

$$M_0 = M_3 = 0, \quad M_1 = M_2 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4(3l_2 + 2l_1)}, \quad \dots \quad 205.$$

$$D_0 = D_3 = \frac{p_1 l_1}{2} - \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4l_1(3l_2 + 2l_1)}, \quad D_1 = D_2 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4l_1(3l_2 + 2l_1)} + \frac{p_1 l_1}{2} + \frac{p_2 l_2}{2}. \quad 206.$$

Aus diesen allgemeinen Gleichungen kann man in besonderen Fällen die betreffenden Werthe leicht finden. Wenn z. B. eine ganze Oeffnung unbelastet ist, so ist einfach in den obigen Ausdrücken das entsprechende  $p$  gleich Null zu setzen.

**b) Innere Kräfte der Gitterträger.**

Die Balkenträger sind entweder vollwandige Träger oder gegliederte Träger, letztere gewöhnlich Gitterträger genannt. Bei den ersteren bildet der ganze Querschnitt eine zusammenhängende Fläche; bei den letzteren besteht derselbe aus zwei getrennten Theilen, den sog. Gurtungsquerschnitten; beide Gurtungen sind durch Stäbe mit einander verbunden.

165.  
Allgemeines

Die Ermittlung der Spannungen, welche in den vollwandigen Trägern, wozu die hölzernen und gusseisernen Balken, die Walzbalken und Blechträger gehören, durch die äußeren Kräfte erzeugt werden, ist bereits im 4. Kapitel des 2. Abschnittes vorgeführt worden; daselbst ist auch die Querschnittsbestimmung für diese Balken gezeigt. Im vorliegenden Kapitel sollen deshalb nur die in den Gitterträgern entstehenden inneren Kräfte entwickelt werden.

Gitterträger sind aus einzelnen Stäben zusammengesetzte Träger. Die Kreuzungspunkte der einzelnen Stäbe heißen Knotenpunkte. Jeder Gitterträger hat eine obere Gurtung und eine untere Gurtung. Zur Verbindung beider dient das zwischen ihnen angeordnete Gitterwerk.

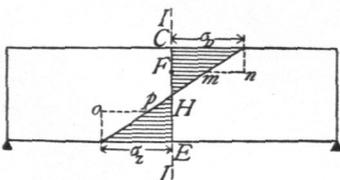
Man nennt jedes aus Stäben, welche in den Schnittpunkten ihrer Axen mit einander verbunden sind, bestehende Stabwerk ein Fachwerk; die Gitterträger bilden demnach Fachwerke.

Die Vortheile der Gitterträger gegenüber den vollwandigen Trägern ergeben sich leicht durch die folgende Ueberlegung. Die auf Biegung beanspruchten Träger erleiden in allen Punkten eines jeden Querschnittes verschiedene Beanspruchungen. Wenn die äußeren Kräfte nur senkrecht zur Balkenaxe gerichtet sind, so ist im einfachsten und häufigsten Falle die Spannung eines in der Höhe  $z$  über, bezw. unter der wagrechten Schwerpunktsaxe liegenden Punktes nach Gleichung 42:  $N = \frac{M}{f} z$ .

Die graphische Darstellung der an den verschiedenen Stellen des Querschnittes auftretenden Spannungen  $N$  ist die durch Fig. 175 veranschaulichte, da  $\frac{M}{f}$  für irgend einen Querschnitt constant ist. Im Punkte  $C$  des Querschnittes  $II$  ist die Spannung  $\sigma_D$  (Druck), in  $E$  ist sie  $\sigma_Z$  (Zug); in allen anderen Punkten des Querschnittes hat sie geringere Werthe. Da aber die Beanspruchungen  $\sigma_D$  und  $\sigma_Z$  die zulässigen

Grenzen  $K''$  für Druck und  $K'$  für Zug nicht überschreiten dürfen, so ist  $\sigma_D = K''$  und  $\sigma_Z = K'$  zu setzen und danach die Querschnittsfläche zu bestimmen. Die zulässige Beanspruchung findet also nur in wenigen Querschnittspunkten statt, nämlich in denjenigen, welche am weitesten nach oben, bezw. unten von der wagrechten Schwerpunktsaxe

Fig. 175.



abliegen. In allen anderen Querschnittspunkten ist die wirklich höchstens vorhandene Spannung viel kleiner, als zulässig wäre, so z. B. im Punkte  $F$  um  $\overline{mn}$  und im Punkte  $H$  um  $\overline{op}$ . Demnach wird bei einem vollwandigen, auf Biegung beanspruchten Träger das Material durchaus nicht ausgenutzt. Eine Ausnutzung des Materials bis zur zulässigen Grenze kann nur stattfinden, wenn die Stäbe in der Richtung ihrer Axe, also auf Zug oder Druck beansprucht werden, weil nur dann die Annahme einer gleichmäßigen Vertheilung der Kraft über den ganzen Querschnitt annähernd erfüllt ist. Bei den richtig construirten Gitterträgern werden aber alle Stäbe nur auf Zug oder Druck in der Richtung ihrer Axe beansprucht, so dass man das Material voll ausnutzen und folglich mit geringerem Materialaufwande als bei vollwandigen Trägern auskommen kann. Hierzu möge noch bemerkt werden, dass diese Vortheile nur bei größeren Weiten voll in die Erscheinung treten; bei kleineren Weiten ergeben sich die Stabquerschnitte für die praktische Ausführung zu klein, so dass für solche Aufgaben vollwandige Träger vorzuziehen sind.

Nach der Form der Gurtung unterscheidet man:

166.  
Eintheilung  
der  
Gitterträger.

1) Parallelträger, d. h. Träger, deren beide Gurtungen parallel (gewöhnlich auch wagrecht) sind.

2) Träger mit einer krummen und einer geraden Gurtung oder mit zwei krummen Gurtungen. Die ersteren nennt man, wenn die Endhöhe des Trägers gleich Null ist und die obere Gurtung krumm, die untere Gurtung gerade ist, Bogenförmigen Träger; wenn die untere Gurtung gekrümmt, die obere Gurtung gerade ist, Fischbauchträger. Je nach der Curve der Krümmung unterscheidet man Parabelträger, Hyperbel- (Schwedler-) Träger, Ellipfenträger etc.

3) Dreieck- und Trapezträger, d. h. Träger, deren Gurtungen ein Dreieck, bezw. ein Paralleltrapez bilden.

Eintheiliges Gitterwerk ist solches, bei welchem sich jeder Gitterstab nur in den Gurtungen mit den anderen Gitterstäben kreuzt; mehrtheiliges Gitterwerk ist solches, bei welchem jeder Gitterstab sich außer in den Gurtungen noch ein oder mehrere Male mit anderen Gitterstäben kreuzt.

Für die Zwecke des Hochbaues ist wohl immer das eintheilige Gitterwerk, welches eine genaue und einfache Berechnung zulässt, ausreichend, so dass hier nur Träger mit eintheiligem Gitterwerk besprochen werden sollen.

Die Gitterstäbe sind entweder geneigt oder lothrecht; sie werden in der Folge bezw. als Diagonalen und Verticalen oder Pfosten bezeichnet werden.

Gitterwerk mit zwei Lagen Diagonalen nennt man Netzwerk; Gitterwerk mit einer Lage Diagonalen und einer Lage Verticalen bezeichnet man wohl besonders mit dem Namen Fachwerk.

Die Dachbinder sind in den allermeisten Fällen Gitterträger, so dass die hier zunächst zu entwickelnden allgemeinen Regeln und Gesetze auch für die im nächsten Kapitel zu behandelnden Dachbinder giltig sind.

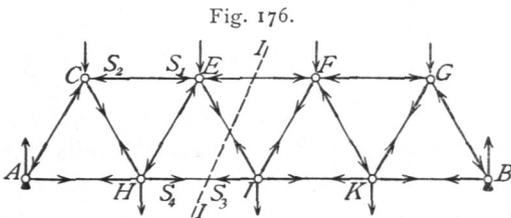
167.  
Voraus-  
setzungen.

Bei den nachstehenden Untersuchungen werden folgende Annahmen gemacht:

- 1) die Belastungen finden nur in den Knotenpunkten statt, und
- 2) die Stäbe sind in den Knotenpunkten so mit einander verbunden, dass sie sich um dieselben frei drehen können.

## 1) Verfahren für die Bestimmung der Stabspannungen.

Die Ermittlung der Spannungen in den einzelnen Stäben des Fachwerkes erfolgt nach dem allgemeinen Verfahren, welches in Art. 4 (S. 6) angegeben worden ist. Man untersucht den Gleichgewichtszustand irgend eines Theiles des Fachwerkes unter der Einwirkung aller an demselben thätigen Kräfte. In jeder Stabaxe wirken zwei Kräfte, welche einander an Gröfse gleich sind, aber entgegengesetzten Sinn haben, die Stabspannungen. Im Stabe  $CE$  (Fig. 176) wird von  $C$  eine Kraft  $S_1$  auf  $E$  übertragen, und eine gleich grofse Kraft  $S_2$  von  $E$  auf  $C$ ; beide sind Druck. In  $HI$  wird von  $H$  auf  $I$  ein Zug  $S_3$ , von  $I$  auf  $H$  ein gleich grofser Zug  $S_4$  ausgeübt. In Fig. 176 sind alle auf die Knotenpunkte wirkenden Stabspannungen angegeben.

168.  
Erläuterungen.

Betrachtet man nur einen Theil des Trägers, etwa den links vom Schnitte  $II$  gelegenen, so wirken auf denselben ausser den äusseren Kräften die Stabspannungen. Alle Stäbe, von denen zwei Knotenpunkte dem betreffenden Theile angehören, enthalten zwei Kräfte, die einander das Gleichgewicht halten, also für die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen nicht in Betracht kommen. In anderer Lage sind diejenigen Stäbe, welche vom Schnitte  $II$  getroffen werden, von denen also nur ein Knotenpunkt links vom Schnitte liegt. Nur diejenigen Spannungen dieser Stäbe, welche auf die dem betreffenden Trägertheile angehörenden Knotenpunkte wirken, sind als auf das Bruchstück wirkende Kräfte einzufetzen; so viele Stäbe also durch den Schnitt getroffen werden, so viele Stabspannungen sind in den Gleichgewichtsgleichungen vorhanden, welche für den Trägertheil aufzustellen sind. Diese Spannungen sind die unbekannt Kräfte, für deren Ermittlung die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen zu Gebote stehen. Da für Kräfte in der Ebene drei Gleichgewichtsbedingungen vorhanden sind, so ist die Aufgabe auf dem angegebenen, rein statischen Wege nur dann lösbar, wenn sich bei jedem Schnitte nur drei unbekannt Stabspannungen ergeben.

Ein solches Fachwerk, bei welchem sämtliche Stabspannungen durch die Gesetze des Gleichgewichtes starrer Körper bestimmbar sind, nennt man statisch bestimmt; reichen diese Gesetze dazu nicht aus, so ist das Fachwerk statisch unbestimmt. In letzterem Falle sind die Stabspannungen auch noch von den elastischen Formänderungen abhängig. Es ist aus verschiedenen Gründen empfehlenswerth, im Hochbau nur statisch bestimmte Fachwerke zu verwenden.

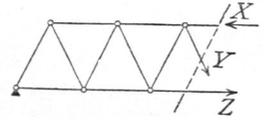
Unter Berücksichtigung des Vorstehenden ist nun folgendermaßen zu verfahren. Das Fachwerk wird an derjenigen Stelle durchschnitten gedacht, an welcher man die inneren Kräfte, hier die Stabspannungen, kennen lernen will; an den Schnittstellen werden die inneren Kräfte angebracht und auf das Bruchstück die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen angewendet. Da hier die Stäbe, wie angenommen wurde, um die Knotenpunkte frei drehbar sind, so muß jede Stabspannung mit der Richtung des betreffenden Stabes zusammenfallen. Es ergibt sich sonach die folgende Regel.

169.  
Verfahren  
im  
Allgemeinen.

Man denke sich den Träger so durchschnitten, daß die Stäbe, deren Spannung man sucht, durch den Schnitt getroffen werden, bringe die mit den Stabrichtungen zusammenfallenden Stabspannungen als vorläufig unbekannte Kräfte an (Fig. 177) und stelle für das Bruchstück die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen auf.

Die Stäbe werden gezogen oder gedrückt; im ersten Falle wirkt die Spannung vom Knotenpunkte ab ( $Y$  und  $Z$  in Fig. 177); im zweiten Falle wirkt sie nach dem Knotenpunkt hin ( $X$  in Fig. 177). Da man beim Beginne der Berechnung vielfach noch nicht den Sinn der Beanspruchung kennt, so werden wir zunächst stets alle Spannungen als Zugspannungen, d. h. vom Knotenpunkte ab gerichtet, einführen; die Rechnung ergibt entweder einen positiven oder negativen Werth. Das erstere Ergebnis bedeutet, daß die angenommene Pfeilrichtung die richtige war, d. h. daß im Stabe Zug herrscht; das zweite Ergebnis bedeutet, daß die wirkliche Spannung der angenommenen gerade entgegengesetzt (mit  $\cos 180^\circ$  zu multipliciren) ist, d. h. daß im Stabe Druck herrscht.

Fig. 177.



170.  
Verfahren  
durch  
Rechnung.

a) Analytische Bestimmung der Stabspannungen. Dieselbe kann in zweifacher Weise geschehen: entweder durch Aufstellung aller Gleichgewichtsbedingungen oder nach der sog. Momenten-Methode.

171.  
Gleichgewichts-  
bedingungen.

a) Die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen für das Bruchstück (Fig. 178), welches, wie im vorigen Artikel angegeben, behandelt ist, ergibt drei Gleichungen, welche nach Art. 6 (S. 7) lauten:

$$\left. \begin{aligned} X \cos \sigma + Y \sin \tau + Z = 0; \quad D_0 - P_1 - P_2 + X \sin \sigma - Y \cos \tau = 0 \\ D_0 \cdot 2a - P_1 a - Z z = 0 \end{aligned} \right\} \dots 207.$$

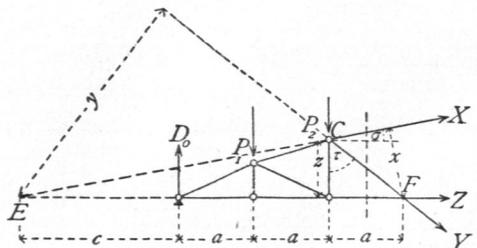
Als Drehpunkt für die dritte Gleichung ist der Punkt  $C$  gewählt; alsdann haben  $X$ ,  $Y$  und  $P_2$  kein statisches Moment, weil sie für diesen Drehpunkt keinen Hebelsarm haben.

Der angegebene Weg führt stets, wenn nur 3 Unbekannte, also 3 geschnittene Stäbe vorhanden sind, zum Ziele; er hat den Nachtheil, daß meistens 3 Gleichungen gelöst werden müssen, selbst wenn man nur eine Spannung kennen lernen will.

172.  
Ritter'sche  
Methode.

b) Das Charakteristische der von Ritter angegebenen Momenten-Methode ist, daß man für jede Spannung nur eine Gleichung erhält; das Mittel dazu bietet die dritte Gleichgewichtsbedingung des vorhergehenden Artikels. Wird der Momentenpunkt so gewählt, daß zwei von den drei Unbekannten das Moment Null haben, so bleibt in der Gleichung nur eine Unbekannte. Das statische Moment jeder der beiden Kräfte ist aber gleich Null für den Schnittpunkt beider Krafrichtungen, weil für diesen Punkt jede der beiden Kräfte den Hebelsarm Null hat. Das Verfahren ist demnach das folgende.

Fig. 178.



Man lege durch den Träger einen Schnitt, so daß nur 3 Stäbe mit unbekanntem Spannungen geschnitten werden, bringe diese Spannungen und alle am Bruchstück wirkenden äußeren Kräfte an, setze die algebraische Summe der statischen Momente dieser Kräfte gleich Null und

wähle dabei als Momentenpunkt für die Ermittlung der Spannung eines Stabes stets den Schnittpunkt der beiden mittdurchschnittenen Stäbe.

Um in Fig. 178 die Spannung  $X$  zu finden, wählt man  $F$  als Momentenpunkt; die Gleichung der statischen Momente heisst dann

$$X x + D_0 \cdot 3 a - P_1 \cdot 2 a - P_2 a = 0,$$

woraus sich die einzige Unbekannte  $X$  leicht finden läßt. Für  $C$  als Momentenpunkt ergibt sich

$$D_0 \cdot 2 a - P_1 a - Z z = 0,$$

woraus  $Z$  zu berechnen ist, und für  $E$  als Momentenpunkt

$$Y y - D_0 c + P_1 (c + a) + P_2 (c + 2 a) = 0,$$

woraus  $Y$  zu ermitteln ist.

Die Länge der Hebelsarme ergibt sich meistens genügend genau aus der Zeichnung, kann aber auch leicht rechnerisch ermittelt werden.

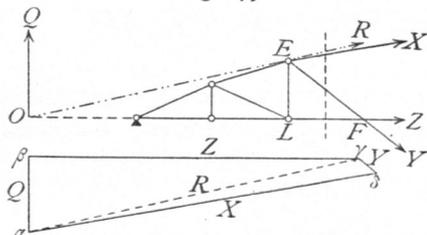
Wir werden den für einen Stab nach dieser Methode sich ergebenden Momentenpunkt den diesem Stabe conjugirten Punkt nennen.

β) Graphische Bestimmung der Stabspannungen. Auch das graphische Verfahren kann nach verschiedenen Arten durchgeführt werden, entweder nach der Schnittmethode oder nach der Vieleckmethode oder nach einer aus Zeichnung und Rechnung zusammengesetzten Weise.

a) Die Schnittmethode wurde von *Culmann* angegeben.

Werden die sämtlichen am Bruchstück wirkenden äusseren Kräfte zu einer Mittelkraft  $Q$  (Fig. 179) zusammengefasst, so wirken auf dasselbe 4 Kräfte, nämlich

Fig. 179.



