

$$\left. \begin{aligned} X &= -\frac{P}{2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = -\frac{P \lambda}{2 e} \\ Z &= +\frac{P}{2 \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = \frac{P \lambda_1}{2 e} \end{aligned} \right\} \cdot 316.$$

Sowohl  $X$ , wie  $Z$  nehmen mit wachsendem  $e$  ab; für den Materialverbrauch ist also ein möglichst großes  $e$  günstig.

Ferner ist  $P + V + 2 X \sin \alpha = 0$ , woraus

$$V = P \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \frac{P h_1}{h - h_1} = \frac{P h_1}{e} \dots \dots \dots 317.$$

So lange  $h_1$  positiv ist, d. h.  $E$  über der Wagrechten  $AB$  liegt, ist auch  $V$  positiv, d. h. Zug; für  $h_1 = 0$  ist auch  $V = 0$ , d. h. wenn  $AEB$  eine gerade Linie ist, hat die Stange  $CE$  keine Spannung; wird  $h_1$  negativ, d. h. liegt  $E$  unter der Linie  $AB$ , so ist  $V$  negativ, d. h. Druck.

Die Spannungen durch Windbelastung sind, wie beim englischen Dachstuhl gezeigt, vermittels der Ritter'schen Methode, bzw. durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen zu ermitteln. Bequemer ist, besonders für diese Belastungsart, die graphische Ermittlung.

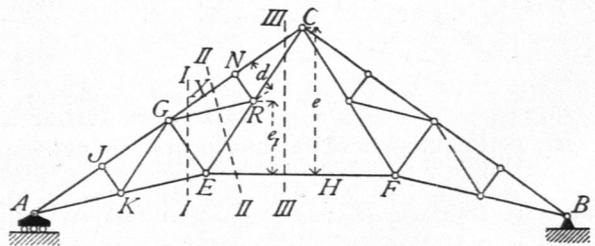
**d) Französische oder Polonceau-Dachstühle.**

Die Berechnung und die Construction der Stabspannungen ist hier nach Ermittlung sämtlicher äußerer Kräfte für die verschiedenen Belastungsarten in der allgemein gezeigten Weise (siehe Art. 169, S. 149) vorzunehmen; die Berechnung geschieht meistens bequem vermittels der Momentenmethode, die graphische Ermittlung nach Cremona. Die Formeln für die einzelnen Stabspannungen werden nicht einfach, so daß von der Aufstellung von Formeln hier abgesehen werden soll.

Ueber den einfachen Polonceau-Dachstuhl braucht demnach hier nichts weiter gesagt zu werden. Besondere Aufmerksamkeit dagegen erfordert der zusammengesetzte Polonceau-Dachstuhl (siehe Art. 213, S. 196). Bei demselben ist es nämlich für eine Anzahl von Stäben nicht möglich, die Schnitte so zu legen, daß nur drei Stäbe vom Schnitte getroffen werden; beim graphischen Verfahren stellt sich eine entsprechende Schwierigkeit heraus. Wir werden uns deshalb hier nur mit dem zusammengesetzten Polonceau-Dachstuhl beschäftigen.

1) Berechnung der Spannungen. Bei der Momentenmethode ist der Momentenpunkt so zu wählen, daß für denselben alle Unbekannten mit Ausnahme einer einzigen das Moment Null haben, mithin nur eine Unbekannte in der Gleichung verbleibt. Ist es möglich, den Schnitt so zu legen, daß mit Ausnahme einer einzigen sämtlichen Stabrichtungen sich in einem Punkte schneiden, so ist dieser Punkt als Momentenpunkt für die

Fig. 290.



