6) Dreieckträger.

Dreieck- und Trapezträger ſind, wie bereits in Art. 166 (S. 148) geſagt wurde, Träger, deren Gurtungen ein Dreieck, bezw. ein Paralleltrapez bilden. Die eine 193. Trägerformen.

Fig. 227.

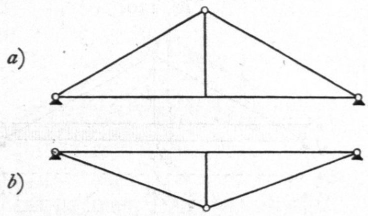
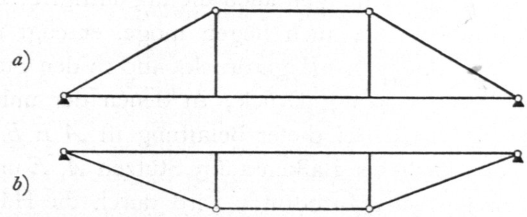


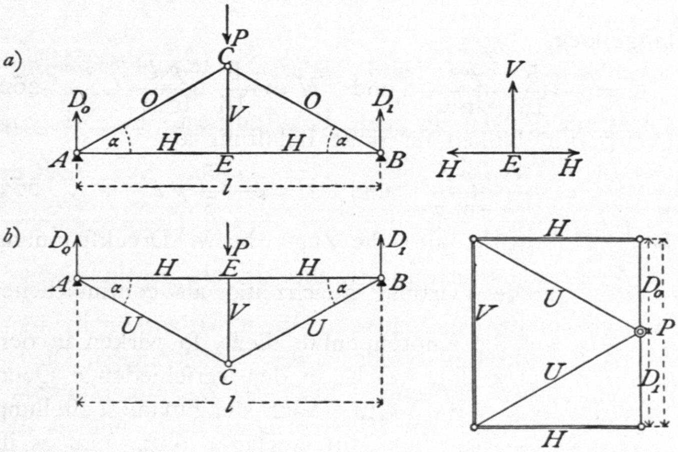
Fig. 228.



Gurtung zeigt eine gerade, die andere eine gebrochene Linie. Iſt die untere Gurtung gerade, ſo erhält man die unter dem Namen des **einfachen**, bezw. **doppelten Hängebockes** bekannte Trägerform (Fig. 227*a*, bezw. 228*a*) — nicht zu verwechſeln mit den Hängewerksträgern, welche nach Art. 148 (S. 125) von der hier betrachteten weſentlich verſchieden ſind. Iſt die obere Gurtung gerade, ſo erhält man die unter dem Namen des **armirten Balkens** bekannte Trägeranordnung (Fig. 227*b* u. 228*b*).

α) **Belaſtung durch Einzellaſt** (Fig. 229). Wenn in dem Knotenpunkte C oder E des Hängebockes (Fig. 229*a*) die Laſt P wirkt, ſo wird der Auflagerdruck 194. Belaſtung durch Einzellaſt.

Fig. 229.



$$D_0 = D_1 = \frac{P}{2} .$$

Die im Punkte A wirkenden 3 Kräfte D_0, O und H halten einander das Gleichgewicht, und es ſind demnach die algebraiſchen Summen der in dieſem Knotenpunkte wirkenden wagrechten, bezw. lothrechten Seitenkräfte je gleich Null, d. h. es iſt

$$0 = D_0 + O \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad O = -\frac{P}{2 \sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 258.$$

$$0 = O \cos \alpha + H, \quad \text{woraus} \quad H = \frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 259.$$

Die Spannungen der ſymmetriſch zur Mitte liegenden Stäbe ſind gleich.

Falls die Laſt P im Punkte C angreift, ſo ergiebt ſich als Gleichgewichtsbedingung für den Punkt E die Beziehung $0 = V$; falls P in E angreift, ſo heiſst die Gleichgewichtsbedingung $0 = V - P$, woraus

$$V = P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 260.$$

Eben ſo ergiebt ſich für den armirten Träger (Fig. 229*b*)

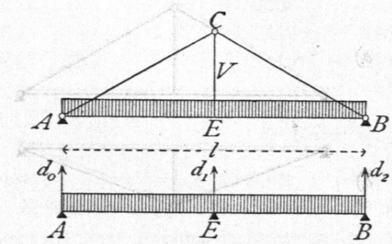
$$U = \frac{P}{2 \sin \alpha}, \quad H = -\frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad \text{und} \quad V = -P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 261.$$

Die Conſtruction der Spannungen ergiebt den Kräfteplan in Fig. 229, welcher ohne weitere Erläuterung verſtändlich iſt.