$Q$  und die 3 unbekanntenen Spannungen der durch den Schnitt getroffenen Stäbe. Für diese 4 Kräfte ergibt sich ein geschlossenes Kraftpolygon. Von einer dieser Kräfte, nämlich von  $Q$ , ist Grösse, Richtung und Lage bekannt; von den drei anderen wohl die Richtung und Lage, nicht aber die Grösse. Ersetzt man 2 der unbekanntenen Kräfte, etwa  $X$  und  $Y$ , durch ihre Mittelkraft  $R$ , so bleiben

nur noch die 3 Kräfte  $Q$ ,  $Z$  und  $R$ , welche sich nach Art. 8 (S. 8) in einem Punkte schneiden müssen.  $R$  muss also durch den Schnittpunkt  $O$  von  $Q$  und  $Z$  gehen. Da  $R$  ausserdem durch den Schnittpunkt  $E$  von  $X$  und  $Y$  geht, so sind 2 Punkte der Richtungslinie von  $R$ , es ist also auch diese Richtung selbst bekannt.  $R$  hat demnach die Richtung  $O E$ . Im Punkte  $O$  halten sich nun die drei Kräfte  $Q$ ,  $R$  und  $Z$  das Gleichgewicht; das für dieselben construirte Kraftpolygon ist eine geschlossene Figur, hier ein Dreieck. Ist  $Q = \alpha \beta$ , so ziehe man durch  $\beta$  eine Parallele zur Richtung von  $Z$ , durch  $\alpha$  eine solche zur Richtung von  $R$ ; der Schnittpunkt  $\gamma$  beider Linien ergibt die beiden Kräfte  $R = \gamma \alpha$  und  $Z = \beta \gamma$ .

In derselben Weise kann nun  $R$  in seine beiden Seitenkräfte  $X$  und  $Y$  zerlegt werden, indem man durch die beiden Endpunkte von  $R$  Parallelen zu den Richtungen von bezw.  $X$  und  $Y$  zieht. Es ergibt sich  $\gamma \delta = Y$  und  $\delta \alpha = X$ .

Es ist für das Endergebnis gleichgiltig, welche zwei von den unbekanntenen Spannungen man zu einer Mittelkraft vereinigt. Man kann auch  $Y$  und  $Z$  (Fig. 180) durch ihre Mittelkraft  $R'$  ersetzen, welche dann durch  $F$  und den Schnittpunkt  $O'$  der Kraft  $X$  mit  $Q$  geht. Als Kraftpolygon erhält man  $\alpha \beta \epsilon \zeta$ .

173.  
Graphisches  
Verfahren.

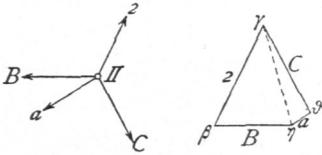
174.  
*Culmann'sche*  
Methode.



Da ferner jeder Stab zu zwei Knotenpunkten gehört, so kommt jede Stabspannung in zwei Kraftpolygone zweiter Ordnung vor. Es wird nun durch zweckmäßige Anordnung möglich, die kleinen Kraftpolygone so in das große einzufachtern, daß nicht nur jede äußere Kraft, sondern auch jede Stabspannung nur einmal im Kräftezuge vorkommt; d. h. auch die kleinen Kraftpolygone hängen dann so zusammen, daß die zwei gemeinsame Stabspannung durch dieselbe Gerade dargestellt wird.

Für die Construction der kleinen Kraftpolygone ist nun Folgendes zu beachten. Wenn, wie hier die Richtung sämtlicher Kräfte bekannt ist und das Kraftpolygon wegen des Gleichgewichtes der Kräfte sich schließt, so ist die Construction desselben stets möglich, wenn am Knotenpunkte nur zwei unbekannte Kräfte vorhanden sind. Denn seien etwa in Fig. 182  $B$  und  $z$  bekannt,  $a$  und  $C$  unbekannt, so erfordert

Fig. 182.



das Gleichgewicht, daß die Mittelkraft von  $a$  und  $C$  der bekannten Mittelkraft von  $z$  und  $B$  der Größe nach genau gleich ist. Die bekannte Mittelkraft von  $z$  und  $B$  ist aber die Verbindungslinie  $\gamma\phi$  im Kraftpolygon, und es ist dieselbe im entgegengesetzten Sinne genommen ohne Schwierigkeit in die beiden Seitenkräfte  $C$  und  $a$  zu zerlegen, indem durch den einen Endpunkt, etwa  $\gamma$ , eine Parallele zu  $C$ , durch den anderen Endpunkt, etwa  $\phi$ , eine Parallele zu  $a$  gezogen wird. Der Schnittpunkt  $\delta$  ergibt  $\gamma\delta = C$  und  $\delta\phi = a$ . Alsdann ist  $\beta\gamma\delta\phi$  das kleine Kraftpolygon für Punkt II. Man

muß es demnach bei der Construction der kleinen Kraftpolygone so einrichten, daß stets nur 2 Unbekannte da sind. Zu diesem Zwecke beginnt man mit demjenigen Knotenpunkte, in welchem sich nur 2 Stäbe schneiden, hier also etwa mit I (Fig. 181). Die äußere Kraft ist bekannt; unbekannt sind demnach nur  $A$  und  $B$  und nach Obigem leicht zu ermitteln. Man geht nun zu einem Knotenpunkt über, von welchem man wiederum alle Kräfte mit Ausnahme von zweien kennt, hier zu II. Bekannt sind hier  $z$  und  $B$ , unbekannt  $C$  und  $a$ , demnach leicht ermittelt. So schreitet man weiter. Ein Knotenpunkt, in welchem sich nur 2 Stäbe schneiden, ist bei den in der Praxis üblichen Gitterträgern stets vorhanden.

Damit nun jede äußere Kraft und jede Stabspannung nur einmal in dem entstehenden Kräftezuge — dem Kräfteplan — vorkomme, ist folgende Regel zu befolgen. Man vereinige sämtliche äußere Kräfte zu einem geschlossenen Kraftpolygon, indem man sie in der Folge der Knotenpunkte oder, wie man sagt, in cyclischer Reihenfolge an einander legt, und ziehe nun durch die Eckpunkte dieses Kraftpolygons Parallelen zu den Randstäben derart, daß die Parallele zu einem Randstabe, etwa zu  $A$ , durch denjenigen Eckpunkt des großen Kraftpolygons geht, welcher zwischen den beiden äußeren Kräften liegt, zwischen denen der betreffende Randstab im Fachwerk sich befindet. Der Randstab  $A$  liegt im Fachwerk zwischen den äußeren Kräften  $r$  und  $s$ ; die Parallele zu  $A$  wird also durch den Punkt  $\alpha$  zwischen  $r$  und  $s$  gezogen; eben so die Parallele zum Randstab  $B$  durch  $\beta$  zwischen  $r$  und  $z$  etc. Unter Benutzung der hier gezogenen Parallelen construirt man nun, wie oben angegeben, die kleinen Kraftpolygone; alsdann erhält man einen Linienzug zwischen den Randstäben, in welchem jede einzelne Linie eine Zwischenstabspannung darstellt und in welchem jede Zwischenstabspannung nur einmal vorkommt. Die auf den Parallelen zu den Randstäben abgeschnittenen Längen geben die Spannungen der Randstäbe an.

Der Sinn der Stabspannungen wird hier genau in derselben Weise aus dem Kraftpolygon für einen Knotenpunkt ermittelt, wie im vorhergehenden Artikel angegeben ist.

c) Verfahren von Zimmermann für Fachwerke, welche durch parallele äußere Kräfte beansprucht werden.

Die Mittelkraft aller links vom Schnitte  $II$  auf den Träger wirkenden äußeren Kräfte sei  $Q$  (Fig. 183); alsdann ist das Moment derselben

$$\begin{array}{ll} \text{für den Punkt } C \text{ als Drehpunkt:} & \text{für den Punkt } D \text{ als Drehpunkt:} \\ M_C = Q \xi; & M_D = Q (\xi + a). \end{array}$$

Demnach wird

$$Q a = M_D - M_C \quad \text{und} \quad Q = \frac{M_D}{a} - \frac{M_C}{a}.$$

Man trage nun nach einem beliebigen Mafsstabe  $\frac{M_C}{a}$  von  $C'$  nach oben ab, eben so  $\frac{M_D}{a}$  nach demselben Mafsstabe von  $D$  aus, so dafs

$$DD'' = \frac{M_D}{a} \quad \text{und} \quad C'C'' = \frac{M_C}{a}$$

ist, ziehe durch  $C''$  und  $D''$  je eine Parallele zu demjenigen Gurtungsstabe, welcher an derselben Seite der Diagonale liegt, wie der betreffende Punkt, also durch  $C''$  eine Parallele zu  $FD$ , durch  $D''$  eine solche zu  $CE$ . Dann wird  $\mathcal{F}D'' = \frac{M_D}{a} - \frac{M_C}{a} = Q$ ;

in dem so erhaltenen, schraffirten Vierecke  $\mathcal{F}D''GH$  ist alsdann:

$D''G$  die Spannung im Gurtungsstabe  $CE$ ,

$GH$  die Spannung in der Diagonalen  $CD$ ,

$H\mathcal{F}$  die Spannung im Gurtungsstabe  $FD$ ,

und zwar in demselben Mafsstabe, nach welchem  $\frac{M_D}{a}$ , bzw.  $\frac{M_C}{a}$  aufgetragen sind.

Nach dem Vorstehenden ist nämlich, da die auf das Trägerstück links von  $II$  wirkenden äufseren Kräfte mit  $X, Y, Z$  zusammen Gleichgewicht herstellen müssen, die algebraische Summe der statischen Momente dieser Kräfte für einen beliebigen Drehpunkt, also auch für  $D$ , gleich Null; mithin

$$0 = Q(a + \xi) + Xh, \quad \text{woraus} \quad X = -\frac{Q(a + \xi)}{h} = -\frac{M_D}{h}.$$

Das Vorzeichen soll zunächst unberücksichtigt gelassen und nur die absolute Gröfse von  $X$  in das Auge gefaßt werden. Es ist alsdann

$$X = \frac{M_D}{h} = \frac{M_D}{a} \cdot \frac{a}{h} = \frac{M_D}{a} \cdot \frac{\cos \sigma}{\cos \sigma}.$$

Nun ist  $\frac{a}{\cos \sigma} = \overline{CE}$  und  $\frac{h}{\cos \sigma} = \overline{DE}$ , demnach

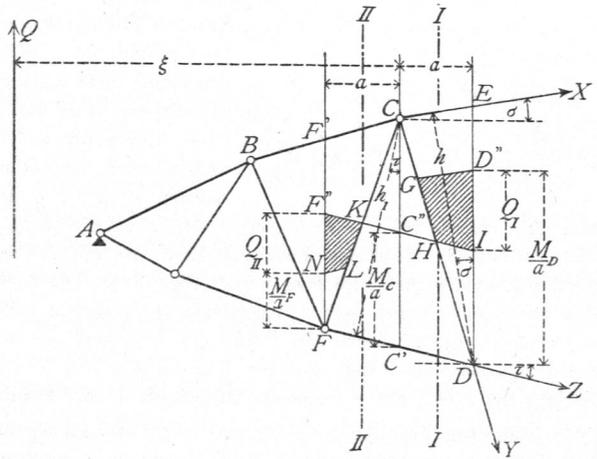
$$X = \frac{M_D}{a} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}} = \overline{DD''} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}}.$$

Es ist aber auch nach Fig. 183

$$\frac{\overline{D''G}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{DD''}}{\overline{DE}}, \quad \text{daher} \quad \overline{D''G} = \overline{DD''} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}},$$

woraus folgt, dafs  $X = \overline{D''G}$  ist. Auf den Trägertheil links vom Schnitte  $II$  wirken nun vier Kräfte: die Mittelkraft  $Q$  aller äufseren Kräfte und die Spannungen der vom Schnitte  $II$  getroffenen Stäbe, also  $X, Y, Z$ . Da diese Kräfte einander das Gleichgewicht halten, so muß sich aus ihnen ein geschlossenes Kraftpolygon herstellen lassen. Zwei von den vier Kräften sind bekannt, nämlich  $Q$  und  $X$ , und bereits an einander gereiht ( $\mathcal{F}D''G$ ); das gefuchte Kraftpolygon ist also nach bekannten Regeln leicht dadurch zu vervollständigen, dafs man durch den einen Endpunkt  $G$  des Linienzuges die Parallele zu  $Y$  (dieselbe fällt mit der Diagonalen zusammen) und durch den anderen Endpunkt  $\mathcal{F}$  des Linienzuges die Parallele zu  $Z$  zieht; das erhaltene Viereck  $\mathcal{F}D''GH$  ist das gefuchte Kraftpolygon, womit die obige Behauptung

Fig. 183.



erwiesen ist. Die Art der Beanspruchung ergibt sich, wie stets, aus dem Umfahrungsfinne im Kraftpolygon.

Legt man in gleicher Weise den Schnitt  $IIII$  durch den Träger, trägt von  $F$  aus  $FN = \frac{M_F}{a}$  nach oben ab, zieht durch  $N$  eine Parallele zum Gurtungsstabe  $BC$ , durch  $C''$  eine Parallele zum Gurtungsstabe  $FD$ , so erhält man, wie oben, ein Viereck  $NF''KL$ , dessen Seitenlängen entsprechende Stabspannungen darstellen. Es ist nämlich

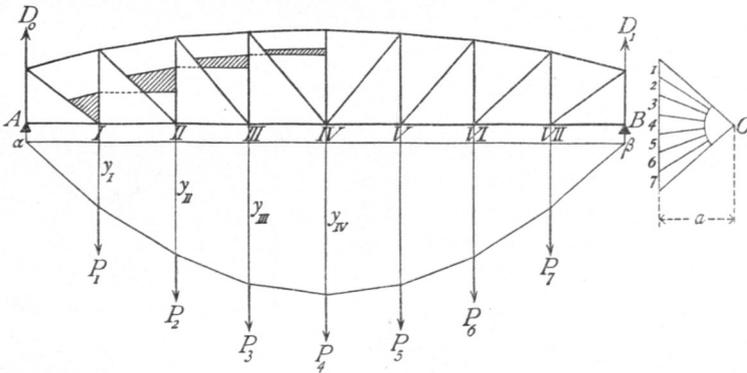
$$\overline{NF''} = \frac{M_C}{a} - \frac{M_F}{a} = Q_{II},$$

$$Z = \frac{M_C}{h_1} = \frac{M_C}{a} \cdot \frac{a}{h_1} = \frac{M_C}{a} \cdot \frac{\frac{a}{\cos \tau}}{h_1} = \overline{FF''} \cdot \frac{\overline{FC'}}{\overline{CC'}} = \overline{F''K}.$$

Die weitere Vervollständigung des den vier Kräften, welche bei Schnitt  $IIII$  in Betracht kommen, entsprechenden Kraftpolygons ist, wie oben, vorzunehmen. Es ist  $\overline{F''K}$  die Spannung im Gurtungsstabe  $FD$ ,  $\overline{KL}$  die Spannung in der Diagonalen  $FC$  und  $\overline{LN}$  die Spannung im Gurtungsstabe  $BC$ .

Meistens hat die Feldweite  $a$  im ganzen Träger die gleiche Größe; es ändert sich aber in der Grundlage nichts, wenn einzelne Felder des Trägers andere Knotenpunktabstände als  $a$  aufweisen. Die Werthe  $\frac{M}{a}$  können durch Rechnung oder durch Construction ermittelt werden.

Fig. 184.



Sollen die Ausdrücke  $\frac{M}{a}$  für die einzelnen Knotenpunkte rechnerisch bestimmt werden, so führt man zweckmäßig die Feldweite  $a$  als Einheit ein. Sind in Fig. 184 alle Knotenpunktlasten gleich  $P$ , so wird

$$D_0 = D_1 = \frac{7P}{2} \quad \text{und} \quad \frac{M_I}{a} = \frac{7P}{2} = \frac{M_{VII}}{a},$$

$$\frac{M_{II}}{a} = \frac{7P}{2} \cdot 2 - P \cdot 1 = 6P = \frac{M_{VI}}{a},$$

$$\frac{M_{III}}{a} = \frac{7P}{2} \cdot 3 - P \cdot 1 - P \cdot 2 = 7,5P = \frac{M_V}{a},$$

$$\frac{M_{IV}}{a} = \frac{7P}{2} \cdot 4 - P(1 + 2 + 3) = 8P.$$

Construirt man für die gegebenen Lasten und den Polabstand  $a$  ein Seilpolygon, so geben die den einzelnen Knotenpunkten entsprechenden lothrechten Höhen des Seilpolygons (von der Schlußlinie  $\alpha\beta$  aus gemessen) die Werthe von  $\frac{M}{a}$ . In

Fig. 184 ist  $y_I = \frac{M_I}{a}$ ,  $y_{II} = \frac{M_{II}}{a}$  etc.

Um nicht weit über die Zeichnung fallende Kraftpolygone zu erhalten, ist in Fig. 184 bei Construction der schraffirten Kraftpolygone überall  $\frac{M_D}{2a}$  aufgetragen; der für den Kräftezug gewählte Maßstab ist  $1\text{ mm} = 1\text{ Tonne}$ ; es müssen demnach die Spannungen, welche sich in den schraffirten Kraftpolygonen ergeben, auf einem doppelt so großen Maßstabe abgegriffen werden, auf welchem also  $1\text{ mm} = 2\text{ Tonnen}$  bedeutet.

2) Parallelträger mit Netzwerk oder zwei Scharen von Diagonalen.

