Die Auflöfung diefer Gleichung ergiebt $c_1 = l_1 (3 - \sqrt{8}) = 0{,}172\ l_1$ und, da $c_1 = \frac{a^2 + a\,b}{l_1}$, ferner $b = l - 2\,a$, fo wird nach einfachen Umformungen

$$\frac{a}{l} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0{,}688 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2}}{2} \quad \dots\dots\dots \quad 200.$$

Für die verfchiedenen Werthe von $\frac{l_1}{l}$ ergeben fich aus den Gleichungen 199 u. 200 die nachfolgenden Werthe für $\frac{a}{l}$:

Träger	$\frac{l_1}{l} =$	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
mit beiderfeitigem Kragftück:	$\frac{a}{l} =$	0,06	0,08	0,11	0,125	0,15	0,18	0,21
mit einfeitigem Kragftück:	$\frac{a}{l} =$	0,093	0,125	0,168	0,22	0,30	—	—

Es kann oft zweckmäfsig fein, die Werthe von a fo zu beftimmen, dafs das Maximalmoment im frei aufliegenden Trägertheile demjenigen über der Stütze gleich ift, weil man vielfach allen Trägertheilen, fowohl dem frei aufliegenden Träger, wie demjenigen mit den Kragftücken, gleichen Querfchnitt giebt.

Für die zweite Anordnung (Träger mit beiderfeitigem Kragftück) ift dann die Bedingungsgleichung

$$\frac{p\,b^2}{8} = \frac{p\,c_1\,l_1}{2},$$

und wenn man $c_1\,l_1 = a^2 + a\,b$ und $b = l - a$ einführt, ergiebt fich

$$a = 0{,}172\ l \quad \dots\dots\dots \quad 201.$$

Bei der erften Anordnung (Träger mit einfeitigem Kragftück) lautet die Bedingungsgleichung ebenfalls

$$\frac{p\,b^2}{8} = \frac{p\,c_1\,l_1}{2},$$

und man erhält nach Einfetzung von $c_1\,l_1 = a^2 + a\,b$ und $b = l - 2\,a$ als denjenigen Werth von a, bei welchem die bez. Momente einander (abfolut genommen) gleich find,

$$a = 0{,}146\ l \quad \dots\dots\dots \quad 202.$$

4) Continuirliche Träger.

Die continuirlichen Träger oder Träger auf mehr als zwei Stützpunkten find nach Art. 148 (S. 126) ftatifch unbeftimmt. Die Stützendrücke werden mit Hilfe der Elafticitätslehre ermittelt. Bei der verhältnifsmäfsig geringen Verwendung diefer Träger im Hochbau und weil der Raum für die eingehende Befprechung im vorliegenden »Handbuch« nicht ausreicht, foll nur für eine Reihe von gewöhnlichen Belaftungsfällen die Gröfse der Stützendrücke, der Momente und Querkräfte an- 164. Princip.

gegeben werden. Wegen des eingehenden Studiums wird auf die unten [25]) ftehenden Werke verwiefen.

Im Folgenden bezeichnen: D_0, D_1, D_2 ... die Auflagerdrücke in den verfchiedenen Stützpunkten *0, 1, 2* ...; M_0, M_1, M_2 ... die Momente an diefen Stützpunkten; $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{M}_3$ ... die Maximalmomente in den Oeffnungen *1, 2, 3* ...; l die Stützweite jeder Oeffnung, falls alle Stützweiten gleich grofs find; l_1, l_2, l_3 ... die Stützweiten der Oeffnungen *1, 2, 3* ..., falls nicht alle Stützweiten gleich grofs find; p_1, p_2, p_3 ... die gleichförmig vertheilten Belaftungen für die Längeneinheit in den Oeffnungen *1, 2, 3* ... des Trägers.