195. Gleichförmig vertheilte Belaſtung.

β) Gleichförmig vertheilte volle Belaſtung. Wird der Berechnung eine gleichförmig vertheilte Belaſtung zu Grunde gelegt, ſo iſt die volle Belaſtung für die Stabſpannungen auch die ungünſtigſte; denn jede Laſt, wo ſie auch liegen möge, erzeugt in A und B (Fig. 230) Auflagerdruck, alſo in den Stäben der oberen Gurtung Druck, in denen der unteren Gurtung Zug. Bei dieſer Belaſtung iſt $A\,E\,B$ wie ein continuirlicher Balken auf 3 Stützen A, E und B aufzufaſſen; die Mittelſtütze wird durch die Hängeſäule $C\,E$ gebildet. In derſelben entſteht demnach ein Zug, welcher genau ſo groſs iſt, wie der Auflagerdruck bei der Mittelſtütze E des continuirlichen Trägers $A\,E\,B$. Nach der Zuſammenſtellung in Art. 164 (S. 146) iſt dieſelbe hier $d_1 = 1{,}25\,p\,\frac{l}{2} = \frac{5}{8}\,p\,l$, während $d_0 = d_2 = 0{,}375\,p\,\frac{l}{2} = \frac{3}{16}\,p\,l$ iſt; die letzteren Drücke werden vom Auflager aufgenommen und belaſten den Träger nicht. Die Stabſpannungen werden demnach die unter α gefundenen Werthe haben, wenn ſtatt P die Gröſse $\frac{5}{8}\,p\,l$ eingeſetzt wird. Es wird alſo beim Hängebock

Fig. 230.



$$V = P = \frac{5}{8}\,p\,l, \quad O = -\frac{5}{16}\,\frac{p\,l}{\sin\alpha} \quad \text{und} \quad H = \frac{5}{16}\,\frac{p\,l}{\operatorname{tg}\alpha} \quad . \quad . \quad 262.$$

Eben ſo ergiebt ſich im armirten Balken für dieſe Belaſtungsart

$$H = -\frac{5}{16}\,\frac{p\,l}{\operatorname{tg}\alpha}, \quad U = \frac{5}{16}\,\frac{p\,l}{\sin\alpha} \quad \text{und} \quad V = -\frac{5}{8}\,p\,l. \quad . \quad . \quad 263.$$

In der geraden Gurtung $A\,E\,B$ wirkt alſo die Zug-, bezw. Druckſpannung $H = \pm\,\frac{5}{16}\,\frac{p\,l}{\operatorname{tg}\alpha}$; da aber dieſe gerade Gurtung gleichzeitig als continuirlicher Träger zum Uebertragen der Laſten auf die Knotenpunkte dient, ſo wirken in derſelben auch noch die Momente und Querkräfte, welche in den verſchiedenen Querſchnitten des continuirlichen Trägers $A\,E\,B$ entſtehen. Nach der Zuſammenſtellung in Art. 164 (S. 146) findet das gröſste Moment am Mittelauflager ſtatt, und es iſt daſſelbe

$$M_1 = 0{,}125\,p\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{p\,l^2}{32}.$$

196. Querſchnitts-beſtimmung.

γ) Querſchnittsbeſtimmung. Die Querſchnitte der nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Stäbe ergeben ſich leicht, wie in Art. 77 (S. 51 ff.) und im vorhergehenden Kapitel angegeben iſt. Der Querſchnitt der geraden Gurtung $A\,E\,B$ iſt für die gemeinſame Beanſpruchung durch Zug, bezw. Druck und die Momente zu conſtruiren. Wird der ganze Querſchnitt (für Holz) als conſtant angenommen, ſo iſt das gröſste im Balken wirkende Moment der Berechnung zu Grunde zu legen. An Stelle des gröſsten Momentes M_{max} iſt die gröſste in den äuſserſten Querſchnittspunkten ſtattfindende Axialſpannung für die Flächeneinheit nach Art. 107 (S. 80)

$$N_{max} = \pm\left(\frac{H}{F} + \frac{M_{max}\,a}{\mathfrak{J}}\right).$$

Beim Rechteckquerſchnitt iſt $F = b\,h$, $\frac{\mathfrak{J}}{a} = \frac{b\,h^2}{6}$, und wenn noch ſtatt N_{max} die gröſste zuläſſige Spannung K eingeführt wird, ſo ergiebt ſich als Bedingungsgleichung für den Querſchnitt:

$$K = \pm \left(\frac{H}{b\,h} + \frac{6\,M_{max}}{b\,h^2} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 264.$$

In diefer Gleichung find b und h unbekannt. Man nimmt zunächft für b einen Werth probeweife an und beftimmt h aus Gleichung 264; ergiebt fich für h eine unzweckmäfsige Gröfse, fo nehme man für b einen anderen Werth an und beftimme wiederum h nach Gleichung 264. Es werden fich meiftens bei der zweiten Rechnung entfprechende Werthe für b und h ergeben.

