feien. Alsdann ergiebt die Betrachtung der Gleichgewichtszuftände beider Gewölbtheile die Gleichungen:

$$H_2 h_1 + V_2 c_1 = G_1 g_1 \text{ (linker Theil, Drehpunkt } A);$$
$$H_2 h_2 - V_2 c_2 = G_2 g_2 \text{ (rechter Theil, Drehpunkt } B).$$

Man erhält

$$H_2 = H = \frac{G_1 g_1 c_2 + G_2 g_2 c_1}{h_1 c_2 + h_2 c_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 370.$$

2. Kapitel.

Tonnen- und Kappengewölbe.

Die Zerftörung des Gewölbes kann erfolgen: 270. Stabilität.

1) durch Umkanten eines Gewölbetheiles um eine innere oder äufsere Kante,
2) durch Gleiten einzelner Gewölbetheile längs der Fugen und
3) durch Zerdrücken der Wölbfteine.

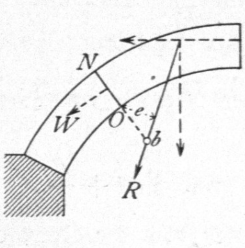
Wenn die Lage der Stützlinie bekannt ift, fo können alle auf die Stabilität des Gewölbes bezügliche Fragen leicht beantwortet werden. Dabei ift zu beachten, dafs, falls für den Verlauf der Mittelkraftslinie drei Punkte vorgefchrieben find, welche in Fugen liegen, diefelben entfprechend der für die Stützlinie gegebenen Erklärung auch Punkte der Stützlinie find.

Im Hochbau handelt es fich faft ftets nur um die Ermittelung des im Gewölbe wirkenden Horizontalfchubes, weil diefe Kraft hauptfächlich die Mauern, welche das Gewölbe, bezw. den Bogen ftützen, gefährdet. Wäre die Stützlinie bekannt, fo wäre auch der Horizontalfchub bekannt. Die Ermittelung der genauen Lage derfelben ift aber nach Art. 260 (S. 246) nur mittels der Elafticitäts-Theorie der Gewölbe möglich, und es ift diefe Ermittelung fehr umftändlich. Es ift aber auch ausreichend, gewiffe Grenzlagen für die Stützlinie und damit gewiffe Grenzwerthe für den Horizontalfchub feft zu legen.

Soll das Gewölbe (Fig. 358) ftabil fein, fo mufs die Stützlinie ganz im Gewölbe liegen. 271. Stabilität gegen Kanten.

Wenn die Refultirende R aller an der einen Seite des Querfchnittes NO wirkenden Kräfte die Verlängerung des Querfchnittes etwa im Punkte b fchneidet, fo hat diefe Kraft in Bezug auf O ein Moment $M = Re$, welches eine Drehung des oberhalb NO liegenden Gewölbetheiles um O erftrebt. Diefe Drehung kann nur durch eine andere, entgegengefetzt drehende Kraft W (in Fig. 358 punktirt) aufgehoben werden, d. h. durch einen Zugwiderftand der Gewölbefafern. Die Wölbfteine können aber einen folchen, wenn von der Zugfeftigkeit des Mörtels abgefehen wird, nicht leiften, fo dafs alfo keine Kraft vorhanden ift, welche das Gleichgewicht herftellen könnte. Der oberhalb der Fuge NO befindliche Gewölbetheil würde demnach um O kanten und einftürzen. Eine Aufhebung der Kraft R ift erft möglich, wenn diefelbe den Querfchnitt NO fchneidet; alsdann erzeugt fie in den einzelnen Theilen des Querfchnittes Druckfpannungen, welche R aufheben. Soll alfo das Gewölbe nicht um O kanten,

Fig. 358.



ſo muſs der Schnittpunkt der Mittelkraft R mit dem Querſchnitte, d. h. der Schnittpunkt der Stützlinie mit dem Querſchnitte, in das Gewölbe fallen. Was aber vom Querſchnitt NO gilt, gilt von allen Querſchnitten. Das Gewölbe iſt alſo nur dann gegen Kanten ſtabil, wenn die Stützlinie ganz im Gewölbe liegt.

