

Die Maximal- und Minimalspannungen in den Ringen, durch zufällige Belaftung erzeugt, betragen nach Gleichung 335:

Laternenring:  $R_1^{\text{min}} = -15826 \cdot 15,38 \cdot 0,16 = -38932 \text{ kg}$  und  $R_1^{\text{max}} = 0$ ;

2. Ring:  $R_2^{\text{min}} = -28122 \cdot 5,7 \cdot 0,16 = -25647 \text{ kg}$ ,  
 $R_2^{\text{max}} = 15826 (15,38 - 5,7) \cdot 0,16 = +24514 \text{ kg}$ ;

3. Ring:  $R_3^{\text{min}} = -42182 \cdot 2,9 \cdot 0,16 = -19572 \text{ kg}$ ,  
 $R_3^{\text{max}} = 43948 \cdot 2,8 \cdot 0,16 = +19689 \text{ kg}$ ;

4. Ring:  $R_4^{\text{min}} = -56243 \cdot 1,77 \cdot 0,16 = -15926 \text{ kg}$ ,  
 $R_4^{\text{max}} = 86130 \cdot 1,13 \cdot 0,16 = +15589 \text{ kg}$ ;

5. Ring:  $R_5^{\text{min}} = -70304 \cdot 1,19 \cdot 0,16 = -13386 \text{ kg}$ ,  
 $R_5^{\text{max}} = 142373 \cdot 0,58 \cdot 0,16 = +13212 \text{ kg}$ ;

Mauerring:  $R_6^{\text{min}} = 0$  und  $R_6^{\text{max}} = 212677 \cdot 1,19 \cdot 0,16 = +40494 \text{ kg}$ .

Was schliesslich die Spannungen in den Diagonalen betrifft, so braucht nur die am stärksten beanspruchte Diagonale berechnet zu werden, weil selbst diese noch sehr schwach wird. Gewöhnlich macht man dann alle Diagonalen gleich stark.

Die grösste durch zufällige Belaftung erzeugte Sparrenspannung ist durch die Diagonale zu übertragen (siehe Art. 241, S. 226); dieselbe ist  $S_5^{\text{p}} = -10319 \text{ kg}$ , und es hat demnach eine Diagonale höchstens diese Kraft aufzunehmen. Die Spannung in der Diagonalen wird demnach kleiner sein, als  $\frac{10319}{\cos \gamma}$ ; da nun nahezu (Fig. 325)  $\cos \gamma = \frac{5,22}{7,02} = 0,744$  ist, wird  $Y < \frac{10319}{0,744}$  oder  $Y < 13870 \text{ kg}$  sein.

Man könnte noch für einige der oberen Diagonalen die Spannungen aufsuchen, was nach dem Vorstehenden keine Schwierigkeit macht. Für die Querschnittsbestimmungen kann nun, wie bei den früheren Beispielen, eine Tabelle aufgestellt werden.

Bezeichnung des Stabes	$P_0$	$P_1$	Bezeichnung des Stabes	$P_0$	$P_1$	$P_2$
Sparren:			Ringe:			
$S_1$	- 4766	- 7 608	$R_1$	- 24 396	- 38 932	0
$S_2$	- 4346	- 7 966	$R_2$	+ 2 524	+ 24 514	- 25 647
$S_3$	- 4402	- 8 400	$R_3$	+ 953	+ 19 689	- 19 572
$S_4$	- 4651	- 9 045	$R_4$	+ 183	+ 15 589	- 15 926
$S_5$	- 5258	- 10 319	$R_5$	+ 98	+ 13 212	- 13 386
Diagonalen:			$R_6$	+ 20 636	+ 40 494	0
$Y$	0	13 870				
	Kilogramm			Kilogramm		

