

Fig. 244.

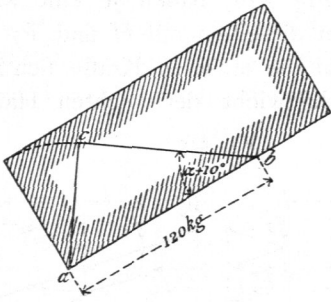


Fig. 245.

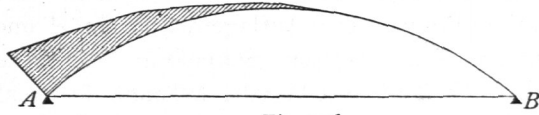
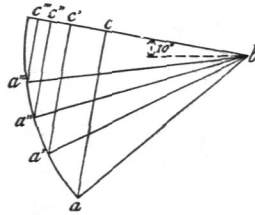


Fig. 246.



Bildet die Dachfläche eine Cylinderfläche, so wähle man eine genügend große Anzahl von Punkten aus, für welche man die gezeigte Construction vornimmt. Man erhält die in Fig. 245 gezeichnete Belastungsfläche und kann daraus leicht die Größe des Winddruckes ermitteln, welcher auf die einzelnen Stützpunkte (Knotenpunkte der Construction) entfällt.

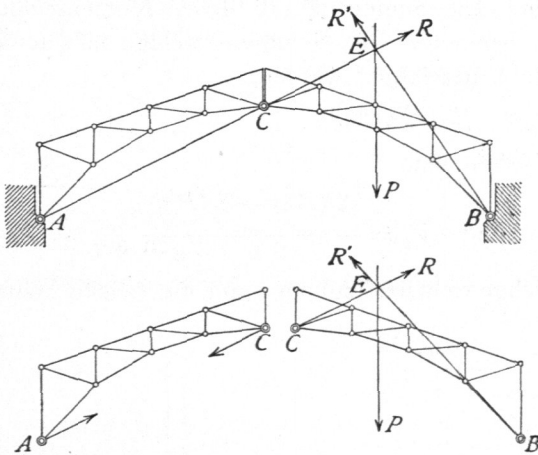
Bequemer macht man die Construction der Winddrücke in einer besonderen Zeichnung (Fig. 246) und erhält a, c , bzw. $a', c', a'', c'' \dots$

c) Auflagerdrücke bei Sprengwerksdächern.

Von den Sprengwerksdächern sollen hier nur diejenigen behandelt werden, deren Binder mit drei Gelenken construiert sind (Fig. 247). Zwei Gelenke befinden sich an den Auflagerpunkten A und B , ein drittes C gewöhnlich in der Bindermitte. Betrachtet man zunächst den Träger selbst als gewichtslos, so ergibt sich folgendes allgemeine Gesetz: Jede Belastung der einen Hälfte, etwa CB , erzeugt im Auflagerpunkt der nicht belasteten Hälfte eine Kraft, deren Richtung durch den betreffenden Auflagerpunkt, hier A , und das Mittelgelenk C bestimmt ist.

208.
Allgemeines.

Fig. 247.



Eine Last P auf der Hälfte BC erzeugt also in A einen Stützendruck R mit der Richtung AC , und da auf das System nur drei Kräfte, nämlich die Last P und die Drücke der Auflager A und B , wirken, so müssen sich dieselben in einem Punkte schneiden.

Daraus folgt, dass der Stützendruck R' von B aus durch den Schnittpunkt E der Richtungen AC und P geht.

Der Beweis obigen Satzes ergibt sich folgendermaßen. Auf die rechte Hälfte BC wirken P, R und R' , auf die linke Hälfte eine Kraft in A , eine zweite in C . Beide sind vor der Hand unbekannt; doch wissen wir, dass nach dem Gesetze von Wirkung und Gegenwirkung die in C vom Theile rechts auf den Theil links übertragene Kraft genau so groß ist, wie die Kraft, welche in C vom linken Theile auf den rechten Theil ausgeübt wird, d. h. wie R ; nur ist der Sinn beider entgegengesetzt. Die beiden auf die unbelastete linke Hälfte wirkenden Kräfte halten diesen Theil im Gleichgewicht; dies ist aber nur möglich, wenn beide in dieselbe Richtung fallen, d. h. in diejenige, welche durch die beiden Angriffspunkte A und C gegeben ist, entgegengesetzten Sinn und gleiche Größe haben; der Stützendruck von A geht also durch C . Damit ist obiger Satz allgemein bewiesen.

