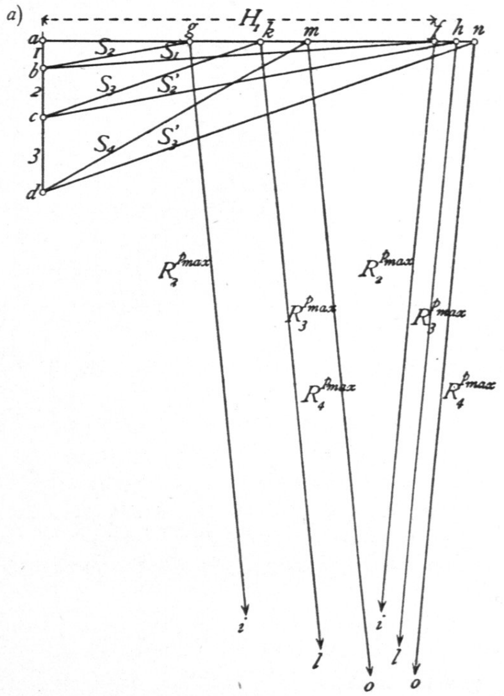
Fig. 320.



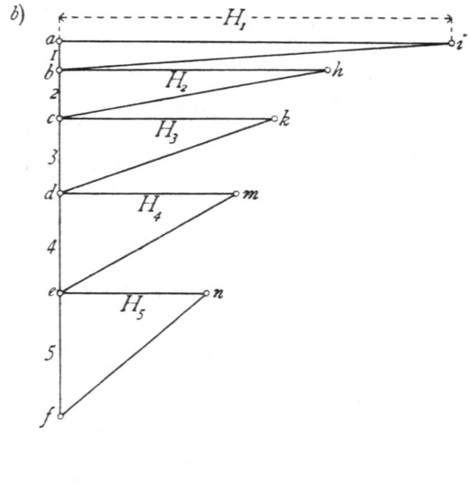
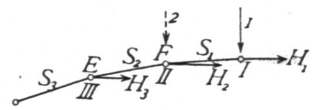


Fig. 321.



Im Ringe *III* ift Maximalfpannung, wenn die Zonen zu den Ringen *I* und *II* belaftet find; alsdann wirken in *F* die Kräfte $S_1 = f\,b$, $2 = b\,c = \frac{P_2}{n}$, S_2' und H_2'. Man erhält leicht $H_2' = h\,f$, $S_2' = c\,h$. In *E* find dann S_2', S_3 und H_3 im Gleichgewicht und $H_3 = k\,h$, woraus $R_3^{p}\,max = k\,l = l\,h$. Eben fo wird $R_4^{p}\,max = o\,n = m\,o$ etc.

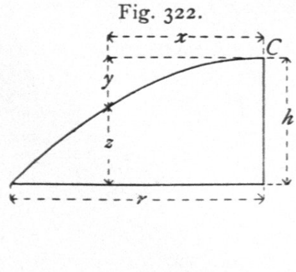
Minimalfpannung im Ringe *I* findet bei voller Kuppelbelaftung ftatt; alsdann wirkt in *J* die Kraft $1 = \frac{P_1}{n}$, und es wird, wenn (Fig. 320*b*) $a\,b = 1$ ift, $i\,a = H_1$. Die Zerlegung in die beiden Ringfpannungen ift dann in gleicher Weife wie oben vorzunehmen. Für Ring *II* findet Minimalfpannung bei einer Belaftung der Zonen *II*, *III*, *IV* ftatt; *I* ift unbelaftet; mithin ift S_1 alsdann gleich Null (fiehe Gleichung 327). Ift $b\,c = \frac{P_2}{n} = 2$, fo wird $h\,b = H_2$. Eben fo wird weiter für die Minimalbelaftungen der einzelnen Ringe $H_3 = k\,c$, $H_4 = m\,d$, $H_5 = n\,e$.

ε) Die Conftruction der Spannungen in den Diagonalen ift fo einfach, dafs diefelbe nicht weiter gezeigt zu werden braucht.

3) Erzeugende Kuppelcurve.