272. Stabilität gegen Zerdrücken.

In Art. 110 bis 114 (S. 85 bis 92) iſt nachgewieſen worden, wie ſich die Spannungen für Stützen ergeben, falls auf dieſelben Axialkräfte und Momente wirken. Mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit können die dort gefundenen Formeln auch gebraucht werden, um die Spannungsvertheilung in den Gewölbefugen zu ermitteln. Die Spannung in einem Punkte, welcher um z von der ſenkrecht zur Bildebene errichteten Schwerpunktsaxe des Querſchnittes abſteht, iſt demnach nach Gleichung 69

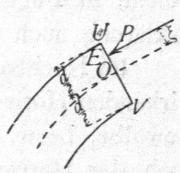
$$N = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{F \xi z}{\mathfrak{J}}\right).$$

Hier handelt es ſich nur um rechteckige Querſchnitte von der Höhe d und der Breite 1 (ſenkrecht zur Bildebene); mithin iſt $F = d \,.\, 1$ und $\mathfrak{J} = \frac{d^3}{12}$; daher

$$N = \frac{P}{d}\left(1 + \frac{12\, \xi z}{d^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 371.$$

Da P hier ſtets Druck iſt und wir P als poſitiv einführen, ſo bedeuten die poſitiven Werthe von N Druck, die negativen Werthe Zug. Der gröſste Druck N_{max} findet bei der in Fig. 359 gezeichneten Lage der Kraft P in den Punkten U ſtatt, für welche z ſeinen gröſsten Werth $\frac{d}{2}$ hat; der kleinſte Druck N_{min} in den Punkten V, für welche z ſeinen kleinſten Werth $-\frac{d}{2}$ hat; demnach wird

Fig. 359.



$$N_{max} = \frac{P}{d}\left(1 + \frac{12\, \xi\, d}{2\, d^2}\right) = \frac{P}{d}\left(1 + \frac{6\, \xi}{d}\right) \quad \text{und} \quad N_{min} = \frac{P}{d}\left(1 - \frac{6\, \xi}{d}\right) \quad . \qquad 372.$$

N_{min} wird zu Null, wenn $1 - \frac{6\, \xi}{d} = 0$, d. h. wenn $\xi = \frac{d}{6}$ iſt.

In den am wenigſten gedrückten Punkten V findet alſo die Spannung Null ſtatt, wenn die Mittelkraft den Querſchnitt in der Höhe $\frac{d}{6}$ über der Mittellinie des Gewölbes ſchneidet. Schneidet die Kraft P, alſo die Stützlinie, den Querſchnitt unterhalb O, ſo ergiebt ſich leicht aus Gleichung 371 (indem man $-\xi$ ſtatt $+\xi$ einführt), daſs der gröſste Druck in den Punkten V, der gröſste Zug in den Punkten U ſtattfindet. In U findet demnach die Spannung Null ſtatt, wenn die Stützlinie den Querſchnitt in dem Abſtande $\frac{d}{6}$ unterhalb der Schwerpunktsaxe ſchneidet.

N_{max} und N_{min} haben gleiches Vorzeichen für diejenigen Werthe von ξ, für welche gleichzeitig ſtattfindet

$$1 + \frac{6\, \xi}{d} > 0 \quad \text{und} \quad 1 - \frac{6\, \xi}{d} > 0, \ \text{d. h. für} \ \xi > -\frac{d}{6} \quad \text{und} \quad \xi < +\frac{d}{6}.$$

So lange alſo der Schnittpunkt der Mittelkraft nicht weiter von der Gewölbemittellinie entfernt iſt, als $\frac{d}{6}$, d. h. ſo lange der Schnittpunkt im inneren Gewölbedrittel liegt, haben N_{max} und N_{min} gleiches Vorzeichen, ſind demnach N_{max} und N_{min} Druck; dann findet aber im ganzen Querſchnitte nur Druck ſtatt. (Vergl. Art. 112, S. 88.)

Iſt dagegen ξ gröſser als $\frac{d}{6}$, ſo findet in der am meiſten gezogenen Faſer Zugbeanſpruchung ſtatt; dann gilt die Gleichung 371 für die Druckvertheilung nicht mehr, weil dieſe unter der Annahme einer Beanſpruchung aller Querſchnittspunkte entwickelt worden iſt; falls aber hier einzelne Punkte des Querſchnittes auf Zug beanſprucht werden, ſo findet entweder ein Klaffen der Fugen oder ein unthätiges Aneinanderliegen der Steine ſtatt. Die dann geltenden Gleichungen ſind in Art. 113 (S. 89) entwickelt. Falls ξ gröſser als $\frac{d}{6}$ iſt, mit anderen Worten, falls die Stützlinie einen Querſchnitt auſserhalb des inneren Drittels ſchneidet, etwa im Abſtande c von den zunächſt gelegenen äuſseren Punkten, ſo vertheilt ſich nach Gleichung 78 (S. 91) der Druck P auf eine Breite $3\,c$, wobei der Maximaldruck doppelt ſo groſs iſt, als wenn ſich der Druck über die gedrückte Fläche gleichmäſsig vertheilte. Wir erhalten alſo (Alles auf Centimeter bezogen)

$$N_{max} = \frac{2\,P}{3.100.c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 373.$$

