

auf den Theil rechts vom Schnitte nur die Spannungen der drei durchschnittenen Stäbe und der Auflagerdruck D_1 . Zwei von diesen Stäben schneiden sich im Firstpunkte; die in ihnen wirkenden Spannungen können also durch eine Mittelkraft R ersetzt werden, welche durch den Firstpunkt C geht; demnach halten die drei auf das Bruchstück wirkenden Kräfte D_1 , H_1 und die Mittelkraft R der beiden Stabspannungen dasselbe im Gleichgewicht, schneiden sich also in einem Punkte. Durch den Schnittpunkt a von H_1 und D_1 geht also auch R ; R geht aber auch durch C ; die Kraft R hat demnach die Richtung Ca . Nun können wir D_1 nach den beiden bekannten Richtungen von H_1 und R zerlegen; D_1 wird mit Hilfe des Seilpolygons construirt und ist (Fig. 292) gleich $\varepsilon \zeta$. Man erhält $H_1 = \zeta \eta$ und $R = \eta \varepsilon$.

Die Kraft H , welche der Belastung des ganzen Daches entspricht, ist dann gleich $2 \times \zeta \eta$. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß in obiger Construction als Belastung des Firstknotenpunktes nur die Hälfte der anderen Knotenpunktsbelastungen einzuführen ist. Es ist deshalb hier die Last im Firstknotenpunkte mit ζ' bezeichnet.

Der Kräfteplan ist nun zu construiren, indem statt des Stabes EF die äußeren Kräfte H in den Punkten E und F eingeführt werden. Man trage die Lasten $\iota, \varepsilon \dots \delta, \gamma$ an einander (Fig. 294); auf γ folgt $D_1 = \beta \gamma$, dann die Kraft H im Punkte F gleich $\gamma \delta$ und H im Punkte E gleich $\delta \varepsilon$; ε fällt mit γ zusammen. Endlich ist an ε der Auflagerdruck $D_0 = \gamma \alpha$ anzutragen, womit sich das Kraftpolygon schließt. Nun ist der Kräfteplan nach dem in Art. 175 (S. 152) angegebenen Verfahren in Fig. 294 construirt, wobei vom Knotenpunkt A ausgegangen ist.

Für die Belastung nur der einen Dachhälfte mit Schnee ist H_1 , wie oben gezeigt, zu ermitteln und alsdann der Kräfteplan ohne Schwierigkeit zu verzeichnen.

β) Windbelastung von der Seite des beweglichen Auflagers. Die Ermittlung der Auflagerdrücke wird, wie in Art. 206 (S. 188) gezeigt, vorgenommen; die Größe der Kraft H (im Stabe EF , Fig. 295) ergibt sich wieder durch Betrachtung des Trägertheiles an derjenigen Seite des Schnittes II , an welcher die Winddrücke nicht wirken. Nachdem sodann die H als äußere Kräfte eingeführt sind, ist der Kräfteplan in gewöhnlicher Weise zu zeichnen. Die Construction ist in Fig. 295 vorgenommen.

γ) Winddruck von der Seite des festen Auflagers. Fig. 296 zeigt die Construction des Kräfteplanes für diesen Fall; nach dem Vorstehenden ist er ohne besondere Erklärung verständlich.

e) Sicheldächer.

Die Gurtungen können bei den Sicheldächern nach beliebigen krummen Linien geformt sein; gewöhnlich sind beide Gurtungen Vielecke, welche Parabeln oder Kreisen eingeschrieben sind. Die Bestimmung der Auflagerdrücke ist in Art. 207 (S. 189) gezeigt worden; die Stabspannungen ergeben sich durch Rechnung oder Construction ohne Schwierigkeit. Es soll hier nur die Gefetzmäßigkeit der Spannungsänderungen für das parabolische Sicheldach und für lothrechte Belastungen gezeigt werden.