## b) Flache Zeltdächer.

Die Zeltdächer bilden Pyramiden, und zwar in den allermeisten Fällen regelmässige Pyramiden. Man kann sie aus einer Anzahl radial gestellter Binder, die unter die fog. Grate kommen, construiren, in welchem Falle die Berechnung eines jeden Binders unter Zugrundelegung der auf ihn entfallenden Belaftungen vorzunehmen ist, wie bei den Balkendächern gezeigt wurde, oder man legt auch hier, wie bei den Kuppeln, alle Constructionstheile in die Dachflächen, so dass sich eine

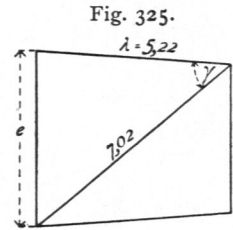
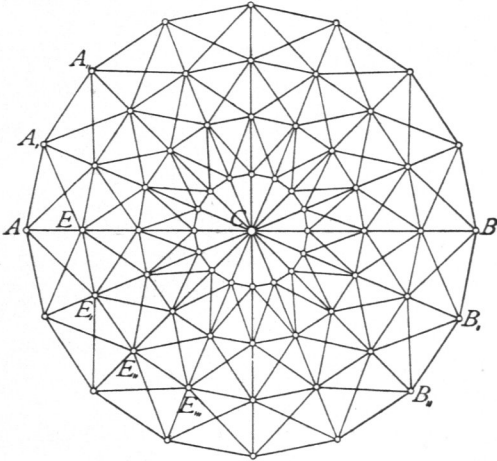


Fig. 326.



der dortigen entsprechende Construction ergibt. In diesem Falle (Fig. 326) werden eine Anzahl Binder Sparren  $A C$ ,  $A_1 C$ ,  $A_2 C$ ,  $B C$ ,  $B_1 C$ ,  $B_2 C \dots$  angeordnet; zwischen denselben befinden sich wagrechte Ringe  $E$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3 \dots$  und in den viereckigen Feldern der Dachflächen, wegen der ungleichmäßigen Belastungen, Diagonalen. Auch hier wird oft in der Dachmitte eine Laterne angeordnet, welche sich auf einen Laternenring stützt, gegen den sich die oberen Sparrenenden lehnen. Wir werden hier nur die der Kuppelconstruction entsprechende Anordnung betrachten, da die erstere keine be-

sonderen Schwierigkeiten bietet. Obgleich die grössere oder geringere Neigung der Dachflächen keinen grundlegenden Unterschied bedingt, wollen wir die Zeltdächer dennoch in flache und steile Zeltdächer eintheilen, weil bei den ersteren die Belastung durch Schnee, bei den letzteren diejenige durch Wind die maßgebende zufällige Belastung ist.

Zu den flachen Zeltdächern gehören die Circus- und Theaterdächer, die Dächer über Panoramen, Locomotivschuppen etc., zu den steilen hauptsächlich die Thurmdächer.

### 1) Belastungen und Auflagerdrücke.

Ueber die Belastung der flachen Zeltdächer gilt dasselbe, was von den Belastungen der Kuppeldächer in Art. 239 (S. 225) gesagt ist; wir bestimmen also auch hier das Eigengewicht, den Schnee- und den Winddruck für  $1 \text{ m}^2$  der Grundfläche, berücksichtigen aber vom Winddruck nur die lothrechten Seitenkräfte  $v$ , für welche die Werthe in Art. 28 (S. 22) angegeben sind. Die Knotenpunktbelastungen sind den Grundflächen proportional, welche auf die einzelnen Knotenpunkte entfallen, demnach leicht zu ermitteln.

Auch hier betrachten wir nur volle Belastung des ganzen Zeltdaches und solche theilweise Belastungsarten, bei denen ganze Ringzonen zufällig belastet sind.

Von den Auflagerdrücken gilt gleichfalls dasselbe, was bei den Kuppeldächern gesagt wurde. Da auch hier ein fog. Mauerring die wagrechten Seitenkräfte der Spannungen in den untersten Sparrentheilen aufhebt, so sind für die in Aussicht zu nehmenden Belastungsarten die Auflagerdrücke bei den einzelnen Sparren gleich den auf dieselben entfallenden Lasten.