176.  
Berechnung  
der Gurtungs-  
spannungen.

a) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Um diese Spannungen für eine beliebige Belastung zu ermitteln, nennen wir die Mittelkraft aller auf das Bruchstück links vom Schnitte  $II$  (Fig. 185) wirkenden Kräfte  $Q$ . Für irgend einen Stab  $CE$  der oberen Gurtung ist  $F$  der Momenten- oder conjugirte Punkt, und es ist das Moment der äußeren Kräfte in Bezug auf diesen Punkt  $M = Q \cdot \eta$ . Daraus folgt als Bedingungsgleichung:

$$0 = M + Xh, \text{ woraus } X = -\frac{M}{h} \dots \dots \dots 208.$$

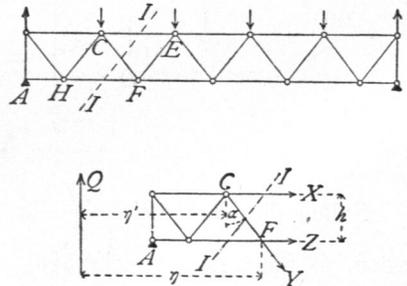
In gleicher Weise ergibt sich für  $C$  als Momentenpunkt, wenn  $M_1$  das Moment von  $Q$  in Bezug auf  $C$  ist,

$$0 = M_1 - Zh, \text{ woraus } Z = \frac{M_1}{h} \dots \dots \dots 209.$$

Da bei einem Träger auf zwei Stützen  $M$  stets die angegebene Drehrichtung hat (stets positiv ist, vgl. Art. 85, S. 59), so folgt aus den Gleichungen 208 u. 209: Bei Trägern auf zwei Stützen werden die oberen Gurtungsstäbe stets gedrückt, die unteren Gurtungsstäbe stets gezogen. Ferner:  $X_{max}$  und  $Z_{max}$  wird bei derselben Belastung wie  $M_{max}$  stattfinden, d. h. in jedem Gurtungsstabe findet größte Beanspruchung bei derjenigen Belastung statt, bei welcher das Moment für den dem Stabe conjugirten Punkt sein Maximum erreicht. Wird gleichmäßig vertheilte Belastung zu Grunde gelegt, so findet für jeden Querschnitt das größte Moment bei voller Belastung statt; sämmtliche Gurtungsstäbe werden demnach bei voller Belastung am meisten beansprucht.

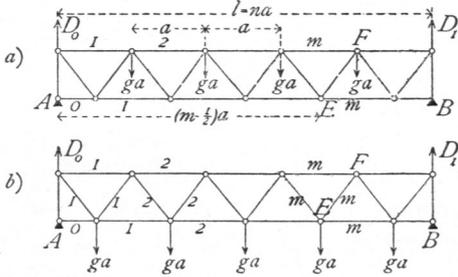
a) Das Eigengewicht der Construction kann als eine gleichmäßig über die Länge des Trägers vertheilte Belastung angesehen werden. Wir bezeichnen es mit  $g$  für die Längeneinheit und machen die vereinfachende Annahme, daß alle Belastungen

Fig. 185.



durch Eigengewicht nur in der einen Gurtung angreifen, welche Annahme für den Hochbau stets ausreicht. Die Entfernung der Knotenpunkte sei  $a$  (Fig. 186), die

Fig. 186.



Felderzahl des Trägers  $n$ , mithin  $l = n a$ . Jeder Mittenknotenpunkt ist mit  $g a$  belastet; die Belastungen der Knotenpunkte über den Auflagern berücksichtigen wir nicht, weil diese unmittelbar von den Auflagern aufgenommen werden.

Greifen die Lasten an der oberen Gurtung an (Fig. 186a), so ist bei der angenommenen Diagonalenanordnung der Auflagerdruck

$$D_0 = D_1 = (n - 1) \frac{g a}{2}.$$

Für den  $m$ -ten Stab der oberen Gurtung ist  $E$  der Momentenpunkt und

$$M = D_0 \left( m - \frac{1}{2} \right) a - (m - 1) g a \left( \frac{m - 2}{2} a + \frac{a}{2} \right);$$

$$M = \frac{g a^2}{2} \left[ (n + 1) \left( m - \frac{1}{2} \right) - m^2 \right];$$

$$X_m^g = - \frac{g a^2}{2 h} \left[ (n + 1) \left( m - \frac{1}{2} \right) - m^2 \right] \dots \dots \dots 210.$$

Für den  $m$ -ten Stab der unteren Gurtung ist  $F$  der Momentenpunkt und

$$M_1 = D_0 m a - (m - 1) g a \frac{m a}{2} = \frac{g a^2}{2} m (n - m);$$

$$Z_m^g = \frac{g a^2}{2 h} m (n - m) \dots \dots \dots 211.$$

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an (Fig. 186b), so ist

$$D_0 = D_1 = \frac{n g a}{2}.$$

Genau wie oben erhält man

$$X_m^g = - \frac{g a^2}{2 h} \left[ m (n - m + 1) - \frac{n}{2} \right] \text{ und } Z_m^g = \frac{g a^2}{2 h} m (n - m) \dots 212.$$

Wenn die Diagonalen eine andere Richtung haben, so daß die erste vom Auflagerpunkt nach der Mitte ansteigt, so ergeben sich etwas andere Formeln, die auf gleiche Weise, wie eben gezeigt, zu ermitteln sind.

b) Die größten Gurtungsspannungen in Folge gleichmäßig vertheilter Nutzlast finden statt, wenn der ganze Träger belastet ist. Nennt man die gleichmäßig vertheilte Nutzlast für die Längeneinheit  $p$ , so ergeben sich offenbar für diese Belastung, die für den Knotenpunkt gleich  $p a$  ist, genau dieselben Formeln, wie für das Eigengewicht, wobei nur  $g$  durch  $p$  zu ersetzen ist. Man erhält also für an der oberen Gurtung angreifende Lasten (Fig. 186a)

$$X_m^p = - \frac{p a^2}{2 h} \left[ (n + 1) \left( m - \frac{1}{2} \right) - m^2 \right] \text{ und } Z_m^p = \frac{p a^2}{2 h} m (n - m), \dots 213.$$

für an der unteren Gurtung angreifende Lasten (Fig. 186b)

$$X_m^p = - \frac{p a^2}{2 h} \left[ m (n - m + 1) - \frac{n}{2} \right] \text{ und } Z_m^p = \frac{p a^2}{2 h} m (n - m) \dots 214.$$

c) Für eine Belastung des Trägers durch Einzellaften  $P_1, P_2$  (Fig. 187) sind in die allgemeinen Gleichungen 208 u. 209 die den einzelnen Stäben entsprechenden Momentenwerthe einzusetzen.

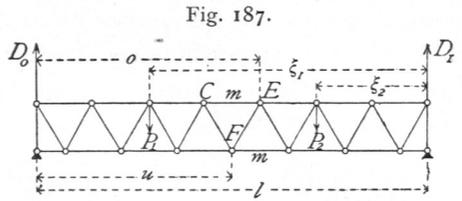


Fig. 187.

177.  
Berechnung  
d. Gitterstabs-  
spannungen.

β) Berechnung der Spannungen in den Gitterstäben. Für eine beliebige Belastung sei  $Q$  die Mittelkraft aller links vom Schnitte  $II$  (Fig. 188) wirkenden äußeren Kräfte. Nennt man die Spannung der vom Schnitte getroffenen nach rechts fallenden Diagonale  $Y$ , so muß, weil die algebraische Summe der auf das Bruchstück wirkenden lothrechten Kräfte gleich Null ist, stattfinden:

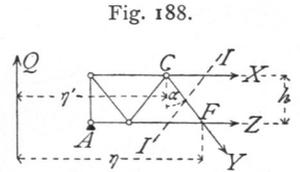


Fig. 188.

$$0 = Q - Y \cos \alpha, \text{ woraus } Y = \frac{Q}{\cos \alpha} \dots \dots \dots 215.$$

für eine nach rechts steigende Diagonale (Fig. 189) ist

$$0 = Q' + Y' \cos \beta, \text{ woraus } Y' = - \frac{Q'}{\cos \beta} \dots \dots \dots 216.$$

a) Das Eigengewicht erzeugt, wenn die Lasten an der oberen Gurtung angreifen, den Auflagerdruck (Fig. 186a)

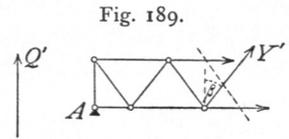


Fig. 189.

$$D_0 = D_1 = (n - 1) \frac{g a}{2}.$$

Für den  $m$ -ten nach rechts fallenden Stab ist

$$Q_m = (n - 1) \frac{g a}{2} - (m - 1) g a = \frac{g a}{2} (n - 2 m + 1),$$

sonach

$$Y_m^g = \frac{g a}{2 \cos \alpha} (n - 2 m + 1); \dots \dots \dots 217.$$

für den  $m$ -ten nach rechts steigenden Stab ist

$$Q'_m = \frac{g a}{2} (n - 2 m + 1), \text{ daher } Y'_m^g = - \frac{g a}{2 \cos \beta} (n - 2 m + 1) \dots \dots \dots 218.$$

Aus den Gleichungen 217 u. 218 für  $Y_m^g$  und  $Y'_m^g$  folgt leicht: Bei gleichmäßig über den Träger vertheilter Belastung  $g$  (oder  $p$ ) auf die Längeneinheit werden die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen gedrückt.

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an (Fig. 186 b), so ist für die  $m$ -te rechts fallende Diagonale

$$Y = \frac{g a}{2 \cos \alpha} (n - 2 m + 2), \dots \dots \dots 219.$$

für die  $m$ -te rechts steigende Diagonale

$$Y' = - \frac{g a}{2 \cos \beta} (n - 2 m) \dots \dots \dots 220.$$

Das Gesetz, das bei dieser Belastungsart die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen gedrückt werden, ist auch hier gültig.



$$D_0 = \left(x + \frac{a}{2}\right) \frac{r p a}{2 l} = \frac{p}{2 l} \left(x + \frac{a}{2}\right) \left(x - \frac{a}{2}\right) = \frac{p}{2 l} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right].$$

Derfelbe Werth ergibt sich für den vollwandigen Träger in Fig. 190, nämlich

$$D_0 = \frac{p}{2 l} \left(x - \frac{a}{2}\right) \left(x + \frac{a}{2}\right).$$

Es gilt dies allgemein, falls die den Auflagern zunächst liegenden Knotenpunkte der mit der Nutzlast belasteten Gurtung um eine ganze Feldweite von den Auflagern abliegen.

Nun ist für diejenigen Diagonalen, für welche die gezeichnete Belastung den größten Zug, bezw. größten Druck erzeugt,  $Q_{max} = D_0$ , daher nach Gleichung 215

$$Y_{max} = \frac{p}{2 l \cos \alpha} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]. \quad 221.$$

In gleicher Weise ergibt sich nach Fig. 191

$$D_0 = \frac{p \left(l - x - \frac{a}{2}\right)}{l} \left(x + \frac{l - x - \frac{a}{2}}{2}\right) = \frac{p}{2 l} \left[\left(l - \frac{a}{2}\right)^2 - x^2\right];$$

$$Q_{x min} = \frac{p}{2 l} \left[\left(l - \frac{a}{2}\right)^2 - x^2\right] - p \left(l - \frac{a}{2} - x\right) = -\frac{p}{2 l} \left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right],$$

und

$$Y_{min} = -\frac{p}{2 l \cos \alpha} \left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]. \quad 222.$$

Dem entsprechend wird

$$Y'_{min} = -\frac{Q_{max}}{\cos \beta} = -\frac{p}{2 l \cos \beta} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right], \quad 223.$$

$$Y'_{max} = -\frac{Q_{min}}{\cos \beta} = \frac{p}{2 l \cos \beta} \left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]. \quad 224.$$

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an (Fig. 192), so ist (wenn mit ganz geringem Fehler die Belastung der beiden den Auflagern zunächst liegenden Knotenpunkte gleichfalls mit  $p a$  eingeführt wird)  $Q_{max}$ , bezw.  $Q_{min}$  eben so groß, wie bei einem vollwandigen Träger, bei welchem die Last  $p$  für die Längeneinheit vom rechten, bezw. linken Auflager aus bis zur Mitte desjenigen Feldes der unteren Gurtung vorgerückt ist, welchem die Diagonale angehört. Der Beweis ist in gleicher Weise, wie oben, zu führen und gilt allgemein, falls die den Auflagern zunächst liegenden Knotenpunkte der mit Nutzlast belasteten Gurtung um eine halbe Feldweite von den Auflagern entfernt sind. Demnach ist

$$Q_{max} = \frac{p x^2}{2 l} \quad \text{und} \quad Q_{min} = -\frac{p (l - x)^2}{2 l}.$$

$x$  bedeutet in diesen Gleichungen den Abstand der Mitte desjenigen Feldes der unteren Gurtung vom rechten Auflager, zu welchem die Diagonale gehört.

Fig. 191.

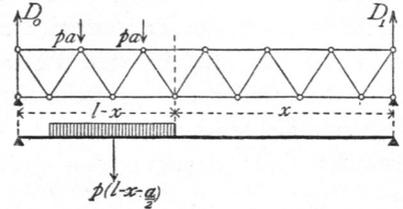
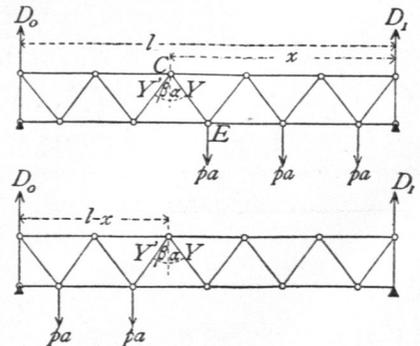


Fig. 192.



Man erhält

$$Y_{max} = \frac{p x^2}{2 l \cos \alpha} \quad \text{und} \quad Y_{min} = -\frac{p (l-x)^2}{2 l \cos \alpha}, \quad \dots \quad 225.$$

$$Y'_{min} = -\frac{p x^2}{2 l \cos \beta} \quad \text{und} \quad Y'_{max} = \frac{p (l-x)^2}{2 l \cos \beta} \quad \dots \quad 226.$$

Die zusammengehörigen Werthe von  $Y$  und  $Y'$  beziehen sich auf zwei Diagonalen, welche demselben Felde der unteren Gurtung angehören.

c) Erfährt der Träger eine volle Belaftung  $p$  für die Längeneinheit, so sind die unter  $\alpha$  für Eigengewichtsbelaftung gefundenen Werthe auch für diesen Fall gültig, wenn statt des dortigen  $g$  die Größe  $p$  eingeführt wird.

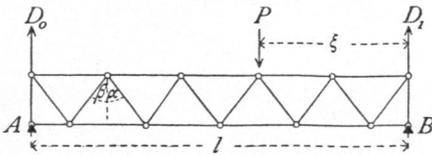
b) Wird endlich der Träger durch Einzellasten beansprucht (Fig. 193), so erzeugt die Last  $P$  im Abstände  $\xi$  von  $B$  den Stützendruck  $D_0 = \frac{P \xi}{l}$ . In sämtlichen

rechts fallenden Diagonalen links vom Lastpunkt wird dann  $Y = \frac{D_0}{\cos \alpha} = \frac{P \xi}{l \cos \alpha}$ ;

in sämtlichen rechts steigenden Diagonalen links vom Lastpunkte ist  $Y' = -\frac{P \xi}{l \cos \beta}$ .

Eben so ist für alle Querschnitte rechts vom Lastpunkte  $Q = D_0 - P = -\frac{P(l-\xi)}{l}$ ,

Fig. 193.



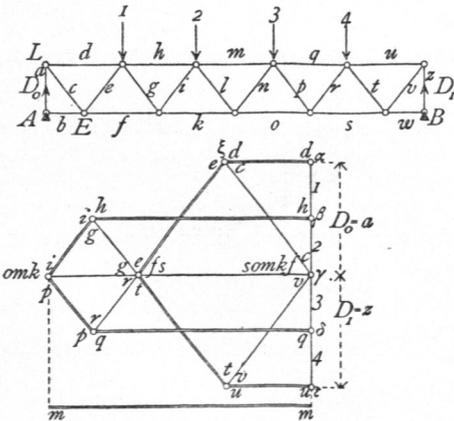
mithin für die nach rechts fallenden Diagonalen dieser Strecke  $Y_1 = -\frac{P(l-\xi)}{l \cos \alpha}$ ,

für die nach rechts steigenden Diagonalen dieser Strecke  $Y'_1 = \frac{P(l-\xi)}{l \cos \beta}$ . Daraus folgt die

Regel: Die nach dem Lastpunkte zu fallenden Diagonalen werden gezogen, die nach demselben steigenden Diagonalen werden gedrückt.

γ) Graphische Ermittlung der Spannungen. Setzt man zunächst eine gleichmäßig vertheilte Belaftung (Eigengewicht, bzw. volle Nutzlast) voraus, so macht es für das Verfahren keinen Unterschied, ob die Lasten an der oberen oder an der unteren Gurtung angreifen. Wenn in jedem Knotenpunkte, z. B. der oberen Gurtung (Fig. 194)

Fig. 194.



die Belaftung  $g a$ , bzw.  $p a$  wirkt, so empfiehlt sich für die Ermittlung der Spannungen die Vieleckmethode, weil dieselbe sämtliche Stabspannungen in einem Linienzuge giebt.

