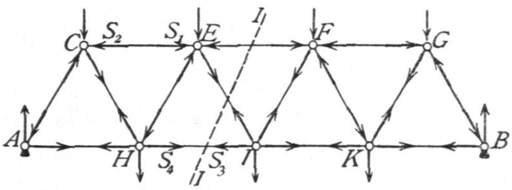
1) Verfahren für die Beſtimmung der Stabſpannungen.

Die Ermittelung der Spannungen in den einzelnen Stäben des Fachwerkes erfolgt nach dem allgemeinen Verfahren, welches in Art. 4 (S. 6) angegeben worden iſt. Man unterſucht den Gleichgewichtszuſtand irgend eines Theiles des Fachwerkes unter der Einwirkung aller an demſelben thätigen Kräfte. In jeder Stabaxe wirken zwei Kräfte, welche einander an Gröſse gleich ſind, aber entgegengeſetzten Sinn haben, die *Stabſpannungen*. Im Stabe CE (Fig. 176) wird von C eine Kraft S_1 auf E übertragen, und eine gleich groſse Kraft S_2 von E auf C; beide ſind Druck. In HI wird von H auf I ein Zug S_3, von I auf H ein gleich groſser Zug S_4 ausgeübt. In Fig. 176 ſind alle auf die Knotenpunkte wirkenden Stabſpannungen angegeben. 168. Erläuterungen.

Fig. 176.



Betrachtet man nur einen Theil des Trägers, etwa den links vom Schnitte II gelegenen, ſo wirken auf denſelben auſser den äuſseren Kräften die Stabſpannungen. Alle Stäbe, von denen zwei Knotenpunkte dem betreffenden Theile angehören, enthalten zwei Kräfte, die einander das Gleichgewicht halten, alſo für die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen nicht in Betracht kommen. In anderer Lage ſind diejenigen Stäbe, welche vom Schnitte II getroffen werden, von denen alſo nur ein Knotenpunkt links vom Schnitte liegt. Nur diejenigen Spannungen dieſer Stäbe, welche auf die dem betreffenden Trägertheile angehörenden Knotenpunkte wirken, ſind als auf das Bruchſtück wirkende Kräfte einzuſetzen; ſo viele Stäbe alſo durch den Schnitt getroffen werden, ſo viele Stabſpannungen ſind in den Gleichgewichtsgleichungen vorhanden, welche für den Trägertheil aufzuſtellen ſind. Dieſe Spannungen ſind die unbekannten Kräfte, für deren Ermittelung die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen zu Gebote ſtehen. Da für Kräfte in der Ebene drei Gleichgewichtsbedingungen vorhanden ſind, ſo iſt die Aufgabe auf dem angegebenen, rein ſtatiſchen Wege nur dann lösbar, wenn ſich bei jedem Schnitte nur drei unbekannte Stabſpannungen ergeben.

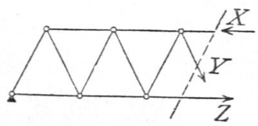
Ein ſolches Fachwerk, bei welchem ſämmtliche Stabſpannungen durch die Geſetze des Gleichgewichtes ſtarrer Körper beſtimmbar ſind, nennt man *ſtatiſch beſtimmt*; reichen dieſe Geſetze dazu nicht aus, ſo iſt das Fachwerk *ſtatiſch unbeſtimmt*. In letzterem Falle ſind die Stabſpannungen auch noch von den elaſtiſchen Formänderungen abhängig. Es iſt aus verſchiedenen Gründen empfehlenswerth, im Hochbau nur ſtatiſch beſtimmte Fachwerke zu verwenden.

Unter Berückſichtigung des Vorſtehenden iſt nun folgendermaſsen zu verfahren. 169. Verfahren im Allgemeinen. Das Fachwerk wird an derjenigen Stelle durchſchnitten gedacht, an welcher man die inneren Kräfte, hier die Stabſpannungen, kennen lernen will; an den Schnittſtellen werden die inneren Kräfte angebracht und auf das Bruchſtück die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen angewendet. Da hier die Stäbe, wie angenommen wurde, um die Knotenpunkte frei drehbar ſind, ſo muſs jede Stabſpannung mit der Richtung des betreffenden Stabes zuſammenfallen. Es ergiebt ſich ſonach die folgende Regel.

Man denke ſich den Träger ſo durchſchnitten, daſs die Stäbe, deren Spannung man ſucht, durch den Schnitt getroffen werden, bringe die mit den Stabrichtungen zuſammenfallenden Stabſpannungen als vorläufig unbekannte Kräfte an (Fig. 177) und ſtelle für das Bruchſtück die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen auf.