### 2) Stabspannungen.

$\alpha$ ) Ungünstigste Beanspruchungen der einzelnen Stäbe. Die genaue Bestimmung der ungünstigsten Belastungsarten und der bei ungleichmäßig vertheilter Belastung entstehenden Spannungen ist auch hier sehr schwierig. Werden nur volle Belastung des ganzen Daches und die Belastungen ganzer Ringzonen zu Grunde gelegt, so ergibt sich aus den aufzustellenden Gleichungen leicht, daß die ungünstigste Belastungsart für die Sparren, so wie für alle Ringe bei voller Belastung des ganzen

246.  
Belastungen.

247.  
Auflager-  
drücke.

248.  
Berechnung  
der Stab-  
spannungen.

Daches stattfindet. Bezüglich der Diagonalen verfahren wir genau, wie bei den Kuppeldächern (siehe Art. 241, S. 226).

β) Spannungen in den Sparren. Es mögen wiederum  $G_1, G_2 \dots G_m \dots$  die Eigengewichte der ganzen Ringzonen,  $P_1, P_2, \dots P_m \dots$  die zufälligen Belastungen derselben sein; alsdann sind, falls  $n$  Sparren vorhanden sind, die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte bezw.  $\frac{G_1}{n}, \frac{G_2}{n} \dots \frac{G_m}{n} \dots$  und  $\frac{P_1}{n}, \frac{P_2}{n} \dots \frac{P_m}{n} \dots$

Allgemein wirke in einem Knotenpunkte (Fig. 327) die Last  $Q$ ; alsdann sind die in dem  $m$ -ten Knotenpunkte  $E$  (von der Laterne, bezw. der Mitte an gerechnet) wirkenden Kräfte  $S_{m-1}, S_m, Q_m$  und die Mittelkraft  $H_m$  der beiden Ringspannungen  $R_m$  im Gleichgewicht. Demnach ist (Fig. 328)

$$0 = Q_m + S_m \sin \alpha - S_{m-1} \sin \alpha, \text{ woraus } S_m = -\frac{Q_m}{\sin \alpha} + S_{m-1}.$$

Für den ersten Sparrentheil, für  $m = 1$ , wird, falls eine Laterne vorhanden ist,  $S_{m-1} = 0$ ; daher

$$S_1 = -\frac{Q_1}{\sin \alpha}; \quad S_2 = -\frac{Q_2}{\sin \alpha} - \frac{Q_1}{\sin \alpha} = -\frac{Q_2 + Q_1}{\sin \alpha};$$

$$S_3 = -\frac{Q_3}{\sin \alpha} - \frac{Q_2 + Q_1}{\sin \alpha} = -\frac{Q_3 + Q_2 + Q_1}{\sin \alpha} \text{ etc.}$$

Fig. 327.

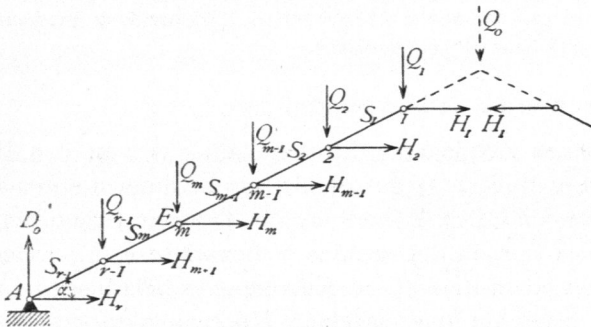
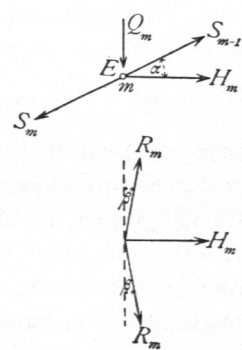


Fig. 328.