Nachdem  $D_0$  und  $D_1$  auf bekannte Art gefunden sind, trägt man alle äußeren Kräfte  $1, 2, 3, 4, D_1$  und  $D_0$  in der Reihenfolge der Knotenpunkte an einander. Es sei  $\alpha \beta = 1, \beta \gamma = 2, \gamma \delta = 3, \delta \varepsilon = 4$ ; nun trägt man an  $\varepsilon$  (den Endpunkt von  $4$ )  $D_1 = \varepsilon \gamma$  und  $D_0 = \gamma \alpha$ . Damit schließt sich das Kraftpolygon der äußeren Kräfte. Wir gehen nun von demjenigen Knotenpunkte, in welchem sich nur 2 Stäbe schneiden, d. h. von  $A$  aus. In  $A$  wirken  $D_0, a$  und  $b$ ; die Zerlegung von  $D_0$  in die beiden Componenten  $a$  und  $b$  ergibt  $a = D_0$  und  $b = 0$ . Im Knotenpunkte  $L$  wirken jetzt  $a, c$  und  $d$ . Bei der Zerlegung von  $a (= \gamma \alpha)$  ist zu beachten, daß die Parallele zum Randstabe  $d$  durch den

178.  
Graphische  
Ermittlung  
der  
Spannungen.

Punkt im Kraftpolygon gehen muß, der zwischen  $D_0$  und  $r$  liegt, d. h. durch  $\alpha$ . Man erhält  $\alpha \xi = d$  und  $\xi \gamma = c$ . (Nach Art. 174, S. 151 ist  $d$  Druck und  $c$  Zug.) Geht man nun zum Knotenpunkte  $E$  über, so wirken da selbst ( $b = 0$ )  $c$ ,  $e$  und  $f$ ; bekannt ist  $c = \gamma \xi$ . Demnach sind  $e$  und  $f$  durch Zerlegung zu ermitteln, wobei die Parallele zum Randstab  $f$  durch den Punkt  $\gamma$  im Kraftpolygon gehen muß, welcher zwischen  $D_1$  und  $D_0$  liegt, da der Randstab  $f$  im System sich zwischen den Kräften  $D_0$  und  $D_1$  befindet. Man erhält leicht  $e$  und  $f$ . (Da  $c$ , wie oben gefunden, Zug ist, erhält  $e$  Druck,  $f$  Zug.) Geht man so weiter, so ergibt sich der in Fig. 194 gezeichnete Kräfteplan. In demselben sind die Druckspannungen durch doppelte, die Zugspannungen durch einfache Linien bezeichnet;  $m$  ist Druck, fällt aber mit einer Anzahl von Zugspannungen zusammen und ist deshalb besonders herausgezeichnet. Die Endpunkte der Stabspannungen sind stets durch diejenigen Buchstaben bezeichnet, welche die bezüglichen Stäbe im System führen. Die Spannungen  $b$ ,  $l$ ,  $n$ ,  $w$  werden gleich Null.

Um die größten in den Gitterstäben durch die Nutzlasten erzeugten Zug-, bezw. Druckspannungen zu bestimmen, beachte man, daß  $Y_{max} = \frac{Q_{max}}{\cos \alpha}$ ,  $Y_{min} = \frac{Q_{min}}{\cos \alpha}$ ,

$$Y'_{max} = -\frac{Q_{min}}{\cos \beta} \quad \text{und} \quad Y'_{min} = -\frac{Q_{max}}{\cos \beta} \text{ ist.}$$

Wenn die Lasten  $p a$  an der oberen Gurtung angreifen oder allgemein, wenn die den Auflagern zunächst gelegenen Knotenpunkte der belasteten Gurtung von diesen um eine ganze Feldweite  $a$  abliegen, so ist

$$Q_{max} = \frac{p}{2l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right].$$

Die graphische Darstellung von  $Q_{max}$  ergibt eine Parabel (Fig. 195 a).

Für  $x = 0$  wird  $Q_{max} = -\frac{p a^2}{8l}$ ; für  $x = l$

wird  $Q_{max} = \frac{p}{2l} \left[ l^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] = \frac{p l}{2} - \frac{p a^2}{8l}$ .  $Q_{max}$

wird Null für  $x = \frac{a}{2}$ ; die Curve hat ein Minimum für  $0 = 2x$ , d. h. für  $x = 0$ . Danach ist die Curve in Fig. 195 a construiert.

Hier sind diejenigen Ordinaten der Curve als Werthe von  $Q_{max}$  einzuführen, welche den Fußpunkten der betreffenden Diagonalen entsprechen. Für die Diagonale  $CE$  ergibt sich  $mn$  als Werth von  $Q_{max}$ . Die durch  $n$  parallel zur Diagonale  $CE$  gezogene Linie  $no$  giebt den Werth von  $Y = \frac{Q_{max}}{\cos \alpha}$ ; denn es ist

$$\frac{no}{\cos \alpha} = \frac{mn}{\cos \alpha} = \frac{Q_{max}}{\cos \alpha}.$$

Nach Gleichung 223 ist  $Y'_{min} = -\frac{Q_{max}}{\cos \beta}$ , also  $nr$  der größte Druck in der rechts steigenden Diagonale  $EF$ .

Es ist ferner

$$Q_{min} = -\frac{p}{2l} \left[ (l-x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right].$$

Wird die Differenz  $l-x = \xi$  gesetzt, so ergibt sich, daß die Curve für  $Q_{min} = -\frac{p}{2l} \left[ \xi^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right]$  derjenigen für  $Q_{max}$  congruent ist.

Für  $\xi = 0$  ist  $Q_{min} = +\frac{p a^2}{8l}$ ; für  $\xi = l$  ist  $Q_{min} = -\frac{p}{2l} \left[ l^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] = -\frac{p l}{2} + \frac{p a^2}{8l}$ .

Man erhält die in Fig. 195 a gezeichnete Curve, in welcher für die rechts fallende Diagonale  $CE$  das Minimum  $nt$ , für die rechts steigende Diagonale das Maximum  $nu$  eingezeichnet ist.

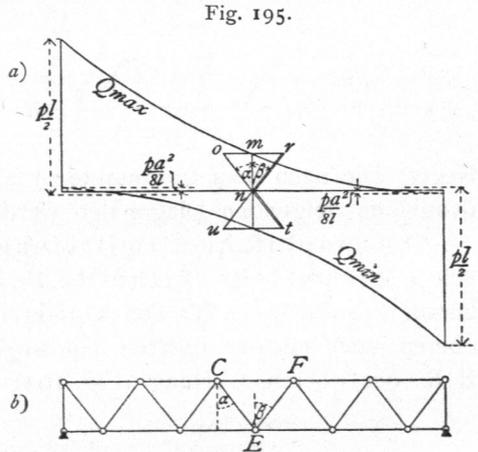


Fig. 195.

Greifen die Laften an der unteren Gurtung an oder allgemein, find die an der mobil belasteten Gurtung gelegenen Knotenpunkte zunächft den Auflagern von diesen um je eine halbe Feldweite entfernt, fo ergibt die Verzeichnung der Curven für  $Q_{max}$  und  $Q_{min}$  entsprechend den Gleichungen in Art. 177 (S. 160) unten stehende Parabeln (Fig. 196 a).

Man erhält genau wie oben: der Maximalzug in  $CE$  ist  $cd$ ; der Maximaldruck in  $CF$  ist  $cf$ ; der Maximaldruck in  $CE$  ist  $cv$ ; der Maximalzug in  $CF$  ist  $cw$ .

Fig. 196.

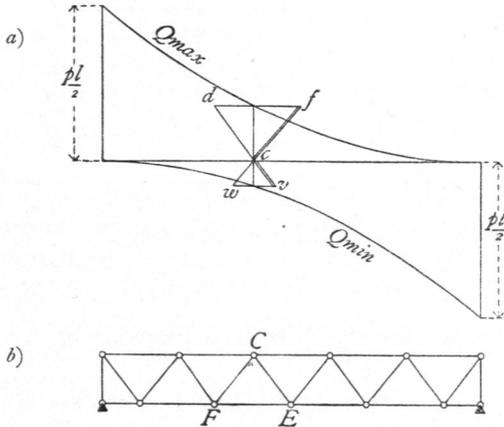
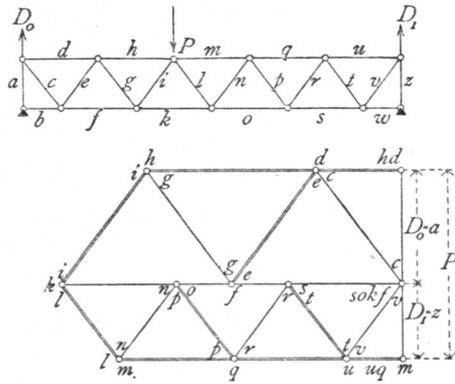


Fig. 197.



Für eine Einzellaft wird die Ermittlung der Spannungen bequem mittels des *Cremona'schen* Kräfteplans vorgenommen, wie in Fig. 197 gefchehen ist; dieselbe ist ohne Weiteres verständlich.

δ) Art der Beanspruchung der Stäbe bei einem Träger auf zwei Stützen. Nach Art. 176 (S. 156) werden die oberen Gurtungsstäbe stets gedrückt, die unteren stets gezogen. Die Diagonalen erhalten verschiedene Beanspruchungen. Durch das Eigengewicht erhalten die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen Zug, die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen Druck; durch die ungünstigste Nutzlast erhalten im Allgemeinen alle Diagonalen sowohl Zug, wie Druck. Wenn der größte Druck, der in einer Diagonalen durch Nutzlast entsteht, kleiner ist, als der Zug durch Eigengewicht, so erleidet die Diagonale nur Zug, umgekehrt nur Druck. Für die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen nahe dem Auflager ist der Zug in Folge des Eigengewichtes meistens viel größer, als der größte Druck durch Nutzlast, und es werden daher diese Diagonalen meistens nur gezogen. Eben so ergibt sich, das die nahe dem Auflager befindlichen, nach der Mitte zu ansteigenden Diagonalen nur Druck erhalten. Die Diagonalen im mittleren Theile des Trägers werden dagegen sowohl gezogen, wie gedrückt.

179.  
Art  
der Stab-  
beanspruchung.

3) Parallelträger mit Diagonalen und Verticalen.

α) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Für eine beliebige Belastung wird genau so, wie in Art. 176 (S. 156), wenn  $M$  das Biegemoment für den zu einem oberen Gurtungsstabe gehörigen Momentenpunkt,  $M'$  das Biegemoment für den zu einem unteren Gurtungsstabe gehörigen Momentenpunkt bezeichnet,

180.  
Berechnung  
d. Gurtungs-  
spannungen.



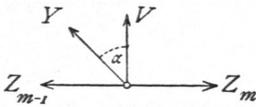
$$V_m = - Q_m = - \frac{g a}{2} (n - 2 m + 1), \dots \dots \dots 232.$$

im zweiten Falle

$$V'_m = - Q'_m = - \frac{g a}{2} (n - 1 - 2 m) \dots \dots \dots 233.$$

Die Art der Beanspruchung ergibt sich durch Betrachtung eines beliebigen nicht belasteten Knotenpunktes (Fig. 201). An einem Knotenpunkte der unteren Gurtung wirken, wenn die Laften an der oberen Gurtung angenommen werden, nur die Spannungen der Stäbe, welche sich an ihm treffen. Die algebraische Summe aller lothrechten Seitenkräfte muß Null sein, d. h. es muß  $0 = Y \cos \alpha + V$ , also  $V = - Y \cos \alpha$  sein. Hieraus folgt der Satz: Die beiden Gitterstabsspannungen am Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung haben entgegengesetzte Beanspruchung; die Belastung, welche in einer Diagonalen Zug erzeugt, erzeugt in derjenigen Verticalen, welche mit ihr an einem Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft, Druck und umgekehrt.

Fig. 201.



b) Für die ungünstigste Beanspruchung der Gitterstäbe, welche durch die Nutzlast hervorgebracht wird, ergibt sich bezüglich der Diagonalen durch dieselbe Beweisführung, wie in Art. 177 (S. 158), die gleiche Regel wie dort. Für die Verticalen ergibt sich zugleich aus dem Schlusssatze unter a: Jede Verticale erhält ihren größten Druck (bezw. Zug) bei derjenigen Belastung, bei welcher die mit ihr an

einem unbelasteten Knotenpunkte zusammentreffende Diagonale ihren größten Zug (bezw. Druck) erhält.

Wirken die Laften an der oberen Gurtung, so ergeben sich die Werthe für die Spannungen, wenn wir wiederum zur Ermittlung von  $Q$  die Knotenpunktsbelastungen durch gleichförmig vertheilte Laften ersetzt denken, wie folgt. Für das Maximum von  $Y_m$  und das Minimum von

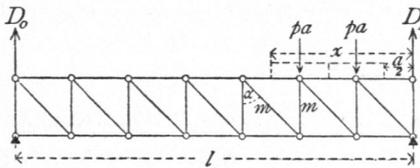


Fig. 202.

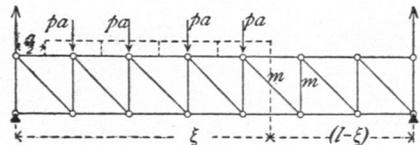


Fig. 203

$V_m$  ergibt sich nach Fig. 202 der Auflagerdruck

$$D_0 = \frac{p \left( x - \frac{a}{2} \right)}{2 l} \left( x + \frac{a}{2} \right) = \frac{p}{2 l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] = Q_m.$$

Sonach

$$Y_{m \max} = \frac{p}{2 l \cos \alpha} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad \text{und} \quad V_{m \min} = - \frac{p}{2 l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \dots \dots 234.$$

Für  $Y_{m \min}$  und  $V_{m \max}$  findet man nach Fig. 203

$$Q = - \frac{p}{2 l} \left[ \xi^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right];$$

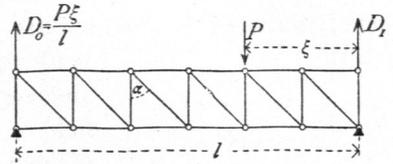
$$Y_{m \min} = - \frac{p}{2 l \cos \alpha} \left[ (l-x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad \text{und} \quad V_{m \max} = + \frac{p}{2 l} \left[ (l-x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] 235.$$

$x$  bedeutet den Abstand der Mitte desjenigen Feldes, zu dem die Diagonale gehört, vom rechten Auflager; bei den Verticalen die Mitte des Feldes, zu welchem

diejenige Diagonale gehört, die mit der Verticalen an einem Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft (hier also der unteren Gurtung).

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an, so stimmen die Formeln für die Diagonalen genau mit den eben entwickelten; auch diejenigen für die Verticalen, wenn man beachtet, daß  $x$  den soeben erwähnten Werth hat, daß sich also  $x$  hier auf die Mitte des Feldes bezieht, zu dem die Diagonale gehört, welche sich mit der Verticalen an einem Knotenpunkte der oberen Gurtung schneidet; statt  $V_m$  ist also dann  $V_{m-1}$  zu setzen.

Fig. 204.



c) Wenn der Träger durch eine Einzellaft belastet wird (Fig. 204), so erhält jede Diagonale zwischen dem Lastpunkt und dem linken Auflager, nach welchem hier die Diagonalen steigen, einen Zug

$$Y = \frac{P \xi}{l \cos \alpha}, \dots \dots \dots 236.$$

jede Verticale auf dieser Seite der Last einen Druck

$$V = - \frac{P \xi}{l} \dots \dots \dots 237.$$

Jede Diagonale zwischen dem Lastpunkt und dem rechten Auflager, nach dem die Diagonalen hier fallen, erhält einen Druck

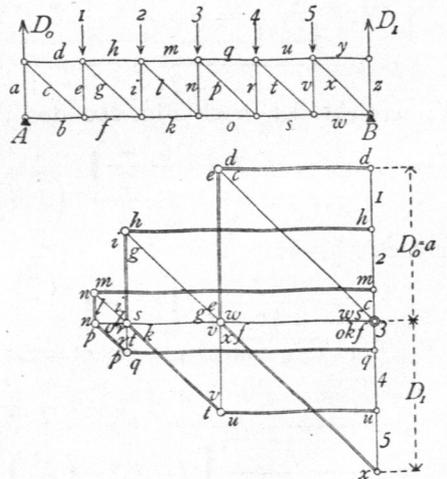
$$Y = - \frac{P(l - \xi)}{l \cos \alpha}, \dots \dots \dots 238.$$

jede Verticale auf dieser Seite einen Zug

$$V = \frac{P(l - \xi)}{l} \dots \dots \dots 239.$$

γ) Graphische Ermittlung der Spannungen. Der Träger sei durch eine gleichmäßig vertheilte Last (Eigengewicht, bzw. volle Nutzlast) belastet; in jedem Knotenpunkte der oberen Gurtung wirke die Last  $g a$ , bzw.  $p a$ . Hiernach ist in Fig. 205 der Kräfteplan nach der Cremona'schen Methode gezeichnet, worüber weitere Bemerkungen unnöthig sind.

Fig. 205.



Wenn die Zeichnung für eine Belastung  $g$  auf die Längeneinheit construirt ist, so geben die Längen der einzelnen Linien auch zugleich die Beanspruchungen für die Belastung  $p$  auf die Längeneinheit, falls dieselben nur auf einem Maßstabe abgegriffen werden, auf welchem diejenige Länge  $p a$  bedeutet, welche vorher  $g a$  bedeutet hatte.

Sind die Maximalspannungen in den Gitterstäben, welche durch Verkehrs- last erzeugt werden, zu bestimmen, so ergibt die Vergleichung der in Art. 180 (S. 164) für  $Y_{\min}^{\max}$  und  $V_{\min}^{\max}$  gefundenen Werthe mit den in Art. 177 (S. 158) für den Parallel- träger mit Netzwerk gefundenen Werthen für  $Y$  und  $Q$  die genaue Uebereinstimmung beider, falls  $x$  den in Art. 180 (S. 165) angegebenen Werth hat.

182.  
Graphische  
Ermittlung  
der  
Spannungen.

Fig. 206.

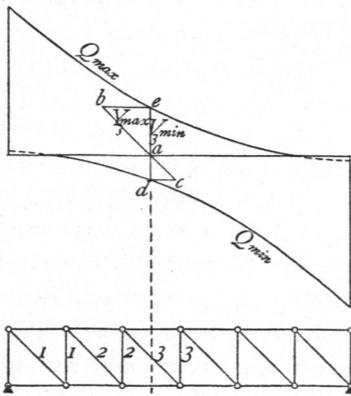
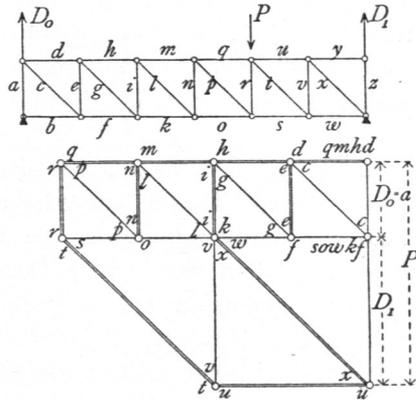


Fig. 207.



Die oben stehende Curve (Fig. 206) ergibt demnach die Werthe für  $Q_{max}$ , so wie  $Q_{min}$  und damit, wie gezeichnet, leicht die Werthe für  $Y$  und  $V$ . Der für  $V_{3min}$  angegebene Werth entspricht einer Belastung der oberen Gurtung.

