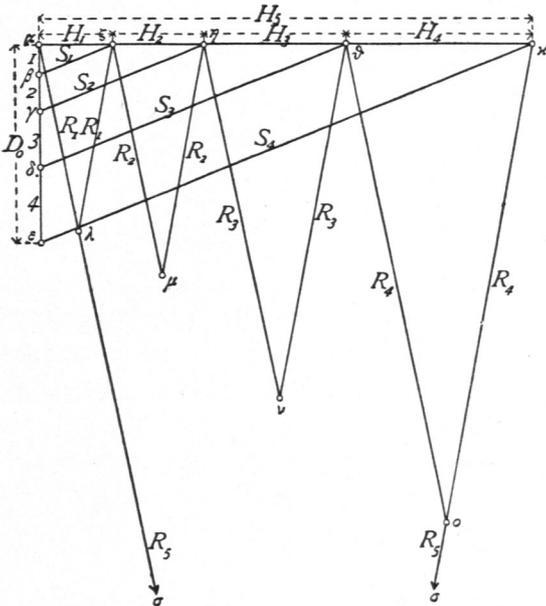


Fig. 330.



$$Y_1 \leq \frac{P_1}{n \sin \alpha \cos \gamma_1};$$

$$Y_2 \leq \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha \cos \gamma_2} \text{ etc. . 352.}$$

Um die Stabspannungen mittels Zeichnung (Fig. 329 u. 330) zu ermitteln, seien die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte 1, 2, 3, 4; alsdann ergibt sich leicht, wenn  $\alpha \beta = 1$ ,  $\beta \gamma = 2$ ,  $\gamma \delta = 3$ ,  $\delta \varepsilon = 4$  gemacht wird,  $\beta \zeta = S_1$ ,  $\zeta \alpha = H_1$ ,  $\gamma \eta = S_2$ ,  $\eta \zeta = H_2$ ,  $\delta \vartheta = S_3$ ,  $\vartheta \eta = H_3$ ,  $\varepsilon \kappa = S_4$ ,  $\kappa \vartheta = H_4$ ; ferner  $\varepsilon \alpha = D_0$ ,  $\alpha \lambda = H_5$ ,  $\zeta \lambda = \lambda \alpha = R_1$ ,  $\eta \mu = \mu \zeta = R_2$ ,  $\vartheta \nu = \nu \eta = R_3$ ,  $\kappa \sigma = \sigma \vartheta = R_4$  und  $\alpha \sigma = \sigma \kappa = R_5$  (= Mauerringspannung).

249.  
Graphische  
Ermittlung  
der Stab-  
spannungen.

Je nachdem nun die Kräfte 1, 2, 3, 4 die Eigengewichte oder die zufälligen Lasten bedeuten, erhält man die durch die eine oder andere Belastung erzeugten Spannungen. Die Spannungen in den Diagonalen sind leicht zu construieren.

c) Steile Zeldächer oder Thurmdächer.

Als lothrechte Belastung ist hier nur das Eigengewicht einzuführen. Eine Belastung durch Schnee findet nicht statt, weil wegen der großen Steilheit des Daches der Schnee nicht liegen bleibt. Diese lothrechte Belastung erzeugt, da die Construction genau so, wie bei den flachen Zeldächern, aus Sparren und Ringen zusammengefasst wird, Spannungen, welche genau, wie dort gezeigt wurde, zu berechnen sind. Auf diese Berechnung soll deshalb hier nicht weiter eingegangen werden. Dagegen spielt der Winddruck hier eine große Rolle, und es sollen die durch diesen erzeugten Spannungen berechnet werden. Zunächst soll die Berechnung für ein vierseitiges Pyramidendach gezeigt werden, für welches eine genaue Berechnung möglich ist.

1) Vierseitiges Pyramidendach.