Die Stäbe werden gezogen oder gedrückt; im erſten Falle wirkt die Spannung vom Knotenpunkte ab (Y und Z in Fig. 177); im zweiten Falle wirkt ſie nach dem Knotenpunkt hin (X in Fig. 177). Da man beim Beginne der Berechnung vielfach noch nicht den Sinn der Beanſpruchung kennt, ſo werden wir zunächſt ſtets alle Spannungen als Zugſpannungen, d. h. vom Knotenpunkte ab gerichtet, einführen; die Rechnung ergiebt entweder einen poſitiven oder negativen Werth. Das erſtere Ergebniſs bedeutet, daſs die angenommene Pfeilrichtung die richtige war, d. h. daſs im Stabe Zug herrſcht; das zweite Ergebniſs bedeutet, daſs die wirkliche Spannung der angenommenen gerade entgegengeſetzt (mit cos 180° zu multipliciren) iſt, d. h. daſs im Stabe Druck herrſcht.

Fig. 177.



170. Verfahren durch Rechnung.

α) Analytiſche Beſtimmung der Stabſpannungen. Dieſelbe kann in zweifacher Weiſe geſchehen: entweder durch Aufſtellung aller Gleichgewichtsbedingungen oder nach der ſog. Momenten-Methode.

171. Gleichgewichtsbedingungen.

a) Die Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingungen für das Bruchſtück (Fig. 178), welches, wie im vorigen Artikel angegeben, behandelt iſt, ergiebt drei Gleichungen, welche nach Art. 6 (S. 7) lauten:

$$\left.\begin{array}{c} X\cos\sigma + Y\sin\tau + Z = 0;\quad D_0 - P_1 - P_2 + X\sin\sigma - Y\cos\tau = 0 \\ D_0 \,.\, 2\,a - P_1\,a - Z\,z = 0 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad 207.$$

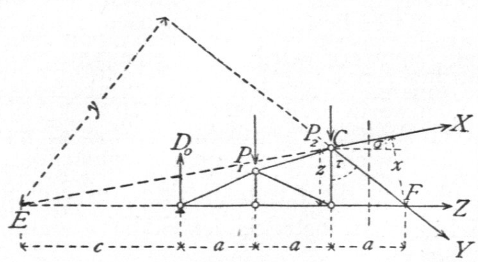
Als Drehpunkt für die dritte Gleichung iſt der Punkt C gewählt; alsdann haben X, Y und P_2 kein ſtatiſches Moment, weil ſie für dieſen Drehpunkt keinen Hebelsarm haben.

Der angegebene Weg führt ſtets, wenn nur 3 Unbekannte, alſo 3 geſchnittene Stäbe vorhanden ſind, zum Ziele; er hat den Nachtheil, daſs meiſtens 3 Gleichungen gelöst werden müſſen, ſelbſt wenn man nur eine Spannung kennen lernen will.

172. *Ritter*'ſche Methode.

b) Das Charakteriſtiſche der von *Ritter* angegebenen Momenten-Methode iſt, daſs man für jede Spannung nur eine Gleichung erhält; das Mittel dazu bietet die dritte Gleichgewichtsbedingung des vorhergehenden Artikels. Wird der Momentenpunkt ſo gewählt, daſs zwei von den drei Unbekannten das Moment Null haben, ſo bleibt in der Gleichung nur eine Unbekannte. Das ſtatiſche Moment jeder der beiden Kräfte iſt aber gleich Null für den Schnittpunkt beider Kraftrichtungen, weil für dieſen Punkt jede der beiden Kräfte den Hebelsarm Null hat. Das Verfahren iſt demnach das folgende.

Fig. 178.



Man lege durch den Träger einen Schnitt, ſo daſs nur 3 Stäbe mit unbekannten Spannungen geſchnitten werden, bringe dieſe Spannungen und alle am Bruchſtück wirkenden äuſseren Kräfte an, ſetze die algebraiſche Summe der ſtatiſchen Momente dieſer Kräfte gleich Null und wähle dabei als Momentenpunkt für die Ermittelung der Spannung eines Stabes ſtets den Schnittpunkt der beiden mitdurchſchnittenen Stäbe.