Ermittlung der Spannungen in demjenigen Stabe zu wählen, welcher nicht durch diesen Punkt geht. Trifft aber der Schnitt vier oder mehr Stäbe, von welchen sich nicht alle mit Ausnahme eines einzigen in einem

224.  
Einfacher  
Polonceau-  
Dachstuhl.

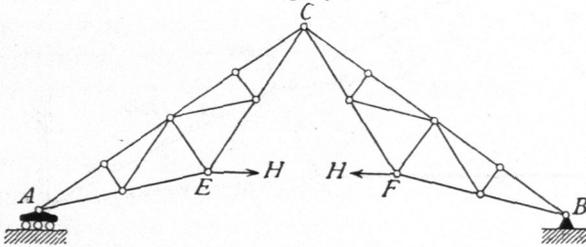
225.  
Zusammen-  
gesetzter  
Polonceau-  
Dachstuhl.

Punkte schneiden, so bleibt nichts übrig, als eine Reihe von Stabspannungen vorher zu bestimmen, um diese nicht mehr als Unbekannte in der Momentengleichung zu haben. Man bestimme also zunächst die Spannungen jener Stäbe, bei denen Schnitte möglich sind, die nur drei Stäbe treffen; diese Spannungen werden dann als Bekannte eingeführt, und es bleiben in den Momentengleichungen nur noch die gefuchten Unbekannten. Um z. B. die Spannungen in  $GN$ ,  $GR$ ,  $RE$  und  $EF$ , welche Stäbe durch den Schnitt  $IIII$  getroffen werden, zu finden, ermittle man zunächst diejenige in  $EF$ . Man schneide nach  $III III$ ; alsdann ist für  $EF$  der Firstpunkt  $C$  der Momenten-

punkt und demnach die Spannung  $H$  in  $EF$  leicht zu finden. Es ist  $H = \frac{M}{e}$ , wenn  $M$  das Biegemoment der äußeren Kräfte für  $C$  ist. Nun sind für den Schnitt  $II II$  nur noch drei Unbekannte vorhanden. Um die Spannung  $X$  in  $GN$  zu bestimmen, dient die Momentengleichung für Punkt  $R$ , in welcher nur  $X$  als Unbekannte verbleibt; für die Spannung in  $GR$  ist  $C$ , für diejenige in  $RE$  ist  $G$  der conjugirte Punkt. Nachdem diese Spannungen ermittelt sind, ist für Schnitt  $II$  nur noch die Spannung in  $GE$  unbekannt, da auch diejenige in  $KE$  leicht gefunden wird; man kann demnach einen beliebigen, nicht auf der Richtungslinie von  $GE$  liegenden Punkt als Momentenpunkt annehmen.

Es empfiehlt sich, stets zuerst die Spannung  $H$  im Stabe  $EF$  zu ermitteln und dann diesen Stab durch die beiden äußeren Kräfte  $H$  in  $E$  und  $F$  (nach Fig. 291)

Fig. 291.



zu ersetzen. Natürlich sind für jede geänderte Belastung andere Werthe für  $H$  auszurechnen und einzuführen; alsdann werden, da ja  $EF$  nicht mehr als Stab vorhanden ist, meistens nur drei Stäbe getroffen werden, so dass sich die Momenten-

punkte leicht ergeben. Bemerkt werden möge noch, dass die Schnitte beliebig krumm sein können, das allgemeine Gesetz (vergl. Art. 4, S. 6) bleibt dabei gültig und damit auch das Verfahren.

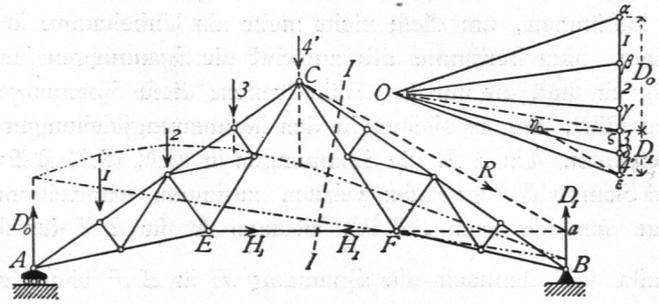
Die vorstehenden Entwicklungen gelten sowohl für lothrechte, wie für schiefe Belastungen.