209.
Lothrechte
Belastungen.

Es kommen zunächst die lothrechten Belastungen (Eigengewicht und Schneeedruck) in Frage. Die Auflagerdrücke in A und B (Fig. 248) haben je eine wagrechte und eine lothrechte Seitenkraft. Wir bezeichnen dieselben mit H und V , H_1 und V_1 . Sind diese 4 Werthe bekannt, so ist alles auf die äusseren Kräfte sich Beziehende bekannt. Wir betrachten zuerst das Gleichgewicht der rechten Hälfte

Fig. 248.

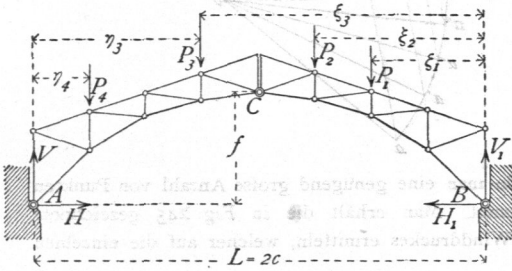
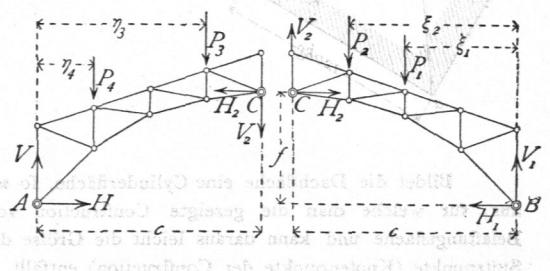


Fig. 249.



(Fig. 249). In C wirkt auf dieselbe eine Kraft, deren Seitenkräfte H_2 und V_2 sein mögen. Alsdann ist die Summe der statischen Momente für B als Drehpunkt gleich Null, mithin

$$H_2 f + V_2 c - \sum (P \xi) = 0.$$

Betrachtet man nun die linke Hälfte (Fig. 249), so wirkt auf diese in C eine genau so grosse Kraft, wie in C auf die rechte Hälfte wirkt; nur ist der Sinn entgegengesetzt. Es werden demnach die Seitenkräfte derselben wiederum H_2 und V_2 , aber mit entgegengesetztem Sinne sein. Die Summe der statischen Momente für A als Drehpunkt ist gleich Null; mithin, wenn stets die Summen, welche sich auf die linke Hälfte beziehen, mit dem Zeiger 1 bezeichnet werden,

$$H_2 f - V_2 c - \sum_1 (P \eta) = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$H_2 = \frac{\sum (P \xi) + \sum_1 (P \eta)}{2f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\sum (P \xi) - \sum_1 (P \eta)}{L} \dots 292.$$

Die Anwendung der übrigen Gleichgewichtsbedingungen auf die beiden Hälften ergibt nun leicht

$$\left. \begin{aligned} H = H_2 = H_1 &= \frac{\sum (P \xi) + \sum_1 (P \eta)}{2f}, \\ V = V_2 + \sum_1 (P) &= \frac{\sum (P \xi) + \sum_1 (P \eta)}{L}, \\ V_1 = \sum (P) - V_2 &= \frac{\sum [P(L - \xi)] + \sum_1 [P(L - \eta)]}{L}. \end{aligned} \right\} \dots 293.$$

Die lothrechten Seitenkräfte der Lagerdrücke sind demnach genau so gross, wie bei gleicher Belastung an einem Balkenträger von der Spannweite L . Jetzt sind auch die Kräfte R und R_1 , so wie deren Winkel α und α_1 mit der Wagrechten gefunden. Es werden

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha = \frac{V}{H}; \quad R_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha_1 = \frac{V_1}{H_1} \quad 294.$$

Beispiel. 1) Die beiden Dachhälften seien gleich belastet, je mit g auf die Längeneinheit der wagrechten Projection (Fig. 250). Dann ist

$$\Sigma(P) = \Sigma_1(P) = g c; \quad \Sigma(P \xi) = \Sigma_1(P \eta) = \frac{g c^2}{2};$$

$$H = \frac{g c^2}{2f}; \quad V_2 = 0; \quad V = V_2 + \Sigma_1(P) = g c; \quad V_1 = \Sigma(P) - V_2 = g c \dots 295.$$

Fig. 250.