Um in Fig. 178 die Spannung X zu finden, wählt man F als Momentenpunkt; die Gleichung der ſtatiſchen Momente heiſst dann

$$X x + D_0 \, . \, 3 \, a - P_1 \, . \, 2 \, a - P_2 \, a = 0,$$

woraus ſich die einzige Unbekannte X leicht finden läſſt. Für C als Momentenpunkt ergiebt ſich

$$D_0 \, . \, 2 \, a - P_1 \, a - Z z = 0,$$

woraus Z zu berechnen iſt, und für E als Momentenpunkt

$$Y y - D_0 \, c + P_1 \, (c + a) + P_2 \, (c + 2 \, a) = 0,$$

woraus Y zu ermitteln iſt.

Die Länge der Hebelsarme ergiebt ſich meiſtens genügend genau aus der Zeichnung, kann aber auch leicht rechneriſch ermittelt werden.

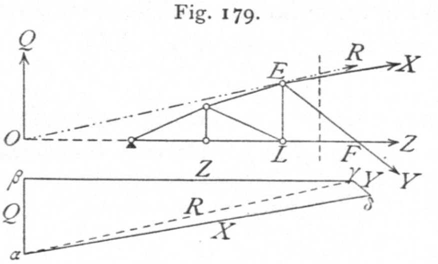
Wir werden den für einen Stab nach dieſer Methode ſich ergebenden Momentenpunkt den dieſem Stabe conjugirten Punkt nennen.

β) Graphiſche Beſtimmung der Stabſpannungen. Auch das graphiſche Verfahren kann nach verſchiedenen Arten durchgeführt werden, entweder nach der Schnittmethode oder nach der Vieleckmethode oder nach einer aus Zeichnung und Rechnung zuſammengeſetzten Weiſe. 173. Graphiſches Verfahren.

α) Die Schnittmethode wurde von *Culmann* angegeben. 174. *Culmann*'ſche Methode.

Werden die ſämmtlichen am Bruchſtück wirkenden äuſseren Kräfte zu einer Mittelkraft Q (Fig. 179) zuſammengefaſſt, ſo wirken auf daſſelbe 4 Kräfte, nämlich Q und die 3 unbekannten Spannungen der durch den Schnitt getroffenen Stäbe. Für dieſe 4 Kräfte ergiebt ſich ein geſchloſſenes Kraftpolygon. Von einer dieſer Kräfte, nämlich von Q, iſt Gröſse, Richtung und Lage bekannt; von den drei anderen wohl die Richtung und Lage, nicht aber die Gröſse. Erſetzt man 2 der unbekannten Kräfte, etwa X und Y, durch ihre Mittelkraft R, ſo bleiben nur noch die 3 Kräfte Q, Z und R, welche ſich nach Art. 8 (S. 8) in einem Punkte ſchneiden müſſen. R muſs alſo durch den Schnittpunkt O von Q und Z gehen. Da R auſserdem durch den Schnittpunkt E von X und Y geht, ſo ſind 2 Punkte der Richtungslinie von R, es iſt alſo auch dieſe Richtung ſelbſt bekannt. R hat demnach die Richtung $O\,E$. Im Punkte O halten ſich nun die drei Kräfte Q, R und Z das Gleichgewicht; das für dieſelben conſtruirte Kraftpolygon iſt eine geſchloſſene Figur, hier ein Dreieck. Iſt $Q = \alpha\,\beta$, ſo ziehe man durch β eine Parallele zur Richtung von Z, durch α eine ſolche zur Richtung von R; der Schnittpunkt γ beider Linien ergiebt die beiden Kräfte $R = \gamma\,\alpha$ und $Z = \beta\,\gamma$.

Fig. 179.

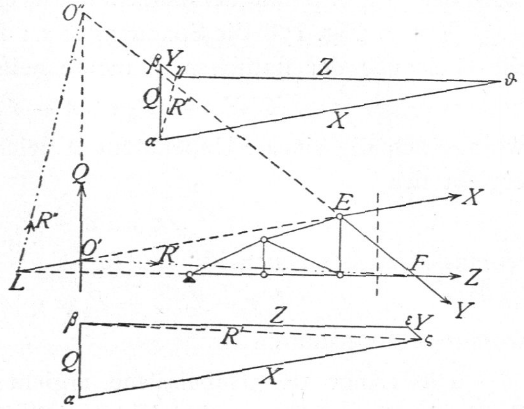


In derſelben Weiſe kann nun R in ſeine beiden Seitenkräfte X und Y zerlegt werden, indem man durch die beiden Endpunkte von R Parallelen zu den Richtungen von bezw. X und Y zieht. Es ergiebt ſich $\gamma\,\delta = Y$ und $\delta\,\alpha = X$.