Der Winddruck auf eine Pyramidenseite ist am größten, wenn die Windrichtung im Grundriß senkrecht zu der betreffenden Rechteckseite steht. Alsdann ist der Winddruck für 1<sup>qm</sup> schräger Dachfläche (Fig. 331 u. 333) nach Gleichung 7:  $v = 120 \sin(\alpha + 10^\circ)$ ; die vom Winde getroffene schräge Dachfläche ist

250.  
Belastung.

$$F = \frac{a \lambda}{2} = \frac{a h}{2 \sin \alpha},$$

mithin der Gesamtdruck gegen eine Pyramidenseite

$$N = \frac{a h v}{2 \sin \alpha} \dots \dots \dots 353.$$

Wir denken uns nun in der Symmetrie-Ebene *II* einen ideellen Binder *ACB* (Fig. 332) und bestimmen die darin durch den Winddruck entstehenden Spannungen; wir nehmen vorläufig die Wagrechten und Diagonalen, wie in Fig. 331 gezeichnet, an. Auf ein oben befindliches Kreuz wirke ein Winddruck *W* in der Höhe  $e_0$  über

dem Firstpunkt  $C$ ; außerdem wirken in den Knotenpunkten  $C, E, F, G \dots$  die Kräfte  $N_0, N_1, N_2, N_3 \dots$  senkrecht zur Dachfläche; die Größe dieser Kräfte ist leicht aus den auf die bezüglichen Knotenpunkte entfallenden Dachflächen zu ermitteln.

251.  
Berechnung  
d. Spannungen  
im ideellen  
Binder.

a) Berechnung der Spannungen im ideellen Binder. Um die Sparrenspannung  $S_1$  (Fig. 332) an der Windseite zu erhalten, lege man einen beliebigen Schnitt durch  $CE$ , etwa nach  $II-III$ , und betrachte das Bruchstück oberhalb des Schnittes. Wählt man  $\mathcal{F}$  als Momentenpunkt, so heißt die Gleichung der statischen Momente (Fig. 334):

$$0 = S_1 c_1 \sin \alpha - W(e_0 + e_1) - N_0 n_0.$$

Nun ist

$$\overline{C\mathcal{F}} = \frac{e_1}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad \cos(180 - 2\alpha) = \frac{n_0}{\overline{C\mathcal{F}}} = -\cos 2\alpha, \quad \text{daher}$$

$$n_0 = -\overline{C\mathcal{F}} \cos 2\alpha = -\frac{e_1}{\sin \alpha} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha}.$$

Man erhält hiernach

$$S_1 = \frac{W(e_0 + e_1)}{c_1 \sin \alpha} + \frac{N_0 e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{c_1 \sin^2 \alpha}.$$

Für irgend einen Sparren  $FG$  ist  $K$  der Momentenpunkt, und es ergibt sich für  $S_3$  der Werth

$$S_3 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} \left[ W(e_0 + e_1 + e_2) + N_0(n_0 + n_1) + N_1 n_1 \right] - N_2 \cotg \alpha.$$

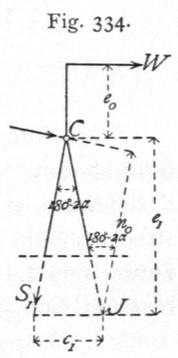
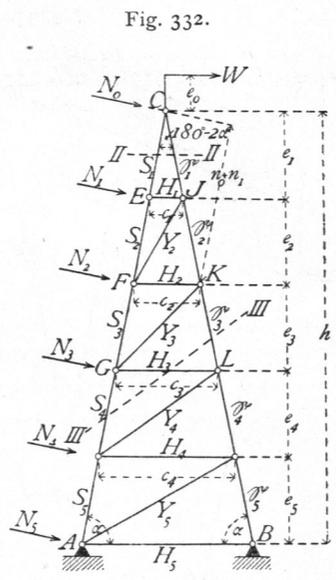
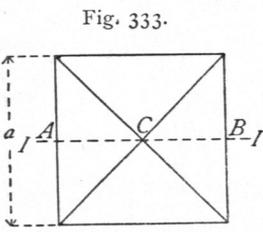
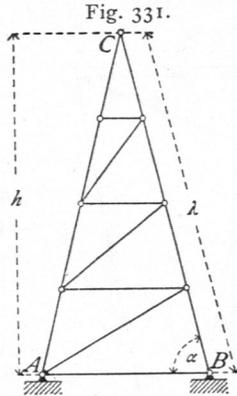
Für irgend einen Sparren  $KL$  auf der Unterwindseite ist  $G$  der Momentenpunkt und

$$\mathcal{S}_3 = -\frac{1}{c_3 \sin \alpha} \left[ W(e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0(e_1 + e_2 + e_3) + N_1(e_2 + e_3) + N_2 e_3}{\sin \alpha} \right].$$

Eben so ergeben sich leicht alle Sparrenspannungen, sowohl auf der Windseite, wie auf der Unterwindseite.