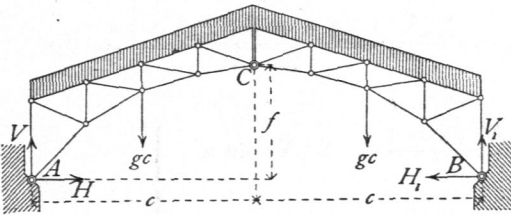
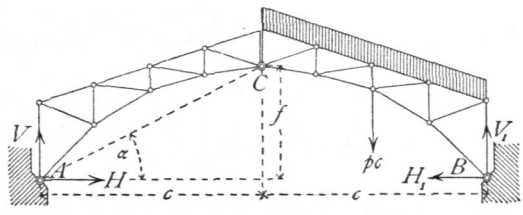


Fig. 251.



2) Die eine (rechte) Hälfte sei mit p für die Längeneinheit der wagrechten Projection belastet, die andere (linke) Hälfte sei unbelastet (Fig. 251). Alsdann ist

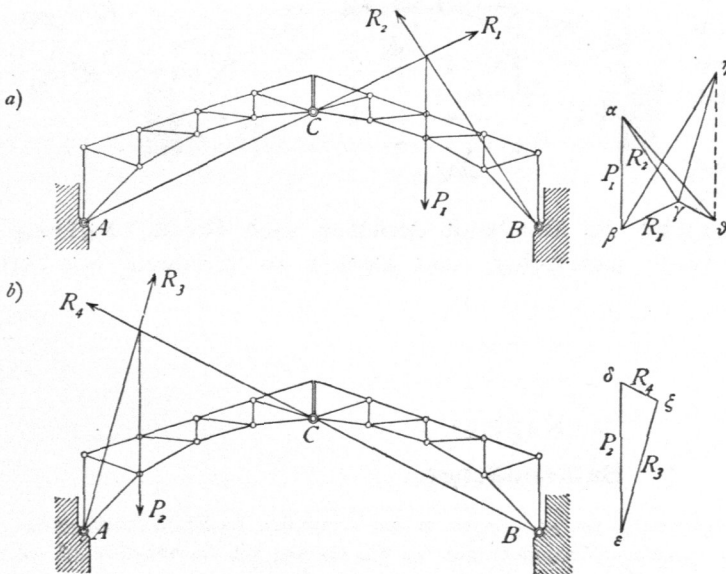
$$\Sigma(P) = p c; \quad \Sigma_1(P) = 0; \quad \Sigma(P \xi) = \frac{p c^2}{2}; \quad \Sigma_1(P \eta) = 0;$$

$$H_2 = H = H_1 = \frac{p c^2}{4f}; \quad V_2 = \frac{p c^2}{2 \cdot 2c} = \frac{p c}{4}; \quad V = \frac{p c}{4}; \quad V_1 = \frac{3 p c}{4} \dots 296$$

Hier ist nach Gleichung 294: $\text{tg } \alpha = \frac{p c \cdot 4f}{4 p c^2} = \frac{f}{c}$, d. h. die Richtung von R geht durch A und C , wie oben bereits auf anderem Wege bewiesen ist.

Die graphische Ermittlung der in Rede stehenden Auflagerdrücke ist in Fig. 252 dargestellt.

Fig. 252.



Es empfiehlt sich für beliebige Belastung zuerst nur die eine Hälfte belastet anzunehmen und für diese Belastung die Auflagerdrücke zu ermitteln, darauf die Auflagerkräfte für die Belastung nur der anderen Hälfte aufzufuchen. Die Zusammensetzung der für die einzelnen Belastungen gefundenen Kräfte ergibt alsdann die wirklichen Auflagerdrücke.

Es sei zunächst nur die rechte Hälfte belastet und die Mittelkraft dieser Lasten gleich P_1 ; alsdann haben R_1 und R_2 die in Fig. 252 a gezeichneten Richtungen, und es ergibt sich die Größe beider durch das Kraftpolygon zu $\beta \gamma = R_1$ und $\gamma \alpha = R_2$. In gleicher

Weise erhält man für Belastung der linken Hälfte mit P_2 : $\epsilon \xi = R_3$ und $\xi \delta = R_4$.