Die erzeugende Curve ift in den meiften Fällen eine Parabel (Fig. 322) der Gleichung $y = \frac{h\,x^2}{r^2}$, bei welcher der Anfangspunkt der Coordinaten im Scheitel *C* liegt, die halbe Spannnweite gleich *r*, die Pfeilhöhe gleich *h* gefetzt ift, oder eine cubifche Parabel der Gleichung $y = \frac{h\,x^3}{r^3}$. Letztere Curvenform hat den Vortheil, dafs in den Zwifchenringen bei gleichmäfsig vertheilter Belaftung die Spannung Null herrfcht und dafs 243. Parabel-Kuppel.

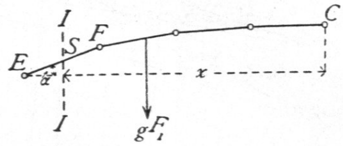
Fig. 322.

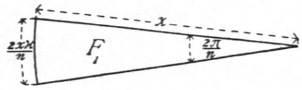


die Spannungen in den Sparren nahezu conftant find, was fich folgendermafsen ergiebt.

Die Spannung im Sparrenftab $E F$ (Fig. 323) ift durch Betrachtung des Theiles zwifchen dem Scheitel C und dem durch die Sparrenmitte gelegten Schnitte $I I$ zu ermitteln. Die algebraifche Summe der auf diefes Stück wirkenden lothrechten Kräfte ift gleich Null, daher, wenn die belaftende Grundfläche mit F_1, die Belaftung für 1 qm der Grundfläche mit g bezeichnet wird, $S \sin \alpha = g F_1$. Nun ift $F_1 = \frac{x^2 \pi}{n}$, mithin $S \sin \alpha = \frac{g x^2 \pi}{n} = S \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha$.

Fig. 323.





Wird ftatt des Vieleckes die ftetig gekrümmte Curve der Berechnung zu Grunde gelegt, fo ift $y = \frac{h x^3}{r^3}$ und $\operatorname{tg} \alpha = \frac{d y}{d x} = \frac{3 h x^2}{r^3}$; mithin

$$S \cos \alpha \frac{3 h x^2}{r^3} = \frac{g x^2 \pi}{n}, \quad \text{woraus} \quad S \cos \alpha = \frac{g \pi r^3}{3 n h}, \quad \ldots \ldots \quad 338.$$

d. h. $S \cos \alpha$ ift conftant. Da aber wegen der flachen Neigung der Kuppel der Winkel α fehr klein ift, fo ändert fich auch $\cos \alpha$ fehr wenig; die Spannung ift daher im ganzen Sparren nahezu conftant.

Betrachtet man nun einen Knotenpunkt E (Fig. 317) und fetzt die algebraifche Summe der in ihm wirkenden wagrechten Kräfte gleich Null, fo wird

$$0 = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} - H_m, \quad \text{woraus} \quad H_m = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} = 0,$$

da nach Gleichung 338 $S \cos \alpha$ conftant ift. Die Ringfpannung ift dann

$$R = \frac{H}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = 0 \, . \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 339.$$

Die obigen Angaben find damit bewiefen.

Es möge noch bemerkt werden, dafs der theoretifche Materialaufwand bei einer nach der cubifchen Parabel gekrümmten Kuppel nur $^2/_3$ desjenigen Materialaufwandes beträgt, der fich bei einer nach der gemeinen Parabel gekrümmten Kuppel ergiebt.

