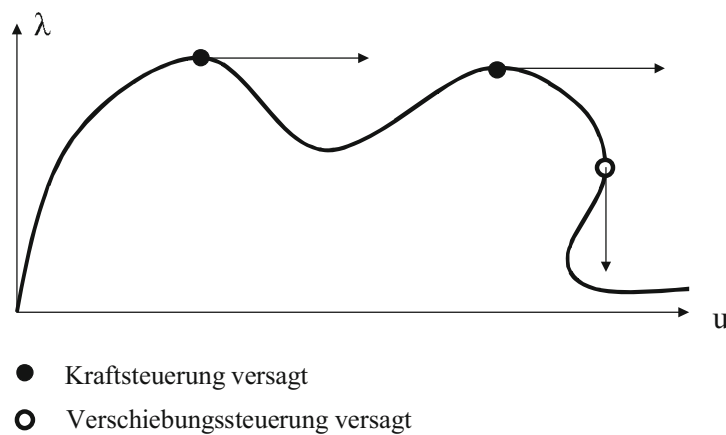
Die Steuerung der Verschiebungen macht das System und damit auch die numerische Analyse stabiler. Wenn die Belastung durch Kraftgrößen durch eine vorgegebene Verschiebung ersetzt werden kann, ist dies also hilfreich. Mit der Verformungssteuerung können auch negative Steigungen einer Kurve erfasst werden, somit auch der Lastabfall nach der eventuellen Systemumstellung in ein Sprengwerk oder der Maximallast (aus [7]). Diese



Methode ist allerdings auf Einzellasten beschränkt. Also können die Versuche, die eine Gleichlast als Belastung aufweisen, mit dieser Methode nicht wiedergegeben werden.

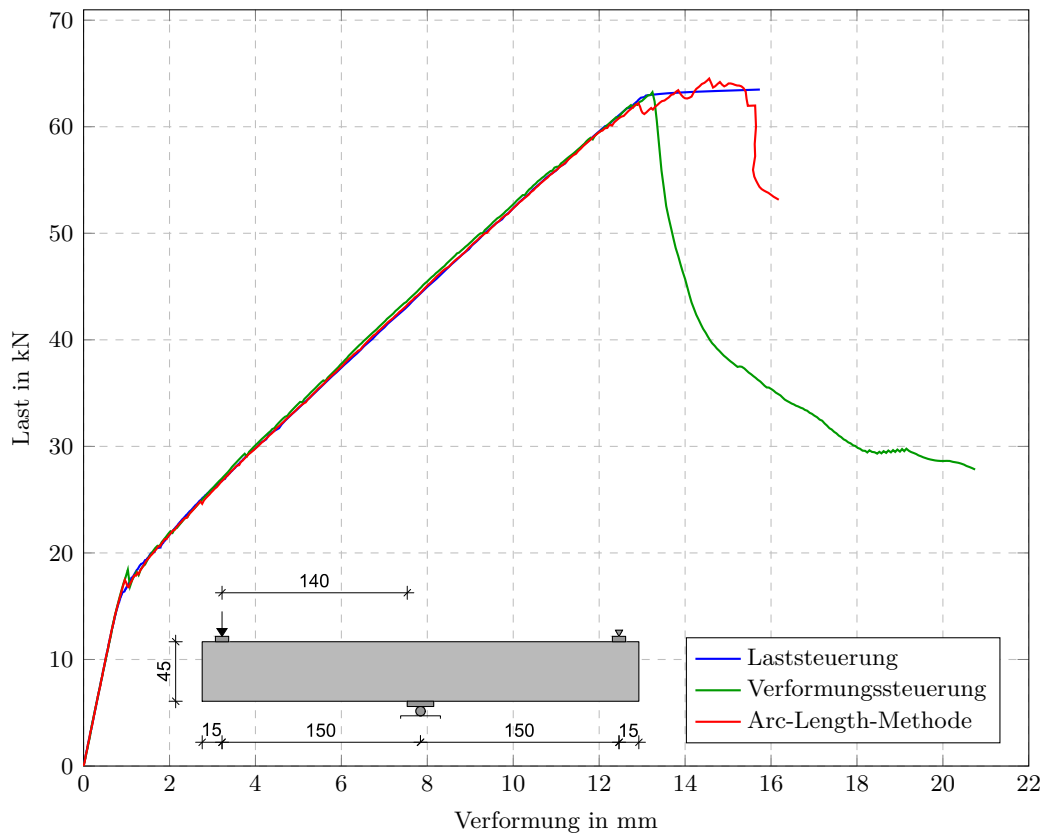
### 4.5.3 Arc-length method

Die Arc-Length Methode ist eine Art der Pfadverfolgung. Hierbei wird weder der Lastfaktor noch die Verschiebung, sondern eine Kombination aus beiden gesteuert (aus [7]). Mit dieser Methode kann auch bei einer Belastung durch eine Gleichlast der Bereich bzw. der Lastabfall nach der Maximallast oder nach der Systemumstellung in ein Sprengwerk abgebildet werden. In der Abbildung 4.21 ist eine Kurve dargestellt auf der die jeweiligen Versagensstellen der Kraftsteuerung und der Verschiebungssteuerung dargestellt sind. Mit der Arc-Length Methode kann theoretisch die gesamte Kurve abgebildet werden.



**Abb. 4.21:** Versagen der Kraft- und Verschiebungssteuerung aus [7]

## 4.6 Vergleich der verschiedenen Steuerungsmöglichkeiten



**Abb. 4.22:** SV-1: Vergleich der verschiedenen Steuerungsmöglichkeiten

In der Abbildung 4.22 ist der Vergleich zwischen Laststeuerung, Verformungssteuerung und der Arc-Length-Methode anhand des SV-1 mit gleichen Parametern abgebildet. Die Last-Verformungskurven sind bis zur Höchstlast nahezu identisch, aber nur die verformungsgesteuerte Berechnung mit der Newton-Raphson-Methode und der Arc-Length-Methode zeigen einen Lastabfall nach der Höchstlast. Die lastgesteuerte Berechnung mit Newton-Raphson steigert wie erwähnt die Last in jedem Schritt und somit kann es keinen Lastabfall geben.

## 4.7 Schlussfolgerung

In diesem Abschnitt folgt eine Zusammenstellung der Parameter, Netzfeinheiten und Berechnungswege, mit denen die Nachrechnungen der Versuche in Atena durchgeführt werden. Die Berechnungen, die nur punktuelle Lasten aufweisen, werden durchwegs verformungsgesteuert mit der Newton-Raphson-Methode durchgeführt. Aufgrund der nicht optimalen Lastaufbringung einer Gleichlast, die bei einem verformungsgesteuerten Versuch nötig wäre, werden alle Varianten mit einer Gleichlast mittels Laststeuerung und der Arc-Length-Methode berechnet.

Für die Versuche der TU Graz wurde die Betondruckfestigkeit an Begleitkörpern ermittelt. Die Würfeldruckfestigkeit dient als Eingangsparameter in Atena und die weiteren Parameter,

wie Zugfestigkeit, E-Modul, Bruchenergie usw. werden daraus automatisch abgeleitet. Diese Vorgehensweise liefert, wie in den Abschnitten zuvor gezeigt, gute Berechnungsergebnisse. Der Kontakt zwischen der Bewehrung und dem Beton wird mit perfektem Verbund angenommen.

Wie im Abschnitt Netzfeinheit 4.1 beschrieben, werden alle Modelle einheitlich mit einer Elementgröße von 2 cm diskretisiert.

## 5 FE - Untersuchung

Im Kapitel 4 wurden die jeweiligen Parameter für die FE-Berechnungen bestimmt. Im folgenden Kapitel sind die FE-Berechnungen, die mit Atena gerechnet wurden, dargestellt und teilweise ausgewertet. Generell zeigen alle Versuche (die mit FE simulierten sowie die am Institut durchgeführten) zu Beginn einen Anstieg der Last-Verformungskurve mit der Steifigkeit des ungerissenen Betonquerschnitts (Zustand I). Nach dem Erreichen des Rissmoments nimmt die Steifigkeit des Systems stark ab (Zustand II) und bleibt bei stabiler Biegerissbildung in etwa konstant bis zum Erreichen der Schrägrisslast. Abhängig von der Belastung und des statischen Systems tritt nach dem Auftreten des kritischen Schubrisses das Versagen auf oder es kommt zu einer Systemumstellung in ein Sprengwerk. Dadurch kann die Versagenslast gegebenenfalls noch deutlich gesteigert werden, allerdings bei einem erneuten Steifigkeitsabfall. Die Versuche, bei denen der Versuchsaufbau und der Bewehrungsgehalt ident sind, sich also nur die Betoneigenschaften geringfügig unterscheiden, werden in der FE-Berechnung mit der gemittelten Druckfestigkeit des Betons gerechnet. Somit gibt es z.B. für den SV-1.1 und den SV-1.2 nur eine FE-Berechnung (betrifft SV-1, SV-3 und SV-4). Im folgenden Kapitel werden die Versuche die mit dem FE-Programm Atena berechnet wurden, mit der Bezeichnung FE (z.B. SV-1-FE) und die Versuche am Institut mit einem T für Testversuch (z.B. SV-1-T) gekennzeichnet.

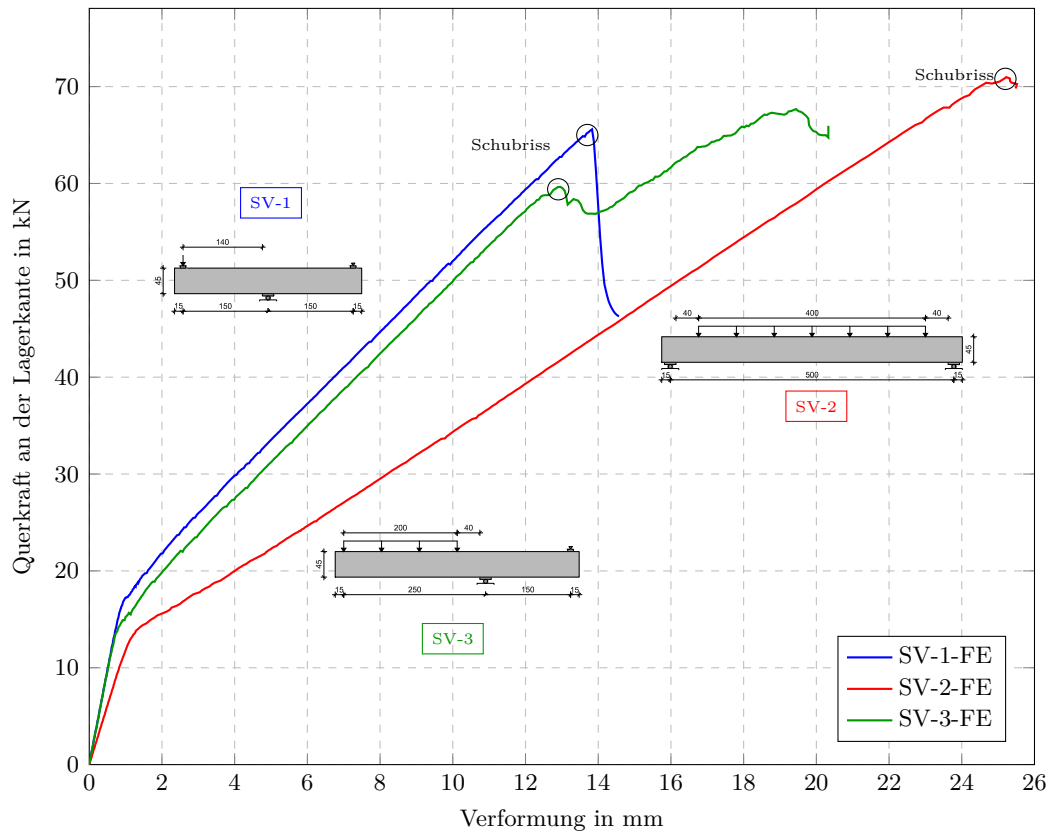
Bei den Versuchen am Institut startet die Messung der Verformung und Last als der Träger schon durch das Eigengewicht beansprucht wurde. Deshalb wurde in der FE-Berechnung im ersten Belastungsschritt das Eigengewicht als Belastung gewählt, um die gleiche Anfangsbelastung wie bei den am Institut durchgeführten Versuchen zu erhalten. Die Verformung und die eventuelle Last die durch das Eigengewicht entsteht wurde aus den Last-Verformungsdiagrammen entfernt. Dies sollte den Last-Verformungskurven der durchgeführten Versuche entsprechen.

Im Abschnitt 2.4 sind verschiedene Parameter, welche die Querkrafttragfähigkeit beeinflussen, beschrieben. Um den Einfluss der verschiedenen Parameter zu untersuchen, werden in diesem Kapitel einige näher betrachtet. Der Einfluss des statischen Systems sowie der Belastungsart, also der M/V-Kombination, der Effekt des Längsbewehrungsgrads und der Einfluss des Moments auf die Querkrafttragfähigkeit werden anhand der durchgeführten Versuche und der FE-Berechnung näher beleuchtet.

Die Versuche die in diesem Kapitel nicht gegenübergestellt werden, können dem Anhang entnommen werden.

### 5.1 Einfluss des statischen Systems und der Belastungsart auf die Querkrafttragfähigkeit

Um den Einfluss der M/V-Kombination bzw. des statischen Systems und der Belastungsart auf die Querkrafttragfähigkeit darzustellen, werden in der Abbildung 5.1 die Versuche SV-1, SV-2 und SV-3, mittels FE-Berechnung in Atena berechnet, gegenübergestellt. Dabei

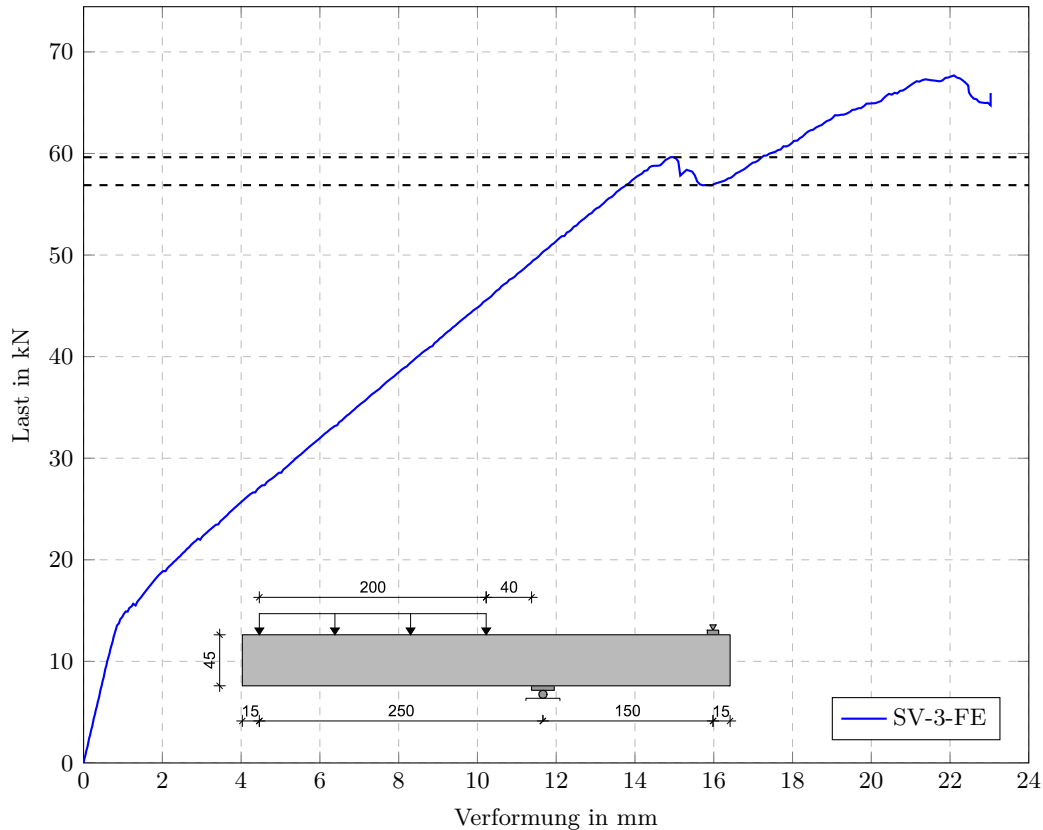


**Abb. 5.1:** Einfluss der M/V-Kombination anhand von SV-1, SV-2 und SV-3

handelt es sich um einen Kragträger mit Einzellast (SV-1-FE), der dem Schubfeldtyp 1 zugeordnet wird, einen Kragträger mit Gleichlast (SV-3-FE) vom Schubfeldtyp 3 und einen Einfeldträger mit Gleichlast (SV-2-FE), der zum Schubfeldtyp 2 gehört. Auf der Ordinate ist die Querkraft an der Auflagerkante der jeweiligen Versuche aufgetragen und auf der Abszisse die Verformung. Welche beim SV-1-FE an der Unterkante der Lasteinleitung, beim SV-3 an der Unterkante der Resultierenden Last und beim SV-2-FE in der Mitte des Trägers betrachtet wird. Die Querschnittseigenschaften und der Längsbewehrungsgrad sind für alle Versuche gleich, zusätzlich weisen sie eine idente Schubschlankheit (siehe Abschnitt 2.2.1) von 4 auf. Obwohl die Versuche bis auf das statische System und die Belastung sowie den geringfügigen Unterschied der Betoneigenschaften ident sind, ergeben sich unterschiedliche Querkrafttragfähigkeiten. Die Versuche SV-1-FE und SV-2-FE versagen nach dem Erreichen der kritischen Schubrislast schlagartig. Der SV-2-FE hat mit 70.86 kN eine etwas höhere Querkrafttragfähigkeit als der SV-1-FE mit 65.59 kN. Der Kragträger mit der Gleichlast (SV-3-FE) versagt nach dem Erreichen des kritischen Schubrisse bei einer Last von 59 kN nicht schlagartig, sondern es kommt zu einer Systemumstellung in ein Sprengwerk und dadurch ist eine weitere Laststeigerung bis zu etwa 67 kN möglich. Der SV-3-FE versagt durch die Einschnürung der Druckzone. Eine genaue Auswertung, bezüglich Systemumstellung in ein Sprengwerk, folgt im Abschnitt 5.1.1. Abschließend kann festgestellt werden, dass die FE-Berechnung keinen signifikanten Unterschied der Querkrafttragfähigkeit aufgrund der unterschiedlichen M/V-Kombination zeigt.