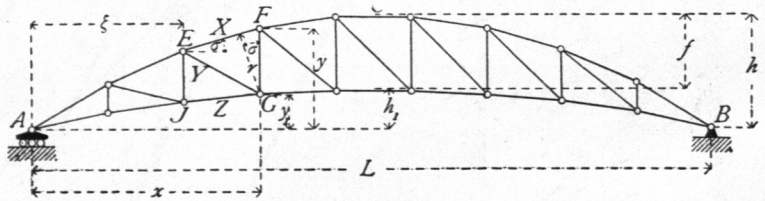
Die Gleichungen der beiden Curven heißen, wenn die Pfeilhöhen h und h_1 sind, nach Art. 187 (S. 171) für A als Anfangspunkt der Coordinaten (Fig. 297)

$$y = \frac{4h}{L^2} (Lx - x^2) \quad \text{und} \quad y_1 = \frac{4h_1}{L^2} (Lx - x^2) \quad \dots \quad 318.$$

1) Stabspannungen bei lothrechter Belastung. α) Für den Stab EF (Fig. 297) der oberen Gurtung ist G der Momentenpunkt, und wenn das Biegemoment für diesen Punkt mit M_x bezeichnet wird, ist $Xr + M_x = 0$,

woraus $X = -\frac{M_x}{r}$.

Fig. 297.



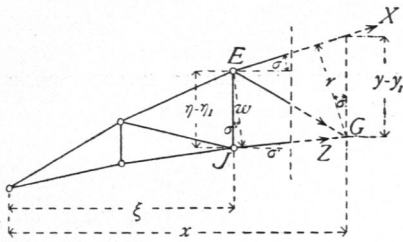
226.
Form
der
Dachbinder.

227.
Ermittlung
d. Spannungen
durch lothrechte
Belastung.

Nun ist $r = (y - y_1) \cos \sigma = \frac{4}{L^2} (h - h_1) (Lx - x^2) \cos \sigma = \frac{4}{L^2} f (Lx - x^2) \cos \sigma$;

Fig. 298.

also



$$X \cos \sigma = - \frac{M_x L^2}{4 f (Lx - x^2)} \dots 319.$$

Für den Stab $\mathcal{F}G$ der unteren Gurtung ist E der Momentenpunkt, und wenn das Biegemoment für diesen Punkt mit M_ξ

bezeichnet wird, so ist (Fig. 298) $Z = \frac{M_\xi}{w}$.

Nun ist

$$w = (\eta - \eta_1) \cos \sigma' = \frac{4}{L^2} f (L\xi - \xi^2) \cos \sigma',$$

d. h.

$$Z \cos \sigma' = \frac{M_\xi L^2}{4 f (L\xi - \xi^2)} \dots 320.$$

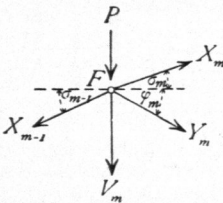
Aus den Gleichungen 319 u. 320 folgt:

a) Für volle gleichmäßige über die wagrechte Projection vertheilte Belastung p auf die Längeneinheit ist $M_x = \frac{p}{2} (Lx - x^2)$ und $M_\xi = \frac{p}{2} (L\xi - \xi^2)$, also

$$X \cos \sigma = - \frac{p L^2}{8 f} \quad \text{und} \quad Z \cos \sigma' = \frac{p L^2}{8 f}, \dots 321.$$

d. h. die wagrechten Seitenkräfte der Gurtungsspannungen sind bei der angegebenen Belastungsart in beiden Gurtungen constant, und zwar gleich dem Maximalmomente, dividirt durch die Mittenhöhe der Sichel. Bei der Parabel ist innerhalb der Grenzen, welche bei den Dächern vorkommen, $\cos \sigma$ und $\cos \sigma'$ nahezu constant. Das soeben gefundene Ergebnis stimmt mit dem in Art. 188 (S. 171) für die Parabelträger Ermittelten überein. Durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der oberen Gurtung, etwa F , ergibt sich ferner (Fig. 299)

Fig. 299.



d. h.

$$0 = X_m \cos \sigma_m - X_{m-1} \cos \sigma_{m-1} + Y_m \cos \varphi_m,$$

$$0 = - \frac{p L^2}{8 f} + \frac{p L^2}{8 f} + Y_m \cos \varphi_m \quad \text{oder} \quad Y_m = 0 \dots 322.$$

Für die angegebene Belastung sind daher die Spannungen sämtlicher Diagonalen bei den parabolischen Sieldächern gleich Null.