Wird die gröſste, im Wölbmaterial zuläſſige Druckbeanſpruchung für die Flächeneinheit mit K bezeichnet, ſo kann Gleichung 373 benutzt werden, um zu ermitteln, wie weit ſich die Stützlinie der inneren oder äuſseren Gewölbelaibung nähern darf. Man erhält als Bedingungsgleichung:

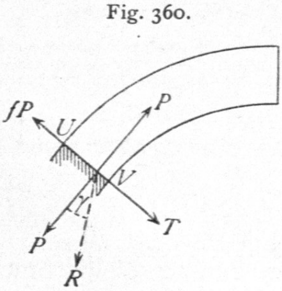
$$K = \frac{2\,P}{300\,c}, \quad \text{woraus} \quad c = \frac{2\,P}{300\,K} \quad \ldots\ldots \quad 374.$$

Damit haben wir die Bedingung für die Stabilität des Gewölbes gegen Druck gefunden: Soll das Gewölbe genügende Sicherheit gegen Druck bieten, ſo darf der Abſtand der Stützlinie von den Gewölbelaibungen an keiner Stelle kleiner werden, als $\frac{2\,P}{300\,K}$.

Da P für die verſchiedenen Gewölbeſtellen verſchiedene Werthe hat, ſo ergeben ſich für dieſelben auch verſchiedene Gröſsen von c. Meiſtens wird es jedoch genügen, den Maximalwerth von P, der ſich an den Kämpfern ergiebt, einzuſetzen und dann den für c erhaltenen Werth im ganzen Gewölbe gleich groſs anzunehmen. Man kann in dieſer Weiſe leicht die beiden Linien conſtruiren, zwiſchen denen die Stützlinie verlaufen ſoll.

Die Forderung, daſs in allen Punkten ſämmtlicher Querſchnitte nur Druckbeanſpruchung ſtattfinden ſoll, iſt erfüllt, wenn ſämmtliche Querſchnitte von ihren zugehörigen Mittelkräften im inneren Gewölbedrittel geſchnitten werden, d. h. wenn die ganze Stützlinie im inneren Drittel verläuft.

Fig. 360.



273. Stabilität gegen Gleiten.

Der Einſturz des Gewölbes kann endlich auch dadurch verurſacht werden, daſs ein Theil deſſelben längs des anderen gleitet. Es ſei die Mittelkraft aller auf den Gewölbetheil oberhalb der Fuge UV (Fig. 360) wirkenden Kräfte gleich R; alsdann iſt Gleichgewicht nur möglich, wenn Seitens der Fuge eine genau gleich grofse und gleich gerichtete Kraft mit entgegengefetztem Sinne auf den betreffenden Gewölbetheil wirkt. Wir zerlegen R in eine Axialkraft $P = R \cos \gamma$ und eine Querkraft $T = R \sin \gamma$. Die Axialkraft P wird, wenn ihr Schnittpunkt mit der Fuge nicht zu nahe an die Laibungen fällt, durch die fenkrecht zum Querfchnitt gerichteten axialen Spannungen, die Querkraft T wird durch den Reibungswiderftand an der Berührungsfläche UV aufgehoben. Nennt man den Reibungs-Coefficienten f, fo ift der Reibungswiderftand $W = fP = fR \cos \gamma$. Gröfser kann W nicht werden; Gleichgewicht gegen Verfchieben ift alfo nur möglich, wenn ftattfindet: $T \leqq f R \cos \gamma$, d. h. $R \sin \gamma \leqq f R \cos \gamma$ und $\operatorname{tg} \gamma \leqq f$.

Wird der Reibungswinkel mit φ bezeichnet, fo ift $f = \operatorname{tg} \varphi$, und es heifst alsdann die Bedingungsgleichung für das Gleichgewicht:

$$\operatorname{tg} \gamma \leqq \operatorname{tg} \varphi \quad \text{oder} \quad \gamma \leqq \varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad 375.$$

Sobald γ gröfser wird, als der Reibungswinkel, kann T nicht aufgehoben werden, und es findet dann ein Abgleiten des betrachteten Gewölbetheiles ftatt.

Diefelbe Schlufsfolgerung gilt auch, falls R nach oben um den Winkel γ von der Senkrechten zur Fuge abweicht; nur ift dann das Beftreben vorhanden, den oberen Gewölbetheil nach aufsen zu verfchieben. Was für die Fuge UV gilt, gilt für alle Fugen, fo dafs folgendes Gefetz ermittelt ift: Soll das Gewölbe gegen Gleiten ftabil fein, fo darf an keiner Stelle der Winkel, welchen die Mittelkraftslinie mit der betreffenden Fugenfenkrechten bildet, gröfser fein, als der Reibungswinkel für die betreffenden Materialien.