α) Sämmtliche Oeffnungen haben die gleiche Stützweite l und die gleiche volle Belaftung p für die Längeneinheit zu tragen. Die mafsgebenden Werthe von M, D und $\mathfrak{M}$ find in folgender Tabelle zufammengeftellt:

Anzahl der Oeffnungen:	2	3	4			2	3	4			2	3	4	
$M_0 =$	0	0	0	$p\,l^2$	$D_0 =$	0,375	0,400	0,3929	$p\,l$	$\mathfrak{M}_1 =$	0,07031	0,08	0,0771	$p\,l^2$
$M_1 =$	0,125	0,10	0,10714		$D_1 =$	1,250	1,100	1,1428		$\mathfrak{M}_2 =$	0,07031	0,025	0,0363	
$M_2 =$	0	0,10	0,0714		$D_2 =$	0,375	1,100	0,9186		$\mathfrak{M}_3 =$	—	0,08	0,0363	
$M_3 =$	—	0	0,10714		$D_3 =$	—	0,400	1,1428		$\mathfrak{M}_4 =$	—	—	0,0771	
$M_4 =$	—	—	0		$D_4 =$	—	—	0,3929						

β) Die Stützweiten find ungleich; jede Oeffnung ift voll mit p_1, p_2, p_3 ... auf die Längeneinheit belaftet.

Nimmt man zunächft zwei Oeffnungen mit den Stützweiten l_1 und l_2 an, fo ift

$$M_0 = M_2 = 0, \quad M_1 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8(l_1 + l_2)}, \quad \ldots \ldots \quad 203.$$

$$\left. \begin{array}{c} D_0 = \dfrac{p_1 l_1}{2} - \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8 l_1 (l_1 + l_2)}, \quad D_1 = \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_3^3}{8 l_1 l_2} + \dfrac{p_1 l_1}{2} + \dfrac{p_2 l_2}{2}, \\ D_2 = \dfrac{p_2 l_2}{2} - \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8 l_2 (l_1 + l_2)} \; . \end{array} \right\} \quad \ldots \quad 204.$$

Bei drei Oeffnungen mit den Stützweiten l_1, l_2 und l_1 ergeben fich folgende Werthe:

---

[25]) Für das Studium der «Theorie der continuirlichen Träger» feien folgende Schriften empfohlen:

CLAPEYRON. *Calcul d'une poutre élaftique repofant librement fur des appuis inégalement espacés. Comptes rendus*, Bd. 45, S. 1076.

MOHR. Beitrag zur Theorie der Holz- und Eifen-Conftructionen. Zeitfchr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1860, S. 323; 1868, S. 19.

CULMANN, K. Die graphifche Statik. Zürich 1866. S 273.

WINKLER, E. Die Lehre von der Elafticität und Feftigkeit etc. I. Theil. Prag 1867. S. 112.

RITTER, W. Die elaftifche Linie und ihre Anwendung auf den continuirlichen Balken. 2. Aufl. Zürich 1883.

LIPPICH, F. Theorie des continuirlichen Trägers conftanten Querfchnittes. Allg. Bauz. 1871, S. 104 u. 175. (Auch als Sonderabdruck erfchienen: Wien 1871.)

WEYRAUCH, J. J. Allgemeine Theorie und Berechnung der continuirlichen und einfachen Träger. Leipzig 1873.

WINKLER, E. Vorträge über Brückenbau. Theorie der Brücken. I. Heft. Aeufsere Kräfte gerader Träger. 3. Aufl. Wien 1886.

LAISSLE, F. u. A. SCHÜBLER. Der Bau der Brückenträger mit befonderer Rückficht auf Eifen-Conftructionen. I. Theil. 4. Aufl. Stuttgart 1876. S. 161.

GRASHOF, F. Theorie der Elafticität und Feftigkeit etc. 2. Aufl. Berlin 1878. S. 100.

CANOVETTI. *Théorie des poutres continues* etc. Paris 1882.

STELZEL, K. Grundzüge der graphifchen Statik und deren Anwendung auf die continuirlichen Träger. Graz 1882.

OTT, K. v. Grundzüge der graphifchen Statik. 4. Aufl. Prag 1885.

