Greifen die Laſten an der unteren Gurtung an oder allgemein, ſind die an der mobil belaſteten Gurtung gelegenen Knotenpunkte zunächſt den Auflagern von dieſen um je eine halbe Feldweite entfernt, ſo ergiebt die Verzeichnung der Curven für Q_{max} und Q_{min} entſprechend den Gleichungen in Art. 177 (S. 160) unten ſtehende Parabeln (Fig. 196 *a*).

Man erhält genau wie oben: der Maximalzug in CE iſt cd; der Maximaldruck in CF iſt cf; der Maximaldruck in CE iſt cv; der Maximalzug in CF iſt cw.

Fig. 196.

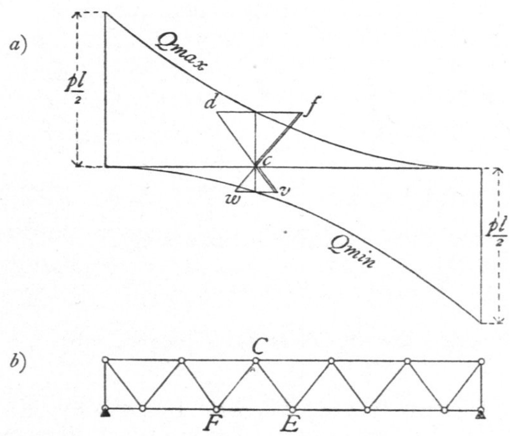
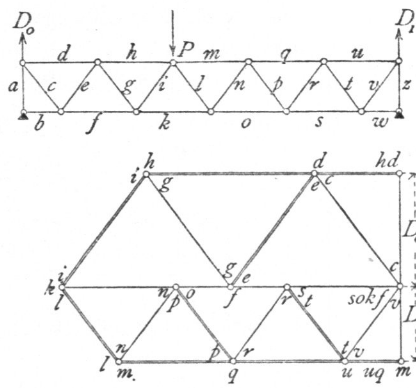


Fig. 197.



Für eine Einzellaſt wird die Ermittelung der Spannungen bequem mittels des *Cremona*'ſchen Kräfteplans vorgenommen, wie in Fig. 197 geſchehen iſt; dieſelbe iſt ohne Weiteres verſtändlich.

δ) Art der Beanſpruchung der Stäbe bei einem Träger auf zwei Stützen. Nach Art. 176 (S. 156) werden die oberen Gurtungsſtäbe ſtets gedrückt, die unteren ſtets gezogen. Die Diagonalen erhalten verſchiedene Beanſpruchungen. Durch das Eigengewicht erhalten die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen Zug, die nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen Druck; durch die ungünſtigſte Nutzlaſt erhalten im Allgemeinen alle Diagonalen ſowohl Zug, wie Druck. Wenn der gröſste Druck, der in einer Diagonalen durch Nutzlaſt entſteht, kleiner iſt, als der Zug durch Eigengewicht, ſo erleidet die Diagonale nur Zug, umgekehrt nur Druck. Für die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen nahe dem Auflager iſt der Zug in Folge des Eigengewichtes meiſtens viel gröſser, als der gröſste Druck durch Nutzlaſt, und es werden daher dieſe Diagonalen meiſtens nur gezogen. Eben ſo ergiebt ſich, daſs die nahe dem Auflager befindlichen, nach der Mitte zu anſteigenden Diagonalen nur Druck erhalten. Die Diagonalen im mittleren Theile des Trägers werden dagegen ſowohl gezogen, wie gedrückt.

179.
Art
der Stab-
beanſpruchung.

3) Parallelträger mit Diagonalen und Verticalen.

α) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Für eine beliebige Belaſtung wird genau ſo, wie in Art. 176 (S. 156), wenn M das Biegungsmoment für den zu einem oberen Gurtungsſtabe gehörigen Momentenpunkt, M' das Biegungsmoment für den zu einem unteren Gurtungsſtabe gehörigen Momentenpunkt bezeichnet,

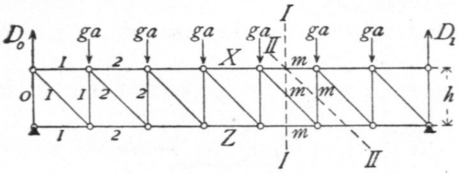
180.
Berechnung
d. Gurtungs-
ſpannungen.

$$X = -\frac{M}{h} \quad \text{und} \quad Z = \frac{M'}{h}.$$

Auch hier findet alſo die gröſste Beanſpruchung der Gurtungsſtäbe bei voller Belaſtung des Trägers ſtatt.

Für die Belaſtung durch Eigengewicht, bezw. volle gleichmäſsig vertheilte Nutzlaſt (Fig. 198) iſt die Spannung in den Gurtungsſtäben davon unabhängig, ob die Laſten an der oberen oder an der unteren Gurtung angreifen.

Fig. 198.



Für den m-ten Stab der oberen, bezw. der unteren Gurtung erhält man die durch das Eigengewicht g für die Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_g = -\frac{g\,a^2\,m\,(n-m)}{2\,h} \quad \text{und} \quad Z_g = \frac{g\,a^2}{2\,h}(m-1)(n-m+1) \quad . \quad 227.$$

und die durch volle Nutzlaſt p für die Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_p = -\frac{p\,a^2\,m\,(n-m)}{2\,h} \quad \text{und} \quad Z_p = \frac{p\,a^2}{2\,h}(m-1)(n-m+1) \quad . \quad 228.$$

X_p und Z_p ſind zugleich die gröſsten Spannungen, die durch Nutzlaſt hervorgebracht werden.

181. Berechnung d. Gitterſtabsſpannungen.

β) Berechnung der Spannungen in den Gitterſtäben. Für das Bruchſtück in Fig. 199 ſei bei beliebiger Belaſtung die Querkraft Q; alsdann iſt für die Spannung in der Diagonalen

$$Y \cos \alpha = Q, \quad \text{woraus} \quad Y = \frac{Q}{\cos \alpha} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 229.$$

Iſt in Fig. 200 die Querkraft für das Bruchſtück Q', ſo iſt die Spannung in der Verticalen

$$V = -Q' \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 230.$$

Für die Diagonalen iſt es, da der Schnitt lothrecht gelegt werden kann, gleichgiltig, ob die Laſt in der oberen oder unteren Gurtung liegt; für die Verticalen dagegen ergiebt ſich, da der Schnitt bei dieſen ſchräg gelegt wird, ein anderes Q', wenn die Laſt oben, als wenn ſie unten liegt.

Fig. 199.

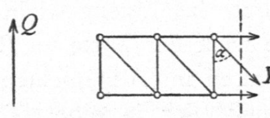
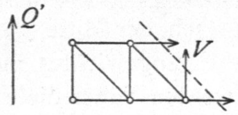


Fig. 200.



α) Das Eigengewicht erzeugt (Fig. 198) in der m-ten Diagonale (Schnitt $I\,I$) die Querkraft

$$Q_m = D_0 - (m-1)\,g\,a = \frac{g\,a}{2}(n - 2\,m + 1) \quad \text{und}$$

$$Y_m^g = \frac{Q_m}{\cos \alpha} = \frac{g\,a}{2 \cos \alpha}(n - 2\,m + 1) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 231.$$

Denſelben Ausdruck fanden wir in Art. 177 (S. 158), Gleichung 217, für die beim Netzwerk rechts fallenden Diagonalen. Die in Bezug auf Zug und Druck dort gefundenen Ergebniſſe gelten demnach auch hier: Die nach der Mitte fallenden Diagonalen erhalten durch das Eigengewicht Zug; die nach der Mitte ſteigenden Diagonalen erhalten Druck.