In den meiften Fällen kann man ohne grofsen Fehler ftatt der Mittelkraftslinie die Stützlinie einführen und als Bedingung für die Stabilität des Gewölbes angeben, dafs die Tangente an die Stützlinie nirgends einen Winkel mit der Fugenfenkrechten einfchliefst, welcher gröfser ift, als der Reibungswinkel.

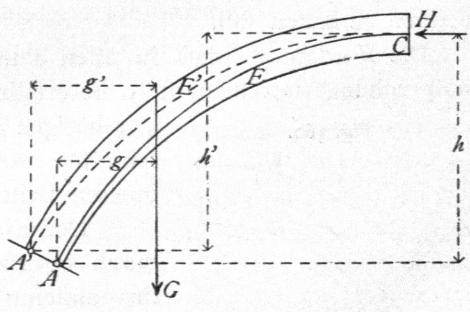
Man kann den Reibungs-Coefficienten f zwifchen $0{,}6$ und $0{,}75$ liegend annehmen, welchen Werthen die Winkel $\varphi = 31$ bis 37 Grad entfprechen. Bei frifchem Mörtel kann der Winkel φ bis auf 27 Grad hinabgehen (f bis auf $0{,}51$). Die Tangenten an die Stützlinie bilden aber nur felten fo grofse Winkel mit den Fugenfenkrechten, fo dafs, wenigftens im eigentlichen Gewölbe, die Stabilität gegen Gleiten felten in Frage kommt.

274. Grenzlagen der Stützlinie und Grenzwerthe des Horizontal-fchubes.

Betrachtet man die eine Hälfte eines fymmetrifch geftalteten und fymmetrifch belafteten Gewölbes (Fig. 361), auf welche aufser der Belaftung G nur noch der Horizontalfchub H im Scheitel wirkt, und nimmt zunächft als Angriffspunkt von H den Punkt C beliebig und aufserdem an, dafs die Stützlinie die Kämpferfuge in A fchneide, fo geht die Mittelkraft von G und H durch A, und es ift nach Art. 265 (S. 250)

$$H = \frac{G g}{h}.$$

Fig. 361.



Diefen Annahmen, bezw. diefem Werthe des Horizontalfchubes entfpricht eine ganz beftimmte Stützlinie, etwa CEA, die in Fig. 361 ausgezogen ift.

Conftruirt man ein zweites Mal unter Beibehaltung des Punktes C die Stützlinie für einen anderen Kämpferpunkt, etwa A', fo ergiebt fich etwa die punktirte Stützlinie $C\,E'\,A'$, und es wird der zugehörige Horizontalfchub

$$H' = G\,\frac{g'}{h'}.$$

Da $\frac{g'}{h'} > \frac{g}{h}$, fo ift auch $H' > H$.

Man fieht, einer Vergröfserung des Horizontalfchubes entfpricht ein Flacherwerden der Stützlinie, und es ergiebt fich in gleicher Weife, dafs einer Verringerung von H ein Steilerwerden der Stützlinie entfpricht. Es find nun offenbar fehr viele Stützlinien möglich, welche fämmtlich durch C gehen und ganz im Gewölbe verlaufen, demnach mit der Stabilität deffelben vereinbar find. Dem kleinften Werthe von H mit dem Angriffspunkt C entfpricht diejenige diefer Stützlinien, welche an irgend einer Stelle die innere Gewölbelaibung berührt ($C\,F\,A$ in Fig. 362); denn eine weitere Verringerung von H würde zur Folge haben, dafs die Stützlinie bei F

Fig. 362.

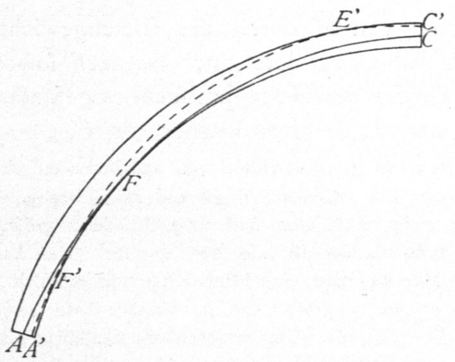
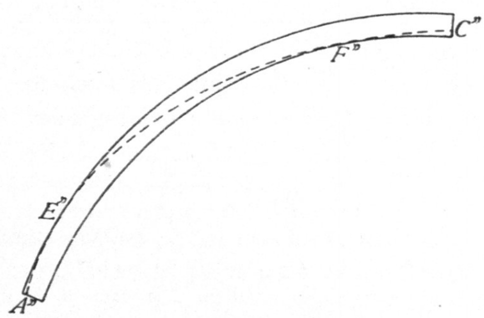