Es iſt für das Endergebniſs gleichgiltig, welche zwei von den unbekannten Spannungen man zu einer Mittelkraft vereinigt. Man kann auch Y und Z (Fig. 180) durch ihre Mittelkraft R' erſetzen, welche dann durch F und den Schnittpunkt O' der Kraft X mit Q geht. Als Kraftpolygon erhält man $\alpha\,\beta\,\varepsilon\,\zeta$.

Eben ſo kann man auch X und Z zu einer Reſultirenden vereinen, und erhält die ebenfalls in Fig. 180 gezeichnete Conſtruction.

Fig. 180.



Die angegebene Conſtruction giebt zugleich Aufſchluſs darüber, ob die Stäbe gezogen oder gedrückt werden. Da die am Bruchſtück wirkenden Kräfte im Gleichgewicht ſind, ſo haben ſie nach Art. 15 (S. 11) u. Art. 19 (S. 14) denſelben Umfahrungsſinn, und es iſt demnach der Sinn aller im Kraftpolygon vorkommenden Kräfte bekannt, wenn der Sinn einer derſelben bekannt iſt. Hier iſt ſtets der Sinn von Q bekannt; denn dieſes iſt die Querkraft für den bezüglichen Querſchnitt. Q hat den Sinn von α nach β; alſo iſt in Fig. 179 Z von β nach γ, d. h. vom Knotenpunkt L ab gerichtet, Y von γ nach δ und X von δ nach α gerichtet. X wirkt alſo nach dem Knotenpunkt E hin, iſt demnach Druck, während Z und Y Zug bedeuten. Richtung, Gröſse und Lage der Kraft Q für eine gegebene Belaſtung ſind mit Hilfe des Kraft- und Seilpolygons leicht beſtimmbar. (Siehe Art. 151, S. 130.)

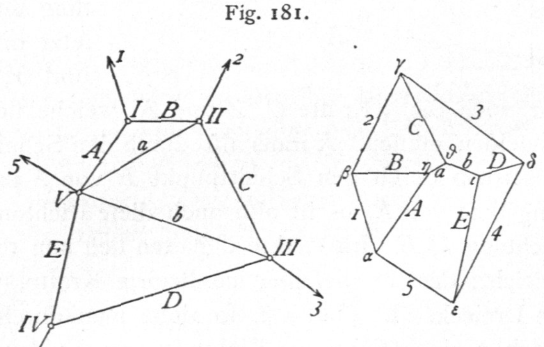
175. *Cremona*'ſche Methode.

b) Die Vieleckmethode iſt von *Cremona* angegeben worden.

Wir führen die folgenden Bezeichnungen ein. Randſtäbe ſeien Stäbe, welche zwei auf einander folgende äuſsere Knotenpunkte mit einander verbinden, alſo *I II*, *II III* . . . in Fig. 181; Zwiſchenſtäbe ſeien Stäbe, welche zwei nicht auf einander folgende äuſsere Knotenpunkte verbinden, alſo *II V*, *III V* . . . in Fig. 181.

Da alle auf das Fachwerk wirkenden äuſseren Kräfte im Gleichgewichte ſind, ſo iſt für dieſelben ein geſchloſſenes Kraftpolygon möglich, welches, wenn alle äuſseren Kräfte nach Gröſse und Richtung gegeben ſind, leicht conſtruirt werden kann. Auſserdem ſind an jedem Knotenpunkte die an demſelben wirkenden Kräfte für ſich im Gleichgewicht; es iſt alſo für jeden dieſer Knotenpunkte ein weiteres, ſich ſchlieſsendes Kraftpolygon zweiter Ordnung möglich. An jedem Knotenpunkte wirken: eine äuſsere Kraft, die im beſonderen Falle Null ſein kann, und die Spannungen der Stäbe, welche ſich in ihm ſchneiden, alſo im Knotenpunkte *II* die Kräfte *2*, *B*, *C*, *a*.

Fig. 181.

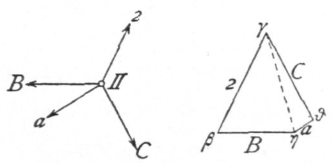


In den meiſten der kleinen Kraftpolygone kommt nun je eine äuſsere Kraft vor, welche bereits im groſsen Hauptpolygon der äuſseren Kräfte enthalten iſt; es wird alſo offenbar möglich ſein, jedes kleine Kraftpolygon ſo an das groſse zu legen, daſs die beiden gemeinſame äuſsere Kraft durch dieſelbe Gerade dargeſtellt wird.