Sämmtliche durch eine Einzellaft erzeugten Spannungen können leicht mittels eines *Cremona'schen* Kräfteplanes (Fig. 207) ermittelt werden.

4) Parallelträger mit nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Diagonalen.

Im vorhergehenden Kapitel ist gezeigt worden, daß die gedrückten Stäbe mit Rücksicht auf Widerstand gegen Zerknicken unter Umständen wesentlich stärker construirt werden müssen, als die einfache Druckbeanspruchung erfordert. Bei der Bestimmung der Querschnittsgröße sind vielfach Zuschläge zu machen, welche bei den gezogenen Stäben nicht nöthig sind. Man wird deshalb bei gewissen Materialien, besonders bei Schmiedeeisen, die Verwendung gedrückter Stäbe möglichst beschränken und statt deren, wenn möglich, gezogene anordnen. Wo aber gedrückte Stäbe nicht entbehrt werden können, empfiehlt es sich, die kürzeren Stäbe als gedrückte, die längeren als gezogene anzuordnen. Bei manchen Materialien hingegen, insbesondere beim Holz, macht die Anordnung der Verbindungen eine möglichst geringe Verwendung von Zugstäben und eine möglichst ausgedehnte Verwendung von Druckstäben wünschenswerth.

183.  
Grundsatz.

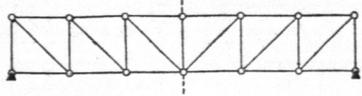
Bei den Trägern mit Fachwerk ist die Anordnung von nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Diagonalen möglich.

Wir betrachten zunächst die Träger mit nur gezogenen Diagonalen.

Wie in Art. 180 (S. 164) nachgewiesen ist, erzeugt das Eigengewicht, so wie auch eine gleichmäßige Belastung aller Knotenpunkte in den nach der Mitte fallenden Diagonalen Zug, in den nach der Mitte steigenden Diagonalen Druck. Soll also durch die angegebene Belastung, welche für den Hochbau weitaus die wichtigste ist, in den Diagonalen nur Zug entstehen, so ordnet man nur nach der Mitte fallende Diagonalen an, construirt also den Träger genau fymmetrisch zur Mitte (Fig. 208). Ist die Felderzahl ungerade, so erhalten die Diagonalen im Mittelfelde bei dieser Be-

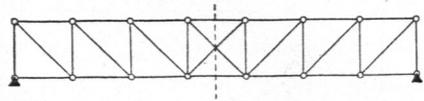
184.  
Träger mit nur gezogenen Diagonalen.

Fig. 208.



lastung den Zug und Druck Null (Fig. 209). Bei dieser Trägerform erhalten je zwei symmetrisch zur Mitte liegende Stäbe gleiche Spannungen; dieselben wurden früher für die eine Hälfte gefunden und sind demnach leicht zu übertragen.

Fig. 209.



Die in Fig. 208 u. 209 gezeichneten Diagonalen erhalten aber durch nicht über den ganzen Träger ausgedehnte Belastungen unter Umständen Druckbeanspruchungen, und zwar findet, wie in Art. 177 (S. 158) u. 180 (S. 164) ermittelt, in einer Diagonalen der größte Druck statt, wenn die Knotenpunkte vom Kopfpunkte der Diagonalen bis zu demjenigen Auflager, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist, belastet, die übrigen Knotenpunkte aber unbelastet sind. Durch das stets noch vorhandene Eigengewicht findet andererseits in den Diagonalen eine beständige Zugspannung statt, welche die erwähnte Druckbeanspruchung vermindert. Diejenigen Diagonalen nun, bei denen (beides absolut genommen) die Zugspannung durch das Eigengewicht größer ist, als die größtmögliche Druckspannung in Folge der Verkehrslast, werden stets gezogen, nie gedrückt. Bei denjenigen Diagonalen dagegen, welche durch das Eigengewicht einen geringeren Zug erhalten, als ungünstigstenfalls der Druck durch Nutzlast beträgt (wiederum beides absolut genommen), wird eine Druckbeanspruchung eintreten, die zu vermeiden ist. Man bringt deshalb in dem betreffenden Felde eine zweite Diagonale mit einer solchen Richtung an, daß die Belastung, welche in der bereits im Felde vorhandenen Diagonalen Druck erzeugen würde, in der zweiten Diagonalen Zug hervorruft. Die Diagonale muß demnach so gerichtet sein, daß die erwähnte Nutzlast die Knotenpunkte vom Fußpunkte dieser Diagonalen an bis zu demjenigen Auflager belastet, nach welchem dieser Fußpunkt hinweist; mit anderen Worten, man bringt eine Diagonale an, welche die bereits vorhandene Diagonale kreuzt, eine sog. Gegendiagonale (in Fig. 210 die punktierte Diagonale  $E'F'$ ).

Damit dieselbe aber auch wirksam sei, erhält die Hauptdiagonale  $EF$  einen derartigen Querschnitt, daß sie bei Druckspannungen ausbiegt, daß sie also in diesem Falle als nicht vorhanden angesehen werden kann.

Solche Gegendiagonalen sind in denjenigen Feldern anzuordnen, in welchen die Hauptdiagonalen unter Umständen Druckspannungen erhalten. In den Feldern nahe am Auflager ist die Zugspannung durch das Eigengewicht meistens groß, die Druckspannung durch Nutzlast meistens klein, so daß in diesen Feldern keine Gegendiagonalen nöthig sind; in den mittleren dagegen sind sie anzuordnen. Die Spannungen in den Gegendiagonalen sind dann genau so zu ermitteln, als wären die Hauptdiagonalen nicht vorhanden; jede Gegendiagonale, z. B.  $E'F'$ , befindet sich genau in derselben Lage, wie die symmetrisch zur Trägermitte liegende Hauptdiagonale im Träger mit nur nach einer Seite fallenden Diagonalen, also hier wie  $RS$  (Fig. 210). Die oben gefundenen Spannungen sind daher hier sofort zu verwerthen. Der Träger würde demnach

Fig. 210.

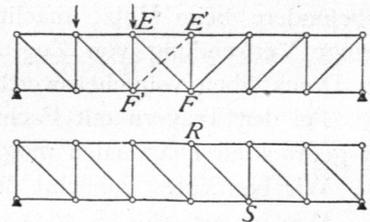
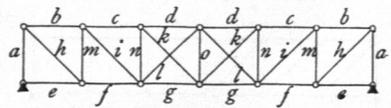


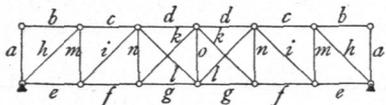
Fig. 211.



die in Fig. 211 dargestellte Form erhalten, in welcher je zwei Stäbe mit gleichen Bezeichnungen gleiche Spannungen erleiden.

Bei der Construction eines Trägers mit nur gedrückten Diagonalen ist nach gleichem Grundsatze zu verfahren. Zunächst sind beiderseits nur nach der Mitte ansteigende Diagonalen zu verwenden; damit man für Belaftung durch Eigengewicht, bezw. Gefammtlast nur Druck erhalte. In denjenigen Feldern alsdann, in welchen die Diagonalen unter Umständen Zugspannung erhalten würden, sind wie oben Gegendiagonalen anzuordnen (Fig. 212). Die Verbindung in den Knotenpunkten ist so anzuordnen, daß die Hauptdiagonalen keinen Zug übertragen können.

Fig. 212.



Die Beanspruchung der Verticalen ergibt sich nach Art. 180 (S. 164) stets der Beanspruchung derjenigen Diagonalen entgegengesetzt, welche an einem unbelasteten Knotenpunkte mit der Verticalen zusammentrifft. Werden demnach alle Diagonalen nur gezogen, so werden alle Verticalen nur gedrückt (Fig. 211); werden alle Diagonalen nur gedrückt, so werden alle Verticalen nur gezogen (Fig. 212). Im zweiten Falle werden dieselben meistens aus Schmiedeeisen hergestellt, während die Diagonalen aus Holz bestehen.

Beispiel. Ein als Parallelträger mit Diagonalen und Verticalen (nach Art der Fig. 208) hergestellter Unterzug hat folgende Abmessungen und Belastungen: Stützweite  $l = 12\text{ m}$ ; Höhe zwischen den Gurtungs-Schwerpunkten  $h = 1,5\text{ m}$ ; Anzahl der Felder  $n = 8$ ; Feldweite  $a = 1,5\text{ m}$ . Die Diagonalen fallen jederseits nach der Trägermitte zu; Gegendiagonalen sind nicht vorhanden. Die Belaftung durch das Eigengewicht für das laufende Meter ist  $g = 1800\text{ kg}$ , diejenige durch Nutzlast  $p = 2400\text{ kg}$ ; mithin sind die Knotenpunktslasten bezw.  $ga = 2700\text{ kg}$  und  $pa = 3600\text{ kg}$ . Die Lastpunkte liegen in der oberen Gurtung. Es sind die durch diese Belastungen entstehenden Spannungen zu berechnen.

α) Spannungen in den Gurtungen. Nach Gleichung 227 u. 228 sind für den  $m$ -ten Stab der oberen Gurtung

$$X_g = -\frac{1800 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 1,5} m (8 - m) = -1350 m (8 - m)$$

und

$$X_p = -\frac{2400 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 1,5} m (8 - m) = -1800 m (8 - m).$$

Für den  $m$ -ten Stab der unteren Gurtung sind nach Gleichung 227 u. 228

$$Z_g = \frac{1800 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 1,5} (m - 1) (9 - m) = 1350 (m - 1) (9 - m) \quad \text{und} \quad Z_p = 1800 (m - 1) (9 - m).$$

Man erhält aus vorstehenden Ausdrücken, indem man der Reihe nach für  $m$  die Werthe 1, 2, 3, 4 einführt, die Gurtungsspannungen der Stäbe links der Mitte. Die Spannungen in den symmetrisch zur Mitte liegenden Stäben sind den gefundenen genau gleich. Die Addition der Werthe  $X_g$  und  $X_p$  ergibt die Maximalspannungen in der oberen, die Addition der Werthe  $Z_g$  und  $Z_p$  die Maximalspannungen in der unteren Gurtung. Die Ergebnisse sind in umstehender Tabelle angegeben.

β) Spannungen in den Diagonalen. α) Durch das Eigengewicht. Nach Gleichung 231 ist für die  $m$ -te Diagonale die Spannung durch das Eigengewicht, da hier  $\cos \alpha = \cos 45^\circ = 0,707$  ist,

$$Y_g = \frac{1800 \cdot 1,5}{2 \cdot 0,707} (9 - 2m) = 1910 (9 - 2m).$$

Durch Einsetzung der Zahlenwerthe  $m = 1, 2, 3, 4$  erhält man die Spannungen  $Y_g$ .

β) Durch die Nutzlast. Die größten Zug- und Druckspannungen, welche in den Diagonalen hervorgerufen werden, sind nach Gleichung 234 u. 235

$$Y_p^{max} = \frac{2400}{2 \cdot 12 \cdot 0,707} (x^2 - 0,75^2) = 141,4 (x^2 - 0,56)$$

und

$$Y_p^{min} = -\frac{2400}{2 \cdot 12 \cdot 0,707} [(l - x)^2 - 0,75^2] = -141,4 [(l - x)^2 - 0,56].$$

185.  
Träger  
mit nur  
gedrückten  
Diagonalen.

186.  
Beispiel.

Man erhält für  $m = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$   
 $x = 11,25 \quad 9,75 \quad 8,25 \quad 6,75 \text{ m}$   
 $(l - x) = 0,75 \quad 2,25 \quad 3,75 \quad 5,25 \text{ m}$

und für  $Y_{p \max}$ , bezw.  $Y_{p \min}$  die Werthe, welche in der unten stehenden Tabelle folgen.

γ) Spannungen in den Verticalen. a) Durch das Eigengewicht. Nach Gleichung 232 ist, da die Lastpunkte oben liegen,

$$V_g = - \frac{1800 \cdot 1,5}{2} (9 - 2 m) = - 1350 (9 - 2 m).$$

b) Durch die Nutzlast. Die größten Druck-, bezw. Zugspannungen ergeben sich aus den Gleichungen 234 u. 235 zu

$$V_{p \min} = - \frac{2400}{2 \cdot 12} (x^2 - 0,75^2) = - 100 (x^2 - 0,56) \quad \text{und} \quad V_{p \max} = 100 [(l - x)^2 - 0,56].$$

Für  $x$  sind dieselben Werthe, wie bei den Diagonalen einzuführen. Man erhält die Werthe der unten stehenden Tabelle.

In der Endverticalen ist die Druckspannung stets gleich dem Auflagerdruck, also hier, da die Belastung des Endknotenpunktes mit  $\frac{g a}{2}$ , bezw.  $\frac{p a}{2}$  hinzukommt,

$$V_g = - (3,5 + 0,5) g a = - 4 g a = - 4 \cdot 1800 \cdot 1,5 = - 10800 \text{ kg},$$

$$V_{p \min} = - 4 p a = - 4 \cdot 2400 \cdot 1,5 = - 14400 \text{ kg}.$$

Zug kann in dieser Verticalen nicht entstehen.

Auf die Mittelverticale sind die obigen Gleichungen nicht anwendbar, weil an ihrem unteren Endpunkte sich die zwei Diagonalen der anstossenden Felder treffen, also der schiefe Schnitt andere Stäbe trifft, als bei der Entwicklung der Formeln vorgesehen war. Da am oberen Endpunkt der Verticalen keine Diagonale ansetzt, so kann dieselbe nur solche lothrechte Kräfte aufnehmen, welche im oberen Knotenpunkte unmittelbar angreifen. Wir erhalten also die Spannungen in derselben genau so groß, wie die Knotenpunktelastungen. Diese Werthe sind in die Tabelle eingesetzt worden.

Tabelle der Stabspannungen.

Theil der Con- struction	$m =$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Obere Gurtung	$X_g$		- 9450	- 16200	- 20250	- 21600	- 21600	- 20250	- 16200	- 9450
	$X_p$		- 12600	- 21600	- 27000	- 28800	- 28800	- 27000	- 21600	- 12600
Untere Gurtung	$Z_g$		0	9450	16200	20250	20250	16200	9450	0
	$Z_p$		0	12600	21600	27000	27000	21600	12600	0
Diagonalen	$Y_g$		13370	9550	5730	1910	1910	5730	9550	13370
	$Y_{p \max}$		17820	13362	9545	6363	6363	9545	13362	17820
	$Y_{p \min}$		0	- 636	- 1910	- 3818	- 3818	- 1910	- 636	0
Verticalen	$V_g$	- 10800	- 9450	- 6750	- 4050	- 2700	- 4050	- 6750	- 9450	- 10800
	$V_{p \min}$	- 14400	- 12600	- 9450	- 6750	- 3600	- 6750	- 9450	- 12600	- 14400
	$V_{p \max}$	0	0	4500	1350	0	1350	450	0	0

K i l o g r a m m

Zur Bestimmung der Querschnitte nach den Gleichungen 36 u. 37 (siehe Art. 77, S. 51) dient die Zusammenstellung der nachstehenden Tabelle.

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen: Ueberwiegender Zug			Verticalen: Ueberwiegender Druck				
Stab Nr.	$P_0$	$P_1$	Stab Nr.	$P_0$	$P_1$	Stab Nr.	$P_0$	$P_1$	$P_2$	Stab Nr.	$P_0$	$P_1$	$P_2$
1 u. 8	- 9450	- 12600	1 u. 8	0	0	1 u. 8	13370	17820	0	0 u. 8	- 10800	- 14400	0
2 u. 7	- 16200	- 21600	2 u. 7	9450	12600	2 u. 7	9550	13362	- 636	1 u. 7	- 9450	- 12600	0
3 u. 6	- 20250	- 27000	3 u. 6	16200	21600	3 u. 6	5730	9545	- 1910	2 u. 6	- 6750	- 9450	450
4 u. 5	- 21600	- 28800	4 u. 5	20250	27000	4 u. 5	1910	6363	- 3818	3 u. 5	- 4050	- 6750	1350
										4	- 2700	- 3600	0
Kilogramm			Kilogramm			Kilogramm			Kilogramm				

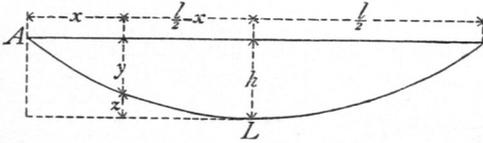
5) Parabelträger.

Parabelträger sind Träger, bei denen die Knotenpunkte einer oder beider Gurtungen auf Parabeln liegen. Es sollen hier nur solche Parabelträger behandelt werden, bei welchen die obere Gurtung eine gerade Linie, die untere Gurtung ein

187.  
Berechnung  
der  
Spannungen:

der Parabel eingeschriebenes Vieleck ist (Fig. 213). Bezeichnet man die Pfeilhöhe der Parabel mit  $h$ , die Trägerstützweite mit  $l$ , und legt man den Anfangspunkt der Coordinaten in das linke Auflager (nach  $A$ ), so ist, wenn  $L$  der Scheitel der Parabel ist,

Fig. 213.



$$\frac{z}{h} = \frac{\left(\frac{l}{2} - x\right)^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}, \text{ woraus } z = h \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2, \text{ ferner } y = (h - z), \text{ ferner}$$

$$y = \frac{4h}{l^2} (lx - x^2) \dots \dots \dots 240.$$

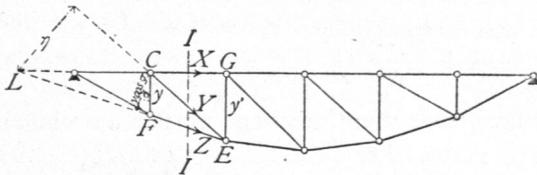
Die Spannungen in den sämtlichen Stäben können nun mittels der in Art. 168 bis 175 (S. 149 bis 156) vorgeführten Verfahren leicht ermittelt werden. Dabei macht es keine Schwierigkeit, die Berechnung auch für den Fall durchzuführen, daß die obere Gurtung gekrümmt, die untere eine gerade Linie ist.

a) Spannungen in den Gurtungen. Für einen Stab  $FE$  der unteren Gurtung (Fig. 214) ist  $C$  der conjugirte Punkt; wird mit  $M$  das Moment der an der einen Seite des Schnittes  $II$  wirkenden äußeren Kräfte bezeichnet, so ergibt sich

188.  
in den  
Gurtungen;

$$0 = M - Zy \cos \sigma, \text{ woraus } Z = \frac{M}{y \cos \sigma} \dots \dots \dots 241.$$

Fig. 214.