Bei lothrechten Belastungen ergeben sich ferner die vollen Belastungen des ganzen Binders wiederum als die ungünstigsten; für die Diagonalen allerdings in demselben Sinne, wie oben beim englischen Dache nachgewiesen, nämlich dass bei voller Belastung auch diejenigen Punkte belastet sind, deren Belastung in den Diagonalen die Spannung Null erzeugt. Der Nachweis ist unschwer zu führen, soll aber hier, um den verfügbaren Raum nicht zu überschreiten, fortbleiben.

2) Graphische Ermittlung der Spannungen. Bei der Construction des *Cremona'schen* Kräfteplanes ergeben sich ähnliche Schwierigkeiten, wie bei der Berechnung. Wenn man nämlich beim Aneinanderreihen der kleinen Kraftpolygone bis zum Knotenpunkt  $E$  (Fig. 292) gekommen ist, so sind an diesem drei Stäbe mit nicht bekannten Spannungen; das Verfahren ist also nicht ohne Weiteres anwendbar. Die Schwierigkeit wird, ganz wie oben, dadurch beseitigt, dass man zuerst die Spannung  $H$  des Stabes  $EF$  bestimmt und dieselbe als in  $E$ , bzw.  $F$  wirkende äußere Kraft einführt. Dadurch erreicht man auch, dass die Stäbe zwischen  $E$  und  $C$ , so

wie zwischen  $C$  und  $F$  zu Randfäden werden. Bevor demnach für den zusammengefügten *Polonceau*-Dachstuhl der Kräfteplan gezeichnet werden kann, ist  $H$  zu ermitteln. Diese Ermittlung erfolgt entweder auf dem Wege der Rechnung, wie so eben gezeigt, oder besser, wenn doch alles Uebrige construiert wird, mittels Zeichnung. Wir werden das einzuschlagende Verfahren für die verschiedenen Belastungsarten zeigen.

Fig. 292.



Wir werden das einzuschlagende Verfahren für die verschiedenen Belastungsarten zeigen.

a) Belastung durch das Eigengewicht, bezw. volle Schneelast. Man kann  $H$  vermittle der Schnittmethode bestimmen, indem man das Seilpolygon der äusseren Kräfte für einen beliebigen Pol construiert, einen Schnitt so durch den Träger legt, das aufser  $EF$  nur noch zwei Stäbe getroffen werden, den Angriffspunkt der Querkraft für diesen Schnitt sucht und nun, wie oben in Art. 174 (S. 151) gezeigt, zerlegt. Die Kraft  $Q$  wird dann sehr weit seitwärts fallen, weil der Schnitt nahe der Mitte liegt, und wenn man sich auch durch Hilfsconstructions helfen kann, so dürfte doch die folgende Construction empfehlenswerther sein.

Fig. 293.

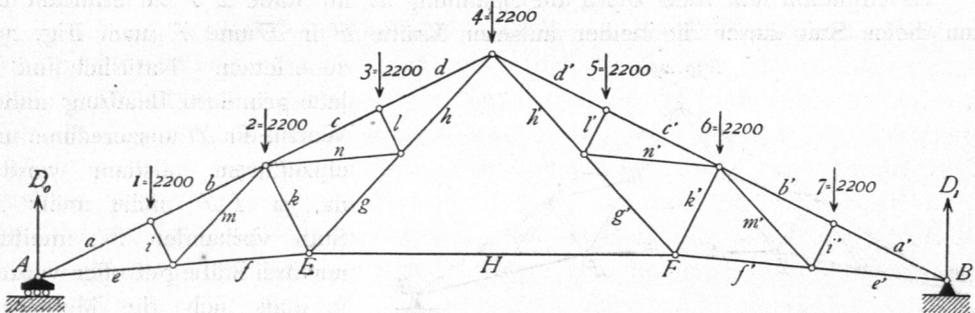


Fig. 294.