### 5.1.1 Auswertung der Systemumstellung in ein Sprengwerk anhand des SV-3

Wie schon im Kapitel 2.1 beschrieben, ist die Möglichkeit der Einstellung eines Sprengwerks sehr schwer zu erfassen. Deshalb wird die Last beim Auftreten des kritischen Schubrisses als Grenze der Querkrafttragfähigkeit betrachtet. Um diese Schubrisslast bzw. die Systemumstellung in ein Sprengwerk genau zu erfassen wird der SV-3-FE im folgenden Abschnitt ausgewertet.

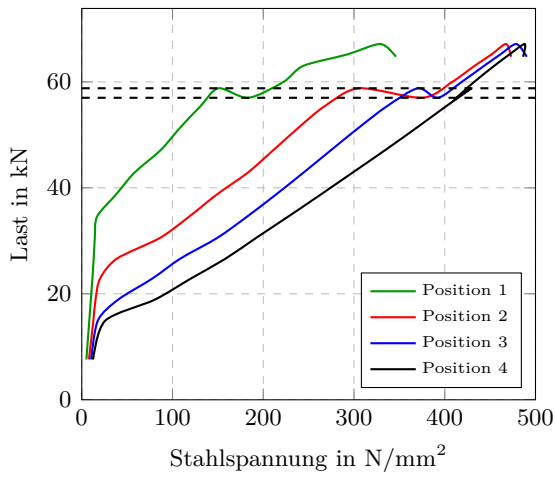


**Abb. 5.2:** Last-Verformungskurve des SV-3-FE

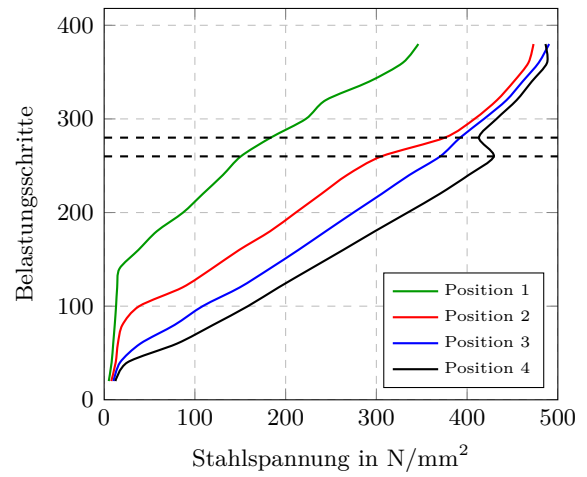
Der mit dem FE-Programm Atena untersuchte Balken SV-3-FE, in der Abbildung 5.2 dargestellt, weist bei einer Last von etwa 60 kN eine deutlich sichtbare Lastabnahme auf und erfährt bei etwa 57 kN wieder eine Zunahme der Last bis auf 67 kN. Dies kann ein Indiz für eine Systemumstellung in ein Sprengwerk nach dem Erreichen der Schrägrisslast, bei etwa 60 kN, sein.

Wie im Abschnitt (??) beschrieben, kann über den Schrägriss keine Schubübertragung mehr erfolgen, somit bleibt die Stahlspannung im Bereich des Schrägrisses über die Länge in etwa konstant. Dadurch muss der Momentenverlauf über eine geneigte Druckstrebe, also über einen sich verändernden Hebelsarm über den Bereich des Schrägrisses, realisiert werden.

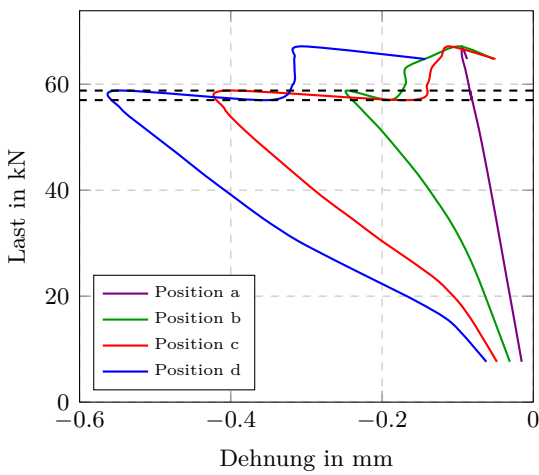
In den Abbildungen 5.3a und 5.3b ist die Stahlspannung der Zugbewehrung an gewissen Punkten über den gesamten Versuchverlauf dargestellt. In der Abbildung 5.3a werden die Last-Stahlspannungen und in der Abbildung 5.3b die Belastungsschritte - Stahlspannungen dargestellt. Man kann in der Abbildung 5.3a erkennen dass die Stahlspannung der jeweiligen Positionen, die in der Abbildung 5.4 dargestellt sind, mit zunehmender Last, bis zu der Schrägrisslast von etwa 60 kN, stetig steigen also der Biegetheorie folgen. Die



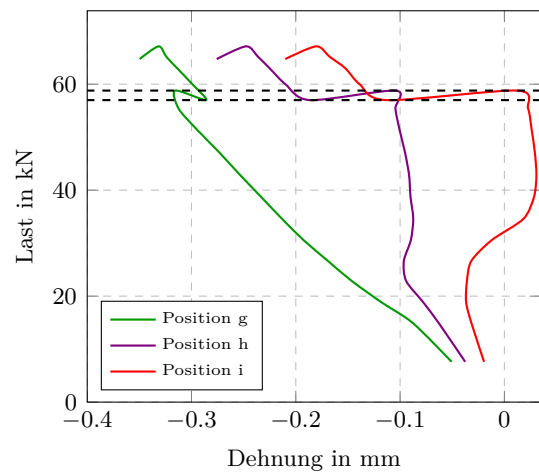
(a) Last - Stahlspannung in Zugbewehrung



(b) Belastungsschritte - Stahlspannung in Zugbewehrung



(c) Last - Betondehnung unten



(d) Last - Betondehnung mitte

Abb. 5.3: SV3: Stahlspannungen und Betondehnungen

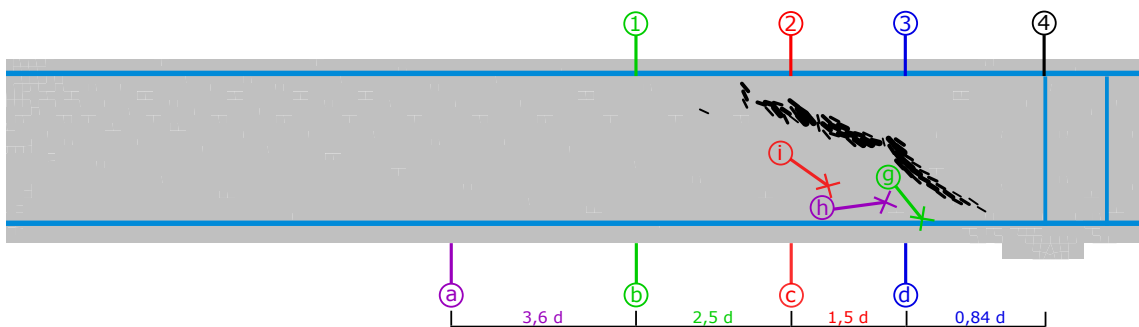


Abb. 5.4: Positionen der betrachteten Stahlspannung und Betondehnung im SV-3

unterschiedlichen Stahlspannungen der Positionen bei gleicher Last, z.B. bei einer Last von 40 kN, ist deutlich ersichtlich. Nach der Schrägrisslast ist erkennbar, dass die Stahlspannung der Positionen 2 und 3 trotz der Lastabnahme deutlich zunehmen, und ungefähr das gleiche Niveau der Position 4 erreichen. Bei weiterer Laststeigerung weisen die Positionen 2-4 in etwa die gleiche Stahlspannung auf und nehmen mit der gleichen Steigung zu.

In der Abbildung 5.3b ist ebenfalls ersichtlich, dass sich die Stahlspannungen der Positionen 2-4 nach dem Schrägriss, Belastungsschritt 260, annähern und ab der erneuten Lastzunahme, beim Belastungsschritt 280, mit etwa der gleichen Stahlspannung und der gleichen Steigung bis zum Versagen zunehmen.

Die Position 1 liegt außerhalb des Einflussbereichs des Schrägrisses, dies ist am Verlauf der Stahlspannung ersichtlich.

Die Auswertung der Stahlspannung bestätigt, dass die Stahlspannung nach der Bildung des Schrägrisses über die Länge des Einflussbereichs des kritischen Schubrisses annähernd konstant bleibt. Dies ist ein weiteres Indiz für die Systemumstellung in ein Sprengwerk.

In der Abbildung 5.3c sind die Last-Betondehnungs Kurven der Positionen a-d (Unterkante des Trägers) dargestellt. Die Betondehnung nimmt bis zur Schrägrisslast stetig zu, nach Erreichen dieser nehmen die Dehnungen merklich ab und bleiben bei weiterer Laststeigerung annähernd auf gleichem Niveau bzw. nehmen sogar noch geringfügig ab (Position b-d). Dies lässt auf eine Systemumstellung in ein Sprengwerk schließen. Durch die Bildung einer geneigten Druckstrebe steigen die Betondehnungen am Rand im Bereich des Schubrisses nicht mehr, sondern fallen schlagartig auf ein gewisses Niveau nach dem Erreichen der Schubrisslast und bleiben auch nach der Laststeigerung in etwa auf diesem. Nur bei der Position a nimmt die Dehnung mit steigender Last stetig zu, dies kann durch die Entfernung zum Schrägriss erklärt werden.

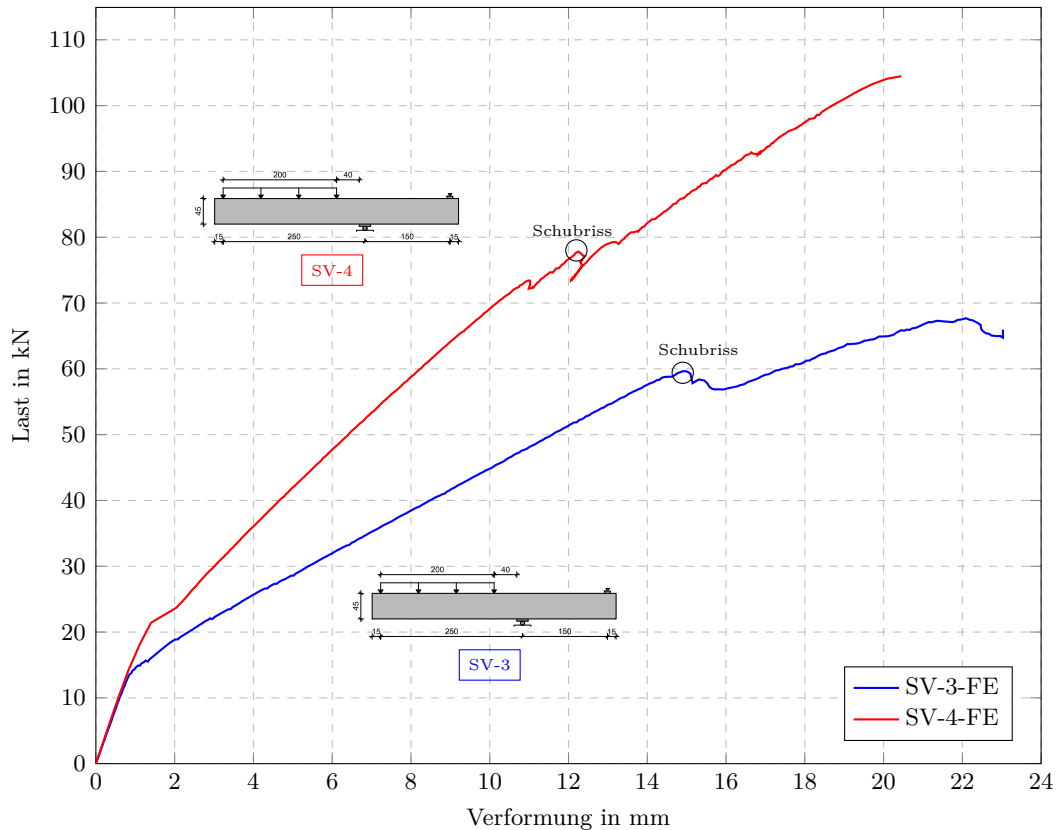
In der Abbildung 5.3d sind die Last-Betondehnungs Kurven der Positionen g-i dargestellt. Die Dehnungen der Positionen h und i steigen anfangs doch sobald der Träger vom Zustand I in den Zustand II kommt, gibt es einen Knick. Es ist ersichtlich, dass die Position h noch knapp in der Druckzone liegt, sie erhält nach dem Erreichen des Zustands II keine weiteren Dehnungen mehr. Bei der Position i verhält es sich ähnlich doch sie liegt nicht mehr in der Druckzone wie man an den positiven Dehnungen nach Erreichen des Zustands II erkennen kann. Sobald die Schrägrisslast erreicht wird, nimmt die Dehnung der Position h wieder zu, die Position i wechselt schlagartig von einer Zugdehnung in eine Druckdehnung. Bei weiterer Laststeigerung steigt die Dehnung der beiden Positionen in etwa gleich an.

Dies ist ein weiteres klares Indiz für die Bildung einer geneigten Druckstrebe in diesem Bereich nach dem Erreichen der Schrägrisslast.

Es kann also mit relativ hoher Gewissheit gesagt werden, dass in etwa bei 60 kN die kritische Schubrisslast erreicht wird und es zu einer Systemumstellung in ein Sprengwerk kommt.



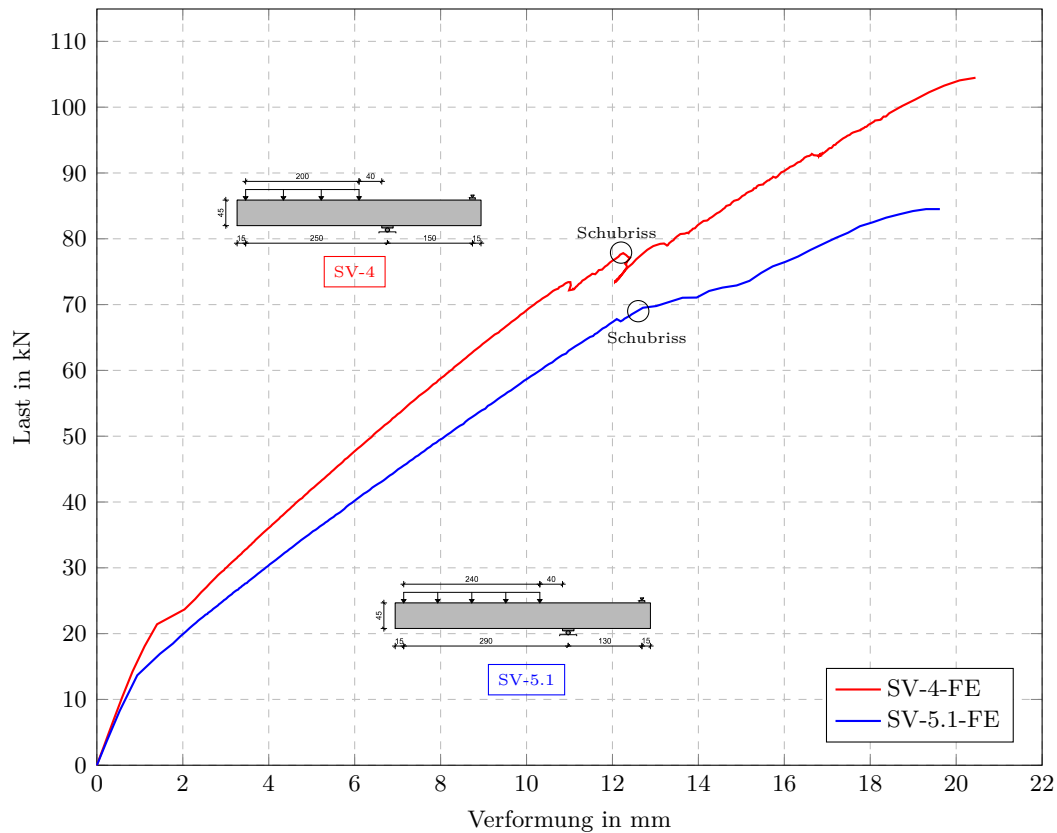
## 5.2 Einfluss des Längsbewehrungsgrads



**Abb. 5.5:** Vergleich von SV-3-FE und SV-4-FE bezüglich des Längsbewehrungsgrads

Der Einfluss des Längsbewehrungsgrads wird anhand zweier Kragträger mit einer Gleichlast, welche bis auf den Längsbewehrungsgrad ident sind, dargestellt (Abbildung 5.5). Als Zugbewehrung sind beim SV-3-FE  $2\varnothing 18$  mm SAS 670 eingelegt, damit beträgt der Längsbewehrungsgrad 0,74 %. Der SV-4-FE ist mit  $2\varnothing 25$  mm SAS 670 ausgeführt, hat dadurch ein  $\rho_l$  von 1,44 %. Die Querkraft am Auflagerrand ist auf der Ordinate aufgetragen, die Verformung wurde an der Unterkante der Lage der Resultierenden Last bei beiden Versuchen ausgewertet. Die Steifigkeit im Zustand I der beiden Versuche ist quasi ident. Im Zustand II hat der SV-4-FE durch den höheren Bewehrungsgrad eine deutliche höhere Steifigkeit als der SV-3-FE. Auch die kritische Schubrisslast ist beim SV-4-FE mit etwa 78 kN deutlich höher als beim SV-3-FE mit etwa 59 kN. Wie an den Last-Verformungskurven ersichtlich ist, versagen die Versuche nicht nach dem Erreichen des Schubrisses sondern können durch eine Systemumstellung in ein Sprengwerk eine merklich Laststeigerung erfahren. Beide Versuche versagen durch das Einschnüren der Druckzone bei einer Last von etwa 67 kN (SV-3) und 104,5 kN (SV-4-FE). Eine genaue Auswertung dieser Systemumstellung ist im Abschnitt 5.1.1 anhand des SV-3-FE dargestellt. Die verschiedenen Modelle (siehe Abschnitt 2.4) sind sich einig dass, die Querkrafttragfähigkeit mit größerem Längsbewehrungsgrad steigt. Dieser Einfluss des Längsbewehrungsgrads kann in der FE-Berechnung ebenfalls dargestellt werden.