Da ferner jeder Stab zu zwei Knotenpunkten gehört, ſo kommt jede Stabſpannung in zwei Kraftpolygonen zweiter Ordnung vor. Es wird nun durch zweckmäſsige Anordnung möglich, die kleinen Kraftpolygone ſo in das groſse einzuſchachteln, daſs nicht nur jede äuſsere Kraft, ſondern auch jede Stabſpannung nur einmal im Kräftezuge vorkommt; d. h. auch die kleinen Kraftpolygone hängen dann ſo zuſammen, daſs die zweien gemeinſame Stabſpannung durch dieſelbe Gerade dargeſtellt wird.

Für die Conſtruction der kleinen Kraftpolygone iſt nun Folgendes zu beachten. Wenn, wie hier die Richtung ſämmtlicher Kräfte bekannt iſt und das Kraftpolygon wegen des Gleichgewichtes der Kräfte ſich ſchlieſst, ſo iſt die Conſtruction deſſelben ſtets möglich, wenn am Knotenpunkte nur zwei unbekannte Kräfte vorhanden ſind. Denn ſeien etwa in Fig. 182 B und 2 bekannt, a und C unbekannt, ſo erfordert das Gleichgewicht, daſs die Mittelkraft von a und C der bekannten Mittelkraft von 2 und B der Gröſse nach genau gleich iſt. Die bekannte Mittelkraft von 2 und B iſt aber die Verbindungslinie $\eta\gamma$ im Kraftpolygon, und es iſt dieſelbe im entgegengeſetzten Sinne genommen ohne Schwierigkeit in die beiden Seitenkräfte C und a zu zerlegen, indem durch den einen Endpunkt, etwa γ, eine Parallele zu C, durch den anderen Endpunkt, etwa η, eine Parallele zu a gezogen wird. Der Schnittpunkt ϑ ergiebt $\gamma\,\vartheta = C$ und $\vartheta\,\eta = a$. Alsdann iſt $\beta\,\gamma\,\vartheta\,\eta$ das kleine Kraftpolygon für Punkt II. Man muſs es demnach bei der Conſtruction der kleinen Kraftpolygone ſo einrichten, daſs ſtets nur 2 Unbekannte da ſind. Zu dieſem Zwecke beginnt man mit demjenigen Knotenpunkte, in welchem ſich nur 2 Stäbe ſchneiden, hier alſo etwa mit I (Fig. 181). Die äuſsere Kraft iſt bekannt; unbekannt ſind demnach nur A und B und nach Obigem leicht zu ermitteln. Man geht nun zu einem Knotenpunkt über, von welchem man wiederum alle Kräfte mit Ausnahme von zweien kennt, hier zu II. Bekannt ſind hier 2 und B, unbekannt C und a, demnach leicht ermittelt. So ſchreitet man weiter. Ein Knotenpunkt, in welchem ſich nur 2 Stäbe ſchneiden, iſt bei den in der Praxis üblichen Gitterträgern ſtets vorhanden.

Fig. 182.



Damit nun jede äuſsere Kraft und jede Stabſpannung nur einmal in dem entſtehenden Kraftzuge — dem Kräfteplan — vorkomme, iſt folgende Regel zu befolgen. Man vereine ſämmtliche äuſsere Kräfte zu einem geſchloſſenen Kraftpolygon, indem man ſie in der Folge der Knotenpunkte oder, wie man ſagt, in cycliſcher Reihenfolge an einander legt, und ziehe nun durch die Eckpunkte dieſes Kraftpolygons Parallelen zu den Randſtäben derart, daſs die Parallele zu einem Randſtabe, etwa zu A, durch denjenigen Eckpunkt des groſsen Kraftpolygons geht, welcher zwiſchen den beiden äuſseren Kräften liegt, zwiſchen denen der betreffende Randſtab im Fachwerk ſich befindet. Der Randſtab A liegt im Fachwerk zwiſchen den äuſseren Kräften 1 und 5; die Parallele zu A wird alſo durch den Punkt α zwiſchen 1 und 5 gezogen; eben ſo die Parallele zum Randſtab B durch β zwiſchen 1 und 2 etc. Unter Benutzung der hier gezogenen Parallelen conſtruire man nun, wie oben angegeben, die kleinen Kraftpolygone; alsdann erhält man einen Linienzug zwiſchen den Randſtäben, in welchem jede einzelne Linie eine Zwiſchenſtabſpannung darſtellt und in welchem jede Zwiſchenſtabſpannung nur einmal vorkommt. Die auf den Parallelen zu den Randſtäben abgeſchnittenen Längen geben die Spannungen der Randſtäbe an.