Die Spannung  $H$  im Stabe  $EF$  (Fig. 292) ist bei voller Belastung (und der hier vorausgesetzten zur Mitte symmetrischen Dachform) offenbar genau doppelt so groß, als die Spannung  $H_1$ , welche in  $EF$  bei Belastung nur der einen Dachhälfte stattfindet. Die Größe dieser Spannung  $H_1$  wird nun folgendermaßen ermittelt. Man legt einen Schnitt  $II$  durch das Dach derart, dass an der einen (hier der rechten) Seite desselben gar keine Lasten liegen; alsdann wirken

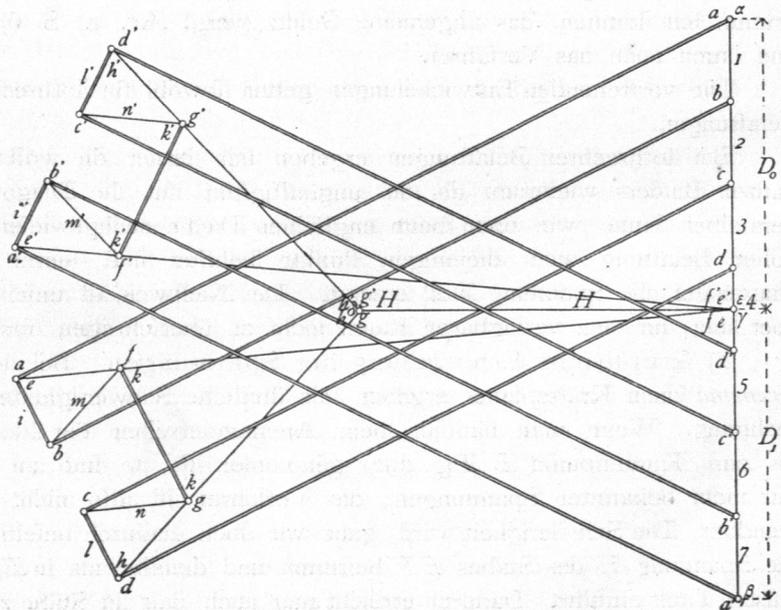


Fig. 295.