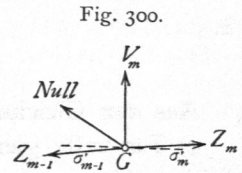
b) Alle zu den Gurtungsstäben gehörigen Momentenpunkte liegen zwischen den lothrechten Linien der Auflager A und B (Fig. 297); für alle diese Punkte sind die Biegemomente bei lothrechter Belastung positiv (siehe Art. 154, S. 134); mithin erzeugt jede lothrechte Belastung in den Stäben der oberen Gurtung Druck, in denjenigen der unteren Gurtung Zug. Maximaldruck, bzw. -Zug für lothrechte Belastung wird demnach in allen Stäben bei voller Belastung des ganzen Dachbinders stattfinden.

β) Für die Spannungen in den Diagonalen ergibt sich nach demselben Verfahren, welches in Art. 189 (S. 173) angewendet ist, um die Beanspruchungsart der Diagonalen des Parabelträgers zu ermitteln: Jede Belastung zwischen dem durch eine Diagonale gelegten lothrechten Schnitte und jenem Auflager, nach welchem die Diagonale zu fällt, erzeugt Zug in derselben; jede Belastung zwischen dem Schnitte und dem

jenigen Auflager, nach welchem die Diagonale steigt, erzeugt in derselben Druck. Maximaldruck, bezw. -Zug finden demnach statt, wenn nur die Druck-, bezw. Zugabtheilung der betreffenden Diagonalen belastet ist. Ob bei einem Dache diese verschiedenen, jedenfalls für die meisten Diagonalen überhaupt wohl nicht vorkommenden Belastungsarten der Berechnung zu Grunde gelegt werden sollen, ist fraglich; meistens dürfte es genügen, eine Belastung nur der einen Dachhälfte durch Schnee als ungünstigste lothrechte Belastung einzuführen. Die hierbei sich ergebenden Spannungen sind mittels der Ritter'schen Methode leicht zu finden.

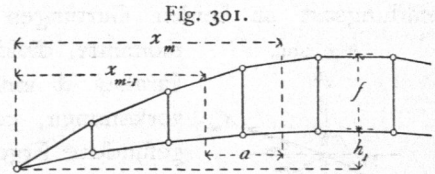
γ) Bezüglich der Spannungen in den Verticalen ergibt sich, wie oben, folgendes Gesetz: Maximaldruck, bezw. -Zug findet in einer Verticalen bei der Belastung statt, welche in derjenigen Diagonalen den größten Zug, bezw. Druck erzeugt, die mit der Verticalen in einem Knotenpunkt der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft. Auch hier dürfte es genügen, als zufällige lothrechte Belastungen nur die Belastung des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte anzunehmen.

Bei Belastung des ganzen Dachbinders mit der gleichmäÙig über die wagrechte Projection vertheilten Belastung p ergibt sich die Spannung aller Verticalen durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der unteren Gurtung. Es ist (Fig. 300), da die Spannung in der Diagonalen alsdann gleich Null ist,



$$0 = V_m + Z_m \sin \sigma'_m - Z_{m-1} \sin \sigma'_{m-1} \quad \text{und} \quad 0 = V + \frac{p L^2}{8 f} (\operatorname{tg} \sigma'_m - \operatorname{tg} \sigma'_{m-1}).$$

Wird (mit geringem Fehler) die Curve als stetig gekrümmt angesehen und werden die Richtungen der Stäbe als parallel zu den in den Mitten der unteren Gurtungsstäbe an die Parabel gelegten Tangenten eingeführt, so ist



$$\operatorname{tg} \sigma'_m = \frac{4 h_1}{L^2} (L - 2 x_m) \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \sigma'_{(m-1)} = \frac{4 h_1}{L^2} (L - 2 x_{m-1}),$$

folglich

$$0 = V + \frac{p L^2}{8 f} \frac{4 h_1}{L^2} 2 (x_{m-1} - x_m) = V - \frac{p h_1}{f} a, \quad \text{woraus} \quad V = \frac{p h_1 a}{f} \quad 323.$$

V nimmt ab, wenn h_1 abnimmt; für $h_1 = 0$ ist $V = 0$.