Fig. 363.



nach innen aus dem Gewölbe herausfiele. Nun kann aber jeder Punkt der Scheitelfuge Angriffspunkt der Kraft H fein; es fteht alfo nichts im Wege, einen anderen, höheren Punkt der Scheitelfuge als Angriffspunkt von H anzunehmen, mithin die ganze Stützlinie um das entfprechende Stück parallel fich felbft nach oben zu verfchieben. Jetzt kann der Horizontalfchub weiter verringert werden, und man kann damit fo weit fortfahren, bis die Stützlinie gleichzeitig die äufsere und die innere Laibung berührt. Diefe Stützlinie fei etwa $C'\,E'\,F'\,A'$. Eine weitere Verringerung von H hat die Folge, dafs die Stützlinie bei F' das Gewölbe verläfft; ein weiteres Hinauffchieben der Stützlinie ift auch nicht möglich, weil bei einem folchen — follte es fo weit fortgefetzt werden, dafs bei F' die Stützlinie wieder in das Gewölbe fällt — bereits vorher die Stützlinie bei E' aufserhalb des Gewölbes gefallen wäre.

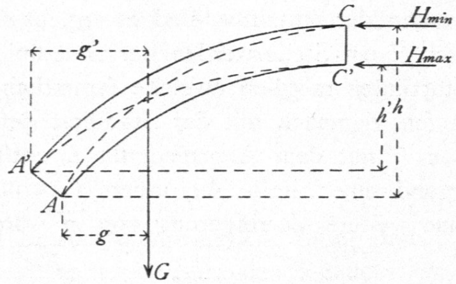
Die gezeichnete Stützlinie $C'\,E'\,F'\,A'$ entfpricht alfo dem Minimum von H und heifst defshalb die Minimalftützlinie. Es ergiebt fich demnach: Die Minimalftützlinie hat jederfeits mit den Gewölbelaibungen zwei Punkte gemeinfam, und zwar liegen die Berührungspunkte mit der äufseren Laibung über denjenigen mit der inneren Laibung.

Bei flachen Bogen fällt gewöhnlich der Berührungspunkt mit der äufseren Laibung in die Scheitelfuge, derjenige mit der inneren Laibung jederfeits in die Kämpferfuge; die beiden Berührungspunkte mit der äufseren Laibung können zufammenfallen.

In gleicher Weife erhält man die Stützlinie, welche dem Maximum von H entfpricht, die Maximalftützlinie ($C'' F'' E'' A''$ in Fig. 363). Die Maximalftützlinie hat jederfeits des Scheitels mit den Gewölbelaibungen zwei Punkte gemeinfam, und zwar liegen die Berührungspunkte mit der inneren Laibung über denjenigen mit der äufseren Laibung; die beiden erfteren können zufammenfallen.

Bei flachen Bogen fallen die beiden Berührungspunkte mit der inneren Laibung in die Scheitelfuge, die Berührungspunkte mit der äufseren Laibung in die Kämpferfugen.

Fig. 364.



In Fig. 364 ift CA die Minimal-, $C'A'$ die Maximalftützlinie. Die entfprechenden Werthe von H find

$$H_{min} = \frac{G\,g}{h} \quad \text{und} \quad H_{max} = \frac{G\,g'}{h'} \quad . \quad 376.$$

Wenn wir demnach auch die wirkliche Lage der Stützlinie und die wirkliche Gröfse von H durch die Gleichgewichtsbedingungen allein nicht ermitteln können, fo haben wir jetzt doch Grenzen fowohl für die Lage der Stützlinie, als auch für die Gröfse des Horizontalfchubes gefunden. Der Horizontalfchub kann nicht gröfser fein, als H_{max}, nicht kleiner, als H_{min}.

Fallen Maximal- und Minimalftützlinie nicht zufammen, fo ift eine Anzahl von Stützlinien möglich, welche folchen Werthen des Horizontalfchubes entfprechen, die zwifchen H_{max} und H_{min} liegen. Je gröfser der Unterfchied diefer beiden Werthe ift, defto mehr Stützlinien find möglich, defto gröfsere Aenderung darf H erleiden, ehe das Gewölbe einftürzt, defto ftabiler ift alfo das Gewölbe. Man kann demnach fchliefsen: Ein Gewölbe ift ftabil, wenn eine Maximal- und eine Minimalftützlinie möglich ift und beide nicht zufammenfallen. Die Stabilität ift um fo gröfser, je gröfser die Unterfchiede diefer beiden Stützlinien find, bezw. je gröfser der Unterfchied $H_{max} - H_{min}$ ift. Um demnach die Stabilität eines Gewölbes gegen Umkanten nachzuweifen, genügt die Einzeichnung der Maximal- und Minimalftützlinie und die Unterfuchung, ob diefelben zufammenfallen oder nicht.