Für die Ermittelung der Spannungen in den Verticalen iſt zu unterſcheiden, ob ſich die Laſtpunkte oben oder unten befinden. Im erſteren Falle (Fig. 198) iſt

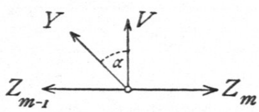
$$V_m = -Q_m = -\frac{g\,a}{2}(n - 2\,m + 1), \quad \ldots\ldots \quad 232.$$

im zweiten Falle

$$V'_m = -Q'_m = -\frac{g\,a}{2}(n - 1 - 2\,m) \quad \ldots\ldots \quad 233.$$

Die Art der Beanspruchung ergiebt sich durch Betrachtung eines beliebigen nicht belasteten Knotenpunktes (Fig. 201). An einem Knotenpunkte der unteren Gurtung wirken, wenn die Lasten an der oberen Gurtung angenommen werden, nur die Spannungen der Stäbe, welche sich an ihm treffen. Die algebraische Summe aller lothrechten Seitenkräfte muss Null sein, d. h. es muss $0 = Y \cos \alpha + V$, also $V = -Y \cos \alpha$ sein. Hieraus folgt der Satz: Die beiden Gitterstabspannungen am Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung haben entgegengesetzte Beanspruchung; die Belastung, welche in einer Diagonalen Zug erzeugt, erzeugt in derjenigen Verticalen, welche mit ihr an einem Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft, Druck und umgekehrt.

Fig. 201.



𝔟) Für die ungünstigste Beanspruchung der Gitterstäbe, welche durch die Nutzlast hervorgebracht wird, ergiebt sich bezüglich der Diagonalen durch dieselbe Beweisführung, wie in Art. 177 (S. 158), die gleiche Regel wie dort. Für die Verticalen ergiebt sich zugleich aus dem Schlusssatze unter 𝔞: Jede Verticale erhält ihren grössten Druck (bezw. Zug) bei derjenigen Belastung, bei welcher die mit ihr an einem unbelasteten Knotenpunkte zusammentreffende Diagonale ihren grössten Zug (bezw. Druck) erhält.

Fig. 202.

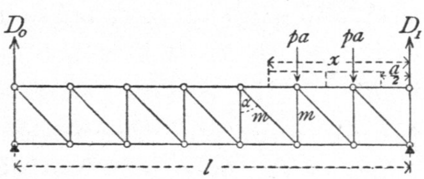
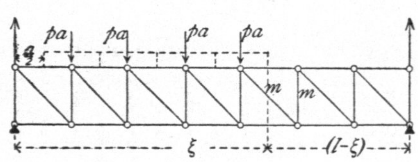


Fig. 203



Wirken die Lasten an der oberen Gurtung, so ergeben sich die Werthe für die Spannungen, wenn wir wiederum zur Ermittelung von Q die Knotenpunktsbelastungen durch gleichförmig vertheilte Lasten ersetzt denken, wie folgt. Für das Maximum von Y_m und das Minimum von V_m ergiebt sich nach Fig. 202 der Auflagerdruck

$$D_0 = \frac{p\left(x - \frac{a}{2}\right)}{2\,l}\left(x + \frac{a}{2}\right) = \frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] = Q_m.$$

Sonach

$$\underset{max}{Y_m} = \frac{p}{2\,l \cos \alpha}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \text{und} \quad \underset{min}{V_m} = -\frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad . \; . \quad 234.$$

Für Y_{min} und V_{max} findet man nach Fig. 203

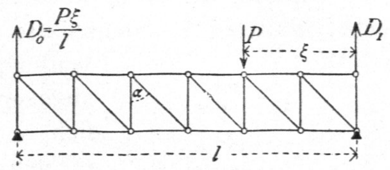
$$Q = -\frac{p}{2\,l}\left[\xi^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right];$$

$$\underset{min}{Y_m} = -\frac{p}{2\,l \cos \alpha}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \text{und} \quad \underset{max}{V_m} = +\frac{p}{2\,l}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad 235.$$

x bedeutet den Abstand der Mitte desjenigen Feldes, zu dem die Diagonale gehört, vom rechten Auflager; bei den Verticalen die Mitte des Feldes, zu welchem diejenige Diagonale gehört, die mit der Verticalen an einem Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft (hier also der unteren Gurtung).