### 5.3 Einfluss Moment



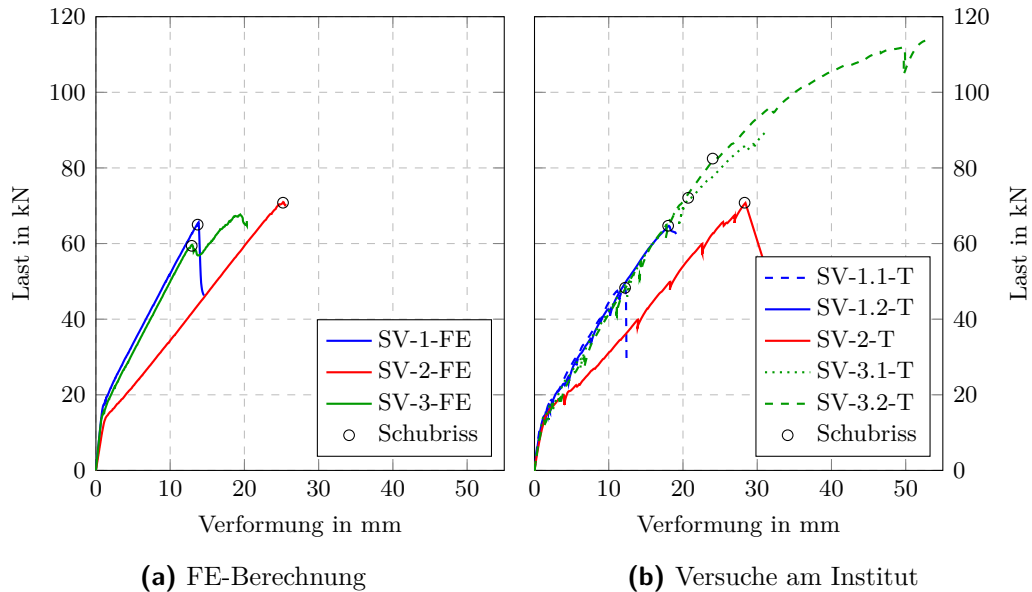
**Abb. 5.6:** Vergleich von SV-4-FE und SV-5.1-FE bezüglich der Momentenbeanspruchung

Um den Einfluss des Moments für die Querkrafttragfähigkeit zu untersuchen wurden in der Abbildung 5.6 die Versuche SV-4-FE und SV-5.1-FE gegenübergestellt. Die jeweiligen Versuche sind bis auf den längeren Hebelsarm des SV-5.1-FE ident (siehe Abschnitt 3). Demnach ist beim SV-5.1-FE, bei gleicher Querkraft, das zugehörige Moment größer als beim SV-4-FE. Die kritische Schubrisslast wird beim SV-4-FE bei einer Last von 78 kN und beim SV-5.1-FE bei einer Last von 70 kN erreicht. Nach dem Erreichen des kritischen Schubrisses ist eine Systemumstellung in ein Sprengwerk und eine weitere Laststeigerung bei geringerer Steifigkeit bei beiden Versuchen ersichtlich. Durch das Einschnüren der Druckzone versagen der SV-4-FE bei einer Last von 104,5 kN und der SV-5.1-FE bei einer Last von 84,5 kN. Die Untersuchung anhand der FE-Berechnung zeigt, dass die Querkrafttragfähigkeit bei größerem Moment geringer ausfällt.

### 5.4 Diskussion anhand des Vergleichs der FE-Berechnung mit Atena und den Versuchen am Institut

Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse anhand des Vergleichs der FE-Berechnung mit Atena und den Versuchen am Institut diskutiert. Der Einfluss der M/V-Kombination, des Längsbewehrungsgrads und des Moments werden gegenübergestellt.

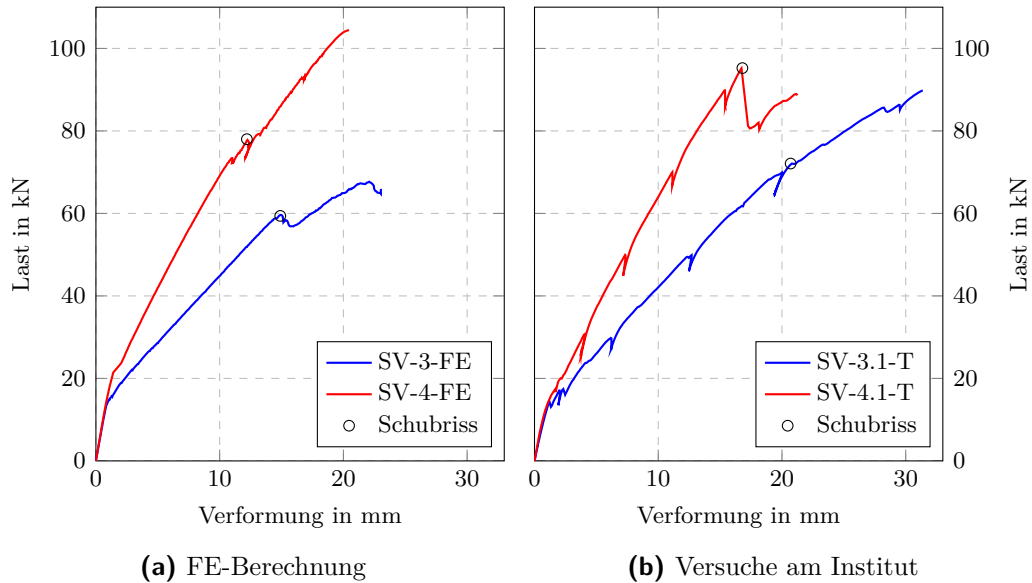
### 5.4.1 Einfluss der M/V-Kombination



**Abb. 5.7:** Vergleich der M/V-Kombination anhand der FE-Berechnung und den Versuchen am Institut

In der Abbildung 5.7 ist der Effekt der M/V-Kombination anhand des Vergleichs verschiedener Schubfeldtypen gleicher Querschnittseigenschaften dargestellt. Die Einfeldträger mit Einzellast versagen nach dem Auftritt des kritischen Schubrisses schlagartig (SV-1-FE, SV-1.1-T und SV-1.2-T). Das Lastniveau des kritischen Schubrisses beläuft sich beim SV-1-FE auf 65,59 kN, beim SV-1.1-T auf 48,73 kN und beim SV-1.2-T auf 64,7 kN. Beim Einfeldträger mit Gleichlast (SV-2) stimmt die FE-Berechnung sehr gut mit dem Testversuch überein. Das Versagen tritt jeweils nach dem Auftreten des kritischen Schubrisses, bei einer Querkraft von 70,98 kN (FE-Berechnung) und 70,86 kN (Testversuch), auf. Wie man in der Abbildung 5.7 erkennen kann ist beim Kragträger, belastet durch eine Streckenlast, der Unterschied FE-Berechnung und der durchgeführten Versuche wesentlich ausgeprägter. Die Kragträger mit Gleichlast weisen sowohl bei der FE-Berechnung als auch bei den Versuchen am Institut eine Systemumstellung in ein Sprengwerk, nach dem Erreichen der kritischen Schubrisslast, auf. Doch die kritische Schubrisslast und die endgültige Versagenslast weichen stark voneinander ab. Der SV-3-FE erreicht die kritische Schubrisslast bei einem Lastniveau von etwa 59 kN und versagt durch die Einschnürung der Druckzone bei einer Last von 67 kN. Der SV-3.1-T und SV-3.2-T erreichen die kritische Schubrisslast bei 72,09 kN und 82,47 kN deutlich später und können durch die Systemumstellung in ein Sprengwerk noch bis zu einer Last von 89 kN und 113,91 kN belastet werden. Die große Lastzunahme nach dem kritischem Schubriss beim SV-3.1-T und SV-3.2-T kann im FE-Programm Atena nicht dargestellt werden. Bei den durchgeführten Versuchen am Institut kann festgestellt werden, dass die Versuche des Schubfeldtyps 3 die höchsten Querkrafttragfähigkeiten aufweisen und die Versuche des Schubfeldtyps 1 die geringsten.

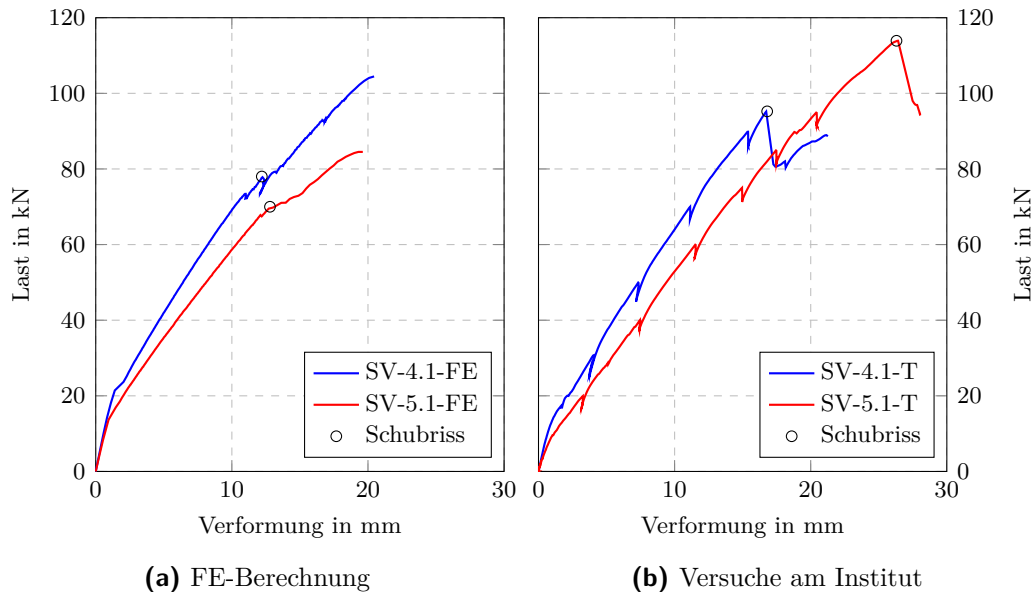
### 5.4.2 Einfluss des Längsbewehrungsgrads



**Abb. 5.8:** Vergleich des Effekts der Längsbewehrung anhand der FE-Berechnung und den Versuchen am Institut

In der Abbildung 5.8 ist der Effekt des Längsbewehrungsgrads anhand der Last - Verformungskurven der FE-Berechnungen (Abbildung 5.8a) und der durchgeführten Versuche (Abbildung 5.8b) dargestellt. Generell zeigen die Versuche am Institut einen großen Steifigkeitsunterschied durch die unterschiedlichen Längsbewehrungsgrade des SV-3-T und SV-4-T im Zustand II, ähnlich der FE-Berechnung. Auch bei den Versuchen am Institut erreicht der Kragträger mit dem geringeren Längsbewehrungsgehalt die Schubrisslast wesentlich früher als der stärker bewehrte Versuchs balken. Der kritische Schubriss wird beim SV-3.1-T bei einem Lastniveau von 72,09 kN beim SV-4.1-T hingegen erst bei 95,23 kN erreicht. In der Abbildung 5.8b ist erkennbar, dass der SV-4.1-T keine weitere Lastzunahme, durch eine Systemumstellung in ein Sprengwerk erreichen, kann. Der SV-4-FE kann im Gegensatz noch bis zu einer Last von 104,5 kN, durch die Systemumstellung in ein Sprengwerk, gesteigert werden. Beim Vergleich der FE-Berechnung und der durchgeführten Versuche zeigt sich, dass die FE-Berechnung mit den gewählten Parametern die Kragträger mit einer Gleichlast nicht mit ausreichender Genauigkeit darstellen kann. Der Effekt des Längsbewehrungsgrads wird bei der FE-Berechnung im Vergleich zu den Testversuchen ident dargestellt.

### 5.4.3 Einfluss Moment



**Abb. 5.9:** Vergleich des Effekts des Moments anhand der FE-Berechnung und den Versuchen am Institut

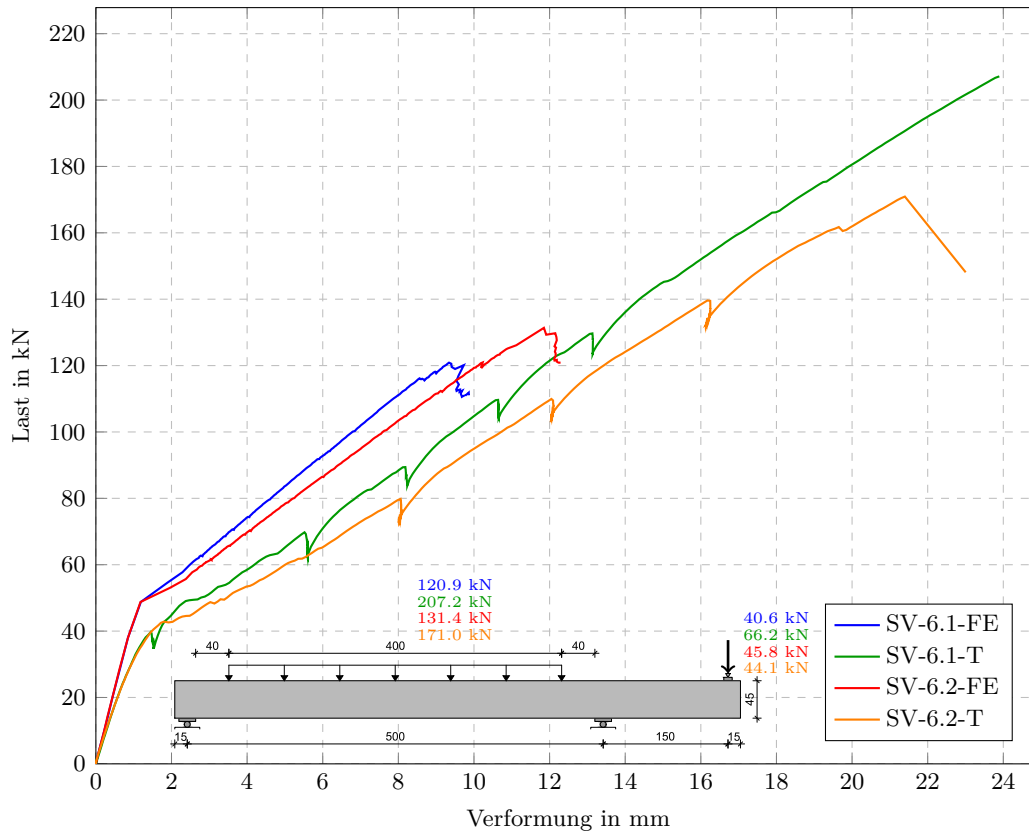
Beim Vergleich des Einflusses des Moments können die größten Unterschiede im Vergleich der FE-Berechnung und der durchgeführten Versuche festgestellt werden (Abbildung 5.9). In der Abbildung 5.9b ist erkennbar, dass der SV-5.1-T, der eine höhere Momentenbeanspruchung aufweist, eine deutlich höhere Querkrafttragfähigkeit als der SV-4.1-T hat. Der SV-5.1-T erreicht eine kritische Schubrisslast von 113,9 kN, die auch gleichzeitig zum Versagen führt. Der SV-4.1-T erreicht dies schon bei einer Last von 95,2 kN. Im Gegensatz dazu (siehe Abbildung 5.9a) kommt der SV-5.1-FE auf eine geringere Querkrafttragfähigkeit als der SV-4.1-FE. Die FE-Berechnungen weisen eine deutlich geringere kritische Schubrisslast als die Versuche am Institut auf. Allerdings ist eine Systemumstellung in ein Sprengwerk nach dem Erreichen der Schubrisslast zu erkennen, während die Versuche am Institut nach dem Erreichen der kritischen Schubrisslast schlagartig versagen. Die FE-Berechnung zeigt bei größerem Moment eine kleinere Querkrafttragfähigkeit, die Testversuche zeigen allerdings bei größerem Moment eine größere Querkrafttragfähigkeit. Demnach bewirkt der Effekt des Moments das genaue Gegenteil im Vergleich der FE-Berechnung und der durchgeführten Versuche.

### 5.4.4 Vergleich der Durchlaufbalken anhand der FE-Berechnung und der Versuche am Institut

Der Durchlaufbalken stellt eine Besonderheit im Bezug auf die Querkrafttragfähigkeit dar. Da dieses statische System eine Kombination aus verschiedenen Schubfeldtypen enthält. Der Feldbereich zwischen den Momentennullpunkten ist dem Schubfeldtyp 2 zuzuschreiben, der Mittelstützbereich stellt eine Mischung aus Schubfeldtyp 1 und 3 dar (siehe Abschnitt 2.4.4). Durch den vorzeichenwechselnden Momentenverlauf über die Länge des Trägers entstehen Biegerisse im Feldbereich an der Unterkante des Trägers und im Stützbereich an der Oberkante. Diese Rissbildung ist für die Entstehung des kritischen Schubrisses sehr

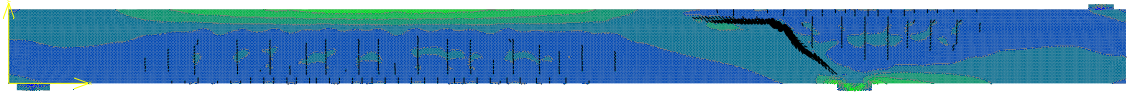
wichtig.

Beim Vergleich der Durchlaufbalken der FE-Berechnung und der Versuche am Institut treten extreme Unterschiede im Hinblick auf die Versagenslast auf. Die Versuche SV-6.1 und SV-6.2 werden im folgenden Abschnitt verglichen.