275. Praktifche Grenzlagen der Stützlinie.

Im vorhergehenden Artikel war abfolut feftes Material angenommen, und es konnte defshalb eine Berührung der Stützlinie und der Gewölbelaibung als möglich vorausgefetzt werden. In Wirklichkeit darf nach Art. 272 (S. 256) die Stützlinie nicht näher an die Laibungen treten, als dafs der Abftand noch $c = \frac{2\,P}{300\,K}$ ift. Bei einer Berührung der Laibung durch die Stützlinie würde an diefer Stelle $c = 0$, und da nach Gleichung 373: $N_{max} = \frac{2\,P}{300\,c}$ ift, hier $N_{max} = \frac{2\,P}{0} = \infty$ fein.

Man ftellt defshalb die Bedingung, dafs eine Maximal- und eine Minimalftützlinie möglich fei, welche wenigftens um $\frac{2\,P}{300\,K}$ von den Gewölbelaibungen abftehen, und dafs diefe beiden nicht zufammenfallen.

Wenn im inneren Drittel des Gewölbes, in der fog. Kernfläche, eine Maximal- und eine Minimalftützlinie möglich ift und beide nicht zufammenfallen, fo ift dies noch günftiger.

Die Stabilität gegen Gleiten erfordert, dafs die Tangente an die Stützlinie an keiner Stelle einen gröfseren, als den Reibungswinkel mit der Fugenfenkrechten mache. Diefer Bedingung müffen alfo auch die Maximal- und Minimalftützlinie genügen.

Für einige häufig vorkommende Bogenformen ergeben ſich die Horizontalſchübe unter Annahme ſymmetriſcher Form und Belaſtung, ſo wie unter der weiteren Annahme einer mittleren Stützlinie folgendermaſsen. 276. Horizontalſchub für verſchiedene Bogenformen.

1) Flachbogen (Fig. 365 *a*). Nach Früherem iſt $H = \frac{G g}{h}$.

Fig. 365.

a)

b)

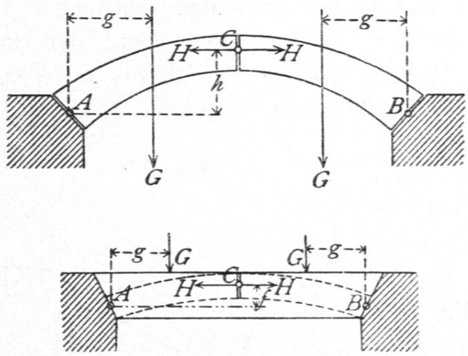
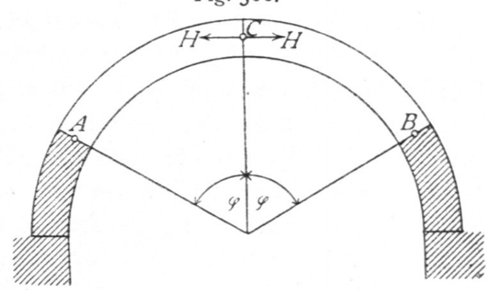


Fig. 366.



2) Scheitrechter Bogen. Man kann die Tragfähigkeit des ſcheitrechten Bogens als eben ſo groſs annehmen, wie diejenige eines Flachbogens, deſſen Mittelpunkt auf der Lothrechten der Scheitelfuge liegt und deſſen innere Laibung durch die unteren Punkte der Kämpferfugen, deſſen äuſsere Laibung durch den oberſten Punkt der Scheitelfuge geht. Dann wird nach Fig. 365 *b*

$$H = \frac{G g}{f}.$$

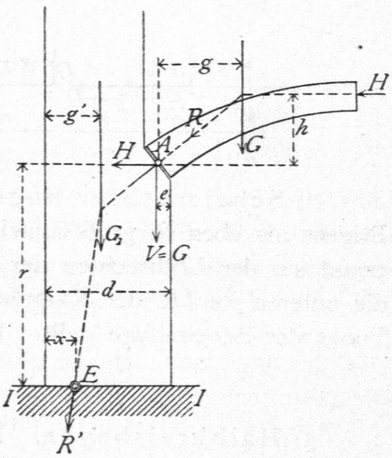
3) Halbkreisbogen. Eine halbkreisförmige Mittelkraftslinie für lothrechte (hier nur in Betracht kommende) Belaſtung giebt es nicht; denn bei derſelben müſste die Tangente an jedem Kämpfer, alſo auch die Mittelkraft an dieſer Stelle, lothrecht ſein. Da aber die Mittelkraft ſtets eine wagrechte Seitenkraft (den Horizontalſchub) hat, ſo kann ſie nie lothrecht ſein. Deſshalb kann die Mittelkraftslinie nicht einen vollen Halbkreis vorſtellen. Man muſs daher die unteren Theile des Bogens als zum Widerlager gehörig betrachten und berechnet den Horizontalſchub H für den zwiſchengeſpannten Flachbogen (Fig. 366). Der Winkel φ wird zweckmäſsig etwa gleich 60 Grad gewählt; H ergiebt ſich dann, wie unter 1.