Der Sinn der Stabſpannungen wird hier genau in derſelben Weiſe aus dem Kraftpolygon für einen Knotenpunkt ermittelt, wie im vorhergehenden Artikel angegeben iſt.

c) Verfahren von Zimmermann für Fachwerke, welche durch parallele äuſsere Kräfte beanſprucht werden.

Die Mittelkraft aller links vom Schnitte II auf den Träger wirkenden äuſseren Kräfte ſei Q (Fig. 183); alsdann iſt das Moment derſelben

für den Punkt C als Drehpunkt: $M_C = Q\,\xi$;

für den Punkt D als Drehpunkt: $M_D = Q\,(\xi + a)$.

Demnach wird

$$Q\,a = M_D - M_C \quad \text{und} \quad Q = \frac{M_D}{a} - \frac{M_C}{a}.$$

Man trage nun nach einem beliebigen Maſsſtabe $\frac{M_C}{a}$ von C' nach oben ab, eben ſo $\frac{M_D}{a}$ nach demſelben Maſsſtabe von D aus, ſo daſs

$$DD'' = \frac{M_D}{a} \quad \text{und} \quad C'C'' = \frac{M_C}{a}$$

iſt, ziehe durch C'' und D'' je eine Parallele zu demjenigen Gurtungsſtabe, welcher an derſelben Seite der Diagonale liegt, wie der betreffende Punkt, alſo durch C'' eine Parallele zu FD, durch D'' eine ſolche zu CE. Dann wird $JD'' = \frac{M_D}{a} - \frac{M_C}{a} = Q$; in dem ſo erhaltenen, ſchraffirten Vierecke $JD''GH$ iſt alsdann:

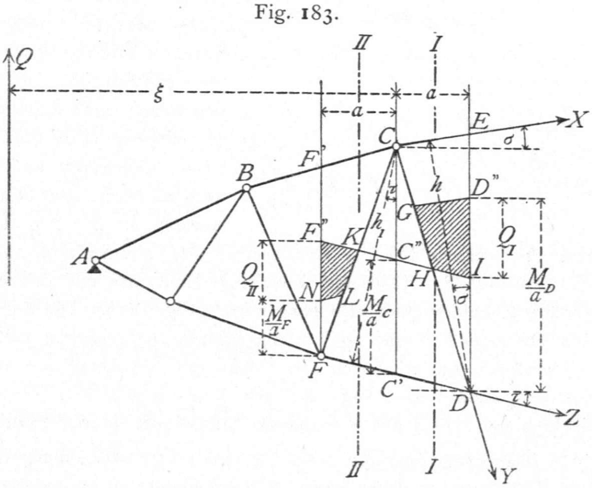
$D''G$ die Spannung im Gurtungsſtabe CE,

GH die Spannung in der Diagonalen CD,

HJ die Spannung im Gurtungsſtabe FD,

und zwar in demſelben Maſsſtabe, nach welchem $\frac{M_D}{a}$, bezw. $\frac{M_C}{a}$ aufgetragen ſind.

Fig. 183.



Nach dem Vorſtehenden iſt nämlich, da die auf das Trägerſtück links von II wirkenden äuſseren Kräfte mit X, Y, Z zuſammen Gleichgewicht herſtellen müſſen, die algebraiſche Summe der ſtatiſchen Momente dieſer Kräfte für einen beliebigen Drehpunkt, alſo auch für D, gleich Null; mithin

$$0 = Q(a + \xi) + Xh, \quad \text{woraus} \quad X = -\frac{Q(a+\xi)}{h} = -\frac{M_D}{h}.$$

Das Vorzeichen ſoll zunächſt unberückſichtigt gelaſſen und nur die abſolute Gröſse von X in das Auge gefaſſt werden. Es iſt alsdann

$$X = \frac{M_D}{h} = \frac{M_D}{a}\,\frac{a}{h} = \frac{M_D}{a}\,\frac{\frac{a}{\cos\sigma}}{\frac{h}{\cos\sigma}}.$$

Nun iſt $\frac{a}{\cos\sigma} = \overline{CE}$ und $\frac{h}{\cos\sigma} = \overline{DE}$, demnach

$$X = \frac{M_D}{a} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}} = \overline{DD''}\,\frac{\overline{CE}}{\overline{DE}}.$$