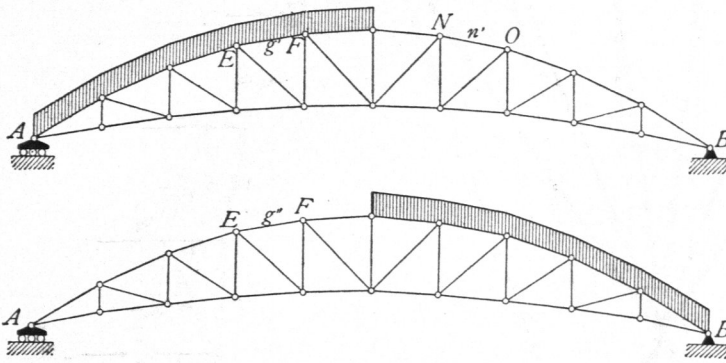
228.
Ermittlung
d. Spannungen
durch einseitige
Schneelast.

2) Stabspannungen bei einseitiger Schneebelastung. Bezüglich der Belastung durch einseitige Schneelast ist Folgendes zu beachten. Man braucht nicht für beide Belastungsarten, diejenige des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte, die Spannungen zu berechnen; vielmehr genügt für symmetrisch zur Mittelverticalen angeordnete Construction die Kenntniß der Spannungen bei einseitiger Belastung, um diejenigen zu erhalten, welche bei voller Belastung stattfinden, und gleichzeitig zu ermitteln, welche Belastungsart die gefährlichere ist. Die Belastung der linken Dachhälfte erzeugt etwa (Fig. 302) im Stabe EF die Spannung g' ; die Belastung der rechten Dachhälfte erzeugt in demselben Stabe die Spannung g'' . Die volle Belastung hat offenbar im Stabe EF die Spannung $g' + g''$ zur Folge. Liegt nun NO genau symmetrisch mit EF , so wird die Spannung n' in NO bei der ersteren Belastungsart genau so groß sein, wie g'' . Es ist aber

$$g_{total} = g' + g'' = g' + n'.$$

Die durch die Belastung des ganzen Daches in einem Stabe entstehende Spannung ist also gleich der Summe derjenigen Spannungen, die durch Belastung der einen Dachhälfte in dem betrachteten Stabe und in dem symmetrisch zur Mitte liegenden Stabe entstehen. Wenn die symmetrisch zur Mitte liegenden Stäbe bei der Belastung einer Dachhälfte in gleichem Sinne beansprucht werden, also beide Zug oder beide Druck erhalten, so ist die Summe dieser Spannungen größer, als jede einzelne,

Fig. 302.



d. h. die volle Belastung des Daches ist ungünstiger, als die einseitige. Werden beide Stäbe in entgegengesetztem Sinne beansprucht, so ist die Summe beider kleiner, als die grössere von beiden, demnach die einseitige Belastung als ungünstigere einzuführen. Dabei ist zu beachten, daß in letzterem Falle beide Stabspannungen als un-

günstige einzuführen sind, da nicht nur die Maximal-, sondern auch die Minimalspannungen von Wichtigkeit sind. Wenn ein Mittelfeld mit zwei sich kreuzenden Zugdiagonalen vorhanden ist, so gilt die vorstehende Entwicklung ebenfalls; jedoch ist stets nur diejenige Diagonale des Mittelfeldes als vorhanden zu betrachten, welche bei der betreffenden Belastung Zug erleidet.

Was soeben vom Sicheldach angegeben wurde, gilt selbstverständlich von jedem aus zwei symmetrischen Hälften zusammengesetzten Dachstuhl.