244. Beifpiel.

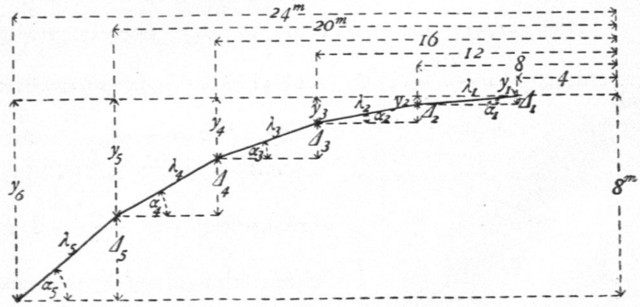
Beifpiel. Es ift ein Kuppeldach von nachfolgenden Hauptmafsen und Belaftungen zu conftruiren: Durchmeffer des zu überdachenden kreisförmigen Raumes gleich 47 m, demnach der Durchmeffer des dem Mauerring umfchriebenen Parallelkreifes $2 L = 48$ m; Scheitelhöhe der Kuppel $h = 8$ m; es find 6 Ringe mit den Halbmeffern 4, 8, 12, 16, 20 und 24 m und $n = 32$ Sparren anzuordnen; das Eigengewicht ift zu 70 kg für 1 qm Grundfläche anzunehmen; als mittlere Dachneigung ift $\frac{h}{2 L} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$ einzuführen, und es ergiebt fich hieraus nach Art. 26 (S. 20 ff.) als Belaftung durch Schnee für 1 qm Grundfläche 75 kg, als Belaftung durch Winddruck (fiehe Art. 28, S. 22) für 1 qm Grundfläche $\mathfrak{v} = 64$ kg, fo dafs die gefammte zufällige Belaftung für 1 qm Grundfläche abgerundet 140 kg beträgt; die Laterne wiegt 2000 kg.

Die Kuppelfläche fei durch Umdrehung einer cubifchen Parabel der Gleichung

$$y = \frac{h x^3}{r^3} = \frac{8}{24^3} x^3 = 0{,}00058 \, x^3$$

entftanden. Man erhält für die verfchiedenen, durch die Ringe vorgefchriebenen Eckpunkte des Vieleckes (Fig. 324)

Fig. 324.



$x =$	4	8	12	16	20	24	m
$y =$	0,04	0,30	1,00	2,38	4,64	8,0	»
$h - y = z =$	7,96	7,70	7,00	5,62	3,36	0	»

Ferner ist

$$\Delta_1 = y_2 - y_1 = 0{,}26\,\text{m};\ \Delta_2 = y_3 - y_2 = 0{,}7\,\text{m};\ \Delta_3 = y_4 - y_3 = 1{,}38\,\text{m};\ \Delta_4 = y_5 - y_4 = 2{,}26\,\text{m};$$
$$\Delta_5 = y_6 - y_5 = 3{,}36\,\text{m}.$$

$$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + \Delta_1^2} = 4{,}01\,\text{m};\ \lambda_2 = 4{,}06\,\text{m};\ \lambda_3 = 4{,}23\,\text{m};\ \lambda_4 = 4{,}59\,\text{m};\ \lambda_5 = 5{,}22\,\text{m}.$$

$$\sin\alpha_1 = \frac{\Delta_1}{\lambda_1} = 0{,}0648;\ \sin\alpha_2 = 0{,}1724;\ \sin\alpha_3 = 0{,}32;\ \sin\alpha_4 = 0{,}492;\ \sin\alpha_5 = 0{,}644.$$

$$\operatorname{cotg}\alpha_1 = \frac{4}{\Delta_1} = 15{,}38;\ \operatorname{cotg}\alpha_2 = 5{,}7;\ \operatorname{cotg}\alpha_3 = 2{,}9;\ \operatorname{cotg}\alpha_4 = 1{,}77;\ \operatorname{cotg}\alpha_5 = 1{,}19.$$

$$\frac{\pi}{n} = \frac{180}{32} = 5^0\,37{,}5';\ \sin\frac{\pi}{n} = \sin 5^0\,37{,}5' = 0{,}098;\ \frac{1}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}} = \frac{1}{64\cdot 0{,}098} = 0{,}16.$$

Die Eigengewichte, bezw. zufälligen Belastungen der einzelnen Ringe sind:

Laternenring: $G_1 = 2000 + 6^2\,\pi\cdot 70 = 9\,913\,\text{kg},\ P_1 = 6^2\,\pi\cdot 140 = 15\,826\,\text{kg};$

