

Die Spannung S in irgend einem Sparren des ideellen Binders wird durch zwei Spannungen S' ersetzt; demnach ist

$S = 2 S' \cos (90 - \delta) = 2 S' \sin \delta$,
woraus

$$S' = \frac{S}{2 \sin \delta}; \dots 354.$$

eben so

$$\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{2 \sin \delta} \dots 355.$$

Ferner wird $H = 2 H'$, woraus

$$H' = \frac{H}{2}; \dots 356.$$

$$Y = 2 Y' \cos \varepsilon,$$

woraus

$$Y' = \frac{Y}{2 \cos \varepsilon} \dots 357.$$

Auch auf graphischem Wege ist die Zurückführung leicht. Man construire (Fig. 338) den Winkel $(90 - \delta)$, bzw. ε , was keine Schwierigkeiten macht. Ist $\sphericalangle r m n = 90 - \delta$, so ist $\overline{m r} = \frac{\overline{m n}}{\sin \delta}$.

Man trage demnach die Werthe für $\frac{S}{2}$ und $\frac{\mathcal{E}}{2}$ auf der Linie $m n$ ab, projicire diese Abschnitte auf $m r$; alsdann erhält man in den Projectionen die gefuchten wirklichen Sparrenspannungen. Eben so ist die Division durch $\cos \varepsilon$ vorzunehmen.

Wenn einfache Diagonalen angeordnet werden, so erhält jede derselben Zug und Druck; will man nur gezogene Diagonalen haben, so sind Gegendiagonalen einzuführen, worüber nach Früherem (siehe Art. 184, S. 167) nichts hinzugefügt zu werden braucht.

2) Achtfeitiges Pyramidendach.

254.
Belastung.

Wir nehmen hier die Windrichtung, der einfachen Rechnung halber, wagrecht an und berechnen aus demselben Grunde den Winddruck so, als wenn die Seitenflächen lothrecht ständen. Der dabei gemachte Fehler ist gering. Wenn die Windrichtung im Grundriß senkrecht zur Seite $m n$ (Fig. 339) angenommen wird, die Seitenlänge des regelmäßigen Achteckes an der Unterkante der Pyramide mit a , die Höhe der Pyramide mit h und der Druck für die Flächeneinheit mit p bezeichnet wird, so ist der Druck gegen die Fläche F demnach

$$W = \frac{p a h}{2} \dots 358.$$

Der Winddruck auf die Fläche F_1 (Fig. 340) ergibt sich unter obigen vereinfachenden Annahmen folgendermaßen. Die (lothrecht gedachte) Fläche schließt mit der angenommenen Windrichtung (Fig. 339) einen Winkel $(90 - \gamma)$ ein; mithin ist der senkrechte Winddruck auf die Fläche für die Flächeneinheit nach Art. 27 (S. 21)

Fig. 337.

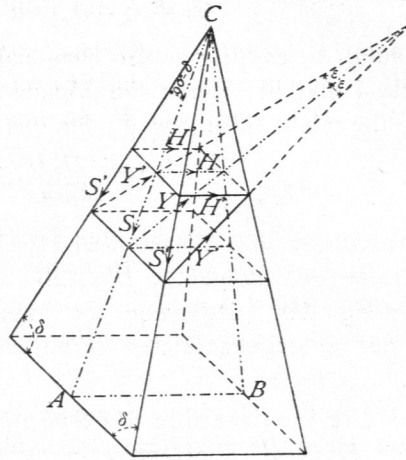


Fig. 338.

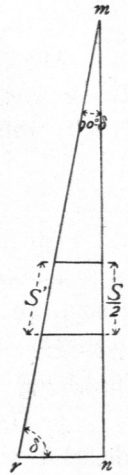


Fig. 339.

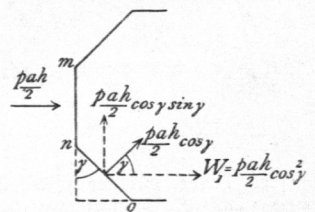
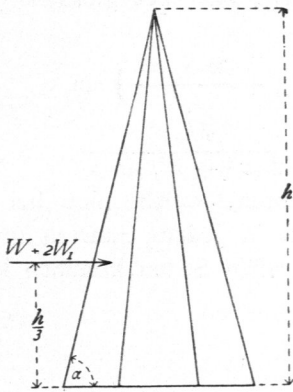


Fig. 340.



oder

$$n = p \sin(90 - \gamma)$$

$$n = p \cos \gamma,$$

und der Winddruck auf die ganze Fläche

$$\frac{p a h}{2} \cos \gamma.$$

Diese Kraft zerlegt sich nun in eine Seitenkraft, welche dieselbe Richtung hat, wie W , und in eine senkrecht hierzu stehende. Die erstere ist (Fig. 339)