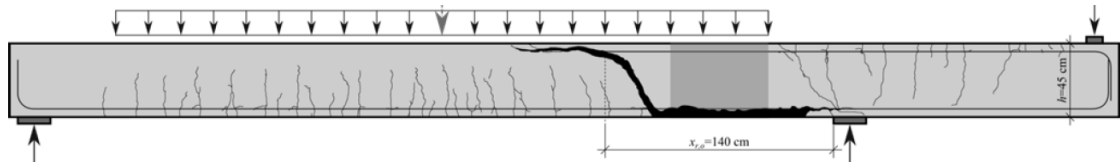


**Abb. 5.10:** Vergleich der Durchlaufbalken anhand der FE-Berechnung und den Versuchen am Institut

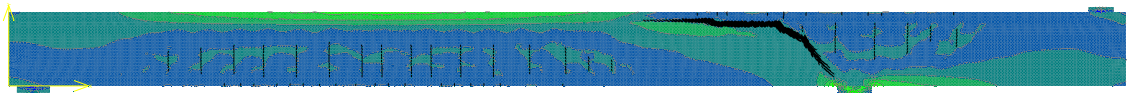
Die Abbildung 5.10 zeigt die Last-Verformungskurven der Durchlaufbalken. Beim SV-6.1-T und SV-6.2-T wird ein schlagartiges Versagen bei 207,16 kN und 170,98 kN durch den kritischen Schubriss festgestellt. Die Versagenslast liegt für den SV-6.1-FE bei 120,88 kN und für den SV-6.2-FE bei 131,37 kN, wobei ebenfalls ein schlagartiges Versagen ersichtlich ist. Der enorme Unterschied zwischen den Versagenslasten, ist durch die unterschiedliche Lage des Schubrisses erklärbar. In der FE-Berechnung mit Atena kommt es zu einer ersten Schubrissbildung am Mittelaufleger. Dieser entwickelt sich zur Lasteinleitung hin weiter und es kommt zum Versagen. Das Rissbild des SV-6.1-T (im Bild 5.12 dargestellt) zeigt einen ersten Schubriss auch am Mittelaufleger dieser jedoch führt nicht zum Versagen, sondern ein Schubriss der feldseits vom Momentennullpunkt entsteht. Obwohl am Mittelaufleger die M/V-Kombination eigentlich am größten ist. Der Durchlaufbalken ist ein statisch unbestimmtes System somit kann es zu Umlagerungen der Schnittgrößen kommen. In der Abbildung 5.10 sind die Auflagerkräfte des rechten Auflagers der Versuche beim Versagen dargestellt. Mit Hilfe der Belastung kann damit auf die Schnittgrößenverteilung zurückgerechnet werden. Die folgenden Abbildungen 5.11, 5.13, 5.12 und 5.14 zeigen jeweils die Rissbilder beim Versagen. Die unterschiedliche Lage der Schubrisse ist deutlich erkennbar.



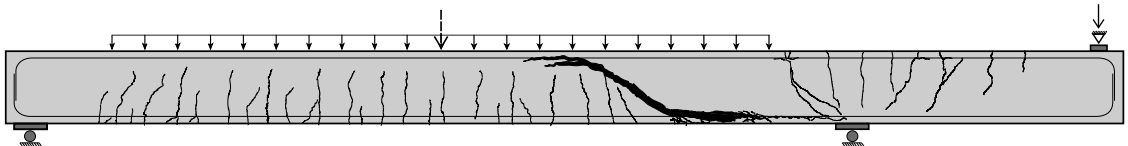
**Abb. 5.11:** Rissbild SV-6.1-FE



**Abb. 5.12:** Rissbild SV-6.1-T



**Abb. 5.13:** Rissbild SV-6.2-FE



**Abb. 5.14:** Rissbild SV-6.2-T

## 5.5 Vergleich der Versuche mit Schubbewehrung

Für die Untersuchung der Versuche mit Querkraftbewehrung wurden zwei 4-Punkt-Biegeversuche, mit unterschiedlichen Bügelbewehrungsgraden im linken und rechten Feld, am Institut getestet. Die Versuche SV-15 und SV-16 sind bis auf die Querschnittsbreite (25 cm und 18 cm siehe Kapitel 3) ident. Mittels Faseroptik wurden die Spannungen in der Längsbewehrung sowie Spannungen ausgewählter Bügel im linken Feld für eine genauere Auswertung erfasst. Für die FE-Berechnung in Atena wurde die Symmetrie ausgenutzt. Der SV-15 wurde in der FE-Berechnung also mit dem SV-15.1-FE, der den linken, schwächer schubbewehrten Teil des Trägers darstellt und den SV-15.2-FE, dieser stellt den stärker schubbewehrten Teil des Trägers dar, abgebildet. Dasselbe gilt für den SV-16, somit gibt es auch hier zwei FE-Berechnungen, für den linken Teil SV-16.1-FE und SV-16.2-FE für den rechten Teil. Durch die statische Bestimmtheit der Träger sollten der SV-15.1-FE und der SV-16.1-FE den Versuchen bis zum Versagen des linken Bereichs entsprechen. In den durchgeführten Versuchen wurden kurz vor dem Versagen des linken Bereichs der Träger, Schubverstärkungen aufgebracht um eine weitere Laststeigerung zu ermöglichen und auch ein Versagen im rechten Feld zu erzeugen. Dies hat zur Folge das der SV-15.2-FE und der SV-16.2-FE nicht den durchgeführten Versuchen entsprechen, sondern nur einen Vergleich der Traglasten ermöglichen.

Die Versuche weisen jeweils eine Schubschlankheit (siehe Abschnitt 2.2.1) von etwa 4 auf. Bei Versuchen mit Einzellasten und einer Schubschlankheit von 4 sollte es laut Erfahrungswerten keine Systemumstellung in ein Sprengwerk geben. In den folgenden Abschnitten wird das Tragverhalten der Versuche mit Querkraftbewehrung auf eine etwaige Systemumstellung und das Verhalten der Bügelspannungen genauer untersucht und ausgewertet.

### 5.5.1 Tragverhalten des SV-15

Im folgenden Abschnitt wird auf das Tragverhalten des SV-15 genauer eingegangen. Es wird jeweils das Tragverhalten der FE-Berechnung und des durchgeführten Versuchs analysiert.

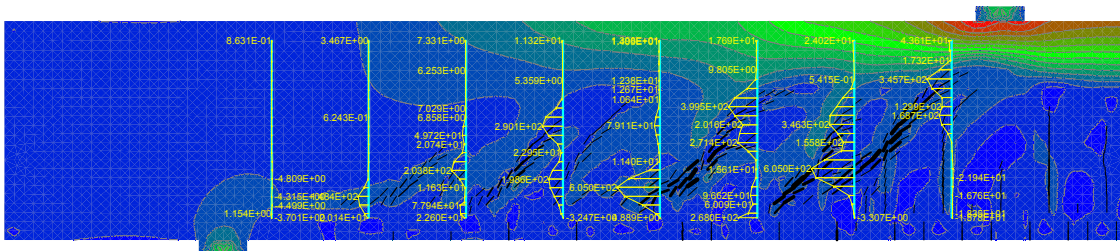
#### FE-Berechnung

In der Abbildung 5.19 sind die Last-Verformungskurven des SV-15-T und der FE-Berechnungen dargestellt. Die Steifigkeiten des SV-15.1-FE und SV-15.2-FE sind bis zu einer Last von 270 kN in etwa ident, danach ist der SV-15.2-FE etwas steifer als der SV-15.1-FE. Dies ist erklärbar da die ersten Bügel des SV-15.1-FE bei dieser Last durch Schrägrisse merklich aktiviert werden. Ab einer Last von etwa 317 kN kommen die ersten Bügel des SV-15.1-FE ins Fließen (Abbildung 5.15), wobei ab diesem Lastschritt ein deutlicher Steifigkeitsunterschied zum SV-15.2-FE erkennbar ist. Die Fließgrenze der Querkraftbewehrung wird durch einen Schrägriss nahe der Lasteinleitung hervorgerufen. Bei einer weiteren Lasterhöhung kann die Bügelbewehrung nicht noch mehr Kraft über den Bügel führen also muss es zu einer Systemumlagerung kommen, die wiederum die Steifigkeitsänderung erklärt. Ab einer Last von etwa 370 kN kommt es zu einer erneuten Steifigkeitsänderung, bei diesem Lastniveau gibt es eine klare Systemumstellung in ein Sprengwerk. Der linke Teil versagt durch die Einschnürung der Druckzone am feldseitigen Bereich der Lasteinleitung bei einer Last von 422 kN. Die Abbildung 5.16 zeigt die minimalen Hauptnormalspannungen des SV-15.1-FE, wobei hier ein mögliches Sprengwerk im Vergleich zur Abbildung 5.15 ersichtlich sein könnte.

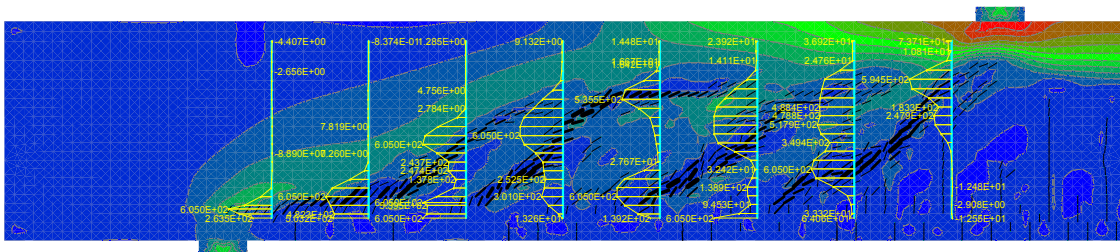


Die erste Bügelbewehrung des SV-15.2-FE kommt erst, durch den größeren Querkraftbewehrungsgehalt, bei einer Last von etwa 350 kN ins Fließen (Abbildung 5.17). Es ist aber keine merkliche Steifigkeitsänderung im Last-Verformungsdiagramm ersichtlich. Durch den geringeren Bügelabstand des SV-15.2-FE, im Vergleich zum SV-15.1-FE, kommt es zu keiner signifikanten Systemumstellung. Erst wenn mehrere Bügel in einer Reihe die Fließgrenze erreichen, kann man eine Systemumstellung erkennen und es kommt bei einer Last von etwa 400 kN zu einer gut sichtbaren Steifigkeitsänderung. Das Versagen tritt beim SV-15.2-FE ebenfalls durch eine Einschnürung der Druckzone bei einer Last von 476 kN auf.

Die folgenden Darstellungen zeigen den SV-15.1-FE bei verschiedenen Lastschritten die jeweils einen signifikanten Zustand im Verlauf der Belastung darstellen. In der Abbildung 5.15 ist die Laststufe zu sehen in der die ersten Bügel die Fließgrenze, hervorgerufen durch Schrägrisse, erreichen. In der Abbildung 5.16 ist eine Sprengwerkumstellung ersichtlich, um diese Theorie zu stützen werden in weiterer Folge die Betondehnungen und die Stahlspannungen in der Längsbewehrung untersucht.



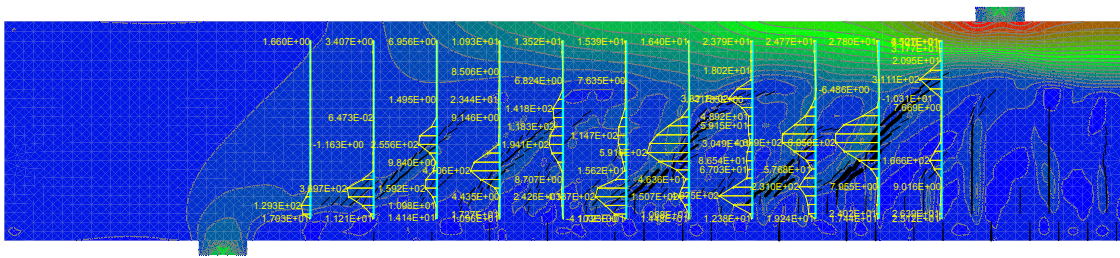
**Abb. 5.15:** SV-15.1-FE : Belastungsschritt 110 bei einer Last von 320 kN: Erste Bügel fließen



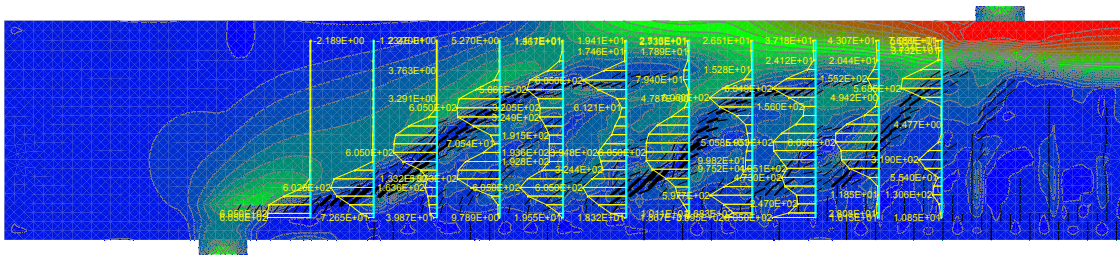
**Abb. 5.16:** SV-15.1-FE : Belastungsschritt 185 bei einer Last von 419,8 kN: kurz vor dem Versagen

Die folgenden Abbildungen zeigen den SV-15.2-FE also den rechten stärker schubbewehrten Teil, bei verschiedenen Lastschritten die jeweils einen signifikanten Zustand im Verlauf der Last darstellen. In der Abbildung 5.17 ist die Lasstufe zu sehen in der die ersten Bügel ins Fließen kommen. In der Abbildung 5.18, welche den Zustand kurz vor dem Versagen zeigt, kann eine Systemumstellung in ein Sprengwerk erahnt werden.

Sowie beim SV-15.1-FE kann eine Systemumstellung in ein Sprengwerk erahnt werden, wie in der Abbildung 5.18 ,die den Zustand kurz vor dem Versagen zeigt, erkennbar ist.



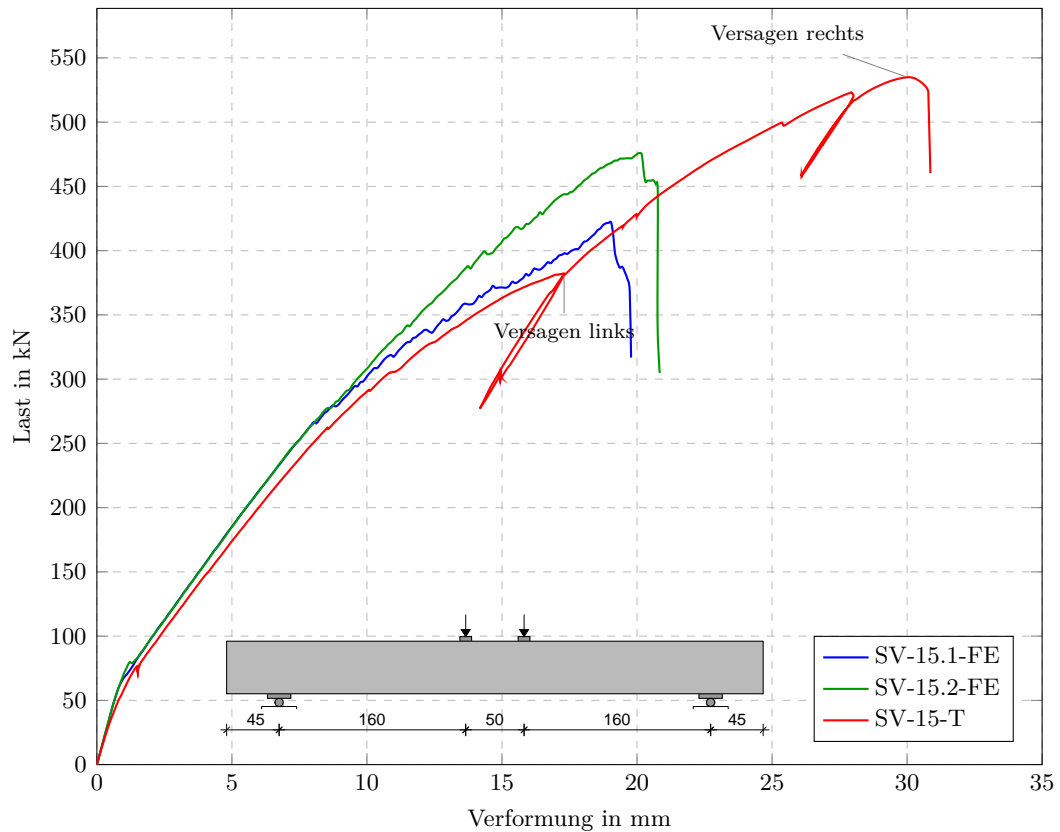
**Abb. 5.17:** SV-15.2-FE : Belastungsschritt 120 bei einer Last von 354 kN: Erste Bügel fließen



**Abb. 5.18:** SV-15.2-FE : Belastungsschritt 195 bei einer Last von 471.8 kN: kurz vor dem Versagen

### Versuch am Institut

Ab einer Last von 250 kN werden die ersten Bügel des SV-15-T durch Risse nahe der Lasteinleitung aktiviert. Bei einer Last von etwa 330 kN erreichen die ersten Bügel die Fließgrenze. Der SV-15-T bzw. der linke schwächer bewehrte Teil des Trägers versagt bei einer Last von etwa 380 kN. Bevor der Träger komplett versagt, werden am linken Teil des Trägers Querkraftverstärkungen angebracht, anschließend wurde der Träger weiter belastet bis beim rechten Teil das Schubversagen, bei einer Last von 535 kN, eintrat. Es ist ersichtlich, dass die Steifigkeiten des SV-15-T mit den Steifigkeiten der FE-Berechnungen zum Großteil übereinstimmen. Vor Anbringen der Schubverstärkungen muss der SV-15-T mit dem SV-15.1-FE verglichen werden, danach mit dem SV-15.2-FE.