Bei den Widerlagern, bezw. Mittelpfeilern der Gewölbe kann man, genau wie bei den Gewölben ſelbſt, von einer Stützlinie ſprechen, wenn man dieſelbe als Geſammtheit der Punkte erklärt, in welchen die einzelnen Querſchnitte der Widerlager, bezw. Pfeiler von den auf ſie wirkenden Mittelkräften geſchnitten werden. Alsdann gelten die in Art. 270 bis 273 (S. 255 bis 257) aufgeſtellten Sätze auch hier und können folgendermaſsen ausgeſprochen werden: Soll das Widerlager, bezw. der Pfeiler gegen Kanten, Zerdrücken und Gleiten ſtabil ſein, ſo muſs die Stützlinie ganz im Widerlager, bezw. Pfeiler liegen, darf die Mittelkraft an keiner Querſchnittsſtelle eine gröſsere Druckbeanſpruchung erzeugen, als der Bauſtoff geſtattet, und darf endlich der Winkel der Mittelkraft mit der Senkrechten zur Fuge an keiner Stelle gröſser ſein, als der Reibungswinkel. 277. Stabilität der Widerlager und Pfeiler.

1) Widerlager. Die von dem Gewölbe auf ein Widerlager ausgeübte Kraft R iſt nach Gröſse und Richtung gleich dem Kämpferdruck, welcher auf das Gewölbe wirkt, dem Sinne nach demſelben entgegengeſetzt. Wenn R bekannt oder an-

genommen ift, fo kann die entfprechende Widerlager-Stützlinie leicht durch Zufammenfetzung diefer Kraft R mit den Widerlagerlaften conftruirt werden. Für R und H find aber nach Obigem nur gewiffe Grenzen bekannt. Wenn nun das Widerlager für die Grenzwerthe von H ftabil ift, fo offenbar auch für die Mittelwerthe. Ift es alfo möglich, für den Maximal- und Minimalwerth von H je eine Widerlagerftützlinie zu conftruiren, welche obigen Bedingungen genügt, fo ift das Widerlager ftabil. Da die Maximalwerthe von H nur in Folge künftlicher Vergröfserung des Horizontalfchubes auftreten, fo ift es meiftens ausreichend, den Nachweis unter Zugrundelegung eines mittleren Werthes von H zu führen, d. h. eines folchen Werthes, welcher einer mittleren Gewölbeftützlinie entfpricht.

Fig. 367.



Auf dem Wege der Rechnung kann man die Stabilität des Widerlagers folgendermafsen unterfuchen. Man fucht die Punkte, in welchen die Stützlinie die einzelnen Fugen fchneidet, und ermittelt die in denfelben hervorgerufenen Druckfpannungen. Die Unterfuchung foll für die Fuge II (Fig. 367) gezeigt werden. Die Mittelkraft aller oberhalb von II wirkenden Kräfte fchneide die Fuge im Punkte E; dann ift E ein Punkt der Stützlinie. Die Lage von E ift bekannt, wenn x, der Abftand von der äufseren Mauerkante, bekannt ift. Auf das Widerlager wirken in A: der Kämpferdruck R, deffen wagrechte, bezw. lothrechte Seitenkraft H, bezw. V ift. Es ift $H = \frac{G g}{h}$ und $V = G$. Aufser diefen Kräften wirkt als belaftend auf die Fuge II noch das Gewicht der Mauer, fo weit fie oberhalb II liegt, d. h. G_1. Die Mittelkraft von H, $V (= G)$ und G_1 ift R', und diefe Kraft geht durch E, hat alfo für den Drehpunkt E das ftatifche Moment Null. Demnach ift auch die algebraifche Summe der ftatifchen Momente der Einzelkräfte für E als Drehpunkt gleich Null, alfo

$$0 = G_1 (g' - x) + G (d - e - x) - H r ,$$

woraus

$$x = \frac{G_1 g' + G (d - e) - H r}{G + G_1}$$

folgt. Wenn fich für x ein negativer Werth ergiebt, fo bedeutet dies, dafs die Kraft R' den Querfchnitt links von der Aufsenkante der Mauer fchneidet, dafs alfo Kanten eintreten mufs.