Es iſt aber auch nach Fig. 183

$$\frac{\overline{D''G}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{DD''}}{\overline{DE}}, \quad \text{daher} \quad \overline{D''G} = \overline{DD''}\,\frac{\overline{CE}}{\overline{DE}},$$

woraus folgt, daſs $X = \overline{D''G}$ iſt. Auf den Trägertheil links vom Schnitte II wirken nun vier Kräfte: die Mittelkraft Q aller äuſseren Kräfte und die Spannungen der vom Schnitte II getroffenen Stäbe, alſo X, Y, Z. Da dieſe Kräfte einander das Gleichgewicht halten, ſo muſs ſich aus ihnen ein geſchloſſenes Kraftpolygon herſtellen laſſen. Zwei von den vier Kräften ſind bekannt, nämlich Q und X, und bereits an einander gereiht ($JD''G$); das geſuchte Kraftpolygon iſt alſo nach bekannten Regeln leicht dadurch zu vervollſtändigen, daſs man durch den einen Endpunkt G des Linienzuges die Parallele zu Y (dieſelbe fällt mit der Diagonalen zuſammen) und durch den anderen Endpunkt J des Linienzuges die Parallele zu Z zieht; das erhaltene Viereck $JD''GH$ iſt das geſuchte Kraftpolygon, womit die obige Behauptung erwiefen ift. Die Art der Beanfpruchung ergiebt fich, wie ftets, aus dem Umfahrungsfinne im Kraftpolygon.

Legt man in gleicher Weife den Schnitt $II\,II$ durch den Träger, trägt von F aus $FN = \frac{M_F}{a}$ nach oben ab, zieht durch N eine Parallele zum Gurtungsftabe $B\,C$, durch C'' eine Parallele zum Gurtungsftabe $F\,D$, fo erhält man, wie oben, ein Viereck $N\,F''\,K\,L$, deffen Seitenlängen entfprechende Stabfpannungen darftellen. Es ift nämlich

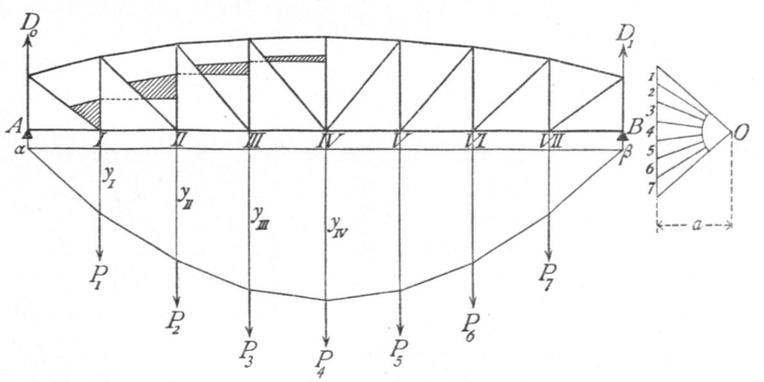
$$\overline{N\,F''} = \frac{M_C}{a} - \frac{M_F}{a} = Q_{II},$$

$$Z = \frac{M_C}{h_1} = \frac{M_C}{a} \cdot \frac{a}{h_1} = \frac{M_C}{a} \cdot \frac{\dfrac{a}{\cos\tau}}{\dfrac{h_1}{\cos\tau}} = \overline{F\,F''}\,\frac{\overline{F\,C'}}{\overline{C\,C'}} = \overline{F''\,K}.$$

Die weitere Vervollftändigung des den vier Kräften, welche bei Schnitt $II\,II$ in Betracht kommen, entfprechenden Kraftpolygons ift, wie oben, vorzunehmen. Es ift $\overline{F''\,K}$ die Spannung im Gurtungsftabe $F\,D$, $\overline{K\,L}$ die Spannung in der Diagonalen $F\,C$ und $\overline{L\,N}$ die Spannung im Gurtungsftabe $B\,C$.

Meiftens hat die Feldweite a im ganzen Träger die gleiche Gröfse; es ändert fich aber in der Grundlage nichts, wenn einzelne Felder des Trägers andere Knotenpunktsabftände als a aufweifen. Die Werthe $\frac{M}{a}$ können durch Rechnung oder durch Conftruction ermittelt werden.

Fig. 184.