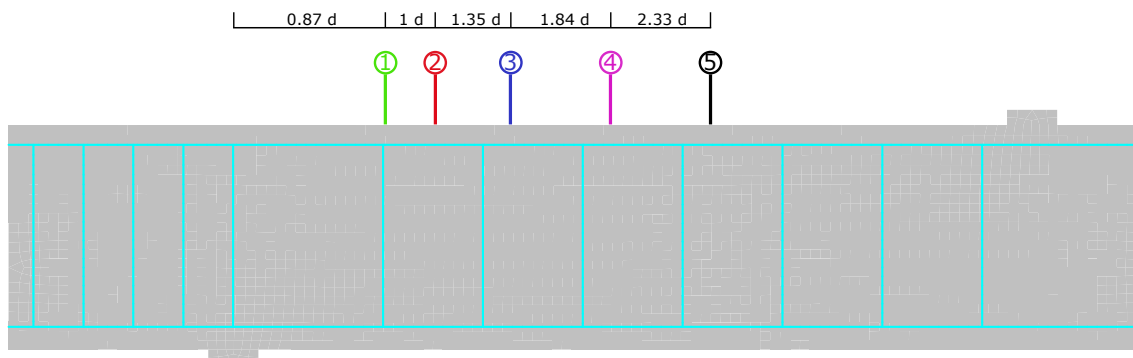


**Abb. 5.19:** Vergleich SV-15 anhand der FE-Berechnungen und des durchgeführten Versuchs

### Auswertung der Betondehnungen und der Stahlspannung in der Längsbewehrung

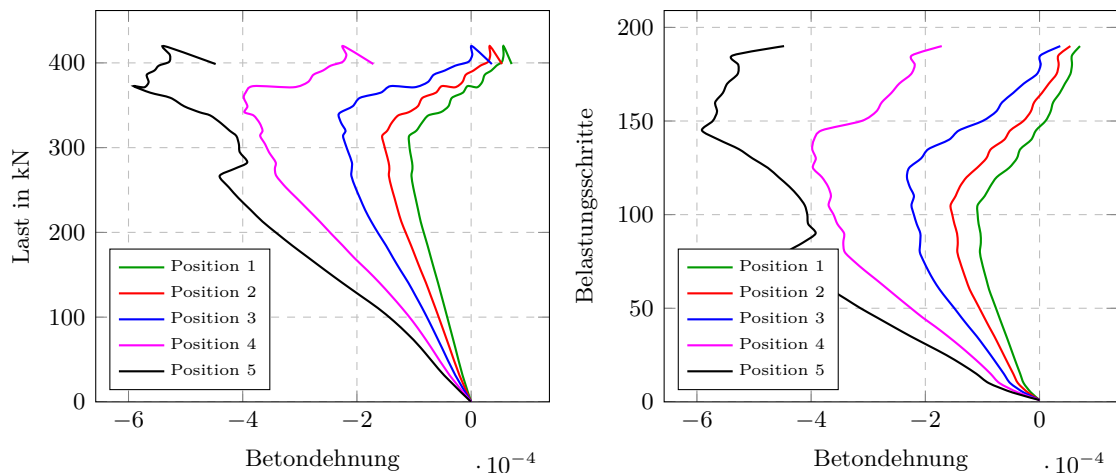
Die minimalen Hauptnormalspannungen in den Abbildungen 5.16 und 5.18 lassen eine Systemumstellung in ein Sprengwerk erahnen. Im folgenden Abschnitt wird mit Hilfe der Betondehnungen und der Stahlspannung in der Längsbewehrung des SV-15.1-FE eine mögliche Systemumstellung in ein Sprengwerk überprüft.

In der Abbildung 5.20 sind die Positionen der Punkte dargestellt, bei denen die Auswertung der Betondehnung erfolgt ist.



**Abb. 5.20:** SV-15.1 : Positionen der Betondehnungen oben

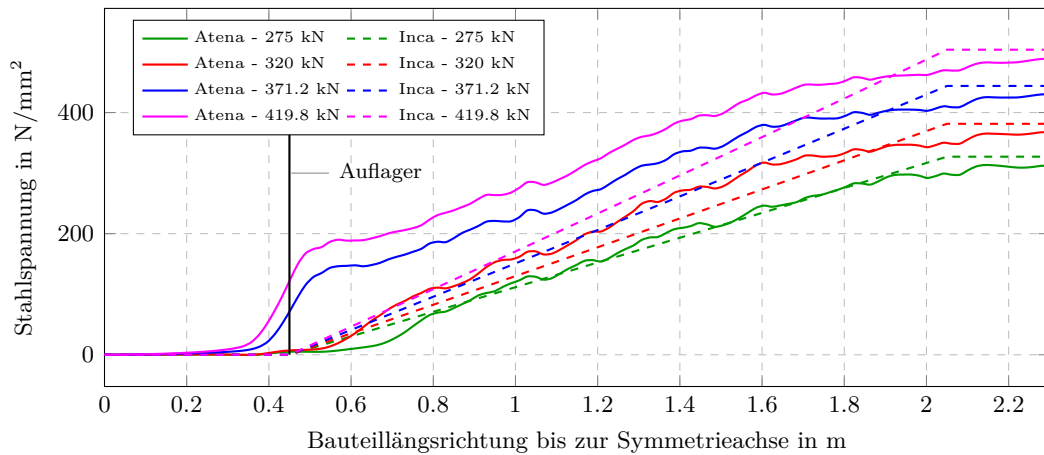
In der Abbildung 5.21a sind die Betondehnungen der jeweiligen Position mit der Last aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass die Betondehnungen der jeweiligen Positionen in etwa bis zu einer Last von 330 kN stetig ansteigen, dann gibt es einen Dehnungsrückgang, wobei dieser bei den Positionen die näher am Auflager liegen früher erfolgt. Dieser Dehnungsabfall bei steigender Last kann mittels der Biegetheorie nicht erklärt werden. Dies legt nahe dass eine Systemumstellung in ein Sprengwerk erfolgt. Auch in der Abbildung 5.21b, in der die Betondehnung und die Belastungsschritte abgebildet sind, kann man einen Dehnungsrückgang der Positionen erkennen. Wenn der Zuggurt und der Druckgurt bei einem Stahlbetonträger ohne Querkraftbewehrung durch einen Schrägriss getrennt werden, es gibt also keine kraftschlüssige Verbindung mehr, muss sich ein Sprengwerk einstellen um eine weitere Laststeigerung zu ermöglichen. Somit muss der Momentenverlauf, da die Stahlspannung in der Zuggewehrung im Bereich eines Schubrisses konstant bleibt, durch einen schrägen Druckgurt realisiert werden. Bei Stahlbetonträger mit Querkraftbewehrung ist ein kraftschlüssiger Verbund durch die Querkraftbewehrung teilweise gegeben. Demnach kommt es zu keinem konstanten Verlauf der Stahlspannung, dies kann man in der Abbildung 5.22 erkennen.



(a) SV-15.1-FE: Last - Betondehnung an der Oberkante (b) SV-15.1-FE: Step - Betondehnung an der Oberkante

**Abb. 5.21:** SV-15.1: Betondehnungen an der Oberkante des Trägers

Die Abbildung 5.22 zeigt, bei verschiedenen Laststufen, die Stahlspannung in der Zuggewehrung über die halbe Trägerlänge. Dazu wurden im Programm Inca die Stahlspannung laut Biegetheorie berechnet und den Stahlspannungen der FE-Berechnung gegenübergestellt. Die Stahlspannung der FE-Berechnung der ersten beiden Laststufen stimmt mit der Stahlspannung laut Biegetheorie annähernd überein. Die Stahlspannung der FE-Berechnung der höheren Lastschritte weisen einen starken Unterschied im Vergleich zur Biegetheorie auf. Die Spannungskurven bei einer Last von 371.2 und 419.8 kN zeigen einen starken Anstieg der Spannung beim Auflager. Dies deutet auf die Systemumstellung in eine Sprengwerk hin. Durch den nicht konstanten Verlauf der Stahlspannung kann man davon ausgehen dass, hier ein Sprengwerk und zusätzlich eine Lastabtragung mit Hilfe der Bügel laut Biegetheorie vorherrscht.



**Abb. 5.22:** SV-15.1-FE: Verlauf der Stahlspannung in der Zugbewehrung über die Trägerlänge

In der Abbildung 5.23 ist der Spannungsverlauf der Längsbewehrung der FE-Berechnung bei der Laststufe von 419,8 kN dargestellt. Wie man sehen kann weicht die Stahlspannung sehr stark von der Biegetheorie, in rot dargestellt, ab. Da der Spannungsverlauf keinen konstanten Verlauf aufweist, kann nicht ausschließlich auf ein Sprengwerk geschlossen werden, sondern eher eine Mischung zwischen Sprengwerk und Biegung. Der Spannungsverlauf in blau dargestellt, zeigt einen Verlauf in der ein Teil der Last über ein Sprengwerk abgeleitet wird und der restliche Teil über Biegung. Die Stahlspannung am Auflager sollte laut Biegetheorie 0 betragen. Der Spannungsverlauf der FE-Berechnung weist aber einen starken Anstieg der Stahlspannung am Auflager auf. Aus dieser Stahlspannung am Auflager wird der Teil der Last, die über ein Sprengwerk abgetragen wird, laut (5.1) zurückgerechnet. Der restliche Teil der Last wird laut Biegetheorie abgetragen (5.2).

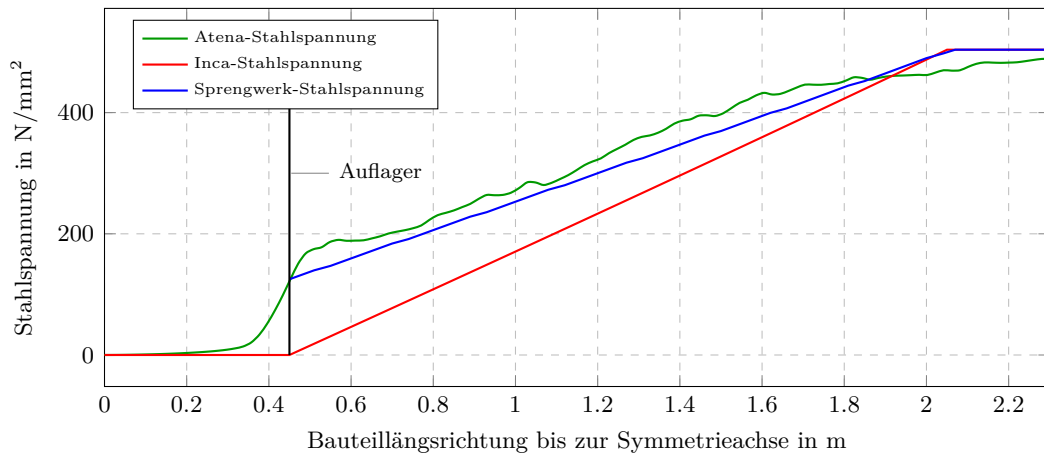
$$F_{\text{Sprengwerk}} = \sigma_{\text{Auflager}} \cdot A_s \cdot \tan \frac{a}{d} \quad (5.1)$$

mit:

- a ... Länge Auflager bis zur Lasteinleitung
- d ... statische Nutzhöhe
- $A_s$  ... Stahlfläche in der Zugbewehrung
- $\sigma_{\text{Auflager}}$  ... Stahlspannung am Auflager

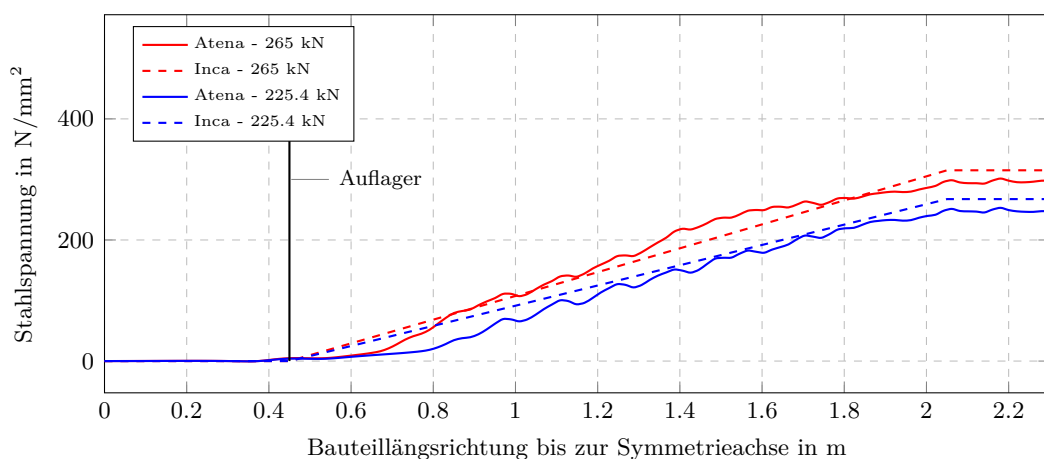
$$F_{\text{Biegetheorie}} = F_{\text{Gesamt}} - F_{\text{Sprengwerk}} \quad (5.2)$$

Dieser Verlauf spiegelt den Verlauf der Stahlspannung in Atena deutlich besser wieder.

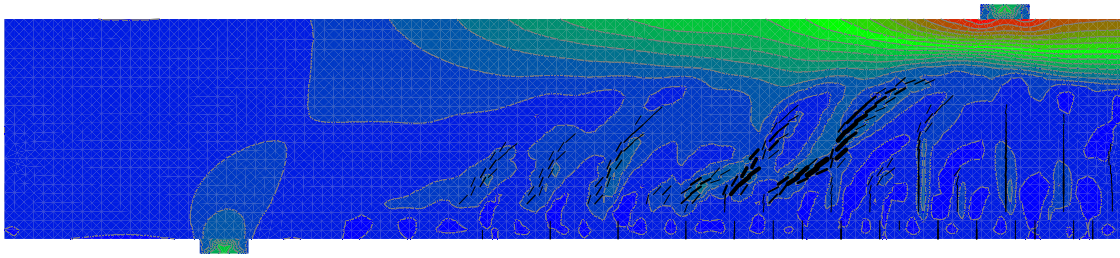


**Abb. 5.23:** SV-15.1-FE: Stahlspannung in der Zugbewehrung - kurz vor Versagen

Durch das wahrscheinliche Auftreten einer Systemumstellung in ein Sprengwerk bei den Versuchen mit Querkraftbewehrung, trotz einer Schubslankheit von 4, wurde der SV-15.1-FE ohne Querkraftbewehrung, um einen Vergleich des Tragverhaltens zu erhalten, berechnet. In der Abbildung 5.24 sind die Stahlspannungen der Zugbewehrung vom SV15.1-FE ohne Querkraftbewehrung dargestellt. Die rote Spannungskurve entspricht einer Last unmittelbar vor dem Versagen. Im Gegenzug ist wiederum der Spannungsverlauf laut Biegetheorie mit Inca berechnet, dargestellt. Hier kann man erkennen, dass der Spannungsverlauf der Biegetheorie folgt. Aus diesem kann man wiederum schließen, dass hier keine Systemumstellung in ein Sprengwerk erfolgt. In der Abbildung 5.25 sind die Hauptdrucknormalspannungen des SV-15.1-FE ohne Bügel bei einer Last von 265 kN dargestellt. In dieser Abbildung kann man ebenfalls kein Sprengwerk erkennen. Daraus lässt sich die Erkenntnis ziehen, dass die Schubbewehrung möglicherweise für eine Systemumstellung in ein Sprengwerk günstig wirkt.



**Abb. 5.24:** SV-15.1-FE-ohne Bügel: Stahlspannung in der Zugbewehrung



**Abb. 5.25:** SV-15.1-FE-ohne Bügel : kurz vor dem Versagen bei einer Last von 265 kN:

### Auswertung der Bügelspannung an ausgewählten Punkten

Die folgenden Abbildungen 5.27, 5.28 und 5.29 zeigen die mittlere Bügelspannung der Bügel 95, 135 und 155, die jeweiligen Positionen der Bügel sind in der Abbildung 5.26 dargestellt. Es sind jeweils die mittleren Bügelspannungen der FE-Berechnung, sowie des am Institut durchgeführten Versuches, welche mittels einer Faseroptik aufgenommenen wurden, aufgetragen. Diese wurden den mittleren Bügelspannungen laut DIN und Model Code 2010 gegenübergestellt. Hierbei wurde für die zwei Rechenmodelle (DIN [18] und Model Code 2010 [5]) die Querkrafttragfähigkeit des reinen Betonquerschnitts der einwirkenden Querkraft abgezogen und aus dieser Restbelastung, über die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung, die Bügelspannung zurückgerechnet. Dies ist den folgenden Formeln zu entnehmen.

DIN

$$V_{Rd,c} = c_j \cdot 0,48 \cdot \eta_1 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot \left(1 + 1,2 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}\right) \cdot b_w \cdot z \quad (5.3)$$

$$0,58 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2 - 1,4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}}{1 - V_{Rd,c}/V_{Ed}} \leq 3,0 \quad (5.4)$$

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (5.5)$$

$$V_{Rest} = V_{Ed} - V_{Rd,c} \quad (5.6)$$

$$\sigma_{Bügel} = \frac{V_{Rest}}{V_{Rd,sy}} \cdot f_{yd} \quad (5.7)$$

MC 2010

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \quad (5.8)$$

$$k_v = \frac{0,4}{1 + 1500 \cdot \varepsilon_x} \cdot \frac{1 - V_{Ed}}{V_{Rd,max}(\theta_{min})} \quad (5.9)$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (5.10)$$

$$V_{Rest} = V_{Ed} - V_{Rd,c} \quad (5.11)$$

$$\sigma_{Bügel} = \frac{V_{Rest}}{V_{Rd,sy}} \cdot f_{yd} \quad (5.12)$$

Die Abbildungen 5.27, 5.28 und 5.29 sind in zwei Diagramme aufgeteilt, im linken Diagramm sind die mittleren Bügelspannungen über den gesamten Lastverlauf aufgetragen. Das rechte Diagramm zeigt in der Form eines Balkendiagramms die mittleren Bügelspannung für zwei maßgebende Laststufen. Die Laststufe 320 kN stellt das Lastniveau dar, bei der die ersten Bügel des SV-15.1-FE fließen. Bei der Laststufe 371,2 kN kommt es laut FE-Berechnung in etwa zu einer Systemumstellung in ein Sprengwerk.