Allgemein wird

$$S_m = -\frac{\sum_1^m (Q)}{\sin \alpha} \dots \dots \dots 340.$$

Die Sparrenspannungen durch das Eigengewicht werden erhalten, indem der Reihe nach für  $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$  bezw.  $\frac{G_1}{n}, \frac{G_2}{n}, \frac{G_3}{n} \dots$  eingesetzt wird. Man erhält

$$S_m^g = -\frac{\sum_1^m (G)}{n \sin \alpha} \dots \dots \dots 341.$$

Für  $m = 1, 2, 3 \dots$  wird

$$S_1^g = -\frac{G_1}{n \sin \alpha}; \quad S_2^g = -\frac{G_1 + G_2}{n \sin \alpha}; \quad S_3^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3}{n \sin \alpha} \text{ etc.} \quad 342.$$

Aus der Gleichung 340 ergibt sich, dass die Sparrenspannungen durch zufällige Last am größten bei voller Belaftung sind, und zwar wird

$$S_m^{\phi \max} = - \frac{\sum_1^m (P)}{n \sin \alpha} \dots \dots \dots 343.$$

und für  $m = 1, 2, 3 \dots$

$$S_1^{\phi \max} = - \frac{P_1}{n \sin \alpha}; \quad S_2^{\phi \max} = - \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha}; \quad S_3^{\phi \max} = - \frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha} \text{ etc. } 344.$$

Falls keine Laterne vorhanden ist, gelten die Gleichungen 340 bis 344 ebenfalls; nur ist überall in die Summen auch  $Q_0$  aufzunehmen, d. h. der Theil der Firftbelastung, welcher auf den Sparren entfällt.

γ) Spannungen in den Ringen. Die algebraische Summe der in  $E$  (Fig. 328) wirkenden wagrechten Kräfte ist gleich Null, d. h.

$$0 = H_m + S_{m-1} \cos \alpha - S_m \cos \alpha,$$

woraus

$$H_m = (S_m - S_{m-1}) \cos \alpha = - \frac{\sum_1^m (Q) - \sum_1^{m-1} (Q)}{\sin \alpha} \cos \alpha = - Q_m \cotg \alpha.$$

Nun ist  $H_m = 2 R_m \sin \beta$  und, da nach Art. 241 (S. 226)  $\beta = \frac{\pi}{n}$  ist,

$$R_m = - \frac{H_m}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = - \frac{Q_m \cotg \alpha}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 345.$$

Die Belastung durch das Eigengewicht erzeugt demnach eine Spannung

$$R_m^g = - \frac{G_m \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 346.$$

Falls ein Laternenring vorhanden ist, so gilt die Gleichung 346 auch für diesen. Für denselben ist  $m = 1$  und  $\sum_1^{m-1} (Q) = 0$ , so wie  $\sum_1^m (Q) = Q_1$ . Wir erhalten demnach für  $m = 1, 2, 3 \dots$

$$R_1^g = - \frac{G_1 \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}; \quad R_2^g = - \frac{G_2 \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \text{ etc. } \dots \dots \dots 347.$$

Die Gleichungen 346 u. 347 ergeben, daß in sämtlichen Ringen durch das Eigengewicht Druck erzeugt wird; die Gleichung 345 gilt aber nicht für den Mauerring. Am Knotenpunkt  $A$  (Fig. 327) wirken die Kräfte  $D_0 = \sum (Q)$ ,  $H_r$  und  $S_{r-1}$ ; mithin ist  $S_{r-1} \cos \alpha + H_r = 0$ , woraus  $H_r = - S_{r-1} \cos \alpha$ . Ferner ist

$$D_0 + S_{r-1} \sin \alpha = 0, \text{ woraus } S_{r-1} = - \frac{\sum_1^{r-1} (Q)}{\sin \alpha}. \text{ Es wird demnach } H_r = \sum_1^{r-1} (Q) \cotg \alpha$$

und, da  $R_r = \frac{H_r}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$  ist, wird

$$R_r = \frac{\sum_1^{r-1} (Q) \cotg \alpha}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 348.$$

Der Mauerring erhält also Zug.