2. Ring: $G_2 = (10^2 - 6^2)\,\pi\cdot 70 = 14\,067\,\text{kg},\ P_2 = (10^2 - 6^2)\,\pi\ 140 = 28\,122\,\text{kg};$

3. Ring: $G_3 = (14^2 - 10^2)\,\pi\cdot 70 = 21\,100\,\text{kg},\ P_3 = (14^2 - 10^2)\,\pi\cdot 140 = 42\,182\,\text{kg};$

4. Ring: $G_4 = (18^2 - 14^2)\,\pi\cdot 70 = 28\,133\,\text{kg},\ P_4 = (18^2 - 14^2)\,\pi\cdot 140 = 56\,243\,\text{kg};$

5. Ring: $G_5 = (22^2 - 18^2)\,\pi\cdot 70 = 35\,168\,\text{kg},\ P_5 = (22^2 - 18^2)\,\pi\cdot 140 = 70\,304\,\text{kg}.$

Die Spannungen in den Sparren, welche durch das Eigengewicht hervorgebracht werden, sind nach Gleichung 328:

$$S_1^g = -\frac{G_1}{n\sin\alpha_1} = -\frac{9913}{32\cdot 0{,}065} = -4766\,\text{kg};$$
$$S_2^g = -\frac{G_1 + G_2}{n\sin\alpha_2} = -\frac{23\,980}{32\cdot 0{,}1724} = -4346\,\text{kg};$$
$$S_3^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3}{n\sin\alpha_3} = -\frac{45\,080}{32\cdot 0{,}32} = -4402\,\text{kg};$$
$$S_4^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}{n\sin\alpha_4} = -\frac{73\,213}{32\cdot 0{,}492} = -4651\,\text{kg};$$
$$S_5^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5}{n\sin\alpha_5} = -\frac{108\,381}{32\cdot 0{,}644} = -5258\,\text{kg}.$$

Die durch zufällige Belastung erzeugten Sparrenspannungen betragen:

$$S_1^p = -\frac{P_1}{n\sin\alpha_1} = -\frac{15\,826}{2{,}08} = -7608\,\text{kg};$$
$$S_2^p = -\frac{P_1 + P_2}{n\sin\alpha_2} = -\frac{43\,948}{5{,}517} = -7966\,\text{kg};$$
$$S_3^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n\sin\alpha_3} = -\frac{86\,130}{10{,}24} = -8400\,\text{kg};$$
$$S_4^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{n\sin\alpha_4} = -\frac{142\,373}{15{,}74} = -9045\,\text{kg};$$
$$S_5^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5}{n\sin\alpha_5} = -\frac{212\,677}{20{,}61} = -10\,319\,\text{kg}.$$

Die Ringspannungen, welche durch das Eigengewicht hervorgerufen werden, sind nach Gleichung 331:

Laternenring: $R_1^g = -9913\cdot 15{,}38 : 0{,}16 = -24\,396\,\text{kg};$

2. Ring: $R_2^g = -(23\,980\cdot 5{,}7 - 9913\cdot 15{,}38)\ 0{,}16 = +2524\,\text{kg};$

3. Ring: $R_3^g = -(45\,080\cdot 2{,}9 - 23\,980\cdot 5{,}7)\ 0{,}16 = +953\,\text{kg};$

4. Ring: $R_4^g = -(73\,213\cdot 1{,}77 - 45\,080\cdot 2{,}9)\ 0{,}16 = +183\,\text{kg};$

5. Ring: $R_5^g = -(108\,381\cdot 1{,}19 - 73\,213\cdot 1{,}77)\ 0{,}16 = +98\,\text{kg};$

Mauerring: $R_6^g = 108\,381\cdot 1{,}19\cdot 0{,}16 = 20\,636\,\text{kg}.$

Die Maximal- und Minimalfpannungen in den Ringen, durch zufällige Belaftung erzeugt, betragen nach Gleichung 335:

Laternenring: $R^{p\,min}_{1} = -15826 \cdot 15{,}38 \cdot 0{,}16 = -38932^{\text{kg}}$ und $R^{p\,max}_{1} = 0$;