Die mittleren Bügelspannungen laut DIN und Model Code 2010 sind bei allen Bügeln merklich höher als jene der FE-Berechnung und des durchgeführten Versuchs. Grundsätzlich werden die Bügel in der FE-Berechnung (siehe z.B. 5.15) sowie auch im durchgeführten Versuch durch Schrägrisse aktiviert. Durch die unterschiedlichen Lagen der Schrägrisse die am durchgeführten Versuch und der FE-Berechnung auftreten, können die Abweichungen der mittleren Bügelspannung erklärt werden. Der doch große Unterschied der mittleren Bügelspannung der zwei Modelle (DIN und Model Code 2010) zu der FE-Berechnung und des durchgeführten Versuchs könnte darauf hinweisen das bei den Modellen jeweils der Betontraganteil unterschätzt wird.

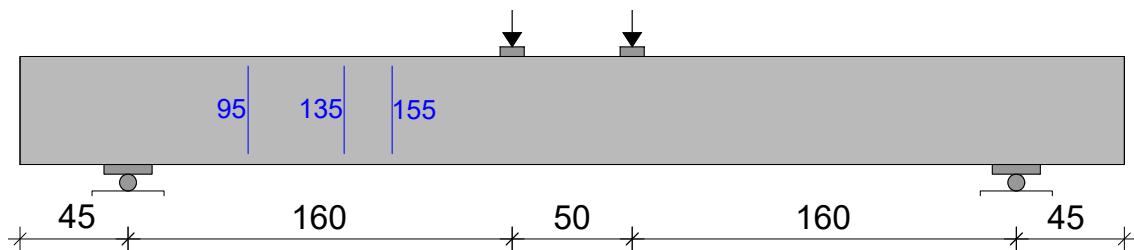


Abb. 5.26: SV-15.1-FE: Positionen der Bügel

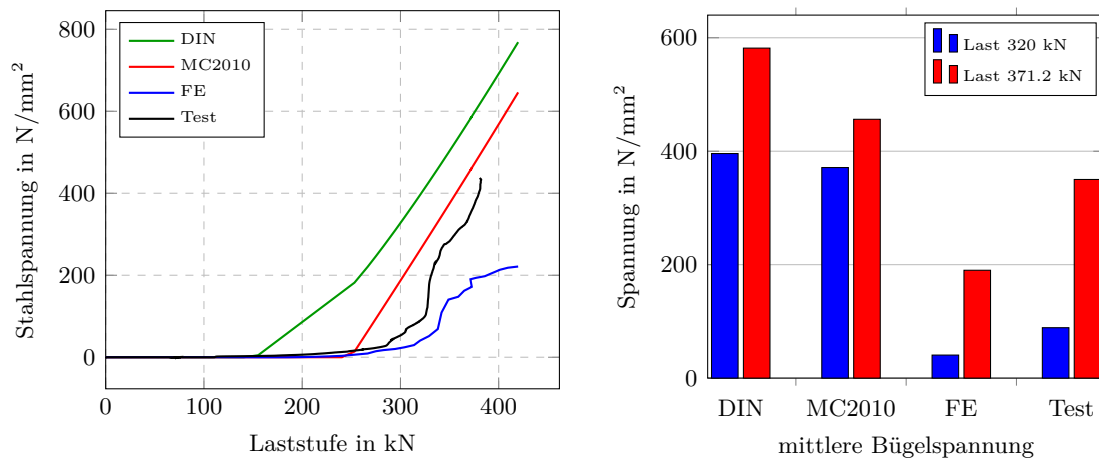


Abb. 5.27: SV-15.1: mittlere Stahlspannung im Bügel 95



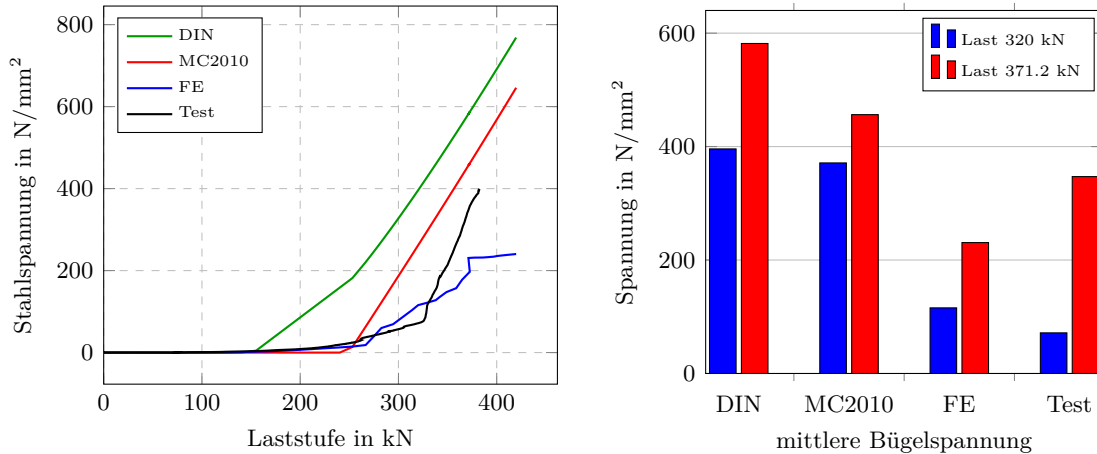


Abb. 5.28: SV-15.1: mittlere Stahlspannung im Bügel 135

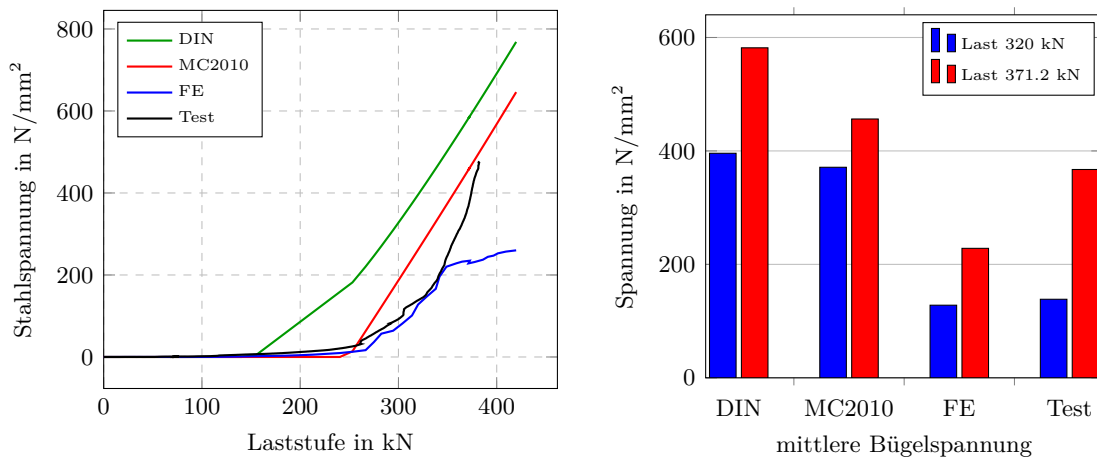


Abb. 5.29: SV-15.1: mittlere Stahlspannung im Bügel 155

### 5.5.2 Tragverhalten SV-16

Der SV-16 ist eine idente Abbildung des SV-15 nur die Trägerdicke beläuft sich bei diesem Versuch auf 18 cm statt auf 25 cm.

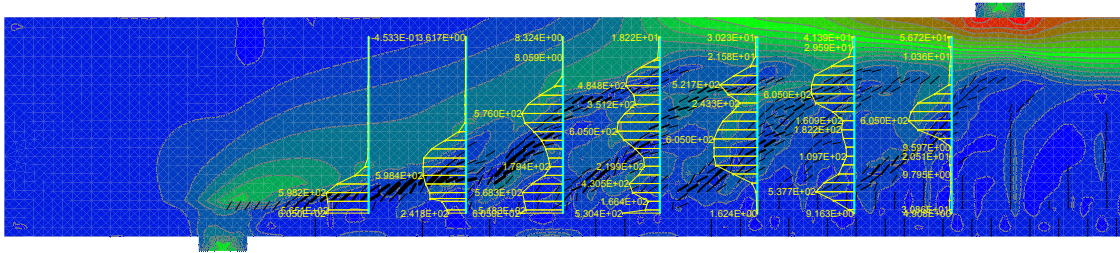
#### FE-Berechnung

Wie schon beim SV-15, ist die Steifigkeit des SV-16.1-FE und des SV-16.2-FE bis zu einer Last von etwa 220 kN identisch, nach dieser fällt der SV-16.1-FE deutlich ab (siehe Abbildung 5.32). Ab einer Last von etwa 220 kN werden die ersten Bügel des SV-16.1-FE durch Risse merklich aktiviert. Die ersten Bügel fließen bei einer Last von 278 kN und es kommt zu einer Systemumstellung in ein Sprengwerk da die Schubbewehrung nicht mehr die gesamte Last übertragen kann. Das Versagen tritt bei einer Last von 359,8 kN durch die Einschnürung der Druckzone auf.

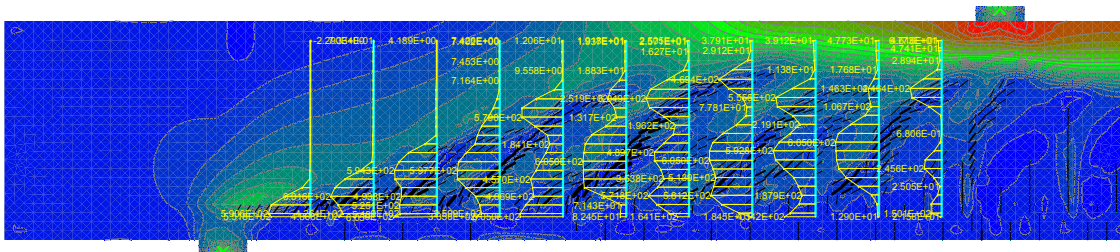
Die ersten Bügel des SV-16.2-FE kommen bei einer Last von 315 kN ins Fließen. Bei einer Last von 350 kN erfolgt eine Systemumstellung in ein Sprengwerk. Durch die Einschnürung der Druckzone bei einer Last von 410,2 kN tritt das Versagen auf. Auffallend ist das

der Traglastunterschied im Vergleich zum durchgeführten Versuchs sehr groß ist. In der FE-Berechnung und im Versuch kann eine Systemumstellung in ein Sprengwerk beobachtet werden. In der FE-Berechnung kann diese Laststeigerung durch die Sprengwerkwirkung weniger stabil abgebildet werden und somit kommt es zu einem früheren Versagen.

Die folgenden Abbildungen zeigen den SV-16.1-FE in Abbildung 5.30 und den SV-16.2-FE in Abbildung 5.31 bei einer weit fortgeschrittenen Last. Wie schon beim SV-15E ist deutlich eine Systemumstellung in ein Sprengwerk erkennbar. Auf eine genauere Auswertung wird hier wegen der Ähnlichkeit zum SV-15 verzichtet und auf den Abschnitt 5.5.1 verwiesen.



**Abb. 5.30:** SV-16.1-FE : Belastungsschritt 160 bei einer Last von 346.4 kN: kurz vor dem Versagen



**Abb. 5.31:** SV-16.2-FE : Belastungsschritt 160 bei einer Last von 397.8 kN: kurz vor dem Versagen

### Versuch am Institut

Die ersten Bügel des SV-16-T werden bei einer Last bei etwa 200 kN durch schräge Risse aktiviert. Der erste Bügel kommt bei einer Last von 265 kN ins Fließen. Der linke schwächer bewehrte Teil versagt bei einer Last von etwa 408 kN (siehe Abbildung 5.32). Bevor der Träger komplett versagt, werden Querkraftverstärkungen am linken Teil angebracht, und der Träger wird weiter belastet. Bei einer Last von 512 kN versagt der rechte Teil durch ein Druckzonenversagen zwischen den Lasteinleitungen.

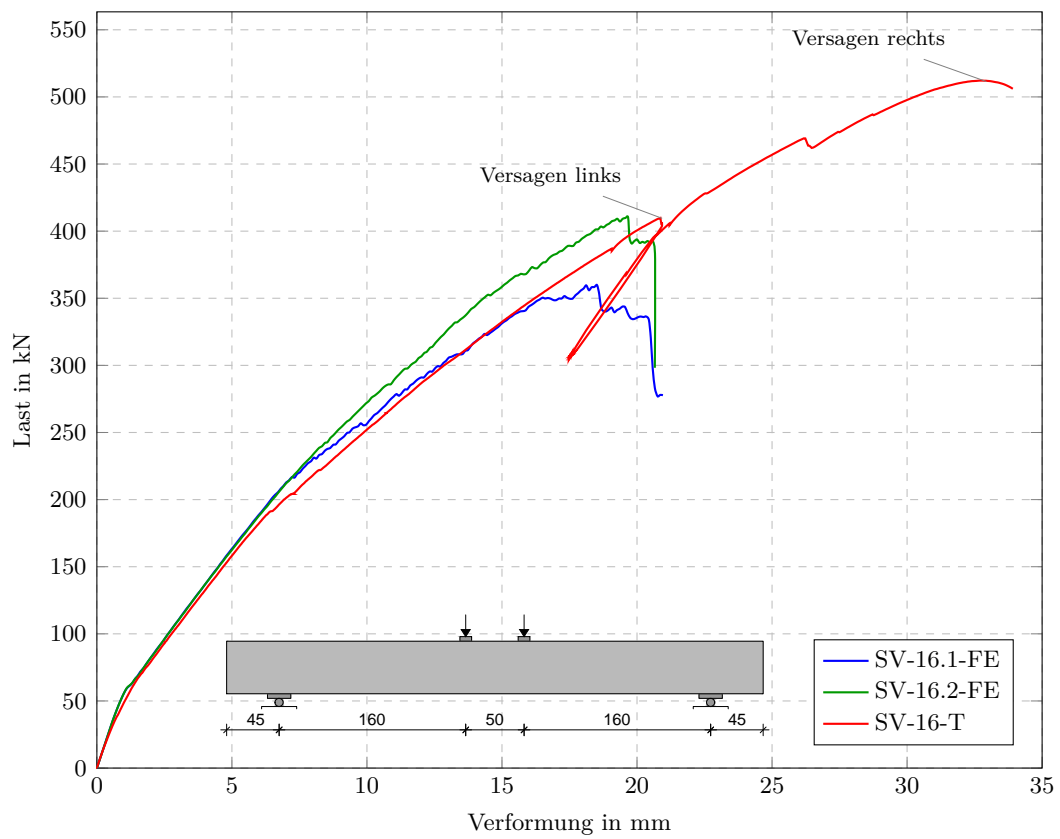


Abb. 5.32: Vergleich SV-16 anhand der FE-Berechnung und des durchgeführten Versuchs

## 6 Beurteilung und Zusammenfassung

In Tabellen 6.1 und 6.2 wird die experimentell ermittelte Versagenslast bzw. die kritische Schubbrisslast mit den Ergebnissen der FE-Analyse und den Ansätzen nach Model Code 2010, EC 2 und Tue verglichen. Im Detail werden die Querkräfte  $V_{\text{exp}}$  und  $V_{\text{pred}}$  am Auflagerrand (inklusive des Eigengewichts) beim Erreichen der Querkrafttragfähigkeit gegenübergestellt.

Versuche, die ident sind und nur einen geringen Unterschied bei der Druckfestigkeit aufweisen, wurden zusammengefasst (z.B. SV-1.1-T und SV-1.2-T  $\rightarrow$  SV-1-T) und die Ergebnisse gemittelt. Bei der Nachrechnung (z.B. SV-1-FE) wurde mit der gemittelten Druckfestigkeit gerechnet.

**Tab. 6.1:** Gegenüberstellung der Versuche ohne Querkraftbewehrung mit den Berechnungsergebnissen

Versuchsdetails								$V_{\text{exp}}$ (kN)	$V_{\text{pred}}$ (kN)			
Versuche	$f_c$ (MPa)	b (m)	d (m)	a/d bzw. L/d	$\rho_l$ (%)	$\rho_w$ (‰)	Testversuche	FE-Berechnung	MC2010	Eurocode 2	Modell Tue	
SV1	32,67	0,17	0,407	3,5	0,74	0	59,68	68,36	55,69	61,13	66,39	
SV2	33,82	0,17	0,407	12	0,74	0	73,18	75,57	65,40	61,84	74,30	
SV3	32,44	0,17	0,407	6	0,74	0	82,55	65,07	55,13	60,99	86,78	
SV4	33,07	0,17	0,403	6	1,44	0	97,29	82,89	69,23	76,06	88,90	
SV5.1	33,2	0,17	0,403	7	1,44	0	119,96	75,64	66,23	76,16	104,07	
SV5.2	33,08	0,17	0,405	7	1,56	0	110,79	83,15	67,91	78,09	104,28	
SV6.1	33,82	0,17	0,405	12	0,91	0	128,85	79,02	67,62	66,34	105,62	
SV6.2	33,32	0,17	0,407	12	0,74	0	104,04	85,45	67,29	61,54	92,89	
Mittelwert									1,26	1,50	1,43	1,06
Standardabweichung									0,25	0,28	0,28	0,10
Variationskoeffizient (%)									19,76	18,56	19,92	9,57

**Tab. 6.2:** Gegenüberstellung der Versuche mit Querkraftbewehrung mit den Berechnungsergebnissen

Versuchsdetails								$V_{\text{exp}}$ (kN)	$V_{\text{pred}}$ (kN)			
Versuche	$f_c$ (MPa)	b (m)	d (m)	a/d bzw. L/d	$\rho_l$ (%)	$\rho_w$ (‰)	Testversuche	FE-Berechnung	MC2010	Eurocode 2	Modell Tue	
SV15.1	43	0,25	0,403	3,97	1,89	1,13	195,20	215,22	205,84	155,12	$\Delta V^*$ 31,31	
SV15.2	43	0,25	0,403	3,97	1,89	1,74	272,70	242,22	258,62	238,65	$\Delta V^*$ 108,81	
SV16.1	43	0,18	0,403	3,97	2,63	1,57	208,22	182,94	181,05	155,12	$\Delta V^*$ 83,55	
SV16.2	43	0,18	0,403	3,97	2,63	2,41	260,22	208,14	236,66	238,65	$\Delta V^*$ 135,55	
Mittelwert									1,11	1,06	1,33	
Standardabweichung									0,12	0,07	0,11	
Variationskoeffizient (%)									11,25	7,00	8,14	

\* Berechnet aus der Differenz der Querkrafttragfähigkeit des Modells von Tue und der Traglast der Versuche.