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an, so stimmen die Formeln für die Diagonalen genau mit den eben entwickelten; auch diejenigen für die Verticalen, wenn man beachtet, dass x den soeben erwähnten Werth hat, dass sich also x hier auf die Mitte des Feldes bezieht, zu dem die Diagonale gehört, welche sich mit der Verticalen an einem Knotenpunkte der oberen Gurtung schneidet; statt V_m ist also dann V_{m-1} zu setzen.

Fig. 204.



c) Wenn der Träger durch eine **Einzellast** belastet wird (Fig. 204), so erhält jede Diagonale zwischen dem Lastpunkt und dem linken Auflager, nach welchem hier die Diagonalen steigen, einen Zug

$$Y = \frac{P\,\xi}{l \cos \alpha}, \quad \dots\dots\dots\dots \quad 236.$$

jede Verticale auf dieser Seite der Last einen Druck

$$V = -\frac{P\,\xi}{l}. \quad \dots\dots\dots\dots \quad 237.$$

Jede Diagonale zwischen dem Lastpunkt und dem rechten Auflager, nach dem die Diagonalen hier fallen, erhält einen Druck

$$Y = -\frac{P\,(l-\xi)}{l \cos \alpha}, \quad \dots\dots\dots\dots \quad 238.$$

jede Verticale auf dieser Seite einen Zug

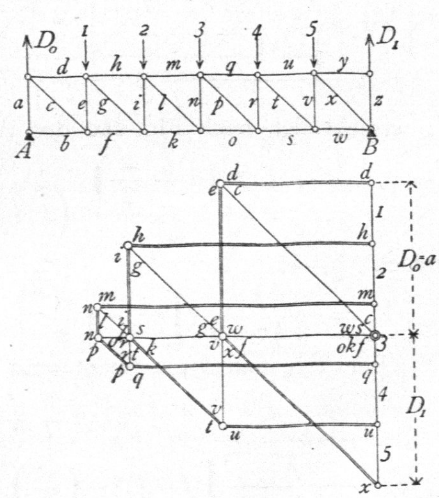
$$V = \frac{P\,(l-\xi)}{l}. \quad \dots\dots\dots\dots \quad 239.$$

182. Graphische Ermittelung der Spannungen.

γ) **Graphische Ermittelung der Spannungen.** Der Träger sei durch eine **gleichmäfsig vertheilte Last** (Eigengewicht, bezw. volle Nutzlast) belastet; in jedem Knotenpunkte der oberen Gurtung wirke die Last $g\,a$, bezw. $p\,a$. Hiernach ist in Fig. 205 der Kräfteplan nach der *Cremona*-schen Methode gezeichnet, worüber weitere Bemerkungen unnöthig sind.

Wenn die Zeichnung für eine Belastung g auf die Längeneinheit construirt ist, so geben die Längen der einzelnen Linien auch zugleich die Beanspruchungen für die Belastung p auf die Längeneinheit, falls dieselben nur auf einem Maßstabe abgegriffen werden, auf welchem diejenige Länge $p\,a$ bedeutet, welche vorher $g\,a$ bedeutet hatte.

Fig. 205.



Sind die Maximalspannungen in den Gitterstäben, welche durch **Verkehrslast** erzeugt werden, zu bestimmen, so ergiebt die Vergleichung der in Art. 180 (S. 164) für $Y_{\substack{max\\min}}$ und $V_{\substack{max\\min}}$ gefundenen Werthe mit den in Art. 177 (S. 158) für den Parallelträger mit Netzwerk gefundenen Werthen für Y und Q die genaue Uebereinstimmung beider, falls x den in Art. 180 (S. 165) angegebenen Werth hat.