3) Stabspannungen bei Belastung durch Winddruck. Die durch Windbelastung entstehenden Stabspannungen sind sowohl für den Fall, daß der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers kommt, wie für den Fall zu ermitteln, daß der Wind von der Seite kommt, an welcher das feste Auflager liegt. Die Berechnung ist nach Früherem leicht durchzuführen.

4) Gegendiagonalen. Aus dem Belastungsgesetz für die Diagonalen geht hervor, daß jede Diagonale sowohl Zug, wie Druck erhalten kann; will man dies vermeiden, so sind Gegendiagonalen anzuwenden, worüber das im Kapitel »Träger« (Art. 184, S. 167) Gefagte auch hier gilt.

Beispiel. Für das nachstehend näher beschriebene Sicheldach sind in Fig. 303 bis 305 die Stabspannungen ermittelt, und zwar zeigt Fig. 303 den Binder und die Spannungsermittlung für Belastung durch das Eigengewicht, Fig. 304 die Spannungen für einseitige Schneelast, Fig. 305 diejenigen für Windbelastung von der Seite des beweglichen, bezw. festen Auflagers.

Die Hauptmaße und Belastungen des Dachstuhles sind: Stützweite $L = 24$ m; Anzahl der Felder gleich 6; Feldweite gleich 4 m; Pfeilhöhe der oberen Parabel $h = 4,8$ m, der unteren Parabel $h_1 = 2,4$ m; die Binderweite ist 4,2 m; die Dachdeckung Eisenwellblech auf Eisenpfetten.

Die Ordinaten der beiden Parabeln ergeben sich aus den Gleichungen 318:

für $x =$	4	8	12	16	20 m
ist $y =$	2,67	4,27	4,8	4,27	2,67 m,
$y_1 =$	1,33	2,13	2,4	2,13	1,33 m.

Ferner ist $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2,67}{4} = 0,6675, \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{4,27 - 2,67}{4} = 0,4, \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{4,8 - 4,27}{4} = 0,1325;$

$\alpha_1 = \infty 33^{\circ} 40', \alpha_2 = \infty 22^{\circ}, \alpha_3 = \infty 7^{\circ} 30';$

$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + 2,67^2} = 4,81 \text{ m}, \lambda_2 = \sqrt{4^2 + 1,6^2} = 4,31 \text{ m}, \lambda_3 = \sqrt{4^2 + 0,53^2} = 4,04 \text{ m}.$

Die Belastung durch das Eigengewicht beträgt für 1 qm wagrechter Projection der Dachfläche 42 kg, demnach für den Knotenpunkt $G = 4,0 \cdot 4,2 \cdot 42 = 705,6 = \infty 700$ kg; die Belastung durch Schnee für den Knotenpunkt $S = 4 \cdot 4,2 \cdot 75 = 1260$ kg; die Belastung durch Winddruck ergibt sich nach Gleichung 7 folgendermaßen:

für $\alpha_1 = 33^{\circ} 40', \alpha_2 = 22^{\circ}, \alpha_3 = 7^{\circ} 30'$
 $v = 83 \text{ kg}, v = 64 \text{ kg}, v = 36 \text{ kg},$
 $N = 4,2 \lambda_1 \cdot 83 = \infty 1680 \text{ kg}, N_2 = 4,2 \lambda_2 \cdot 64 = \infty 1160 \text{ kg}, N_3 = 4,2 \lambda_3 \cdot 36 = \infty 610 \text{ kg}.$

229.
Ermittlung
d. Spannungen
durch
Winddruck.

230.
Gegen-
diagonalen.

231.
Beispiel.

Fig. 303.