Sollen die Ausdrücke $\frac{M}{a}$ für die einzelnen Knotenpunkte rechnerifch beftimmt werden, fo führt man zweckmäfsig die Feldweite a als Einheit ein. Sind in Fig. 184 alle Knotenpunktlaften gleich P, fo wird

$$D_0 = D_1 = \frac{7\,P}{2} \quad \text{und} \quad \frac{M_I}{a} = \frac{7\,P}{2} = \frac{M_{VII}}{a},$$

$$\frac{M_{II}}{a} = \frac{7\,P}{2}\,2 - P\,.\,1 = 6\,P = \frac{M_{VI}}{a},$$

$$\frac{M_{III}}{a} = \frac{7\,P}{2}\,3 - P\,.\,1 - P\,.\,2 = 7{,}5\,P = \frac{M_V}{a},$$

$$\frac{M_{IV}}{a} = \frac{7\,P}{2}\,4 - P\,(1+2+3) = 8\,P.$$

Conſtruirt man für die gegebenen Laſten und den Polabſtand a ein Seilpolygon, ſo geben die den einzelnen Knotenpunkten entſprechenden lothrechten Höhen des Seilpolygons (von der Schluſslinie $\alpha\,\beta$ aus gemeſſen) die Werthe von $\frac{M}{a}$. In Fig. 184 iſt $y_I = \frac{M_I}{a}$, $y_{II} = \frac{M_{II}}{a}$ etc.

Um nicht weit über die Zeichnung fallende Kraftpolygone zu erhalten, iſt in Fig. 184 bei Conſtruction der ſchraffirten Kraftpolygone überall $\frac{M_D}{2\,a}$ aufgetragen; der für den Kräftezug gewählte Maſsſtab iſt $1^{\,\mathrm{mm}} = 1$ Tonne; es müſſen demnach die Spannungen, welche ſich in den ſchraffirten Kraftpolygonen ergeben, auf einem doppelt ſo groſsen Maſsſtabe abgegriffen werden, auf welchem alſo $1^{\,\mathrm{mm}} = 2$ Tonnen bedeutet.

2) Parallelträger mit Netzwerk oder zwei Scharen von Diagonalen.

176. Berechnung der Gurtungsſpannungen.

α) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Um dieſe Spannungen für eine **beliebige Belaſtung** zu ermitteln, nennen wir die Mittelkraft aller auf das Bruchſtück links vom Schnitte $I\,I$ (Fig. 185) wirkenden Kräfte Q. Für irgend einen Stab $C\,E$ der oberen Gurtung iſt F der Momenten- oder conjugirte Punkt, und es iſt das Moment der äuſseren Kräfte in Bezug auf dieſen Punkt $M = Q\,\eta$. Daraus folgt als Bedingungsgleichung:

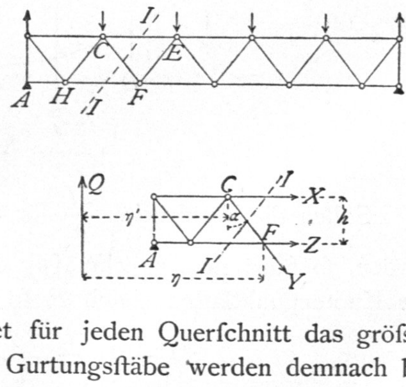
$$0 = M + X\,h, \quad \text{woraus} \quad X = -\frac{M}{h} \quad \ldots\ldots \quad 208.$$

In gleicher Weiſe ergiebt ſich für C als Momentenpunkt, wenn M_1 das Moment von Q in Bezug auf C iſt,

$$0 = M_1 - Z\,h, \quad \text{woraus} \quad Z = \frac{M_1}{h} \quad \ldots\ldots \quad 209.$$

Da bei einem Träger auf zwei Stützen M ſtets die angegebene Drehrichtung hat (ſtets poſitiv iſt, vergl. Art. 85, S. 59), ſo folgt aus den Gleichungen 208 u. 209: Bei Trägern auf zwei Stützen werden die oberen Gurtungsſtäbe ſtets gedrückt, die unteren Gurtungsſtäbe ſtets gezogen. Ferner: X_{max} und Z_{max} wird bei derſelben Belaſtung wie M_{max} ſtattfinden, d. h. in jedem Gurtungsſtabe findet gröſste Beanſpruchung bei derjenigen Belaſtung ſtatt, bei welcher das Moment für den dem Stabe conjugirten Punkt ſein Maximum erreicht. Wird gleichmäſsig vertheilte Belaſtung zu Grunde gelegt, ſo findet für jeden Querſchnitt das gröſste Moment bei voller Belaſtung ſtatt; ſämmtliche Gurtungsſtäbe werden demnach bei voller Belaſtung am meiſten beanſprucht.

Fig. 185.



a) Das Eigengewicht der Conſtruction kann als eine gleichmäſsig über die Länge des Trägers vertheilte Belaſtung angeſehen werden. Wir bezeichnen es mit g für die Längeneinheit und machen die vereinfachende Annahme, daſs alle Belaſtungen