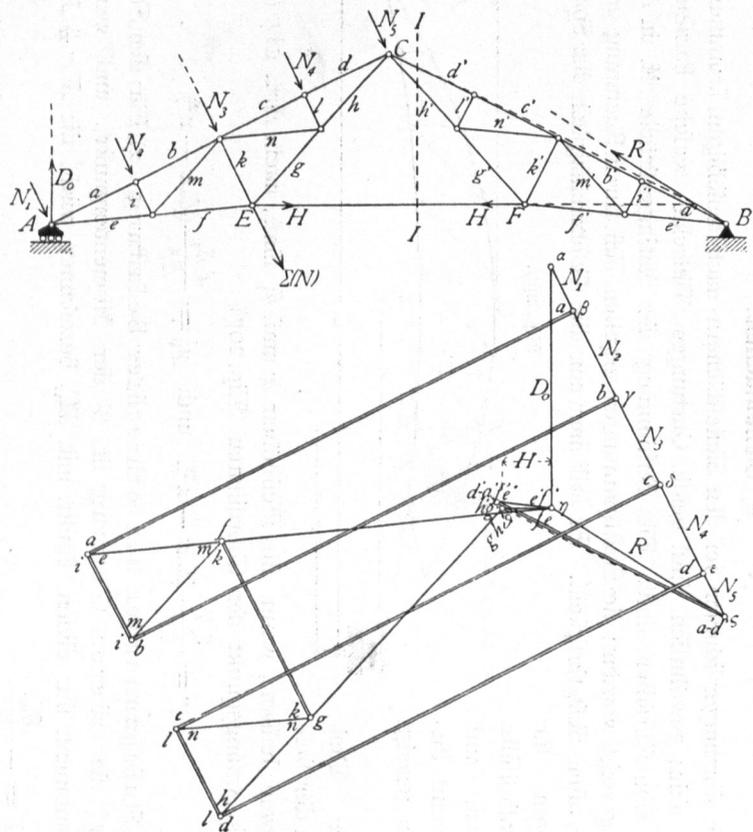
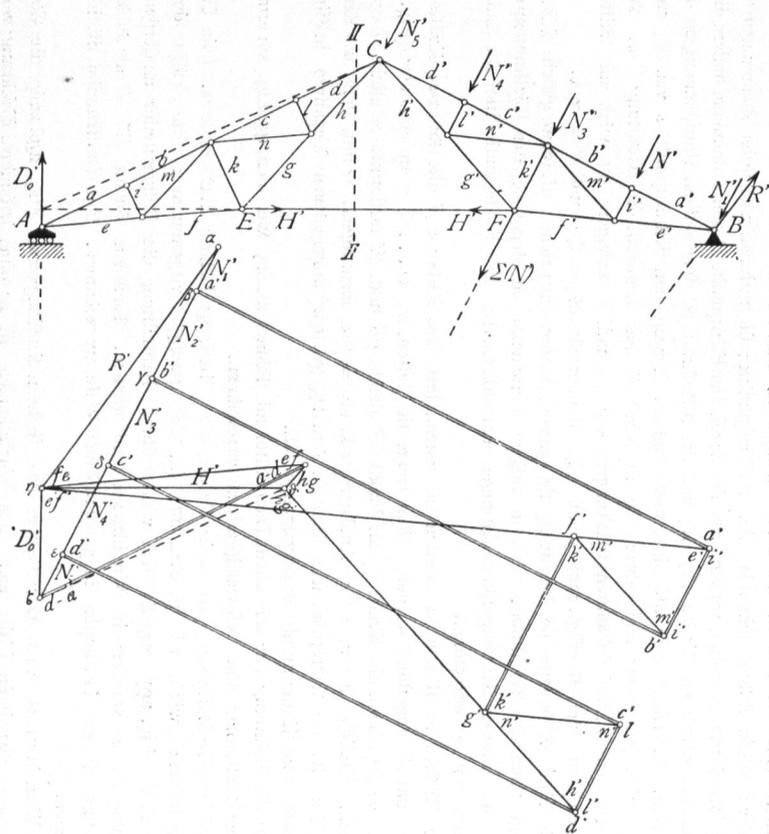


Fig. 296.



auf den Theil rechts vom Schnitte nur die Spannungen der drei durchschnittenen Stäbe und der Auflagerdruck  $D_1$ . Zwei von diesen Stäben schneiden sich im Firstpunkte; die in ihnen wirkenden Spannungen können also durch eine Mittelkraft  $R$  ersetzt werden, welche durch den Firstpunkt  $C$  geht; demnach halten die drei auf das Bruchstück wirkenden Kräfte  $D_1$ ,  $H_1$  und die Mittelkraft  $R$  der beiden Stabspannungen dasselbe im Gleichgewicht, schneiden sich also in einem Punkte. Durch den Schnittpunkt  $a$  von  $H_1$  und  $D_1$  geht also auch  $R$ ;  $R$  geht aber auch durch  $C$ ; die Kraft  $R$  hat demnach die Richtung  $Ca$ . Nun können wir  $D_1$  nach den beiden bekannten Richtungen von  $H_1$  und  $R$  zerlegen;  $D_1$  wird mit Hilfe des Seilpolygons construirt und ist (Fig. 292) gleich  $\varepsilon \zeta$ . Man erhält  $H_1 = \zeta \eta$  und  $R = \eta \varepsilon$ .

Die Kraft  $H$ , welche der Belastung des ganzen Daches entspricht, ist dann gleich  $2 \times \zeta \eta$ . Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß in obiger Construction als Belastung des Firstknotenpunktes nur die Hälfte der anderen Knotenpunktsbelastungen einzuführen ist. Es ist deshalb hier die Last im Firstknotenpunkte mit  $\zeta'$  bezeichnet.