Die Sparren auf der Windseite werden gezogen, diejenigen auf der Unterwindseite werden gedrückt.

Die Spannungen in den Wagrechten und Diagonalen werden gleichfalls mittels der Momentenmethode ermittelt. Um die Spannung  $H_3$  in  $GL$  zu finden, schneide man schräg nach  $III-III'$ ; alsdann ist  $C$  der Momentenpunkt, und es wird



$$H_3 = - \frac{N_1 e_1 + N_2 (e_1 + e_2) + N_3 (e_1 + e_2 + e_3)}{(e_1 + e_2 + e_3) \sin \alpha} + \frac{W e_0}{e_1 + e_2 + e_3}$$

Die Spannung  $Y_3$  endlich in der Diagonalen  $GK$  wird, da für  $GK$  wiederum  $C$  der conjugirte Punkt ist, durch die Momentengleichung für  $C$  gefunden. Man erhält, wenn  $y_3$  der Hebelsarm von  $Y_3$  für den Momentenpunkt  $C$  ist,

$$Y_3 = \frac{1}{y_3} \frac{N_1 e_1 + N_2 (e_1 + e_2)}{\sin \alpha} - \frac{W e_0}{y_3}$$

Ob die Diagonalen und Wagrechten Druck oder Zug erhalten, hängt wesentlich von der Größe des Momentes  $W e_0$  ab. Ist  $W = 0$ , so werden bei der gezeichneten Richtung der Diagonalen die Wagrechten gedrückt, die Diagonalen gezogen. Bei der entgegengesetzten Windrichtung findet entgegengesetzte Beanspruchung statt.

β) Graphische Ermittlung der Spannungen im ideellen Binder. Wird zunächst von der Kraft  $W$  abgesehen, so ergibt sich ohne Schwierigkeit der in Fig. 335 gezeichnete Kräfteplan, worin alle Stabspannungen, welche durch Winddruck erzeugt werden, enthalten sind.

252.  
Graphische Ermittlung d. Spannungen im ideellen Binder.

Fig. 335.

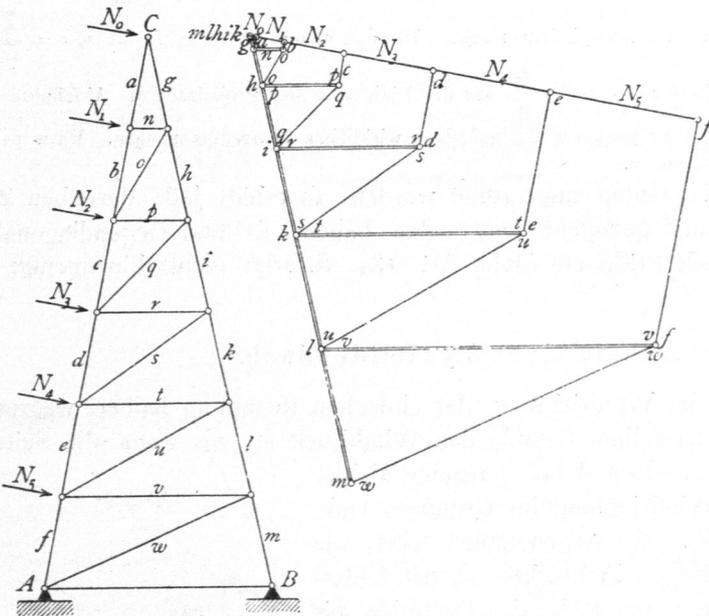
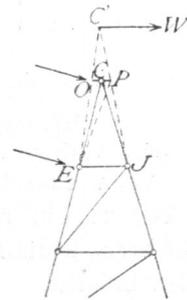


Fig. 336.



Falls noch ein Winddruck  $W$  vorhanden ist, so empfiehlt es sich, für die graphische Bestimmung der Spannungen statt der wirklich vorhandenen Stäbe  $EC$  und  $JC$  zwei Stäbe  $EC'$  und  $J'C'$  einzuführen, wobei  $C'$  der Schnittpunkt der Kraft  $W$  mit der Mittel-Lothrechten (Fig. 336) ist; die Ermittlung kann dann

für den Thurm mit der Spitze  $EOC'PJ'$  nach der *Cremona'schen* Methode erfolgen. Die Spannungen in  $EC$  und  $J'C$  können mit geringem Fehler denjenigen, welche sich für  $EO$  und  $PJ'$  ergeben haben, gleich gesetzt werden.