2. Ring: $R^{p\,min}_{2} = -28122 \cdot 5{,}7 \cdot 0{,}16 = -25647^{\text{kg}}$,

$R^{p\,max}_{2} = 15826\,(15{,}38 - 5{,}7) \cdot 0{,}16 = +24514^{\text{kg}}$;

3. Ring: $R^{p\,min}_{3} = -42182 \cdot 2{,}9 \cdot 0{,}16 = -19572^{\text{kg}}$,

$R^{p\,max}_{3} = 43948 \cdot 2{,}8 \cdot 0{,}16 = +19689^{\text{kg}}$;

4. Ring: $R^{p\,min}_{4} = -56243 \cdot 1{,}77 \cdot 0{,}16 = -15926^{\text{kg}}$,

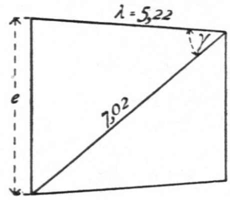
$R^{p\,max}_{4} = 86130 \cdot 1{,}13 \cdot 0{,}16 = +15589^{\text{kg}}$;

5. Ring: $R^{p\,min}_{5} = -70304 \cdot 1{,}19 \cdot 0{,}16 = -13386^{\text{kg}}$,

$R^{p\,max}_{5} = 142373 \cdot 0{,}58 \cdot 0{,}16 = +13212^{\text{kg}}$;

Mauerring: $R^{p\,min}_{6} = 0$ und $R^{p\,max}_{6} = 212677 \cdot 1{,}19 \cdot 0{,}16 = +40494^{\text{kg}}$.

Fig. 325.



Was fchliefslich die Spannungen in den Diagonalen betrifft, fo braucht nur die am ftärkften beanfpruchte Diagonale berechnet zu werden, weil felbft diefe noch fehr fchwach wird. Gewöhnlich macht man dann alle Diagonalen gleich ftark.

Die gröfste durch zufällige Belaftung erzeugte Sparrenfpannung ift durch die Diagonale zu übertragen (fiehe Art. 241, S. 226); diefelbe ift $S^{p}_{5} = -10319^{\text{kg}}$, und es hat demnach eine Diagonale höchftens diefe Kraft aufzunehmen. Die Spannung in der Diagonalen wird demnach kleiner fein, als $\frac{10319}{\cos\gamma}$; da nun nahezu (Fig. 325) $\cos\gamma = \frac{5{,}22}{7{,}02} = 0{,}744$ ift, wird $Y < \frac{10319}{0{,}744}$ oder $Y < 13870^{\text{kg}}$ fein.

Man könnte noch für einige der oberen Diagonalen die Spannungen auffuchen, was nach dem Vorftehenden keine Schwierigkeit macht. Für die Querfchnittsbeftimmungen kann nun, wie bei den früheren Beifpielen, eine Tabelle aufgeftellt werden.

Bezeichnung des Stabes	P_0	P_1	Bezeichnung des Stabes	P_0	P_1	P_2
Sparren:			Ringe:			
S_1	− 4766	− 7 608	R_1	− 24 396	− 38 932	0
S_2	− 4346	− 7 966	R_2	+ 2 524	+ 24 514	− 25 647
S_3	− 4402	− 8 400	R_3	+ 953	+ 19 689	− 19 572
S_4	− 4651	− 9 045	R_4	+ 183	+ 15 589	− 15 926
S_5	− 5258	− 10 319	R_5	+ 98	+ 13 212	− 13 386
Diagonalen:			R_6	+ 20 636	+ 40 494	0
Y	0	13 870				
	Kilogramm				Kilogramm	

b) Flache Zeltdächer.

245. Zeltdächer. Die Zeltdächer bilden Pyramiden, und zwar in den allermeiften Fällen regelmäfsige Pyramiden. Man kann fie aus einer Anzahl radial geftellter Binder, die unter die fog. Grate kommen, conftruiren, in welchem Falle die Berechnung eines jeden Binders unter Zugrundelegung der auf ihn entfallenden Belaftungen vorzunehmen ift, wie bei den Balkendächern gezeigt wurde, oder man legt auch hier, wie bei den Kuppeln, alle Conftructionstheile in die Dachflächen, fo dafs fich eine