7) Trapezträger.

α) Einzellaften. Für die Belaftungen in Fig. 231 *a* find die Auflagerdrücke beim Hängebock 197. Einzellaften.

$$D_0 = \frac{P_2\,a + P_1\,(a+b)}{l} \quad \text{und} \quad D_1 = \frac{P_1\,a + P_2\,(a+b)}{l}.$$

Die Stabfpannungen ergeben fich dann durch Aufftellung der Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Knotenpunkte, wie folgt:

$$0 = D_0 + O_1 \sin\alpha, \quad \text{woraus} \quad O_1 = -\frac{P_2\,a + P_1\,(a+b)}{l \sin\alpha} \quad \ldots \ldots \quad 265.$$

$$0 = O_1 \cos\alpha + U_1, \quad \text{woraus} \quad U_1 = \frac{P_2\,a + P_1\,(a+b)}{l \operatorname{tg}\alpha} = [P_2\,a + P_1(a+b)]\,\frac{a}{l\,h} \quad 266.$$

$$0 = U_1 - U_2, \quad \text{woraus} \quad U_2 = U_1 = [P_2\,a + P_1\,(a+b)]\,\frac{a}{l\,h} \quad \ldots \ldots \quad 267.$$

$$0 = D_1 + O_3 \sin\alpha, \quad \text{woraus} \quad O_3 = -\frac{P_1\,a + P_2\,(a+b)}{l \sin\alpha} \quad \ldots \ldots \quad 268.$$

$$0 = U_3 + O_3 \cos\alpha, \quad \text{woraus} \quad U_3 = \frac{P_1\,a + P_2\,(a+b)}{l \operatorname{tg}\alpha} = [P_1\,a + P_2(a+b)]\,\frac{a}{l\,h} \quad 269.$$

$$0 = O_2 - O_3 \cos\alpha, \quad \text{woraus} \quad O_2 = -\frac{P_1\,a + P_2\,(a+b)}{l \operatorname{tg}\alpha} = -[P_1 a + P_2(a+b)]\,\frac{a}{l\,h} \quad 270.$$

$$0 = V_1 \ \text{(falls die Laft } P_1 \text{ in } C \text{ wirkt, fo ift } V_1' = P_1) \quad \ldots \ldots \quad 271.$$

$$0 = P_2 + V_2 + O_3 \sin\alpha, \quad \text{woraus} \quad V_2 = (P_1 - P_2)\,\frac{a}{l} \quad \ldots \ldots \quad 272.$$

Falls die Laft P_2 in E wirkt, fo wird

$$0 = V_2' + O_3 \sin\alpha, \quad \text{woraus} \quad V_2' = \frac{P_1\,a + P_2\,(a+b)}{l} \quad \ldots \ldots \quad 273.$$

$$0 = U_2 + Y \cos\beta - U_3, \quad \text{woraus} \quad Y = -\frac{U_2 - U_3}{\cos\beta} = -\frac{a\,b}{l\,h \cos\beta}\,(P_1 - P_2),$$

$$Y = +\,(P_2 - P_1)\,\frac{a}{l \sin\beta} \quad \ldots \ldots \quad 274.$$

Falls die Laften in der unteren Gurtung, in C und E, angreifen, fo wird

$$Y' \sin\beta + V_2' - P_2 = 0, \quad \text{woraus} \quad Y' = \frac{P_2 - V_2'}{\sin\beta} = \frac{P_2}{\sin\beta} - \frac{P_1\,a + P_2\,(a+b)}{l \sin\beta},$$

$$Y' = (P_2 - P_1)\,\frac{a}{l \sin\beta}, \quad \ldots \ldots \quad 275.$$

d. h. eben fo grofs, wie in Gleichung 274.

Wenn, wie meiftens, $P_1 = P_2 = P$ ift, wird

$$\left. \begin{array}{l} O_1 = -\dfrac{P}{\sin\alpha}; \quad U_1 = \dfrac{P\,a}{h} = U_2; \quad O_2 = -\dfrac{P\,a}{h}; \quad O_3 = -\dfrac{P}{\sin\alpha}; \\ U_3 = \dfrac{P\,a}{h}; \quad V_1 = 0; \quad V_2 = 0; \quad Y = 0 \end{array} \right\} . \quad 276.$$