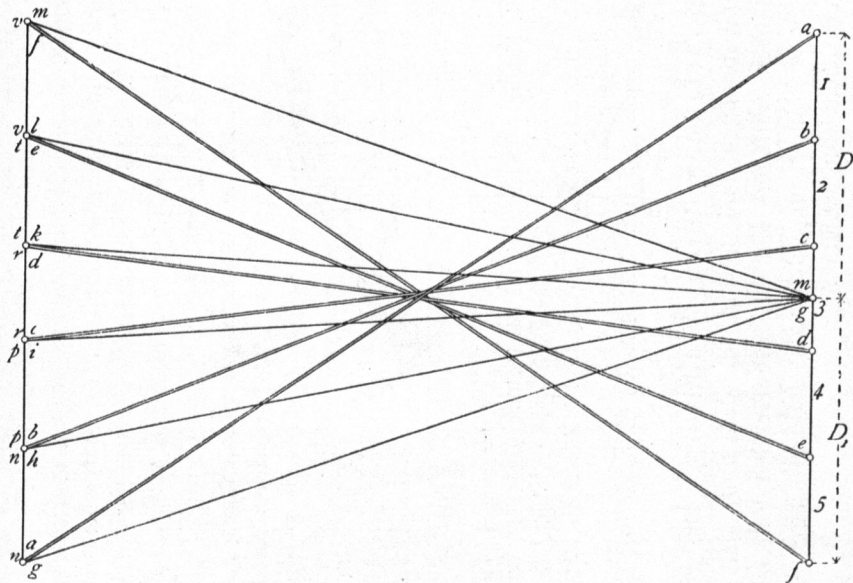
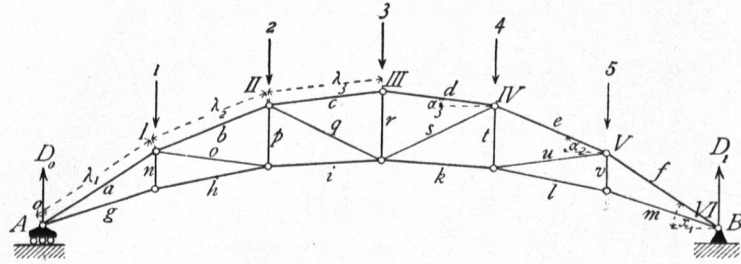


Fig. 304.