Der Kräfteplan ist nun zu construiren, indem statt des Stabes  $EF$  die äußeren Kräfte  $H$  in den Punkten  $E$  und  $F$  eingeführt werden. Man trage die Lasten  $\iota, \varepsilon \dots \delta, \gamma$  an einander (Fig. 294); auf  $\gamma$  folgt  $D_1 = \beta \gamma$ , dann die Kraft  $H$  im Punkte  $F$  gleich  $\gamma \delta$  und  $H$  im Punkte  $E$  gleich  $\delta \varepsilon$ ;  $\varepsilon$  fällt mit  $\gamma$  zusammen. Endlich ist an  $\varepsilon$  der Auflagerdruck  $D_0 = \gamma \alpha$  anzutragen, womit sich das Kraftpolygon schließt. Nun ist der Kräfteplan nach dem in Art. 175 (S. 152) angegebenen Verfahren in Fig. 294 construirt, wobei vom Knotenpunkt  $A$  ausgegangen ist.

Für die Belastung nur der einen Dachhälfte mit Schnee ist  $H_1$ , wie oben gezeigt, zu ermitteln und alsdann der Kräfteplan ohne Schwierigkeit zu verzeichnen.

$\beta$ ) Windbelastung von der Seite des beweglichen Auflagers. Die Ermittlung der Auflagerdrücke wird, wie in Art. 206 (S. 188) gezeigt, vorgenommen; die Größe der Kraft  $H$  (im Stabe  $EF$ , Fig. 295) ergibt sich wieder durch Betrachtung des Trägertheiles an derjenigen Seite des Schnittes  $II$ , an welcher die Winddrücke nicht wirken. Nachdem sodann die  $H$  als äußere Kräfte eingeführt sind, ist der Kräfteplan in gewöhnlicher Weise zu zeichnen. Die Construction ist in Fig. 295 vorgenommen.

$\gamma$ ) Winddruck von der Seite des festen Auflagers. Fig. 296 zeigt die Construction des Kräfteplanes für diesen Fall; nach dem Vorstehenden ist er ohne besondere Erklärung verständlich.

**e) Sicheldächer.**

Die Gurtungen können bei den Sicheldächern nach beliebigen krummen Linien geformt sein; gewöhnlich sind beide Gurtungen Vielecke, welche Parabeln oder Kreisen eingeschrieben sind. Die Bestimmung der Auflagerdrücke ist in Art. 207 (S. 189) gezeigt worden; die Stabspannungen ergeben sich durch Rechnung oder Construction ohne Schwierigkeit. Es soll hier nur die Gefetzmäßigkeit der Spannungsänderungen für das parabolische Sicheldach und für lothrechte Belastungen gezeigt werden.

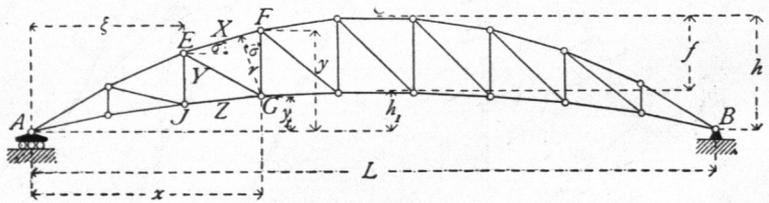
Die Gleichungen der beiden Curven heißen, wenn die Pfeilhöhen  $h$  und  $h_1$  sind, nach Art. 187 (S. 171) für  $A$  als Anfangspunkt der Coordinaten (Fig. 297)

$$y = \frac{4h}{L^2} (Lx - x^2) \quad \text{und} \quad y_1 = \frac{4h_1}{L^2} (Lx - x^2) \quad \dots \quad 318.$$

1) Stabspannungen bei lothrechter Belastung.  $\alpha$ ) Für den Stab  $EF$  (Fig. 297) der oberen Gurtung ist  $G$  der Momentenpunkt, und wenn das Biegemoment für diesen Punkt mit  $M_x$  bezeichnet wird, ist  $Xr + M_x = 0$ ,

woraus  $X = -\frac{M_x}{r}$ .

Fig. 297.



226.  
Form  
der  
Dachbinder.

227.  
Ermittlung  
d. Spannungen  
durch lothrechte  
Belastung.