Das Eigengewicht erzeugt in demselben die Spannung

$$R_r^g = \frac{(G_1 + G_2 + \dots + G_{r-1}) \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 349.$$

Die größte durch zufällige Belaftung erzeugte Spannung findet in einem Ringe nach Gleichung 345 statt, wenn  $Q_m$  seinen größten Werth hat. Da  $Q$ , außer beim Mauerring, nie negativ wird, so ist die Ringspannung durch zufällige Belaftung, abgesehen vom Mauerring, stets Druck. Es wird demnach

$$R_1^{\phi \text{ min}} = - \frac{P_1 \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}; \quad R_2^{\phi \text{ min}} = - \frac{P_2 \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \text{ etc.};$$

allgemein

$$R_m^{\phi \text{ min}} = - \frac{P_m \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 350.$$

Weiters ist  $R_1^{\phi \text{ max}} = R_2^{\phi \text{ max}} = R_m^{\phi \text{ max}} = 0$ . Die größte Druckspannung in einem Ringe findet also schon statt, wenn nur die betreffende Zone belaftet ist; die Belaftung der übrigen Zonen ist auf die Ringspannung ohne Einfluss. Man kann demnach auch sagen, dass die größte Ringspannung in allen Ringen bei zufälliger Belaftung des ganzen Daches stattfindet.

Im Mauerring findet der größte Zug durch zufällige Belaftung bei voller Belaftung statt, und es ist derselbe

$$R_r^{\phi \text{ max}} = \frac{(P_1 + P_2 \dots + P_{r-1}) \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 351.$$

Druck findet in demselben nicht statt.

δ) Spannungen in den Diagonalen.

Für dieselbe Belaftungsart, welche bei den Kuppeln zu Grunde gelegt ist, ergibt sich der Spannungsunterschied in zwei benachbarten Sparren, zwischen denen die Belaftungsgrenze liegt, zu

$$\Delta = \frac{\sum_1^m (P)}{n \sin \alpha}$$

und die Spannung in der Diagonalen, welche dieselbe übertragen soll, höchstens zu

$$Y = \frac{\sum_1^m (P)}{n \sin \alpha \cos \gamma},$$

wenn  $\gamma$  der Winkel zwischen der Diagonalen und dem Sparren ist. Demnach wird

Fig. 329.

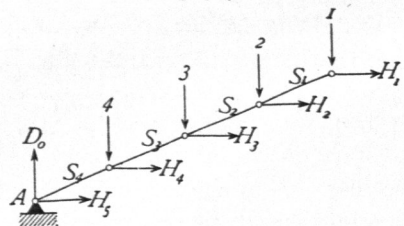
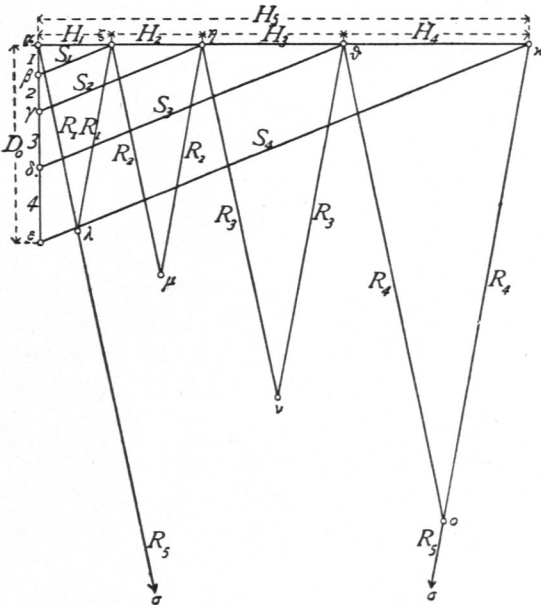