Die lothrechte Seitenkraft der Mittelkraft R' ift offenbar $P = G_1 + G$. Nachdem in E der Schnittpunkt der Mittelkraft mit der Fuge gefunden ift, kann man die gröfste in der Fuge durch diefe Belaftung erzeugte Druckfpannung ermitteln, wie in Art. 113 bis 116 (S. 89 bis 94) für verfchiedene Querfchnittsformen gezeigt ift. Wenn der Querfchnitt ein Rechteck von der Länge b (fenkrecht zur Bildfläche gemeffen) ift und die Kraftebene denfelben in der Hauptaxe fchneidet, fo ift für $x < \frac{d}{3}$

$$N_{max} = \frac{2\,P}{3\,x\,b}\,.$$

In ganz derſelben Weiſe kann man die Unterſuchung für eine Anzahl von Fugen führen.

2) Pfeiler. Die Stabilitätsunterſuchung eines zwiſchen zwei Gewölben befindlichen Mittelpfeilers wird entſprechend vorgenommen.

Die Punkte E können auch leicht graphiſch ermittelt werden, indem man R mit G_1 zu R' zuſammenſetzt und in gleicher Weiſe weiter für die verſchiedenen Fugen verfährt.

---

3. Kapitel.

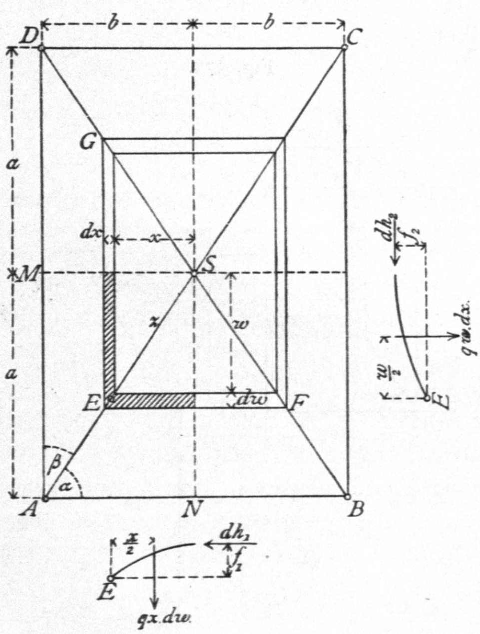
Kreuz- und Kuppelgewölbe.

a) Kreuzgewölbe.

Die Einwölbung erfolgt beim Kreuzgewölbe bekanntlich entweder ſo, daſs die Lagerfugen parallel zu den Längsaxen der einzelnen Kappen laufen, aus denen das Kreuzgewölbe beſteht, oder ſo, daſs ſie im Grundriſs ſenkrecht oder nahezu ſenkrecht zu den Graten verlaufen. Das ſtatiſche Verhalten iſt bei den beiden Anordnungen verſchieden. 278. Lagerfugen.

1) Die Lagerfugen laufen zu den Längsaxen der Kappen parallel. Bei den hier vorzunehmenden Berechnungen ſoll die vereinfachende, mit der Wirklichkeit genügend genau übereinſtimmende Annahme einer über die Grundfläche gleichmäſsig vertheilten Belaſtung g auf die Flächeneinheit gemacht werden. Für die Ermittelung der Seilcurve und damit auch des Horizontalſchubes werden ſtets drei Punkte angenommen werden. Die gefundenen Horizontalſchübe ſind nur dann richtig, wenn die drei Punkte in jedem Gewölbetheil richtig angenommen ſind. Es können dann nach Obigem auch leicht die Gröſst- und Kleinſtwerthe der Horizontalſchübe ermittelt werden. 279. Lagerfugen parallel zur Axe der Kappen.

Fig 368.



Der nachfolgenden Unterſuchung ſoll ein Kreuzgewölbe über rechteckigem Raume zu Grunde gelegt werden; die Anwendung für ein ſolches mit quadratiſchem Grundriſſe iſt dann leicht.

Zerlegt man jede Kappe durch ſenkrecht zur Längsaxe gelegte, lothrechte Ebenen in einzelne Streifen, welche im Grundriſs Paralleltrapeze bilden (Fig. 368), und betrachtet zwei ſolche Streifen GE und EF, welche ſich im Punkte E des Grates treffen, ſo ergeben ſich die auf dieſe Streifen in ihren Scheiteln übertragenen Horizontalſchübe folgendermaſsen. Bezeichnet man die Pfeilhöhen der Seilcurven in