### 6.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden am Institut für Betonbau der Technischen Universität Graz durchgeführte Versuche, jeweils mit und ohne Querkraftbewehrung, mit dem Finite Elemente Programm Atena nachgerechnet. Die Versuche der Schubfeldtypen 1 und 2 konnten mit der FE-Berechnung sehr gut nachvollzogen werden. Hierbei stimmen sowohl die Versagenslasten als auch die kritischen Schubbrisslasten und die Rissbilder überein.

Bei der Nachrechnung der Versuche mit Schubfeldtyp 3, die Kragträger mit Gleichlasten

abbildeten, haben sich Abweichungen gezeigt und im Speziellen ist beim Auftritt der kritischen Schubbrisslasten durchwegs ein relativ großer Unterschied zwischen FE-Berechnung und Testversuchen erkennbar. Einige der durchgeführten Versuche des Schubfeldtyps 3 versagen nach dem Erreichen der kritischen Schubbrisslast nicht schlagartig, sondern können – durch eine Systemumstellung in ein Sprengwerk – teilweise ein deutlich höheres Lastniveau erreichen (SV-3.1-T, SV-3.2-T und SV-4.2-T). Die FE-Berechnungen des Schubfeldtyps 3 zeigen jedoch für alle Nachrechnungen eine Systemumstellung in ein Sprengwerk nach dem Erreichen der Schrägrisslast. Die mögliche Laststeigerung durch die Systemumstellung fällt bei der FE-Berechnung durch die gewählten Parameter allerdings nicht so deutlich aus wie bei den Versuchskörpern SV-3.1-T und SV-3.2-T.

Die größten Unterschiede zwischen der FE-Berechnung und dem Experiment zeigen die Durchlaufbalken (SV-6.1 und SV-6.2), welche einem Sonderfall der Schubfeldtypen zugeordnet werden müssen. Nicht nur angesichts der sehr großen Abweichungen bei der Versagenslast (gleichzeitig auch die kritische Schubbrisslast) sondern auch an der Lage bzw. der Entstehung des kritischen Schubbrisses ist erkennbar, dass mit der FE-Berechnung keine zufriedenstellenden Ergebnisse bei den Durchlaufbalken erzielt werden konnten. Der kritische Schubbriss stellt sich bei den FE-Berechnungen am Mittelaufleger ein, dagegen versagen die Versuchskörper durch einen kritischen Schubbriss, der feldseitig vom Momentennullpunkt entsteht. Dies erklärt auch die großen Unterschiede der Versagenslasten.

Der Einfluss der M/V-Kombination bei den verschiedenen statischen Systemen und Belastungsarten ist bei den Experimenten der Versuchsreihe deutlich. In der FE-Berechnung zeigt sich, aufgrund der nicht optimalen Nachbildung des Schubfeldtyps 3, eine geringere Abhängigkeit. Der Effekt des Momentes ist hier bei der FE-Berechnung und den Versuchen gegenteilig. Die FE-Berechnung zeigt, dass bei größerem Moment die Querkrafttragfähigkeit sinkt, wobei die Versuche eine höhere Querkrafttragfähigkeit bei größerem Moment aufweisen.

Der Einfluss des Längsbewehrungsgrades kann mit der FE-Berechnung – im Hinblick auf die Versuche – bestätigt werden.

Die Versuche mit Querkraftbewehrung können mit der FE-Berechnung zufriedenstellend nachgebildet werden. Trotz der hohen Schubschlankheit der untersuchten Balken von  $a/d = 4$  ist eine Systemumstellung in ein Sprengwerk ersichtlich. Durch die relativ geringeren, mittleren Bügelspannungen in der FE-Berechnung bzw. im Versuch im Vergleich zu den Rechenansätzen, könnte angenommen werden, dass diese den Betontraganteil unterschätzen.

Generell zeigt die vorliegende Arbeit die Komplexität des Themas auf und liefert einen umfassenden Einblick in die Querkrafttragmechanismen schubunbewehrter und schubbewehrter Stahlbetonbalken.

# Literaturverzeichnis

- [1] V. Cervenka, J. Cervenka, R. Pukl, T. Sajdlova (2016): *PREDICTION OF SHEAR FAILURE OF LARGE BEAM BASED ON FRACTURE MECHANICS*, 9th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FraMCoS-9), Berkeley, doi: 10.21012/FC9.029
- [2] N. V. Tue, R. Ehmann, N. D. Tung (2015): *SCHUBVERSUCHE AN STAHLBETON-BALKEN UNTERSCHIEDLICHER M/V-KOMBINATIONEN*, Beton- und Stahlbetonbau 110 (7), S. 446-457, doi: 10.1002/best.201500005
- [3] N. V. Tue, W. Theiler, N. D. Tung (2014): *SCHUBVERHALTEN VON BIEGEBAU-TEILEN OHNE QUERKRAFTBEWEHRUNG*, Beton- und Stahlbetonbau 109 (10), S. 666-677, doi: 10.1002/best.201400058
- [4] N. D. Tung, N. V. Tue (2016): *A NEW APPROACH TO SHEAR DESIGN OF SLENDER REINFORCED CONCRETE MEMBERS WITHOUT TRANSVERSE REINFORCEMENT*, Engineering Structures 107, S. 180-194, doi: 10.1016/j.engstruct.2015.04.015
- [5] Model Code 2010 (2013): *fib MODEL CODE FOR CONCRETE STRUCTURES 2010*, International Federation for Structural Concrete (fib), Ausgabe: 2013-10, doi: 10.1002/9783433604090
- [6] V. Sigrist (2013): *BACKGROUND TO THE FIB MODEL CODE 2010 SHEAR PROVISIONS - PART I: BEAMS AND SLABS*, Structural Concrete 14 (3), pages 195–203, doi: 10.1002/suco.201200066
- [7] W. Rust (2011): *NICHTLINEARE FINITE-ELEMENTE-BERECHNUNGEN: KONTAKT, GEOMETRIE, MATERIAL*, Vieweg+Teubner Verlag, 2. Auflage, doi: 10.1007/978-3-8348-8148-9
- [8] N. V. Tue, R. Ehmann, Ch. Betschoga, N. D. Tung (2016): *SCHUBVERSUCHE AN SIMULIERTEN DURCHLAUFBALKEN OHNE QUERKRAFTBEWEHRUNG*, Beton- und Stahlbetonbau 111 (11), S. 738–748, doi: 10.1002/best.201600020
- [9] V. Cervenka, R. Pukl (2007): *ATENA - EIN WERKZEUG FÜR WIRKLICHKEITSNAHE BERECHNUNGEN VON STAHLBETONSTRUKTUREN*, Kongress Bautechnik und Naturgefahren im Mai 2007, Department für Bautechnik und Naturgefahren, Universität für Bodenkultur Wien
- [10] M. Collins, E. Bentz, E. Sherwood (2008): *WHERE IS SHEAR REINFORCEMENT REQUIRED? - REVIEW OF RESEARCH RESULTS AND DESIGN PROCEDURES*, ACI Structural Journal 105 (5), pages 590-600

- [11] F. Cavagnis, M. Ruiz, A. Muttoni (2015): *SHEAR FAILURE IN REINFORCED CONCRETE MEMBERS WITHOUT TRANSVERSE REINFORCEMENT: AN ANALYSIS OF THE CRITICAL SHEAR CRACK DEVELOPMENT ON THE BASIS OF TEST RESULTS*, Engineering Structures 103, pages 157–173, doi: 10.1016/j.engstruct.2015.09.015
- [12] K. Reißer, J. Hegger (2016): *QUERKRAFTTRAGFÄHIGKEIT VON FAHRBAHNPLATTEN UNTER RADLASTEN*, Brückenkolloquium Beurteilung, Ertüchtigung und Instandsetzung von Brücken : 2. Kolloquium, 21. und 22. Juni 2016/ TAE in Ostfildern/ Deutschland, S. 111-126
- [13] D. A. Hordijk (1992): *TENSILE AND TENSILE FATIGUE BEHAVIOUR OF CONCRETE; EXPERIMENTS, MODELLING AND ANALYSES*, Heron 37 (1), Delft University of Technology
- [14] Y. Yang (2014): *SHEAR BEHAVIOUR OF REINFORCED CONCRETE MEMBERS WITHOUT SHEAR REINFORCEMENT: A NEW LOOK AT AN OLD PROBLEM*, Doctoral Thesis, Delft University of Technology, doi: 10.4233/uuid:ac776cf0-4412-4079-968f-9eacb67e8846
- [15] K. Reineck, D. Kuchma, B. Fitik (2012): *ERWEITERTE DATENBANKEN ZUR ÜBERPRÜFUNG DER QUERKRAFTBEMESSUNG FÜR KONSTRUKTIONSBETONBAUTEILE MIT UND OHNE BÜGEL*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfstb), Heft 597
- [16] EN 1992-1-1 (2015): *BEMESSUNG UND KONSTRUKTION VON STAHLBETON- UND SPANNBETONTRAGWERKEN - TEIL 1-1: ALLGEMEINE BEMESSUNGS-REGELN UND REGELN FÜR DEN HOCHBAU*, Österreichisches Normungsinstitut, Wien. Ausgabe: 2015-02
- [17] G. König, N. V. Tue (1998): *GRUNDLAGEN DES STAHLBETONBAUS: EINFÜHRUNG IN DIE BEMESSUNG NACH EUROCODE 2*, Teubner Studienbücher Bauwesen, 2. Auflage 2003
- [18] DIN 1045-1 (2008): *TRAGWERKE AUS BETON; STAHLBETON UND SPANNBETON - TEIL 1: BEMESSUNG UND KONSTRUKTION*, Deutsches Institut für Normung, Ausgabe: 2008-08

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Rissbild eines Einfeldträgers unter einer Einzellast bei einem Schubversagen	1
1.2	Zusammenfassung von Schubversuchen von 1948 bis 2008 aus [10]	2
2.1	Mechanismen zur Querkraftabtragung	4
2.2	Schematisches Modell des Mechanismus der Rissreibung aus [14]	5
2.3	Last- (links) bzw. weggesteuerter (rechts) Zugversuch aus [13]	6
2.4	Rissprozesszone	6
2.5	(a) Schubabtragmechanismus laut Fachwerkmodell; (b) mittlere Spannungsverteilung laut der Euler-Bernoulli-Biegetheorie aus [4]	6
2.6	Tragmechanismus Sprengwerk aus [4]	7
2.7	Versuchsbalken der (a) RWTH Aachen und (b) EPFL	8
2.8	(a) Bildung des kritischen Schubrisses; (b) Spannungen bei verschiedenen Biegerissen aus [3]	10
2.9	Schubfeldtyp 1	11
2.10	Schubfeldtyp 2	11
2.11	Schubfeldtyp 3	12
2.12	Durchlaufträger: Kombination unterschiedlicher Schubfeldtypen aus [8]	12
2.13	Schematischer Vergleich Querkraftwiderstand - Querkrafteinwirkung mit Gegenüberstellung der verschiedenen Modelle anhand des Schubfeldtyps 3	13
2.14	Schematischer Vergleich Querkraftwiderstand - Querkrafteinwirkung mit Gegenüberstellung der verschiedenen Modelle anhand des Schubfeldtyps 2	14
2.15	Schematischer Vergleich Querkraftwiderstand - Querkrafteinwirkung mit Gegenüberstellung der verschiedenen Modelle anhand des Schubfeldtyps 1	14
2.16	Vergleich der Querkrafttragfähigkeit der Rechenmodelle anhand verschiedenen Schubfeldtypen	14
3.1	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus der Schubversuche SV-1 bis SV-6	16
3.2	Schematische Darstellung der Schubversuche mit Querkraftbewehrung	17
3.3	Querschnitte der Versuchsbalken ohne Schubbewehrung mit unterschiedlichen Bewehrungsgraden	17
3.4	Querschnitte der Versuchsbalken mit Schubbewehrung	18
4.1	SV-1: Variation der Netzfeinheit	20
4.2	Netzfeinheit Unterteilung	20
4.3	SV-1: Vergleich Druckfestigkeit	21
4.4	SV-1: Vergleich Druckfestigkeit mit gleichbleibenden Parametern	22
4.5	SV-1: Vergleich der spezifischen Bruchenergie	23
4.6	SV-1: Zugfestigkeit	25
4.7	SV-1: Zugfestigkeit 2.7	26
4.8	Zugfestigkeit 2.713: Rissbild	26
4.9	Zugfestigkeit 2.715: Rissbild	27



4.10	SV-1: Vergleich E-Modul . . . . .	27
4.11	SV-1: Vergleich der Verbundbedingungen zwischen der Bewehrung und dem Beton . . . . .	28
4.12	Beispiel einer Last-Verformungskurve mit Lastabfall und darauffolgender erneuter Laststeigerung . . . . .	29
4.13	Materialparameter . . . . .	30
4.14	Vertikale Spannungsverteilung bei einem Kragträger und einer Streckenlast von 2m (SV-3) . . . . .	30
4.15	Vertikale Spannungsverteilung bei einem Durchlaufträger und einer Streckenlast von 4m (SV-6) . . . . .	30
4.16	Vertikale Spannungsverteilung bei einem Durchlaufträger und einer Streckenlast von 4m (SV-6) . . . . .	31
4.17	Veranschaulichung zur Aufbringen der Last über Federn . . . . .	31
4.18	SV-6.2: Variation der Federsteifigkeit und der Federlänge . . . . .	32
4.19	Vertikale Spannungsverteilung der Variante 2 bei einer Last von ca. 140 kN . . . . .	32
4.20	Vertikale Spannungsverteilung der Variante 4 bei einer Last von ca. 140 kN . . . . .	33
4.21	Versagen der Kraft- und Verschiebungssteuerung aus [7] . . . . .	34
4.22	SV-1: Vergleich der verschiedenen Steuerungsmöglichkeiten . . . . .	35
5.1	Einfluss der M/V-Kombination anhand von SV-1, SV-2 und SV-3 . . . . .	38
5.2	Last-Verformungskurve des SV-3-FE . . . . .	39
5.3	SV3: Stahlspannungen und Betondehnungen . . . . .	40
5.4	Positionen der betrachteten Stahlspannung und Betondehnung im SV-3 . . . . .	40
5.5	Vergleich von SV-3-FE und SV-4-FE bezüglich des Längsbewehrungsgrads . . . . .	42
5.6	Vergleich von SV-4-FE und SV-5.1-FE bezüglich der Momentenbeanspruchung . . . . .	43
5.7	Vergleich der M/V-Kombination anhand der FE-Berechnung und den Versuchen am Institut . . . . .	44
5.8	Vergleich des Effekts der Längsbewehrung anhand der FE-Berechnung und den Versuchen am Institut . . . . .	45
5.9	Vergleich des Effekts des Moments anhand der FE-Berechnung und den Versuchen am Institut . . . . .	46
5.10	Vergleich der Durchlaufbalken anhand der FE-Berechnung und den Versuchen am Institut . . . . .	47
5.11	Rissbild SV-6.1-FE . . . . .	48
5.12	Rissbild SV-6.1-T . . . . .	48
5.13	Rissbild SV-6.2-FE . . . . .	48
5.14	Rissbild SV-6.2-T . . . . .	48
5.15	SV-15.1-FE : Belastungsschritt 110 bei einer Last von 320 kN: Erste Bügel fließen . . . . .	50
5.16	SV-15.1-FE : Belastungsschritt 185 bei einer Last von 419,8 kN: kurz vor dem Versagen . . . . .	50
5.17	SV-15.2-FE : Belastungsschritt 120 bei einer Last von 354 kN: Erste Bügel fließen . . . . .	51
5.18	SV-15.2-FE : Belastungsschritt 195 bei einer Last von 471.8 kN: kurz vor dem Versagen . . . . .	51
5.19	Vergleich SV-15 anhand der FE-Berechnungen und des durchgeführten Versuchs . . . . .	52
5.20	SV-15.1 : Positionen der Betondehnungen oben . . . . .	52
5.21	SV-15.1: Betondehnungen an der Oberkante des Trägers . . . . .	53

5.22	SV-15.1-FE: Verlauf der Stahlspannung in der Zugbewehrung über die Trägerlänge . . . . .	54
5.23	SV-15.1-FE: Stahlspannung in der Zugbewehrung - kurz vor Versagen . . .	55
5.24	SV-15.1-FE-ohne Bügel: Stahlspannung in der Zugbewehrung . . . . .	55
5.25	SV-15.1-FE-ohne Bügel : kurz vor dem Versagen bei einer Last von 265 kN:	56
5.26	SV-15.1-FE: Positionen der Bügel . . . . .	57
5.27	SV-15.1: mittlere Stahlspannung im Bügel 95 . . . . .	57
5.28	SV-15.1: mittlere Stahlspannung im Bügel 135 . . . . .	58
5.29	SV-15.1: mittlere Stahlspannung im Bügel 155 . . . . .	58
5.30	SV-16.1-FE : Belastungsschritt 160 bei einer Last von 346.4 kN: kurz vor dem Versagen . . . . .	59
5.31	SV-16.2-FE : Belastungsschritt 160 bei einer Last von 397.8 kN: kurz vor dem Versagen . . . . .	59
5.32	Vergleich SV-16 anhand der FE-Berechnung und des durchgeführten Versuchs	60
7.1	Vergleich SV-1 - Atena . . . . .	69
7.2	Rissbild FE-Berechnung . . . . .	69
7.3	Rissbild SV-1.1 . . . . .	69
7.4	Rissbild SV-1.2 . . . . .	69
7.5	Vergleich SV-2 - Atena . . . . .	70
7.6	Rissbild FE-Berechnung . . . . .	70
7.7	Rissbild SV-2 . . . . .	70
7.8	Vergleich SV-3 - Atena . . . . .	71
7.9	Step 380: Dehnung in Trägerlängsrichtung . . . . .	71
7.10	Rissbild SV-3.1 . . . . .	71
7.11	Vergleich SV-4 - Atena . . . . .	72
7.12	Step 420: Spannung in Trägerlängsrichtung . . . . .	72
7.13	Rissbild SV-4.1 . . . . .	72
7.14	Rissbild SV-4.2 . . . . .	72
7.15	Vergleich SV-5.1 - Atena . . . . .	73
7.16	Step 212: Spannung in Trägerlängsrichtung . . . . .	73
7.17	Rissbild SV-5.1 . . . . .	73
7.18	Vergleich SV-5.2 - Atena . . . . .	74
7.19	Rissbild FE-Berechnung . . . . .	74
7.20	Rissbild SV-5.2 . . . . .	74