Fig. 206.

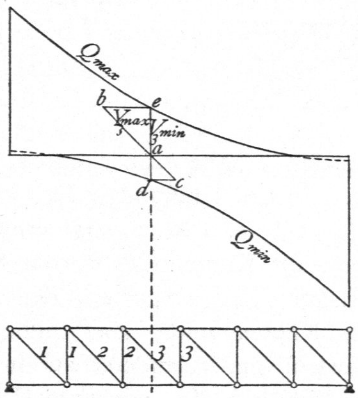
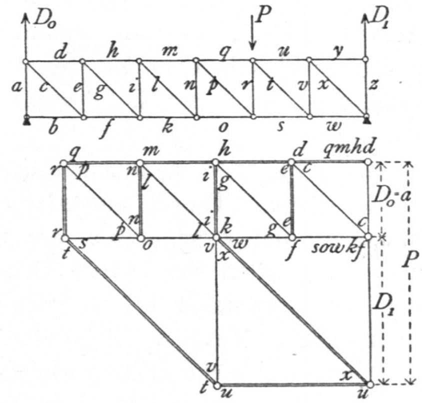


Fig. 207.



Die oben ſtehende Curve (Fig. 206) ergiebt demnach die Werthe für Q_{max}, ſo wie Q_{min} und damit, wie gezeichnet, leicht die Werthe für Y und V. Der für $V_{3\,min}$ angegebene Werth entſpricht einer Belaſtung der oberen Gurtung.

Sämmtliche durch eine Einzellaſt erzeugten Spannungen können leicht mittels eines *Cremona*'ſchen Kräfteplanes (Fig. 207) ermittelt werden.

4) Parallelträger mit nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Diagonalen.

Im vorhergehenden Kapitel iſt gezeigt worden, daſs die gedrückten Stäbe mit Rückſicht auf Widerſtand gegen Zerknicken unter Umſtänden weſentlich ſtärker conſtruirt werden müſſen, als die einfache Druckbeanſpruchung erfordert. Bei der Beſtimmung der Querſchnittsgröſse ſind vielfach Zuſchläge zu machen, welche bei den gezogenen Stäben nicht nöthig ſind. Man wird deſshalb bei gewiſſen Materialien, beſonders bei Schmiedeeiſen, die Verwendung gedrückter Stäbe möglichſt beſchränken und ſtatt deren, wenn möglich, gezogene anordnen. Wo aber gedrückte Stäbe nicht entbehrt werden können, empfiehlt es ſich, die kürzeren Stäbe als gedrückte, die längeren als gezogene anzuordnen. Bei manchen Materialien hingegen, insbeſondere beim Holz, macht die Anordnung der Verbindungen eine möglichſt geringe Verwendung von Zugſtäben und eine möglichſt ausgedehnte Verwendung von Druckſtäben wünſchenswerth.

183. Grundſatz.

Bei den Trägern mit Fachwerk iſt die Anordnung von nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Diagonalen möglich.

Wir betrachten zunächſt die Träger mit nur gezogenen Diagonalen.

Wie in Art. 180 (S. 164) nachgewieſen iſt, erzeugt das Eigengewicht, ſo wie auch eine gleichmäſsige Belaſtung aller Knotenpunkte in den nach der Mitte fallenden Diagonalen Zug, in den nach der Mitte ſteigenden Diagonalen Druck. Soll alſo durch die angegebene Belaſtung, welche für den Hochbau weitaus die wichtigſte iſt, in den Diagonalen nur Zug entſtehen, ſo ordnet man nur nach der Mitte fallende Diagonalen an, conſtruirt alſo den Träger genau ſymmetriſch zur Mitte (Fig. 208). Iſt die Felderzahl ungerade, ſo erhalten die Diagonalen im Mittelfelde bei dieſer Be-

184. Träger mit nur gezogenen Diagonalen.

Fig. 208.