Für einen Stab  $CG$  der oberen Gurtung ist  $E$  der conjugirte Punkt, und wenn das Moment der äußeren Kräfte für diesen Punkt mit  $M'$  bezeichnet wird,

$$0 = M' + Xy', \text{ woraus } X = -\frac{M'}{y'} \dots \dots \dots 242.$$

Wie beim Parallelträger in Art. 176 (S. 156) ergibt sich auch hier, daß die oberen Gurtungsstäbe stets gedrückt, die unteren Gurtungsstäbe stets gezogen werden, so wie daß alle Gurtungsstäbe bei voller Belastung am meisten beansprucht werden.

Nunmehr können die durch Eigengewicht, bzw. durch gleichmäßig über den ganzen Träger vertheilte Nutzlast erzeugten Gurtungsspannungen ermittelt werden. Das erstere sei  $g$ , die letztere  $p$  für die Längeneinheit; beide Belastungsarten sind einander genau gleich; es genügt also eine, etwa die letztere, zu betrachten. Es wird wieder angenommen, daß die Lasten nur in den Knotenpunkten wirken; bei einer Feldweite  $a$  (Fig. 215) ist die Knotenpunktslast gleich  $pa$  (bzw.  $ga$ ). Die

Auflagerdrücke sind  $D_0 = D_1 = \frac{pa(n-1)}{2}$  und, da  $a(n-1) = (l-a)$  ist,

$$D_0 = D_1 = \frac{p(l-a)}{2} \dots \dots \dots 243.$$

Für einen beliebigen Knotenpunkt  $E$  mit der Abciffe  $x$  ist nun das Moment

$$M_x = \frac{p(l-a)}{2} x - p(x-a) \left( \frac{x-a}{2} + \frac{a}{2} \right) = \frac{p}{2} (lx - x^2).$$

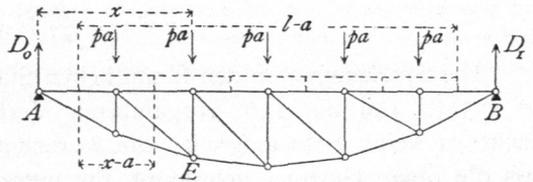
Dies ist aber nach Art. 152 (S. 131) auch der Ausdruck für das Moment im Punkte  $E$  bei einem vollwandigen, gleichmäsig mit  $p$  für die Längeneinheit belasteten Träger.

Werden die Werthe von  $M$  und  $y$  (Gleichung 240) in die Ausdrücke für  $Z$  und  $X$  eingeführt, so ergibt sich allgemein

$$\left. \begin{aligned} Z \cos \sigma &= \frac{M}{y} = \frac{p}{2} \cdot \frac{(lx - x^2) l^2}{4 \cdot h (lx - x^2)} = \frac{p l^2}{8 h} \\ X &= - \frac{p}{2} \cdot \frac{(lx - x^2) l^2}{4 h (lx - x^2)} = - \frac{p l^2}{8 h} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 244.$$

$Z \cos \sigma$  ist die wagrechte Seitenkraft der Spannung in der gekrümmten Gurtung. Die rechte Seite obiger Ausdrücke enthält nur constante Größen, so dass sich ergibt: Beim Parabelträger ist für gleichmäßige Belastung des ganzen Trägers die Spannung in der geraden Gurtung ( $X$ ) und die wagrechte Seitenkraft der Spannung in der gekrümmten Gurtung constant.

Fig. 215.



Da  $\cos \sigma = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (y' - y)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{y' - y}{a}\right)^2}}$  ist, erhält man aus

Gleichung 244

$$Z = \frac{p l^2}{8 h} \sqrt{1 + \left(\frac{y' - y}{a}\right)^2} \dots \dots \dots 245.$$

Die Spannungen  $Z$  und  $X$ , welche dem Eigengewicht entsprechen, werden aus obigen Gleichungen erhalten, indem man  $p$  mit  $g$  vertauscht.

189.  
in den  
Gitterstäben.

β) Spannungen in den Gitterstäben. Für die Diagonale  $CE$  (Fig. 214) ist  $L$  der conjugirte Punkt,  $\eta$  der Hebelsarm von  $Y$ , und wenn mit  $M_1$  das Moment der äußeren Kräfte am Bruchstück links vom Schnitt  $II$ , bezogen auf  $L$  als Drehpunkt, bezeichnet wird, ist

$$0 = Y \eta - M_1, \text{ woraus } Y = + \frac{M_1}{\eta} \dots \dots \dots 246.$$

Liegt die Diagonale rechts der Mitte, so fällt der conjugirte Punkt rechts vom rechten Auflager. Die Aufstellung der Momentengleichung für diesen Punkt ergibt genau wie in Gleichung 246 die Diagonalspannung als Quotienten aus dem Moment der am Bruchstück wirkenden äußeren Kräfte, dividirt durch den Hebelsarm der Diagonalspannung.

Häufig ist ein anderer Ausdruck der Diagonalfpannung bequemer, als Gleichung 246. Die am Knotenpunkt  $C$  der geraden Gurtung (Fig. 216) angreifenden Kräfte sind im Gleichgewicht; die algebraische Summe aller wagrechten Seitenkräfte ist demnach gleich Null; mithin

Fig. 216.

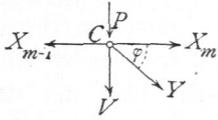
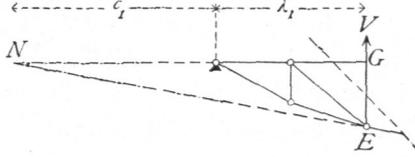


Fig. 217.



$$0 = Y \cos \varphi + X_m - X_{m-1}, \text{ woraus } Y = - \frac{X_m - X_{m-1}}{\cos \varphi} \dots 247.$$

Für die Bestimmung der Spannungen in den Verticalen ist der Schnitt schief zu legen (Fig. 217). Der conjugirte Punkt für die Verticale  $EG$  ist  $N$ . Bezeichnet  $-M_2$  das Moment der am Bruchstück wirkenden äußeren Kräfte für  $N$  als Drehpunkt, so wird

$$0 = -V(\lambda_1 + c_1) - M_2, \text{ woraus } V = - \frac{M_2}{\lambda_1 + c_1} \dots 248.$$

Falls der conjugirte Punkt nach rechts vom rechten Auflager fällt, ergibt sich eine geringe Abänderung der Gleichung 248.

Ein für manche Fälle bequemerer Ausdruck wird wiederum durch Betrachtung des Knotenpunktes an der geraden Gurtung erhalten. Es ergibt sich, da die Kräfte an demselben im Gleichgewicht sind,

$$0 = Y \sin \varphi + V + P, \text{ woraus } V = -(Y \sin \varphi + P) \dots 249.$$

a) Das Eigengewicht, bezw. eine gleichmäßig über den ganzen Parabelträger verteilte Last  $p$  für die Längeneinheit erzeugt in allen Diagonalen die Spannung Null. Denn bei dieser Belaftung ist nach Art. 187 (S. 171) die Gurtungsspannung  $X$  constant, also  $X_m = X_{m-1}$ , mithin nach Gleichung 247:  $Y = 0$ .

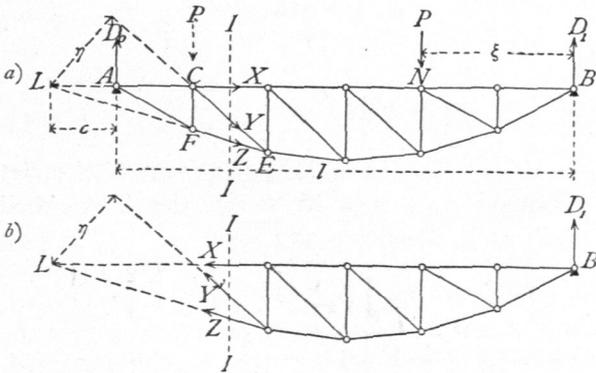
Die Spannung in den Verticalen ergibt sich nach Gleichung 249, da  $Y = 0$  und  $P = p a$  (bezw.  $g a$ ) ist, zu

$$V_p = -p a, \text{ bezw. } V_g = -g a \dots 250.$$

Die Spannung in den Verticalen ist sonach beim Parabelträger und der angegebenen Belaftung gleich der im Knotenpunkte der geraden Gurtung wirkenden Last, und zwar Druck, wenn, wie hier angenommen ist, die obere gerade Gurtung belaftet ist.

b) Ungünstigste Belastungen und größte Stabspannungen der

Fig. 218.



Gitterstäbe. Die ungünstigste Belaftung für eine Diagonale  $CE$  (Fig. 218) wird folgendermaßen erhalten. Eine rechts von dem durch die Diagonale verlaufenden Schnitte  $II$  gelegene Last  $P$  erzeugt in  $A$  den Auflagedruck  $D_0 = \frac{P \xi}{l}$  und in  $CE$  eine Diagonalfpannung  $Y$ , welche aus der Momentengleichung für Punkt  $L$  und das links vom Schnitte liegende Bruchstück folgt:

$$0 = Y \eta - D_0 c, \text{ woraus } Y = \frac{D_0 c}{\eta} = \frac{P \xi c}{l \eta} \dots 251.$$

So lange sich die Last rechts vom Schnitt  $II$  befindet, gilt der hier für  $Y$  gefundene Ausdruck. Jede Last rechts vom Schnitt erzeugt also in  $CE$  einen Zug.

Befindet sich die Last  $P$  links vom Schnitt  $II$ , so betrachte man das Bruchstück an der rechten Seite des Schnittes (Fig. 218b). Auf dasselbe wirken der Auflagerdruck  $D_1$  in  $B$  und die 3 Spannungen  $X$ ,  $Y'$  und  $Z$ ; die Gleichung der statischen Momente für  $L$  als Drehpunkt heißt dann:

$$0 = Y' \eta + D_1 (l + c), \text{ woraus } Y' = - \frac{D_1 (l + c)}{\eta} \dots 252.$$

Die Last  $P$  links von  $II$  erzeugt also in der Diagonale Druck und in gleicher Weise jede links vom Schnitt liegende Last.

Für die rechts von der Mitte liegenden Diagonalen, bei welchen der Momentenpunkt rechts von  $B$  liegt, ergibt sich die gleiche Gesetzmäßigkeit.

Es folgt, daß auch hier das für die Parallelträger (Art. 177, S. 158) gefundene Gesetz gilt: Jede Belastung zwischen dem durch die Diagonalenmitte gelegten lothrechttem Schnitt und demjenigen Auflager, nach welchem der Fußpunkt der Diagonalen hinweist, erzeugt in derselben Zug; jede Belastung zwischen dem erwähnten Schnitt und demjenigen Auflager, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist, erzeugt in derselben Druck.

Größter Zug findet demnach in einer Diagonalen dann statt, wenn alle Knotenpunkte zwischen dem Schnitt und demjenigen Auflager belastet sind, nach welchem der Fuß der Diagonale hinweist; größter Druck, wenn die Knotenpunkte zwischen dem Schnitt und demjenigen Auflager belastet sind, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist.

Die größte Zugbeanspruchung in einer Diagonalen  $CE$  findet daher bei der in Fig. 219 gezeichneten Belastung statt; sie ist

$$Y_{max} = \frac{D_0 c}{\eta}.$$

Genau, wie in Art. 177 (S. 159), erhält man für den Auflagerdruck:

$$D_0 = \frac{p}{2l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right],$$

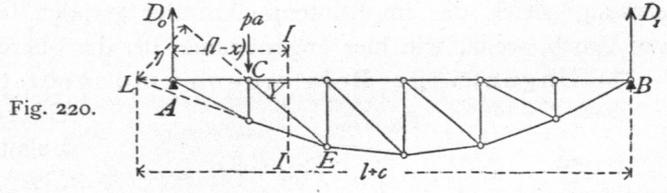
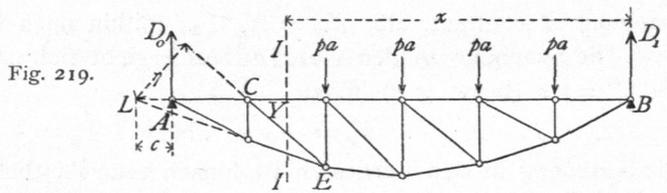
also

$$Y_{max} = \frac{p c}{2l \eta} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \dots 253.$$

Die größte Druckbeanspruchung in einer Diagonalen  $CE$  findet bei der in Fig. 220 gezeichneten Belastung statt und ist (wenn der Trägertheil rechts vom Schnitt  $II$  betrachtet wird) nach Gleichung 252

$$Y_{min} = - D_1 \left( \frac{l+c}{\eta} \right) \text{ und, da } D_1 = \frac{p}{2l} \left[ (l-x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right],$$

$$Y_{min} = - \frac{p}{2l} \left[ (l-x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \left( \frac{l+c}{\eta} \right) \dots 254.$$

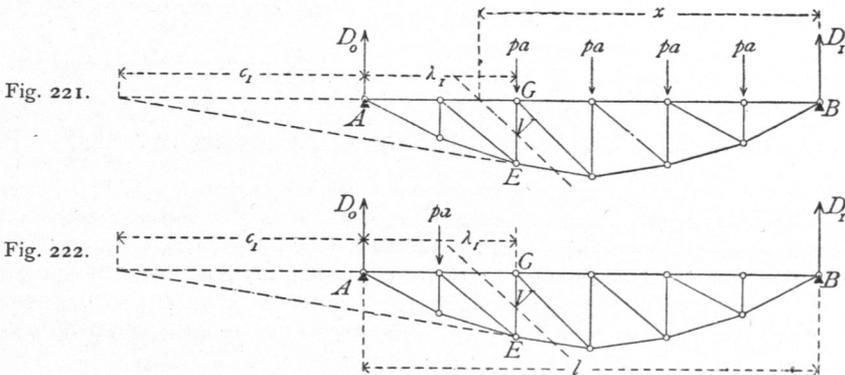


Die Gleichungen 253 u. 254 gelten, wenn die Diagonalen, wie hier, nach rechts fallen, nur für diejenigen links der Mitte; für die Diagonalen rechts der Mitte, bei denen der Momentenpunkt rechts von  $B$  fällt, ergeben sich folgende Werthe, in denen  $\eta_1$  den Hebelsarm von  $Y$ ,  $c_2$  den Abstand des Momentenpunktes von  $B$  bedeutet:

$$Y_{max} = \frac{p}{2l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \frac{l + c_2}{\eta_1} \quad \text{und} \quad Y_{min} = -\frac{p}{2l} \left[ (l - x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \frac{c_2}{\eta_1} \quad 255.$$

Bei der angenommenen Belastungsart genügt es,  $Y_{max}$  oder  $Y_{min}$  auszurechnen; denn für die Belastung aller Knotenpunkte mit je  $pa$  ist die Diagonalspannung (siehe oben) gleich Null. Sind nur die Knotenpunkte der Druckabtheilung belastet, so ist die Spannung in der Diagonalen gleich  $Y_{min}$ ; sind nur die Knotenpunkte der Zugabtheilung belastet, so ist die Spannung gleich  $Y_{max}$ . Bei totaler Belastung ist die Spannung  $Y_{summa} = Y_{max} + Y_{min}$  und zwar ist  $Y_{summa} = 0$ , d. h.  $0 = Y_{max} + Y_{min}$  und  $Y_{min} = -Y_{max}$ .

Um die ungünstigste Belastung der Verticalen zu ermitteln, verfährt man eben so, wie bei den Diagonalen gezeigt ist. Man findet, daß Diagonale und Verticale, welche an einem Knotenpunkte der unbelasteten Gurtung zusammentreffen, dieselbe ungünstigste Belastungsart haben; nur findet in der Verticalen größter Druck statt bei derjenigen Belastung, welche in der entsprechenden Diagonalen größten Zug



erzeugt und umgekehrt. Es wird also größter Druck in  $GE$  bei der in Fig. 221 gezeichneten Belastung, größter Zug bei der in Fig. 222 gezeichneten Belastung stattfinden.

Die größten Spannungen in den Verticalen ergeben sich mit

$$\left. \begin{aligned} V_{min} &= -\frac{D_0 c_1}{\lambda_1 + c_1} = -\frac{p}{2l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \frac{c_1}{\lambda_1 + c_1} \\ V_{max} &= \frac{D_1 (l + c_1)}{\lambda_1 + c_1} = \frac{p}{2l} \left[ (l - x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \frac{l + c_1}{\lambda_1 + c_1} \end{aligned} \right\} \quad 256.$$

Falls der Momentenpunkt um  $c'_1$  nach rechts von  $B$  fällt, was hier bei allen Verticalen rechts der Mitte, einschl. der Mittelverticalen, stattfindet, so ergeben sich für  $V_{min}$  und  $V_{max}$  die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} V'_{min} &= -\frac{D_0 (l + c'_1)}{c'_1 + l - \lambda_1} = -\frac{p}{2l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \frac{l + c'_1}{c'_1 + l - \lambda_1} \\ V'_{max} &= \frac{D_1 c'_1}{c'_1 + l - \lambda_1} = \frac{p}{2l} \left[ (l - x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \frac{c'_1}{c'_1 + l - \lambda_1} \end{aligned} \right\} \quad 257.$$

c) Bei entgegengesetzter Richtung der Diagonalen ergeben sich nur geringe Aenderungen, welche leicht aus Vorstehendem folgen.

Die Spannungen durch eine oder mehrere Einzellasten sind gleichfalls nach einem der in Art. 171 u. 172 (S. 150) angegebenen Verfahren leicht zu finden.

γ) Graphische Ermittlung der Spannungen. Wird eine gleichmäÙig vertheilte Belastung (Eigengewicht, bezw. volle zufällige Belastung) vorausgesetzt, so ergibt der in Fig. 223 gezeichnete Cremona'sche Kräfteplan sofort die Spannungen.