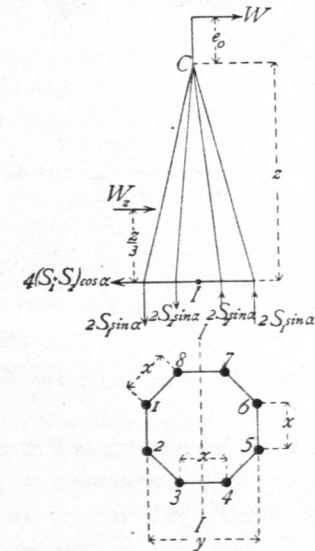
$$W_1 = \frac{p a h \cos^2 \gamma}{2} \dots 359.$$

Ein genau gleicher Winddruck wirkt (Fig. 340) auf die andere Fläche F_1 ; mithin ist der gesammte Winddruck auf die Pyramide

$$\begin{aligned} W + 2 W_1 &= \frac{p a h}{2} (1 + 2 \cos^2 45^\circ) \\ &= \frac{p a h}{2} \left(1 + \frac{2}{2}\right) = p a h \dots 360. \end{aligned}$$

Der Angriffspunkt dieser Kraft liegt in der Höhe $\frac{h}{3}$ über der Grundfläche der Pyramide.

Fig. 341.



Für irgend einen Pyramidenthail (Fig. 341) von der Höhe z erhält man, wenn die Seite des Achteckes, welches für diesen Theil die Grundfläche bildet, mit x und die ganze Breite der Grundfläche mit y bezeichnet wird,

$$W_z = p x z \dots 361.$$

W_z greift in der Höhe $\frac{z}{3}$ über dieser Grundfläche an.

Außer W_z wirke auf das Thurmkreuz (Fig. 341) noch ein Winddruck W in der Höhe e_0 über dem First; alsdann ist das Moment des Windes, bezogen auf die wagrechte, in der Grundfläche des betreffenden Thurmfückes gelegene Schwerpunktsaxe II des Querschnittes

$$M_z = W_z \frac{z}{3} + W(e_0 + z) \dots 362.$$

Dieses Moment muß durch die Spannung der Sparren an der betrachteten Stelle aufgehoben werden.

Sind die Spannungen in den vier Sparren $1, 2, 5, 6$, welche um $\frac{y}{2}$ von der

Axe II abstehen, S_1 , diejenigen in den vier um $\frac{x}{2}$ von der Axe II abstehenden Sparren $3, 4, 7, 8$ gleich S_2 , so ist, wenn mit geringem Fehler der Sparrenwinkel gegen die wagrechte Ebene gleich α gesetzt wird, das Moment der Sparren-

255.
Spannungen
in den
Sparren.

spannungen für die Axe II gleich $2 S_1 y \sin \alpha + 2 S_2 x \sin \alpha$; folglich muß $M_z = (2 S_1 y + 2 S_2 x) \sin \alpha$ sein. Man kann annehmen, daß bei gleicher Querschnittsfläche aller Sparren stattfindet

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{x}{y}, \text{ d. h. } S_2 = \frac{S_1 x}{y}, \text{ also } M_z = \left(2 S_1 y + \frac{2 S_1 x^2}{y} \right) \sin \alpha,$$

$$M_z = \frac{2 S_1}{y} (y^2 + x^2) \sin \alpha, \text{ woraus } S_1 = \frac{M_z y}{2 (x^2 + y^2) \sin \alpha} \dots 363.$$

Für M_z sind der Reihe nach die Werthe einzuführen, welche sich bei den verschiedenen Höhen z ergeben. Diese Spannung kann in jedem Sparren sowohl als Zug, wie als Druck stattfinden, weil der Wind von allen Seiten kommen kann. Man erhält demnach

$$S = \pm \frac{M_z y}{2 (x^2 + y^2) \sin \alpha} \dots 364.$$

256.
Spannungen
in den
Ringern.

Die genaue Berechnung der bei einseitiger Windbelastung in den Ringen und in den Diagonalen entstehenden Spannungen ist sehr schwierig. Wir machen, um eine einfache Rechnung zu erhalten, die Annahme, daß, wenn der Wind die Flächen EF , FO und EL (Fig. 342) belastet, die Punkte L und O als feste Stützpunkte betrachtet werden können. Alsdann wirkt auf EF die Kraft N_1 , auf EL und FO je

$N_1 \cos 45^\circ = \frac{N_1}{\sqrt{2}}$; in E und F wirken alsdann je $\frac{N_1}{2}$ und $\frac{N_1}{2\sqrt{2}}$, wie in Fig. 343

Fig. 342.