Wenn nun beide Hälften mit P_1 , bzw. P_2 belastet sind, so wirken in A : R_1 und R_3 , in B : R_2 und R_4 . Die Größe und Richtung der gesammten Auflagerdrücke R und R' erhält man durch Construction der Kraftpolygone aus den bezüglichen Kräften. Ist $\gamma \eta = R_3$, so wird $\beta \eta = R$; ist $\delta \gamma \# \xi \delta = R$, so wird $\delta \alpha = R'$.

Als Controle diene, daß die wagrechten Projectionen von R und R' gleich sein müßten, da ja H im ganzen Sprengwerksträger constant ist.

210.
Schiefe
Belastungen.

Uebergehen wir nunmehr zu den vom Winddruck (durch schiefe Belastung) erzeugten Stützendrücken, so sei $\Sigma(N)$ die Mittelkraft aller Winddrücke (Fig. 253). Wir zerlegen diese Kraft in $\Sigma(N) \cos \alpha$ und $\Sigma(N) \sin \alpha$ und erhalten, wie im vorhergehenden Artikel, die Gleichgewichtsbedingungen:

$$H_2 f + V_2 c = \Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha \quad \text{und} \quad H_2 f - V_2 c = 0, \quad \text{woraus}$$

$$H_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2 f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2 c} \quad 297.$$

Es ist ferner

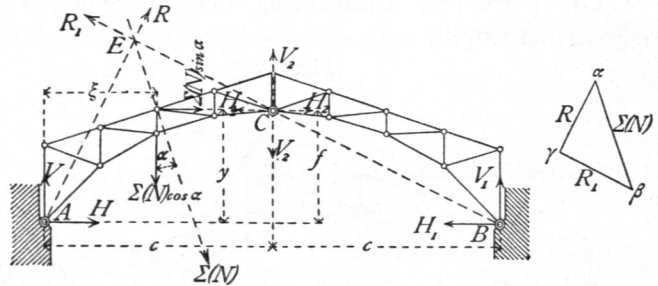
$$\left. \begin{aligned} H &= H_2 - \Sigma(N) \sin \alpha = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2 f} - \Sigma(N) \sin \alpha, \\ H_1 &= H_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2 f}, \end{aligned} \right\} \quad 298.$$

$$\left. \begin{aligned} V &= \Sigma(N) \cos \alpha - V_2 = \Sigma(N) \cos \alpha - \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2 c}, \\ V_1 &= V_2 = \frac{\Sigma(N) y \sin \alpha + \Sigma(N) \xi \cos \alpha}{2 c}. \end{aligned} \right\} \quad 299$$

Wenn die schiefen Belastungen einander nicht parallel sind, so bleibt das Verfahren das gleiche; nur sind statt $\Sigma(N) y \sin \alpha$ und $\Sigma(N) \xi \cos \alpha$ bzw. $\Sigma(N) y \sin \alpha$ und $\Sigma(N) \xi \cos \alpha$ in die Rechnung einzuführen.

Fig. 253.

Für die graphische Ermittlung der fraglichen Auflagerdrücke ist die in Fig. 253 angegebene Construction ohne Weiteres verständlich, und es ergibt sich $\beta \gamma = R_1$, $\gamma \alpha = R$.



Bei nicht parallelen Winddrücken ist für die graphische Behandlung zunächst die Mittelkraft derselben nach Größe, Richtung und Lage in bekannter Weise aufzufuchen und alsdann zu verfahren, wie in Fig. 253 dargestellt.

2. Kapitel.

Balkendächer.

211.
Allgemeines.

Indem wir nunmehr zur Ermittlung der Spannungen in den wichtigsten Dachstuhl-Constructionen übergehen, werden wir bei den diesfälligen Untersuchungen für jede Gattung von Dachbindern die verschiedenen Belastungsfälle gefondert betrachten. Wir bestimmen demnach die Spannungen, welche erzeugt werden: 1) durch das Eigengewicht, 2) durch einseitige, bzw. volle Schneebelastung, 3) durch Windbelastung, sowohl von der Seite, an der das bewegliche, wie von der Seite, an welcher das feste Auflager liegt. Indem dann diese Spannungen in einer Tabelle zusammengestellt werden, ist es leicht, für jeden Stab die ungünstigste Belastungsart und die ungünstigsten Spannungen zu bestimmen, ferner für die Querschnittsbestimmung (siehe Art. 77, S. 51) die Werthe P_0 , P_1 und P_2 zu ermitteln. Da die Dachbinder