CASTIGLIANO, A. *Théorie de l'équilibre des fyftèmes élaftiques*. Turin. — Deutfch von E. HAUFF. Wien 1886.

$$M_0 = M_3 = 0, \quad M_1 = M_2 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4(3 l_2 + 2 l_1)}, \quad \ldots \quad 205.$$

$$D_0 = D_3 = \frac{p_1 l_1}{2} - \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4 l_1 (3 l_2 + 2 l_1)}, \quad D_1 = D_2 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4 l_1 (3 l_2 + 2 l_1)} + \frac{p_1 l_1}{2} + \frac{p_2 l_2}{2}. \quad 206.$$

Aus dieſen allgemeinen Gleichungen kann man in beſonderen Fällen die betreffenden Werthe leicht finden. Wenn z. B. eine ganze Oeffnung unbelaſtet iſt, ſo iſt einfach in den obigen Ausdrücken das entſprechende p gleich Null zu ſetzen.

b) Innere Kräfte der Gitterträger.

Die Balkenträger ſind entweder vollwandige Träger oder gegliederte 165. Allgemeines
Träger, letztere gewöhnlich Gitterträger genannt. Bei den erſteren bildet der ganze Querſchnitt eine zuſammenhängende Fläche; bei den letzteren beſteht derſelbe aus zwei getrennten Theilen, den ſog. Gurtungsquerſchnitten; beide Gurtungen ſind durch Stäbe mit einander verbunden.

Die Ermittelung der Spannungen, welche in den vollwandigen Trägern, wozu die hölzernen und guſseiſernen Balken, die Walzbalken und Blechträger gehören, durch die äuſseren Kräfte erzeugt werden, iſt bereits im 4. Kapitel des 2. Abſchnittes vorgeführt worden; daſelbſt iſt auch die Querſchnittsbeſtimmung für dieſe Balken gezeigt. Im vorliegenden Kapitel ſollen deſshalb nur die in den Gitterträgern entſtehenden inneren Kräfte entwickelt werden.

Gitterträger ſind aus einzelnen Stäben zuſammengeſetzte Träger. Die Kreuzungspunkte der einzelnen Stäbe heiſsen Knotenpunkte. Jeder Gitterträger hat eine obere Gurtung und eine untere Gurtung. Zur Verbindung beider dient das zwiſchen ihnen angeordnete Gitterwerk.

Man nennt jedes aus Stäben, welche in den Schnittpunkten ihrer Axen mit einander verbunden ſind, beſtehende Stabwerk ein Fachwerk; die Gitterträger bilden demnach Fachwerke.

Die Vortheile der Gitterträger gegenüber den vollwandigen Trägern ergeben ſich leicht durch die folgende Ueberlegung. Die auf Biegung beanſpruchten Träger erleiden in allen Punkten eines jeden Querſchnittes verſchiedene Beanſpruchungen. Wenn die äuſseren Kräfte nur ſenkrecht zur Balkenaxe gerichtet ſind, ſo iſt im einfachſten und häufigſten Falle die Spannung eines in der Höhe z über, bezw. unter der wagrechten Schwerpunktsaxe liegenden Punktes nach Gleichung 42: $N = \frac{M}{\mathcal{J}} z$.

Die graphiſche Darſtellung der an den verſchiedenen Stellen des Querſchnittes auftretenden Spannungen N iſt die durch Fig. 175 veranſchaulichte, da $\frac{M}{\mathcal{J}}$ für irgend einen Querſchnitt conſtant iſt. Im Punkte C des Querſchnittes II iſt die Spannung σ_D (Druck), in E iſt ſie σ_Z (Zug); in allen anderen Punkten des Querſchnittes hat ſie geringere Werthe. Da aber die Beanſpruchungen σ_D und σ_Z die zuläſſigen Grenzen K'' für Druck und K' für Zug nicht überſchreiten dürfen, ſo iſt $\sigma_D = K''$ und $\sigma_Z = K'$ zu ſetzen und danach die Querſchnittsfläche zu beſtimmen. Die zuläſſige Beanſpruchung findet alſo nur in wenigen Querſchnittspunkten ſtatt, nämlich in denjenigen, welche am weiteſten nach oben, bezw. unten von der wagrechten Schwerpunktsaxe

Fig. 175.