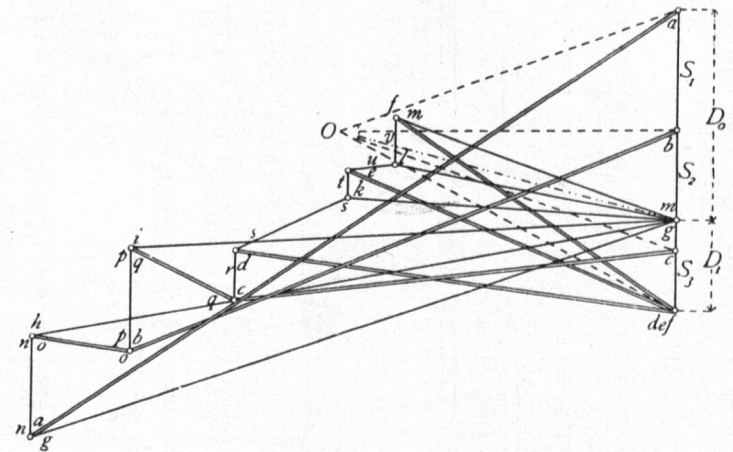
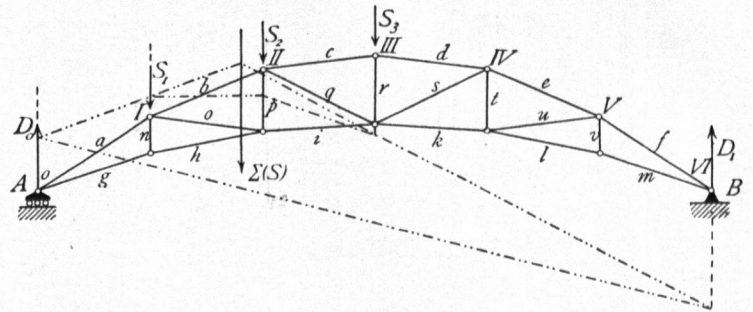
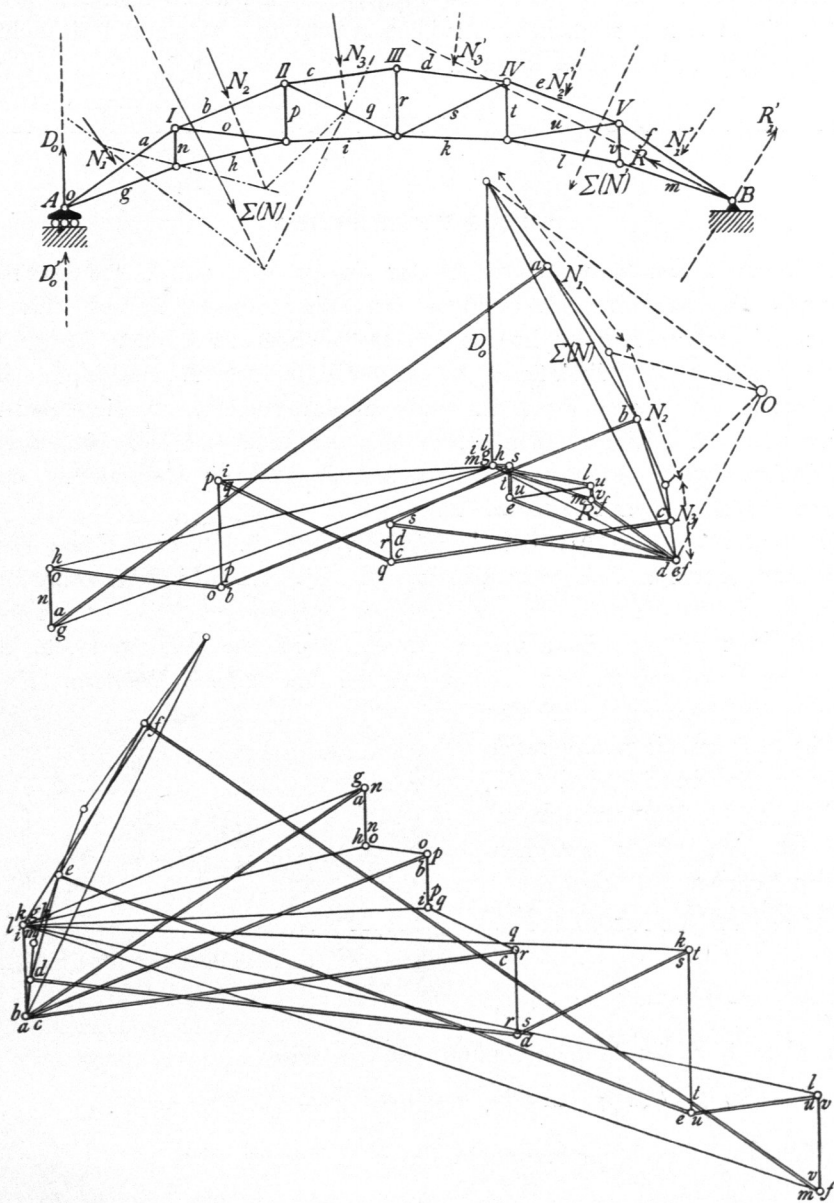


Fig. 305.



Aus den Werthen von N_1 , N_2 und N_3 ergeben sich leicht die Knotenpunktsbelastungen. Von N_1 kommt die Hälfte auf den Knotenpunkt o , die andere Hälfte auf den Knotenpunkt I ; ähnlich verhält es sich mit II und III . Die beiden in einem Knotenpunkte (I , bzw. II) wirkenden Lasten sind alsdann leicht zu einer Mittelkraft zu vereinigen, wie in Fig. 305 geschehen.

f) Pultdächer.

Die Pultdächer sind Balkendächer, welche man sich aus den Satteldächern, bzw. Tonnendächern dadurch entstanden denken kann, daß die Hälfte an der einen Seite der lothrechten Mittelaxe fortgelassen ist. Die Ermittlung der Be-