# Tabellenverzeichnis

3.1	Parameter der Versuchsbalken . . . . .	18
4.1	Grundwert der Bruchenergie . . . . .	24
6.1	Gegenüberstellung der Versuche ohne Querkraftbewehrung mit den Berechnungsergebnissen . . . . .	61
6.2	Gegenüberstellung der Versuche mit Querkraftbewehrung mit den Berechnungsergebnissen . . . . .	61

# 7 Anhang

SV-1

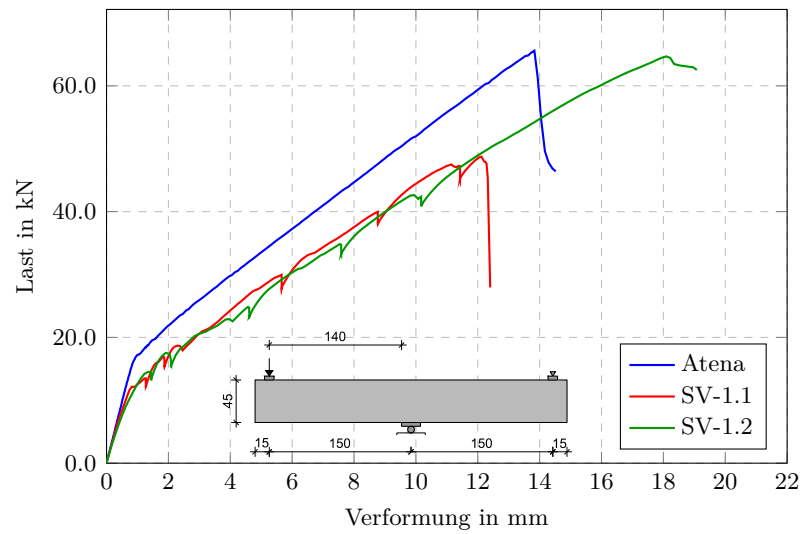


Abb. 7.1: Vergleich SV-1 - Atena

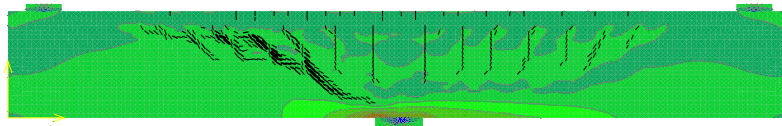


Abb. 7.2: Rissbild FE-Berechnung

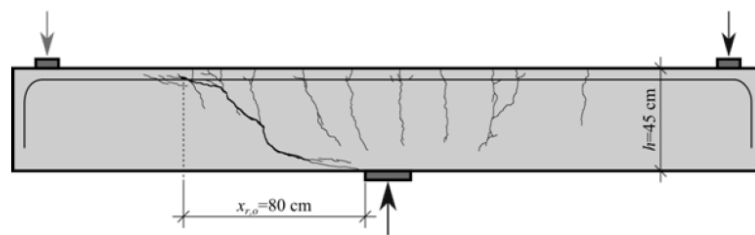


Abb. 7.3: Rissbild SV-1.1

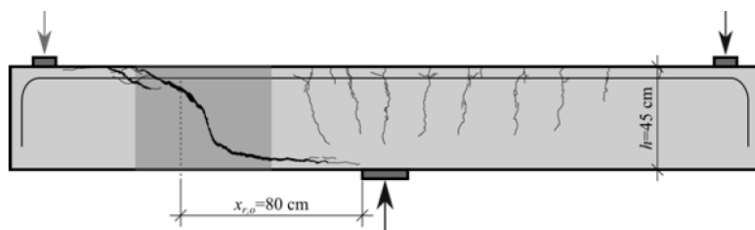


Abb. 7.4: Rissbild SV-1.2

SV-2

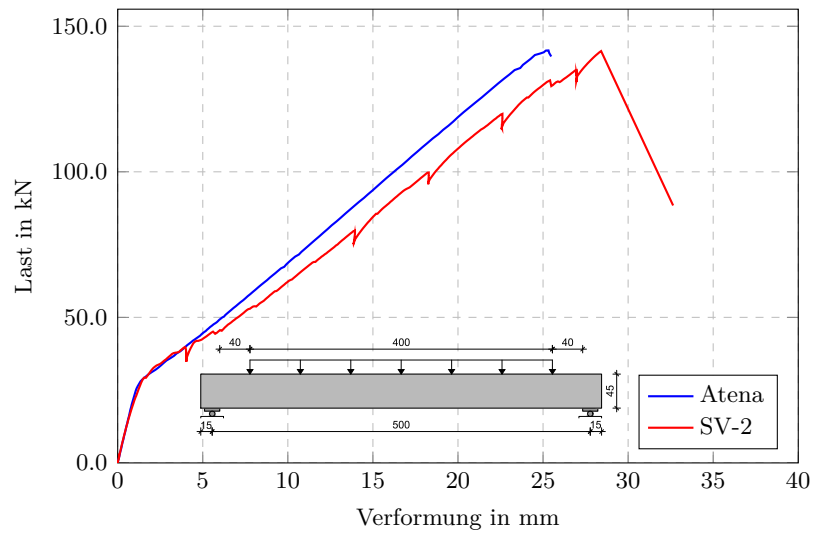


Abb. 7.5: Vergleich SV-2 - Atena

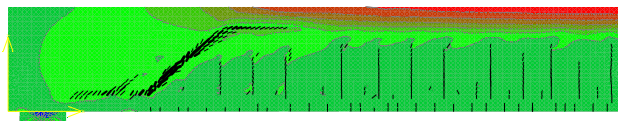


Abb. 7.6: Rissbild FE-Berechnung

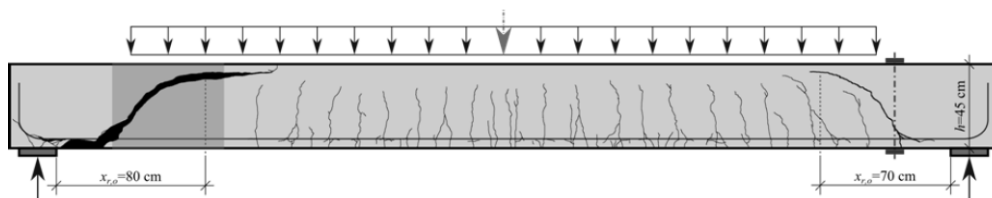


Abb. 7.7: Rissbild SV-2

SV-3

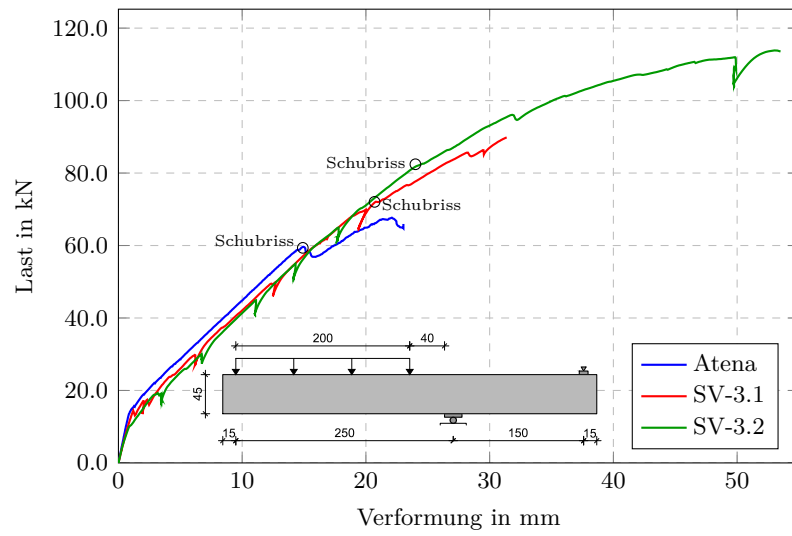


Abb. 7.8: Vergleich SV-3 - Atena

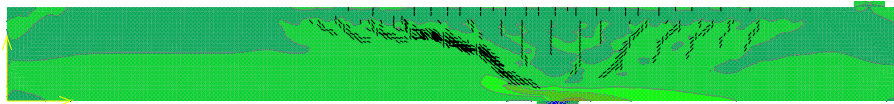


Abb. 7.9: Step 380: Dehnung in Trägerlängsrichtung

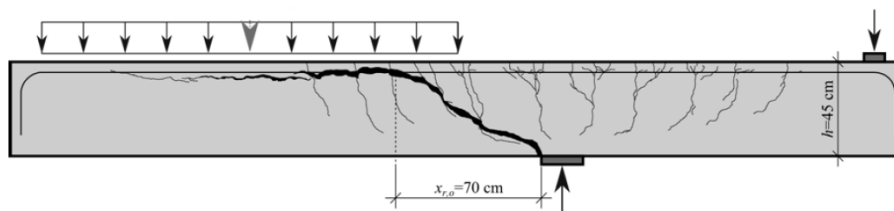


Abb. 7.10: Rissbild SV-3.1

SV-4

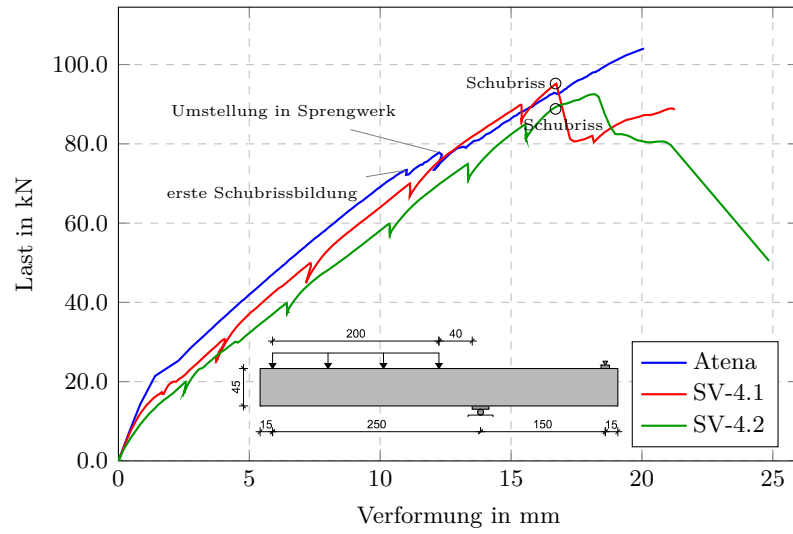


Abb. 7.11: Vergleich SV-4 - Atena

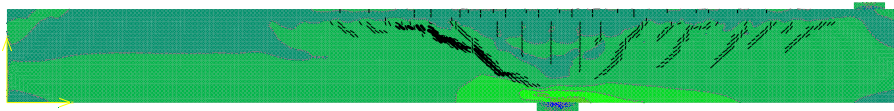


Abb. 7.12: Step 420: Spannung in Trägerlängsrichtung

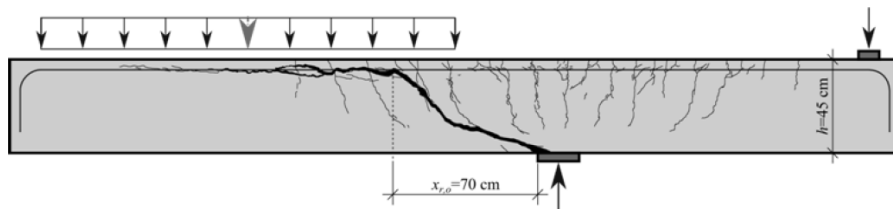


Abb. 7.13: Rissbild SV-4.1

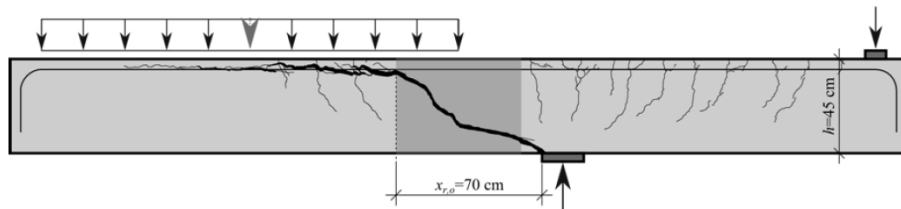


Abb. 7.14: Rissbild SV-4.2

SV-5.1

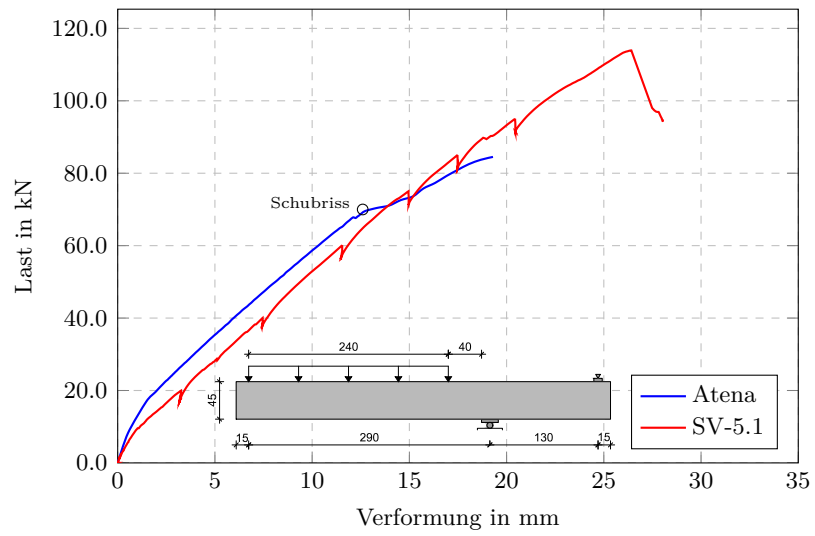


Abb. 7.15: Vergleich SV-5.1 - Atena

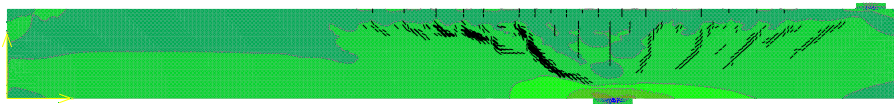


Abb. 7.16: Step 212: Spannung in Trägerlängsrichtung

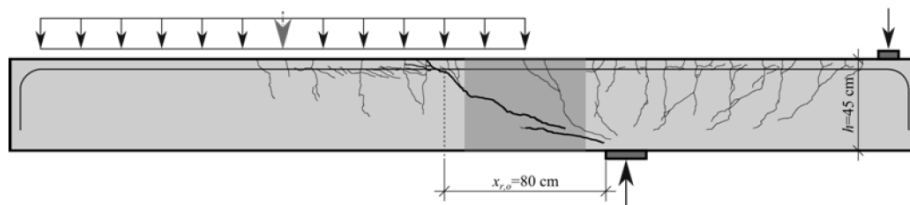


Abb. 7.17: Rissbild SV-5.1



SV-5.2

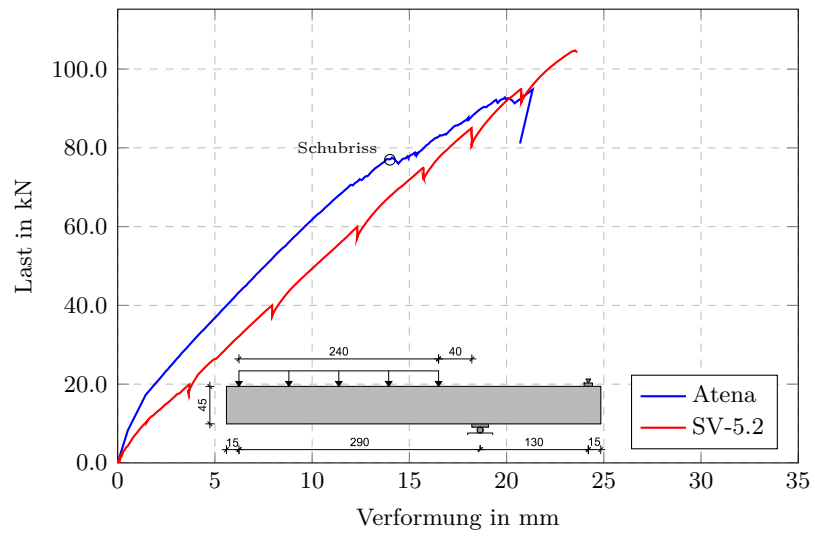


Abb. 7.18: Vergleich SV-5.2 - Atena

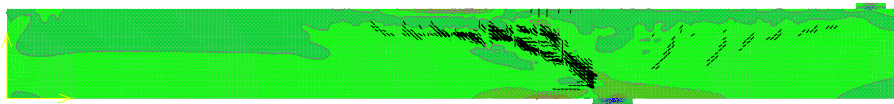


Abb. 7.19: Rissbild FE-Berechnung

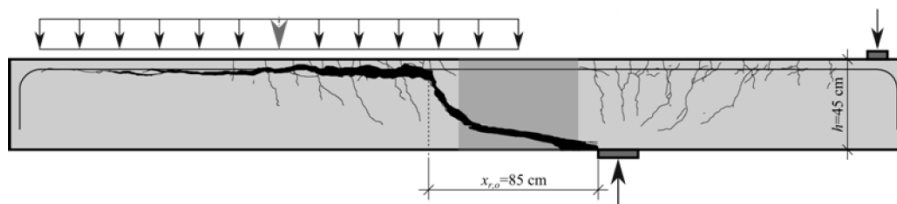


Abb. 7.20: Rissbild SV-5.2