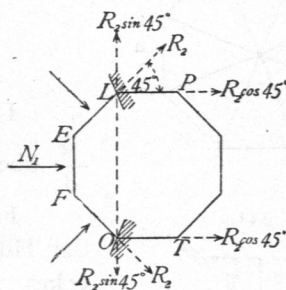
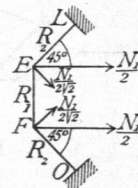


Fig. 343.



gezeichnet. Die Gleichgewichtsbedingungen für Punkt F lauten nun:

$$0 = R_1 + \frac{N_1}{2\sqrt{2}} \sin 45^\circ - R_2 \sin 45^\circ \text{ und } 0 = R_2 \cos 45^\circ + \frac{N_1}{2} + \frac{N_1}{2\sqrt{2}} \cos 45^\circ,$$

woraus

$$R_2 = -1,06 N_1; \dots 365.$$

ferner

$$R_1 = -N_1 \dots 366.$$

Da der Wind von allen Seiten kommen kann, so sind alle Ringtheile für die größere Spannung $R_2 = -1,06 N_1$ zu construiren.

257.
Spannungen
in den
Diagonalen.

Um die in den Dachflächen angebrachten Diagonalen zu berechnen, bestimme man die auf die einzelnen Punkte L , bzw. O (Fig. 342 u. 343) wirkenden wagrechten Kräfte. Auf L und O wirkt je R_2 , und es zerlegt sich R_2 jederseits in eine Seitenkraft $R_2 \cos 45^\circ$, welche in die Linie LP , bzw. OT fällt, und in eine senkrecht dazu gerichtete Seitenkraft $R_2 \sin 45^\circ$, welche in die Richtung LO fällt. Um die beiden letzteren Seitenkräfte aufzuheben, empfiehlt sich die Anbringung der Zugstäbe LO , wie in Fig. 342 punktirt; der in diesen herrschende Zug ist $R_2 \sin 45^\circ$. Die in die Ebene LPC , bzw. OTC fallenden Seitenkräfte sind nun durch das in diesen angeordnete Gitterwerk auf die festen Stützpunkte der Thurmpyramide zu übertragen. Um die Diagonalen zu berechnen, denke man wieder zunächst die beiden Dachflächen durch einen in der Symmetrie-Ebene liegenden, ideellen Binder ersetzt,

ermittle die unter dem Einflusse der Lasten $R_2 \cos 45^\circ$ in demselben entstehenden Diagonalspannungen auf bekannte Weise und aus diesen ideellen Diagonalspannungen die wirklichen Diagonalspannungen genau so, wie in Art. 253 (S. 241) angegeben ist. Als Belastung der einzelnen Knotenpunkte des ideellen Binders ist selbstverständlich überall $2 R_2 \cos 45^\circ$ einzuführen.

3) Standfestigkeit der Thurmdächer.

Durch die Windbelastung werden die Sparren an der Windseite auf Zug, diejenigen an der Unterwindseite auf Druck beansprucht; durch das Eigengewicht erhalten alle Sparren Druck. Wenn der im Sparren mögliche grösste Zug in Folge des Winddruckes grösser ist, als der durch das Eigengewicht erzeugte Druck, so ist Gleichgewicht nur möglich, wenn auf den Sparren Seitens des Auflagers ein Zug ausgeübt wird, welcher wenigstens so gross ist, wie der grösste im Sparren herrschende Zug. Dieser Zug Seitens des Auflagers wird durch Verankerung der Sparren mit dem Thurmmauerwerk erzeugt, und es muss das Gewicht des an den Anker gehängten Mauerwerkes, welches als Zug auf den Sparren wirkt, wenigstens so gross sein, wie der grösstmögliche Zug in demselben. Es empfiehlt sich, die Verankerung weiter hinabzuführen, etwa so weit, dass das Mauergewicht doppelt so gross ist, als der grösste Zug im Sparren.

258.
Verankerung.

Literatur.

Bücher über »Statik der Dachstühle«.

- UNWIN, W. *Wrought-iron bridges and roofs etc.* London 1870.
 CORDIER, E. *Equilibre stable des charpentes en fer, bois et fonte.* Paris 1872.
 RITTER, Dr. A. *Elementare Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brücken-Constructionen.* 3. Aufl. Hannover 1873.
 FABRÉ, V. *Théorie des charpentes, donnant des règles pratiques pour la construction des fermes et autres appareils en bois et en fonte.* Paris 1873.
 CARGILL, Th. *The strains upon bridge girders and roof trusses etc.* London 1873.
 SCHREVE, S. *A treatise on the strength of bridges and roofs etc.* New-York 1873.
 TETMAJER, L. *Die äusseren und inneren Kräfte an statisch bestimmten Brücken- und Dachstuhl-Constructionen.* Zürich 1875.
 NICOUR, Ch. *Calcul d'un comble en fer du système Polonceau.* Paris 1875.
 SCHWEDLER, W. *Die Construction der Kuppeldächer.* 2. Aufl. Berlin 1878.
 TRÉLAT, E. *La rigidité dans les combles.* Paris 1878.
 Deutsche bautechnische Taschenbibliothek. Heft 10: *Berechnung der Dachwerke.* Von W. Jeep. Leipzig 1876.
 WEYRAUCH, J. J. *Beispiele und Aufgaben zur Berechnung der statisch bestimmten Träger für Brücken und Dächer.* Leipzig 1888.
-