Fig. 330.



$$Y_1 \leq \frac{P_1}{n \sin \alpha \cos \gamma_1};$$

$$Y_2 \leq \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha \cos \gamma_2} \text{ etc. . 352.}$$

Um die Stabspannungen mittels Zeichnung (Fig. 329 u. 330) zu ermitteln, seien die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte 1, 2, 3, 4; alsdann ergibt sich leicht, wenn  $\alpha \beta = 1$ ,  $\beta \gamma = 2$ ,  $\gamma \delta = 3$ ,  $\delta \varepsilon = 4$  gemacht wird,  $\beta \zeta = S_1$ ,  $\zeta \alpha = H_1$ ,  $\gamma \eta = S_2$ ,  $\eta \zeta = H_2$ ,  $\delta \vartheta = S_3$ ,  $\vartheta \eta = H_3$ ,  $\varepsilon \kappa = S_4$ ,  $\kappa \vartheta = H_4$ ; ferner  $\varepsilon \alpha = D_0$ ,  $\alpha \lambda = H_5$ ,  $\zeta \lambda = \lambda \alpha = R_1$ ,  $\eta \mu = \mu \zeta = R_2$ ,  $\vartheta \nu = \nu \eta = R_3$ ,  $\kappa \sigma = \sigma \kappa = R_4$  und  $\alpha \sigma = \sigma \alpha = R_5$  (= Mauerringspannung).

249.  
Graphische  
Ermittlung  
der Stab-  
spannungen.

Je nachdem nun die Kräfte 1, 2, 3, 4 die Eigengewichte oder die zufälligen Lasten bedeuten, erhält man die durch die eine oder andere Belastung erzeugten Spannungen. Die Spannungen in den Diagonalen sind leicht zu construieren.

c) Steile Zeldächer oder Thurmdächer.

Als lothrechte Belastung ist hier nur das Eigengewicht einzuführen. Eine Belastung durch Schnee findet nicht statt, weil wegen der großen Steilheit des Daches der Schnee nicht liegen bleibt. Diese lothrechte Belastung erzeugt, da die Construction genau so, wie bei den flachen Zeldächern, aus Sparren und Ringen zusammengefasst wird, Spannungen, welche genau, wie dort gezeigt wurde, zu berechnen sind. Auf diese Berechnung soll deshalb hier nicht weiter eingegangen werden. Dagegen spielt der Winddruck hier eine große Rolle, und es sollen die durch diesen erzeugten Spannungen berechnet werden. Zunächst soll die Berechnung für ein vierseitiges Pyramidendach gezeigt werden, für welches eine genaue Berechnung möglich ist.

1) Vierseitiges Pyramidendach.

Der Winddruck auf eine Pyramidenseite ist am größten, wenn die Windrichtung im Grundriß senkrecht zu der betreffenden Rechteckseite steht. Alsdann ist der Winddruck für 1 qm schräger Dachfläche (Fig. 331 u. 333) nach Gleichung 7:  $v = 120 \sin(\alpha + 10^\circ)$ ; die vom Winde getroffene schräge Dachfläche ist

$$F = \frac{a \lambda}{2} = \frac{a h}{2 \sin \alpha},$$

mithin der Gesamtdruck gegen eine Pyramidenseite

$$N = \frac{a h v}{2 \sin \alpha} \dots \dots \dots 353.$$

Wir denken uns nun in der Symmetrie-Ebene *II* einen ideellen Binder *ACB* (Fig. 332) und bestimmen die darin durch den Winddruck entstehenden Spannungen; wir nehmen vorläufig die Wagrechten und Diagonalen, wie in Fig. 331 gezeichnet, an. Auf ein oben befindliches Kreuz wirke ein Winddruck *W* in der Höhe  $e_0$  über

250.  
Belastung.