Was die durch zufällige Belastung erzeugten Maximalspannungen betrifft, so ergeben sich die größten Gurtungsspannungen aus dem eben erwähnten Kräfteplan (Fig. 223), falls eine Belastung des ganzen Trägers mit der Last  $p$  für die Längeneinheit zu Grunde gelegt wird.

Zur Bestimmung der größten Diagonalspannungen, welche bei den oben angegebenen Belastungen stattfinden, empfiehlt sich die Schnittmethode.

Auf das Trägerstück links vom Schnitte  $II$  wirken bei der in Fig. 224a gezeichneten Maximalzugbelastung für die Diagonale  $CE$  die Kräfte  $D_0, X, Y, Z$ . Die Werthe von  $D_0$ , welche für die verschiedenen Diagonalen zu Grunde zu legen sind, ergeben sich aus der Gleichung  $D_0 = \frac{p}{2l} [x^2 - (\frac{a}{2})^2]$ ;

dieselben sind in der Curve (Fig. 224b) aufgetragen. — Für die Diagonale  $CE$  z. B. ist  $D_0 = mn$ ; diese Kraft ist nach den Richtungen  $AE$  und  $X$  zerlegt in  $no$  und  $om$ ;  $no$  ist alsdann noch nach den Richtungen  $Z$  und  $Y$  in  $np$  und  $po$  zerlegt;  $po$  ist gleich  $Y_{max}$  ( $Y_{min} = -Y_{max}$ ).

In der Verticalen  $CF$  findet größter Druck bei der in Fig. 225 gezeichneten Belastung statt.  $D_0$  ist hier gleich derjenigen Ordinate der Curve in Fig. 224b, welche zu  $x'$  gehört, d. h. gleich  $rs$ . Nun wird genau wie oben zerlegt. Es wird  $V_{min} = ut$ . Entsprechend so ist der Maximalzug in  $CF$  zu ermitteln.

Fig. 224.

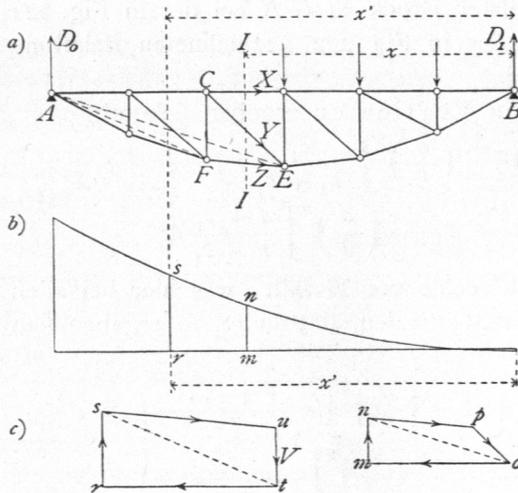


Fig. 223.

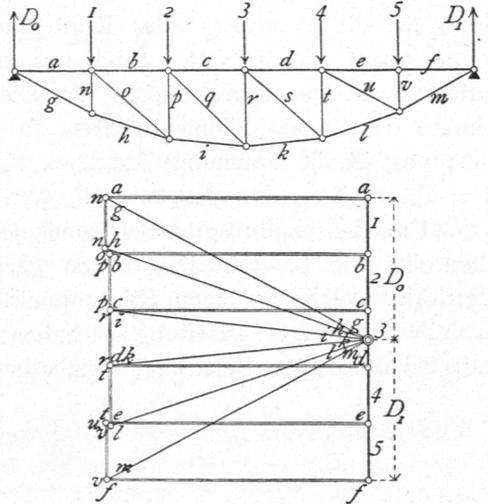


Fig. 225.

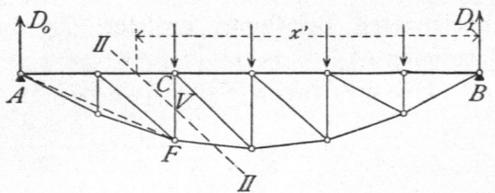
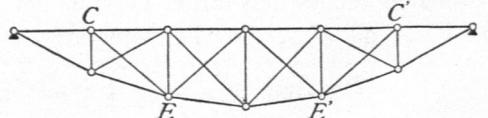


Fig. 226.



190.  
Graphische  
Ermittlung  
der  
Spannungen.

δ) Träger mit Gegendiagonalen. Durch die Verkehrslast erhält jede Diagonale sowohl Zug wie Druck, durch das Eigengewicht gar keine Spannung. Die ungünstigsten Zug-, bzw. Druckspannungen sind also genau so groß, wie diejenigen durch die ungünstigsten Verkehrslasten. Sollen nur gezogene Diagonalen vorkommen, so wird nach Art. 184 (S. 167) in jedem Felde eine Gegendiagonale angeordnet werden müssen. Man erhält die in Fig. 226 gezeichnete Trägerform. Die Gegendiagonale  $C'E'$  wird genau eben so beansprucht, wie die symmetrisch zur Mitte liegende Hauptdiagonale  $CE$  des Trägers mit einseitig fallenden Diagonalen. Dasselbe gilt von allen Gegendiagonalen; es wird also die Berechnung eines Trägers mit nach einer Richtung fallenden Diagonalen genügen.

191.  
Gegen-  
diagonalen.

Beispiel. Ein als Unterzug dienender Parabelträger mit gerader oberer und gekrümmter unterer Gurtung hat die nachfolgenden Hauptabmessungen und Belastungen: Stützweite  $l = 12,0$  m; Pfeilhöhe  $h = 1,20$  m; Feldweite  $a = 1,0$  m; Eigengewicht für das laufende Meter des Trägers  $g = 320$  kg, also  $g a = 320$  kg; Verkehrslast für das laufende Meter des Trägers  $p = 1280$  kg, also  $p a = 1280$  kg. Der Träger hat ein aus Verticalen und Diagonalen bestehendes Gitterwerk; die Diagonalen fallen beiderseits nach der Mitte zu; der Träger ist also zur Mitte symmetrisch angeordnet. Es sind die in den einzelnen Stäben entstehenden Spannungen zu ermitteln. Wegen der Symmetrie des Trägers braucht man nur die Spannungen in den Stäben links der Mitte zu bestimmen; die symmetrisch zur Mitte liegenden Stäbe erhalten gleiche Beanspruchungen.

192.  
Beispiel.

a) Form der unteren Gurtung. Die Parabel-Ordinaten ergeben sich nach Gleichung 240 aus der Beziehung  $y = \frac{4 \cdot 1,2}{144} x(12 - x) = 0,033 x(12 - x)$ . Man erhält:

für $x = 1$ m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	11 m
$y = 0,36$ m	0,66 m	0,99 m	1,06 m	1,16 m	1,2 m	1,16 m	1,06 m	0,99 m	0,66 m	0,36 m.

b) Spannungen in der oberen Gurtung. Durch das Eigengewicht, bzw. volle zufällige Belastung entsteht in sämtlichen Stäben der oberen Gurtung eine Spannung nach Gleichung 244

$$X_g = -\frac{320 \cdot 12^2}{8 \cdot 1,2} = -4800 \text{ kg} \quad \text{und} \quad X_p = -\frac{1280 \cdot 12^2}{8 \cdot 1,2} = -19200 \text{ kg.}$$

$X_p$  ist zugleich die größte durch zufällige Belastung entstehende Spannung.

c) Spannungen in der unteren Gurtung. Nach Gleichung 245 sind

$$Z_g = 4800 \sqrt{1 + \left(\frac{y' - y}{a}\right)^2} \quad \text{und} \quad Z_p = 19200 \sqrt{1 + \left(\frac{y' - y}{a}\right)^2}.$$

Hiernach erhält man die in der linksseitigen Hälfte der nachfolgenden Tabelle zusammengestellten Ergebnisse. Die Werthe  $Z_p$  sind zugleich die größten durch die zufällige Last entstehenden Spannungen.

b) Spannungen in den Diagonalen. Die Spannungen durch das Eigengewicht sind gleich Null (siehe Art. 189, S. 172). Die durch Verkehrslast erzeugten größten Zug- und Druckspannungen sind für die Diagonalen links der Mitte nach Gleichung 253 u. 254

$$Y_{max} = \frac{1280}{2 \cdot 12} (x^2 - 0,25) \frac{c}{\eta} = 53,33 \frac{c}{\eta} (x^2 - 0,25) \quad \text{und} \quad Y_{min} = -53,33 \left[ (l - x)^2 - 0,25 \right] \frac{l + c}{\eta}.$$

Die Größen  $c$  und  $\eta$  können berechnet oder construirt werden; die Werthe für  $c$  werden besser berechnet, weil die Zeichnung wegen der spitzen Schnittwinkel der Gurtungsabrichtungen nicht genaue Werthe ergibt. Man erhält mit Hilfe ähnlicher Dreiecke leicht

$$\frac{c_2 + a}{y_1} = \frac{a}{y_2 - y_1}; \quad \frac{c_3 + 2a}{y_2} = \frac{a}{y_3 - y_2}; \quad \frac{c_4 + 3a}{y_3} = \frac{a}{y_4 - y_3} \text{ u. f. w.}$$

Die Werthe für  $\eta$  können in ähnlicher Weise leicht berechnet werden; doch kann man, besonders wenn  $c$  berechnet und der Schnittpunkt entsprechend den Rechnungsergebnissen aufgetragen wird, die  $\eta$  mit hinreichender Genauigkeit construieren. Die Werthe für  $c$ ,  $\eta$ ,  $x$ ,  $Y_{max}$  und  $Y_{min}$  sind in nachstehender Tabelle zusammengestellt.

Stab Nr.	$y'$	$y$	$Z_g$	$Z_p$	Diagonale Feld-Nr.	$c$	$\bar{\eta}$	$x$	$Y_{max}$	$Y_{min}$
1	0,36	0,0	5102	20 410	2	0,2	0,66	10,5	+ 1777	- 1971
2	0,66	0,36	5011	20 045	3	0,87	1,91	9,5	+ 2186	- 2156
3	0,89	0,66	4925	19 699	4	2,23	3,8	8,5	+ 2304	- 2396
4	1,06	0,89	4867	19 469	5	6,6	8,03	7,5	+ 2449	- 2460
5	1,16	1,06	4824	19 296	6	24	22,3	6,5	+ 2410	- 2582
6	1,20	1,16	4804	19 216						
	Meter		Kilogramm			Meter			Kilogramm	

Nach Art. 189 (S. 172) müssen die absoluten Werthe von  $Y_{max}$  und  $Y_{min}$  einander gleich fein; dies ist hier nicht der Fall, und es hat dies seinen Grund darin, dass nicht die genauen Parabel-Ordinaten der Berechnung zu Grunde gelegt sind, sondern eine Abrundung auf zwei Decimalen stattgefunden hat. Aus demselben Grunde würden sich auch die durch das Eigengewicht erzeugten Spannungen nicht genau gleich Null ergeben, wenn man sie nach Gleichung 246 berechnete. Immerhin ergeben sich diese Unterschiede so gering, dass sie vernachlässigt werden können.

e) Spannungen in den Verticalen. Durch das Eigengewicht entsteht in jeder Verticalen nach Art. 189 (S. 172) der Druck  $V = -320$  kg. Die durch Verkehrslast in den Verticalen links der Mitte erzeugten Maximalspannungen sind nach Gleichung 256

$$V_{min} = -53,33 (x^2 - 0,25) \frac{c_1}{\lambda + c_1} \quad \text{und} \quad V_{max} = +53,33 \left[ (l-x)^2 - 0,25 \right] \frac{12 + c_1}{\lambda_1 + c_1}.$$

Man erhält die in folgender Tabelle zusammengestellten Werthe von  $c_1$ ,  $\lambda_1$ ,  $x$ ,  $(l-x)$ ,  $V_{min}$  und  $V_{max}$ . Die 6. (die Mittel-)Verticale, an deren Fußpunkt sich die beiden Diagonalen der anschließenden Felder schneiden, kann nicht nach den obigen Gleichungen berechnet werden, da die dort für den Schnitt gemachten Voraussetzungen hier nicht zutreffen. Da aber im oberen Knotenpunkte derselben keine Diagonale ansetzt, so kann dieselbe nur die Kräfte aufnehmen, welche unmittelbar in derselben wirken, d. h. der größte Druck ist gleich der Knotenpunktsbelastung dafelbst.

Verticale Nr.	$c_1$	$\lambda_1$	$x$	$l-x$	$V_{min}$	$V_{max}$
1	0,2	1,0	11,5	0,5	- 1173	0
2	0,87	2,0	10,5	1,5	- 1778	+ 478
3	2,23	3,0	9,5	2,5	- 2047	+ 870
4	6,60	4,0	8,5	3,5	- 2391	+ 1123
5	24	5,0	7,5	4,5	- 2469	+ 1324
6	—	—	—	—	- 1280	0
	Meter				Kilogramm	

f) Zur Bestimmung der Querschnitte nach den Gleichungen 36 u. 37 (siehe Art. 77, S. 51) dient die Zusammenstellung in der folgenden Tabelle:

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen:				Verticalen: Druck überwiegt			
Stab Nr.	$P_0$	$P_1$	Stab Nr.	$P_0$	$P_1$	Stab Nr.	$P_0$	$P_1$	$P_2$	Stab Nr.	$P_0$	$P_1$	$P_2$
1 u. 12	- 4800	- 19 200	1 u. 12	5102	20 410					1 u. 11	- 320	- 1173	0
2 u. 11	- 4800	- 19 200	2 u. 11	5011	20 045	2 u. 11	0	1777	- 1971	2 u. 10	- 320	- 1778	478
3 u. 10	- 4800	- 19 200	3 u. 10	4925	19 699	3 u. 10	0	2186	- 2156	3 u. 9	- 320	- 2047	870
4 u. 9	- 4800	- 19 200	4 u. 9	4867	19 469	4 u. 9	0	2304	- 2396	4 u. 8	- 320	- 2391	1123
5 u. 8	- 4800	- 19 200	5 u. 8	4824	19 296	5 u. 8	0	2449	- 2460	5 u. 7	- 320	- 2469	1324
6 u. 7	- 4800	- 19 200	6 u. 7	4804	19 216	6 u. 7	0	2410	- 2582	6	- 320	- 1280	0
	Kilogr.		Kilogr.			Kilogramm.				Kilogramm.			

In die Gleichungen 36 u. 37 sind die absoluten Zahlenwerthe für  $P_0$ ,  $P_1$  und  $P_2$  einzufetzen.

6) Dreiecksträger.

Dreieck- und Trapezträger find, wie bereits in Art. 166 (S. 148) gefagt wurde, Träger, deren Gurtungen ein Dreieck, bezw. ein Parallelogramm bilden. Die eine

<sup>193.</sup> Trägerformen.

Fig. 227.

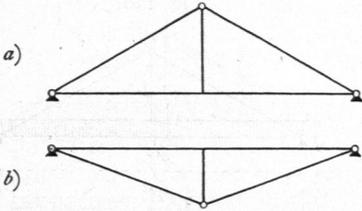
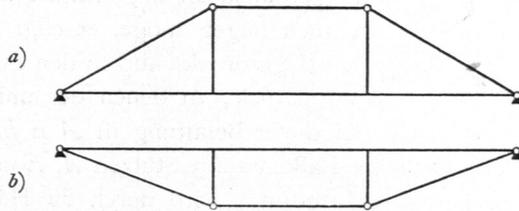


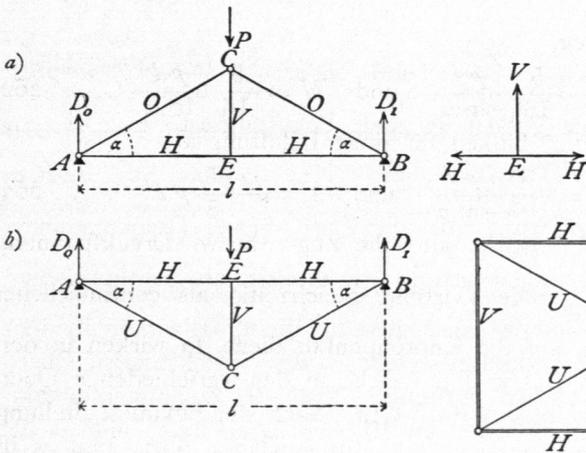
Fig. 228.



Gurtung zeigt eine gerade, die andere eine gebrochene Linie. Ist die untere Gurtung gerade, so erhält man die unter dem Namen des einfachen, bezw. doppelten Hängebockes bekannte Trägerform (Fig. 227a, bezw. 228a) — nicht zu verwechseln mit den Hängewerkträgern, welche nach Art. 148 (S. 125) von der hier betrachteten wesentlich verschieden sind. Ist die obere Gurtung gerade, so erhält man die unter dem Namen des armierten Balkens bekannte Trägeranordnung (Fig. 227b u. 228b).

a) Belastung durch Einzellaft (Fig. 229). Wenn in dem Knoten-

Fig. 229.



<sup>194.</sup> Belastung durch Einzellaft.

punkte C oder E des Hängebockes (Fig. 229a) die Laft P wirkt, so wird der Auflagerdruck

$$D_0 = D_1 = \frac{P}{2}.$$

Die in den Punkten A wirkenden 3 Kräfte  $D_0$ ,  $O$  und  $H$  halten einander das Gleichgewicht, und es sind demnach die algebraischen Summen der in diesem Knotenpunkte wirkenden wagerechten, bezw. lothrechten Seitenkräfte je gleich Null, d. h. es ist

$$0 = D_0 + O \sin \alpha, \text{ woraus } O = -\frac{P}{2 \sin \alpha} \dots \dots \dots 258.$$

$$0 = O \cos \alpha + H, \text{ woraus } H = \frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha} \dots \dots \dots 259.$$

Die Spannungen der symmetrisch zur Mitte liegenden Stäbe sind gleich.