γ) Zurückführung der Spannungen im ideellen Binder auf die wirklichen Stabspannungen. Die bisher berechneten Spannungen finden im ideellen Binder  $ACB$  (Fig. 337) statt. Jede Spannung in einem Stabe des ideellen Binders wird nun durch zwei Stabspannungen der beiden wirklichen Binder geleistet, deren Ebenen mit derjenigen des ideellen Binders den Winkel  $(90 - \alpha)$  einschließen.

253.  
Wirkliche Stabspannungen.

Die Spannung  $S$  in irgend einem Sparren des ideellen Binders wird durch zwei Spannungen  $S'$  ersetzt; demnach ist

$S = 2 S' \cos (90 - \delta) = 2 S' \sin \delta$ ,  
woraus

$$S' = \frac{S}{2 \sin \delta}; \dots 354.$$

eben so

$$\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{2 \sin \delta} \dots 355.$$

Ferner wird  $H = 2 H'$ , woraus

$$H' = \frac{H}{2}; \dots 356.$$

$$Y = 2 Y' \cos \varepsilon,$$

woraus

$$Y' = \frac{Y}{2 \cos \varepsilon} \dots 357.$$

Auch auf graphischem Wege ist die Zurückführung leicht. Man construire (Fig. 338) den Winkel  $(90 - \delta)$ , bzw.  $\varepsilon$ , was keine Schwierigkeiten macht. Ist  $\sphericalangle r m n = 90 - \delta$ , so ist  $\overline{m r} = \frac{\overline{m n}}{\sin \delta}$ .

Man trage demnach die Werthe für  $\frac{S}{2}$  und  $\frac{\mathcal{E}}{2}$  auf der Linie  $m n$  ab, projicire diese Abschnitte auf  $m r$ ; alsdann erhält man in den Projectionen die gefuchten wirklichen Sparrenspannungen. Eben so ist die Division durch  $\cos \varepsilon$  vorzunehmen.

Wenn einfache Diagonalen angeordnet werden, so erhält jede derselben Zug und Druck; will man nur gezogene Diagonalen haben, so sind Gegendiagonalen einzuführen, worüber nach Früherem (siehe Art. 184, S. 167) nichts hinzugefügt zu werden braucht.

### 2) Achtfeitiges Pyramidendach.

254.  
Belastung.

Wir nehmen hier die Windrichtung, der einfachen Rechnung halber, wagrecht an und berechnen aus demselben Grunde den Winddruck so, als wenn die Seitenflächen lothrecht ständen. Der dabei gemachte Fehler ist gering. Wenn die Windrichtung im Grundriß senkrecht zur Seite  $m n$  (Fig. 339) angenommen wird, die Seitenlänge des regelmäßigen Achteckes an der Unterkante der Pyramide mit  $a$ , die Höhe der Pyramide mit  $h$  und der Druck für die Flächeneinheit mit  $p$  bezeichnet wird, so ist der Druck gegen die Fläche  $F$  demnach

$$W = \frac{p a h}{2} \dots 358.$$

Der Winddruck auf die Fläche  $F_1$  (Fig. 340) ergibt sich unter obigen vereinfachenden Annahmen folgendermaßen. Die (lothrecht gedachte) Fläche schließt mit der angenommenen Windrichtung (Fig. 339) einen Winkel  $(90 - \gamma)$  ein; mithin ist der senkrechte Winddruck auf die Fläche für die Flächeneinheit nach Art. 27 (S. 21)

Fig. 337.

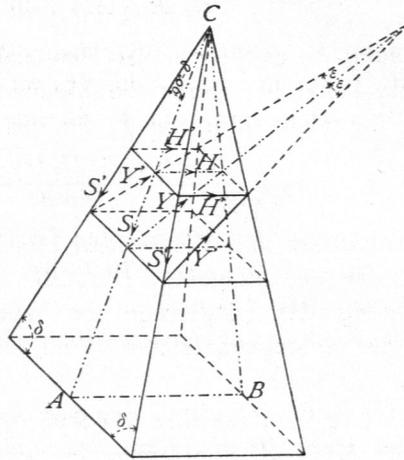


Fig. 338.

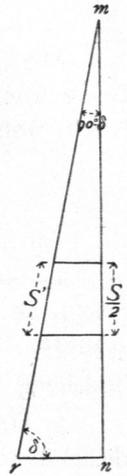


Fig. 339.