Falls die Laft P im Punkte C angreift, so ergibt sich als Gleichgewichtsbedingung für den Punkt E die Beziehung  $0 = V$ ; falls P in E angreift, so heißt die Gleichgewichtsbedingung  $0 = V - P$ , woraus

$$V = P \dots \dots \dots 260.$$

Eben so ergibt sich für den armierten Träger (Fig. 229b)

$$U = \frac{P}{2 \sin \alpha}, \quad H = -\frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad \text{und} \quad V = -P \dots \dots \dots 261.$$

Die Construction der Spannungen ergibt den Kräfteplan in Fig. 229, welcher ohne weitere Erläuterung verständlich ist.

195.  
Gleichförmig  
vertheilte  
Belastung.

β) Gleichförmig vertheilte volle Belastung. Wird der Berechnung eine gleichförmig vertheilte Belastung zu Grunde gelegt, so ist die volle Belastung für die Stabspannungen auch die ungünstigste; denn jede Last, wo sie auch liegen möge, erzeugt in  $A$  und  $B$  (Fig. 230) Auflagerdruck, also in den Stäben der oberen Gurtung Druck, in denen der unteren Gurtung Zug. Bei dieser Belastung ist  $AEB$  wie ein continuirlicher Balken auf 3 Stützen  $A$ ,  $E$  und  $B$  aufzufassen; die Mittelftütze wird durch die Hängeseile  $CE$  gebildet. In derselben entsteht demnach ein Zug, welcher genau so groß ist, wie der Auflagerdruck bei der Mittelftütze  $E$  des continuirlichen Trägers  $AEB$ . Nach der Zusammenstellung in Art. 164 (S. 146) ist dieselbe hier  $d_1 = 1,25 p \frac{l}{2} = \frac{5}{8} p l$ , während  $d_0 = d_2 = 0,375 p \frac{l}{2} = \frac{3}{16} p l$  ist; die letzteren Drücke werden vom Auflager aufgenommen und belasten den Träger nicht. Die Stabspannungen werden demnach die unter  $\alpha$  gefundenen Werthe haben, wenn statt  $P$  die Größe  $\frac{5}{8} p l$  eingesetzt wird. Es wird also beim Hängebock

$$V = P = \frac{5}{8} p l, \quad O = -\frac{5}{16} \frac{p l}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad H = \frac{5}{16} \frac{p l}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \dots \quad 262.$$

Eben so ergibt sich im armirten Balken für diese Belastungsart

$$H = -\frac{5}{16} \frac{p l}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad U = \frac{5}{16} \frac{p l}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad V = -\frac{5}{8} p l. \quad \dots \quad 263.$$

In der geraden Gurtung  $AEB$  wirkt also die Zug-, bzw. Druckspannung  $H = \pm \frac{5}{16} \frac{p l}{\operatorname{tg} \alpha}$ ; da aber diese gerade Gurtung gleichzeitig als continuirlicher Träger zum Uebertragen der Lasten auf die Knotenpunkte dient, so wirken in derselben auch noch die Momente und Querkräfte, welche in den verschiedenen Querschnitten des continuirlichen Trägers  $AEB$  entstehen. Nach der Zusammenstellung in Art. 164 (S. 146) findet das größte Moment am Mittelauger statt, und es ist dasselbe

$$M_1 = 0,125 p \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{p l^2}{32}.$$

196.  
Querschnitts-  
bestimmung.

γ) Querschnittsbestimmung. Die Querschnitte der nur gezogenen, bzw. nur gedrückten Stäbe ergeben sich leicht, wie in Art. 77 (S. 51 ff.) und im vorhergehenden Kapitel angegeben ist. Der Querschnitt der geraden Gurtung  $AEB$  ist für die gemeinsame Beanspruchung durch Zug, bzw. Druck und die Momente zu construiren. Wird der ganze Querschnitt (für Holz) als constant angenommen, so ist das größte im Balken wirkende Moment der Berechnung zu Grunde zu legen. An Stelle des größten Momentes  $M_{max}$  ist die größte in den äußersten Querschnittspunkten stattfindende Axialspannung für die Flächeneinheit nach Art. 107 (S. 80)

$$N_{max} = \pm \left( \frac{H}{F} + \frac{M_{max} a}{\mathcal{F}} \right).$$

Beim Rechteckquerschnitt ist  $F = b h$ ,  $\frac{\mathcal{F}}{a} = \frac{b h^2}{6}$ , und wenn noch statt  $N_{max}$  die größte zulässige Spannung  $K$  eingeführt wird, so ergibt sich als Bedingungsgleichung für den Querschnitt:

$$K = \pm \left( \frac{H}{b h} + \frac{6 M_{max}}{b h^2} \right) \dots \dots \dots 264.$$

In dieser Gleichung sind  $b$  und  $h$  unbekannt. Man nimmt zunächst für  $b$  einen Werth probeweise an und bestimmt  $h$  aus Gleichung 264; ergibt sich für  $h$  eine unzuweckmäßige Gröfse, so nehme man für  $b$  einen anderen Werth an und bestimme wiederum  $h$  nach Gleichung 264. Es werden sich meistens bei der zweiten Rechnung entsprechende Werthe für  $b$  und  $h$  ergeben.

7) Trapezträger.

a) Einzellaften. Für die Belastungen in Fig. 231a sind die Auflagerdrücke beim Hängebock

197.  
Einzellaften.

$$D_0 = \frac{P_2 a + P_1 (a + b)}{l} \quad \text{und} \quad D_1 = \frac{P_1 a + P_2 (a + b)}{l}.$$

Die Stabspannungen ergeben sich dann durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Knotenpunkte, wie folgt:

$$0 = D_0 + O_1 \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad O_1 = - \frac{P_2 a + P_1 (a + b)}{l \sin \alpha} \dots \dots \dots 265.$$

$$0 = O_1 \cos \alpha + U_1, \quad \text{woraus} \quad U_1 = \frac{P_2 a + P_1 (a + b)}{l \operatorname{tg} \alpha} = [P_2 a + P_1 (a + b)] \frac{a}{l h} \quad 266.$$

$$0 = U_1 - U_2, \quad \text{woraus} \quad U_2 = U_1 = [P_2 a + P_1 (a + b)] \frac{a}{l h} \dots \dots \dots 267.$$

$$0 = D_1 + O_3 \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad O_3 = - \frac{P_1 a + P_2 (a + b)}{l \sin \alpha} \dots \dots \dots 268.$$

$$0 = U_3 + O_3 \cos \alpha, \quad \text{woraus} \quad U_3 = \frac{P_1 a + P_2 (a + b)}{l \operatorname{tg} \alpha} = [P_1 a + P_2 (a + b)] \frac{a}{l h} \quad 269.$$

$$0 = O_2 - O_3 \cos \alpha, \quad \text{woraus} \quad O_2 = - \frac{P_1 a + P_2 (a + b)}{l \operatorname{tg} \alpha} = - [P_1 a + P_2 (a + b)] \frac{a}{l h} \quad 270.$$

$$0 = V_1 \text{ (falls die Last } P_1 \text{ in } C \text{ wirkt, so ist } V_1' = P_1) \dots \dots \dots 271.$$

$$0 = P_2 + V_2 + O_3 \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad V_2 = (P_1 - P_2) \frac{a}{l} \dots \dots \dots 272.$$

Falls die Last  $P_2$  in  $E$  wirkt, so wird

$$0 = V_2' + O_3 \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad V_2' = \frac{P_1 a + P_2 (a + b)}{l} \dots \dots \dots 273.$$

$$0 = U_2 + Y \cos \beta - U_3, \quad \text{woraus} \quad Y = - \frac{U_2 - U_3}{\cos \beta} = - \frac{a b}{l h \cos \beta} (P_1 - P_2),$$

$$Y = + (P_2 - P_1) \frac{a}{l \sin \beta} \dots \dots \dots 274.$$

Falls die Lasten in der unteren Gurtung, in  $C$  und  $E$ , angreifen, so wird

$$Y' \sin \beta + V_2' - P_2 = 0, \quad \text{woraus} \quad Y' = \frac{P_2 - V_2'}{\sin \beta} = \frac{P_2}{\sin \beta} - \frac{P_1 a + P_2 (a + b)}{l \sin \beta},$$

$$Y' = (P_2 - P_1) \frac{a}{l \sin \beta}, \dots \dots \dots 275.$$

d. h. eben so grofs, wie in Gleichung 274.

Wenn, wie meistens,  $P_1 = P_2 = P$  ist, wird

$$\left. \begin{aligned} O_1 = - \frac{P}{\sin \alpha}; \quad U_1 = \frac{P a}{h} = U_2; \quad O_2 = - \frac{P a}{h}; \quad O_3 = - \frac{P}{\sin \alpha}; \\ U_3 = \frac{P a}{h}; \quad V_1 = 0; \quad V_2 = 0; \quad Y = 0 \end{aligned} \right\} \quad 276.$$

Die Construction ergibt den neben stehenden, ohne Erklärung verständlichen Kräfteplan (Fig. 231 b).

Was den armirten Balken (Fig. 228 b) anbelangt, so sind bei diesem die Spannungen sowohl in der oberen, wie in der unteren Gurtung den soeben für die gerade, bzw. gebrochene Gurtung des doppelten Hängebockes gefundenen Spannungen der absoluten Gröfse nach gleich, dem Sinne nach entgegengesetzt. Die Werthe derselben können demnach aus den Gleichungen 265 bis 270 durch Umkehrung der Vorzeichen genommen werden. Die Spannungen in der Diagonalen und in den Verticalen ergeben sich leicht durch Betrachtung des Gleichgewichtes der einzelnen Knotenpunkte, wie beim doppelten Hängebock gezeigt ist.

β) Gleichförmig über den ganzen Träger vertheilte Belaftung (Fig. 232). Jede Belaftung erzeugt in den Stäben der unteren Gurtung Zug, in denjenigen der oberen Gurtung Druck, wie sich aus den Gleichungen 265 bis 270 ergibt. Maximalzug, bzw. -Druck findet also in den Gurtungen bei Belaftung des ganzen Trägers statt.

Die untere Gurtung wirkt, wenn keine Gelenke in den Knotenpunkten derselben angenommen werden, wie ein continuirlicher Balken auf 4 Stützen. Die Endstützen sind A und B; die Mittelfützen werden durch die Verticalen FC und GE gebildet. Wird  $a = b$  gesetzt, so ergibt sich bei Belaftung des ganzen Trägers mit der Last  $p$  für die Längeneinheit als Auflagerdruck der Mittelfützen nach der Zusammenstellung in Art. 164

(S. 146)  $d_1 = d_2 = 1,1 \frac{p l}{3} = 0,37 p l$ . Eben so grofs ist die Last, welche in den Knotenpunkten C und E des Systemes nach unten wirkt. Werden diese Werthe für  $P_1$  und  $P_2$  in die obigen Gleichungen eingeführt, so ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} O_1 &= -\frac{0,37 p l}{\sin \alpha}; & U_1 &= 0,37 p l \frac{a}{h}; & O_2 &= -0,37 p l \frac{a}{h}; & O_3 &= -\frac{0,37 p l}{\sin \alpha}; \\ U_2 &= 0,37 p l \frac{a}{h}; & U_3 &= 0,37 p l \frac{a}{h}; & V_1 &= 0,37 p l; & V_2 &= 0,37 p l; & Y &= 0 \end{aligned} \right\} \cdot 277.$$

Die hier gefundenen Spannungen O und U sind die grössten Stabspannungen, welche durch gleichförmig vertheilte Nutzlast entstehen. Wird statt  $p$  das Eigen-

Fig. 231.

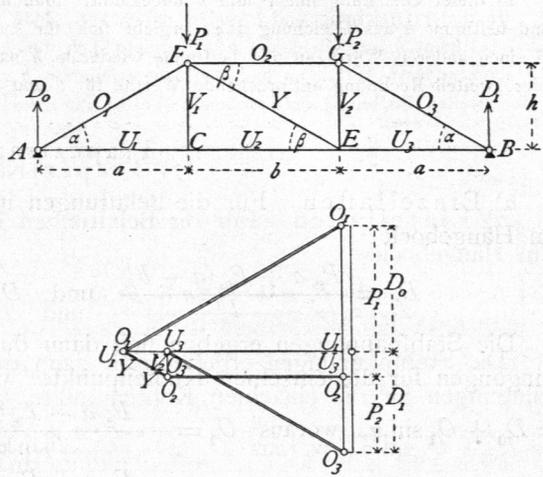
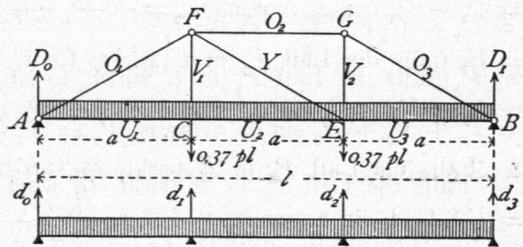


Fig. 232.



198.  
Gleichförmig  
vertheilte  
Belaftung.

gewicht  $g$  für die Längeneinheit eingeführt, so ergeben sich die durch das Eigengewicht entstehenden Stabspannungen.

γ) Ungünstigste Beanspruchung der Diagonale und der Verticalen. Den allgemeinen Ausdruck für die Diagonalspannung giebt die Gleichung 274.  $Y$  wird seinen größten positiven Werth (Zug) haben, wenn  $P_2$  möglichst groß,  $P_1$  möglichst klein ist;  $Y$  wird seinen größten negativen Werth (Druck) erreichen, wenn  $P_2$  möglichst klein,  $P_1$  möglichst groß ist. Wird als Nutzlast eine gleichmäßig vertheilte Last eingeführt, so kann man, wenn  $a = b$  ist, mit für die Zwecke des Hochbaues hinreichender Sicherheit annehmen, daß die Diagonale den größten Zug erleidet, wenn der Punkt  $E$  am Fußpunkte derselben mit  $p a + 0,37 g l$  belastet ist, der Punkt  $C$  (in der Verticalen des Kopfes der Diagonalen) nur das Eigengewicht  $0,37 g l$  trägt. Bei der umgekehrten Belastung dagegen erleidet die Diagonale ihren größten Druck. Demnach wird

$$V_{\max} = \pm \frac{p a^2}{l \sin \beta} \dots \dots \dots 278.$$

Ferner ist hier, wo die Lasten unten wirken,  $V_1 = P_1$ , d. h.

$$V_{1\max} = 0,37 (g + p) l \quad \text{und} \quad V_{1\min} = 0,37 g l \dots \dots \dots 279.$$

Auch  $V_2$  erleidet den größten Zug bei voller Belastung; da bei dieser Belastung  $Y = 0$  ist, so wird auch

$$V_{2\max} = 0,37 (g + p) l \quad \text{und} \quad V_{2\min} = 0,37 g l \dots \dots \dots 280.$$

δ) Die Querschnittsbestimmung ist in genau gleicher Weise vorzunehmen, wie dies in Art. 195, (S. 180) beim Dreiecksträger gezeigt ist. Die Maximalmomente in der geraden Gurtung finden bei  $C$  und  $E$  statt und sind genau genug für  $a = b$  nach der Zusammenstellung in Art. 164 (S. 146)

$M = p \left(\frac{l}{3}\right)^2 \frac{1}{10} = \frac{p l^2}{90}$ . Die Abmessungen  $b$  und  $h$  des rechteckigen Querschnittes (für Holz) find demnach aus der Gleichung zu bestimmen:

$$N_{\max} = K = \pm \left( \frac{U}{b h} + \frac{6 M_{\max}}{b h^2} \right).$$

Die Dreieck- und Trapezträger mit einer größeren Anzahl von Lastpunkten werden durch Einfügen von Dreiecken in die oben (Fig. 227 u. 228) dargestellten Trägerformen hergestellt. Die Berechnung entspricht der vorstehenden, kann aber auch bequem nach der Momentenmethode vorgenommen werden.

#### Literatur.

Bücher über »Statik der Stützen und Träger«.

- KLOSE, H. A. Theorie der eisernen Träger mit Doppelflanschen. Hannover 1862.  
 ASSMANN, G. Hilfstafeln zur Berechnung eiserner Träger und Stützen. Berlin 1865.  
 FRANCIS, J. B. *On the strength of cast-iron pillars.* New-York 1866.  
 KLERITJ, Lj. J. Abhandlung über genauere Berechnung und Construction einiger Träger von gleichem Widerstande. Freiberg 1869.  
 LIPPICH, F. Theorie des continuirlichen Trägers constanten Querschnittes. Elementare Darstellung der von CLAPEYRON und MOHR begründeten analytischen und graphischen Methoden und ihres Zusammenhanges. Wien 1871.  
 RITTER, W. Die elastische Linie und ihre Anwendung auf den continuirlichen Balken etc. Zürich 1871. — 2. Aufl. 1883.  
 KECK, W. Ueber die Ermittlung der Spannungen in Fachwerkträgern, mit Hilfe der graphischen Statik. Hannover 1872.

199.  
Ungünstigste  
Beanspruchung  
der  
Gitterstäbe.

200.  
Querschnitts-  
bestimmung.

- WEYRAUCH, J. Allgemeine Theorie und Berechnung der continuirlichen und einfachen Träger. Leipzig 1873.
- TETMAJER, L. Die äußern und innern Kräfte an statisch bestimmten Brücken- und Dachstuhl-Constructionen. Zürich 1875.
- PINZGER, L. Neue Methode zur Berechnung von Trägern mit unfymmetrischen Querschnittsformen. München 1879.
- CLERC, A. *Mémoire sur une nouvelle théorie de la résistance des poutres*. Paris 1880.
- ZIMMERMANN, H. Trägheitsmomente, Widerstandsmomente und Gewichte genieteter Blechträger. Berlin 1881.
- CANOVETTI. *Théories des poutres continues etc.* Paris 1882.
- HULEWICZ. *Calcul de résistance des poutres droites à plusieurs travées*. Paris 1882.
- MÜLLER-BRESLAU, H. F. B. Die wichtigsten Resultate für die Berechnung eiserner Träger und Stützen etc. Berlin 1883.
- STONE, B. B. *The theory of stresses in girders and similar structures*. London 1886.
- WEYRAUCH, J. J. Theorie der statisch bestimmten Träger für Brücken und Dächer. Leipzig 1887.
- WEYRAUCH, J. J. Beispiele und Aufgaben zur Berechnung der statisch bestimmten Träger für Brücken und Dächer. Leipzig 1888.