Man unterfcheidet ferner ftatifch beftimmte Träger und ftatifch unbeftimmte Träger.

Unter ftatifch beftimmten Trägern verfteht man folche, bei denen zur Ermittelung der Stützendrücke die Gefetze der Statik fefter Körper hinreichen; bei den ftatifch unbeftimmten Trägern genügen zur Ermittelung der Auflagerdrücke diefe Gefetze nicht.

Zur Ermittelung der Stützendrücke bietet die Statik fefter Körper, wenn alle Kräfte in einer Ebene wirkend angenommen werden können, drei Gleichungen (vergl. Art. 6, S. 7); falls alfo in den Stützendrücken nur drei Unbekannte enthalten find, fo genügen diefe drei Gleichungen zur Ermittelung der Unbekannten, d. h. die Conftruction ift ftatifch beftimmt. Enthalten dagegen die Auflagerdrücke mehr als drei Unbekannte, fo genügen die drei Gleichungen zu deren Ermittelung nicht mehr; der Träger ift alsdann ftatifch unbeftimmt. Die fehlenden Gleichungen liefert die Elafticitätslehre.

Hierbei können zwei Hauptfälle vorkommen:

1) Alle drei Gleichgewichtsbedingungen find anwendbar, d. h. die Stützendrücke enthalten fowohl wagrechte, wie lothrechte Seitenkräfte. Diefer Fall tritt bei den Sprengwerksträgern, Bogenträgern etc. ein.

2) Nur zwei Gleichgewichtsbedingungen find anwendbar. Diefer Fall tritt ein, wenn die äufseren Kräfte gar keine wagrechten Seitenkräfte haben. Alsdann bleiben von den in Art. 6 (S. 7) angegebenen Gleichgewichtsbedingungen nur die folgenden verwendbar:

α) die algebraifche Summe der lothrechten Kräfte mufs gleich Null fein;

β) die algebraifche Summe der ftatifchen Momente aller äufseren Kräfte, bezogen auf einen beliebigen Punkt der Ebene als Drehpunkt, mufs gleich Null fein.

Der einfachfte Fall ift hier der des Balkens auf zwei Stützen. Wir haben bei diefem zwei Gleichungen und zwei Unbekannte (D_0 und D_1 in Fig. 152); der Fall ift alfo ftatifch beftimmt. Sind dagegen drei Stützpunkte vorhanden, fo haben wir drei Unbekannte (D_0, D_1 und D_2), aber nur zwei Gleichungen, alfo einen ftatifch unbeftimmten Fall.

Man nennt die Träger, welche mehr als zwei Stützpunkte haben, continuirliche Träger. Diefelben find demnach ftatifch unbeftimmte Träger.

Man hat von den ftatifch beftimmten, bezw. ftatifch unbeftimmten Trägern wohl zu unterfcheiden die ftatifch beftimmten, bezw. unbeftimmten Syfteme. Während es fich bei den erfteren um die Ermittelung der äufseren Kräfte handelt, ift bei den ftatifch beftimmten, bezw. unbeftimmten Syftemen die Frage, ob zur Ermittelung der Stabfpannungen die Gefetze der Statik fefter Körper ausreichen oder nicht.

a) Aeufsere Kräfte der Balkenträger.

149. Momente und Querkräfte.

Die Querfchnitte der Balken find fo zu beftimmen, dafs die zuläffigen Beanfpruchungen auch unter ungünftigften Bedingungen in keinem Theile der Querfchnittsflächen je überfchritten werden. Wie im vorhergehenden Abfchnitt gezeigt wurde, find aber für die in den einzelnen Querfchnittsftellen entftehenden Beanfpruchungen oder Spannungen die äufseren Kräfte mafsgebend, insbefondere zwei von den äufseren Kräften abhängige Gröfsen: die Biegungsmomente, auch kurz Momente genannt, und die Quer- oder Transverfalkräfte. Für jeden Querfchnitt ergiebt fich bei einer gegebenen Belaftung ein ganz beftimmtes Moment und eine ganz beftimmte Querkraft. Wir haben bei den lothrecht belafteten Balkenträgern nur mit lothrechten Kräften zu thun und werden demnach zunächft und, falls das Gegentheil nicht befonders bemerkt wird, ftets folche vorausfetzen.

Die Querkräfte werden als pofitiv eingeführt, wenn fie auf den Trägertheil links von dem betrachteten Querfchnitt nach oben, bezw. auf den Trägertheil rechts von dem betrachteten Querfchnitt nach unten wirken; als negativ, wenn fie auf den Theil links nach unten, bezw. auf den Theil rechts nach oben wirken. Die Momente find (fiehe Art. 85, S. 59) pofitiv, wenn fie auf den Theil links vom Querfchnitt nach rechts drehend (alfo in der Richtung des Uhrzeigers), bezw. auf den Theil rechts vom Querfchnitt nach links drehend wirken, d. h. den Balken fo zu drehen ftreben, dafs er feine convexe Seite nach unten kehrt.

150. Belaftungen.

Die Belaftungen find entweder nach einem beftimmten Gefetze fortlaufend über den Träger vertheilt — im Hochbau meiftens gleichmäfsig über die wagrechte Projection der Trägeraxe, oder fie greifen in einzelnen Punkten als Einzellaften an. Zu den gleichmäfsig über die wagrechte Projection vertheilten Belaftungen rechnet man die Eigengewichte der Träger, welche Annahme genügend genau ift.

Die Gröfse des Eigengewichtes von Decken-Conftructionen kann nach den Angaben in Art. 21 u. 22 (S. 17) angenommen werden; bezüglich der Annahmen für die Nutzlaft fei auf Art. 24 (S. 19) verwiefen. Da die Belaftungen bekannt find, handelt es fich zunächft um die Ermittelung der durch diefelben erzeugten Stützendrücke, Momente und Querkräfte, ferner um die diefen entfprechenden Querfchnittsabmeffungen. Für jeden Querfchnitt ift die ungünftigfte mögliche Belaftung einzuführen.

In den folgenden Artikeln foll für die wichtigften Balkenträger und für verfchiedene Belaftungsarten die Ermittelung der Auflagerdrücke, der Querkräfte und Momente auf dem Wege der Rechnung, bezw. auf dem der Conftruction gezeigt werden.

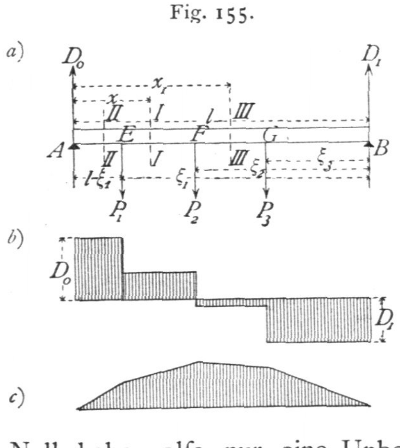
1) Balkenträger auf zwei Stützen.

151. Belaftung durch Einzellaften.

Die Stützweite des Trägers, von Auflagermitte zu Auflagermitte gerechnet, fei l.

Erfter Belaftungsfall: Der Träger wird durch beliebige Einzellaften belaftet.

Fig. 155.



Die Laften find P_1, P_2, P_3, wie aus neben ftehender Fig. 155 erfichtlich; es follen die Querkräfte und Momente für alle Querfchnitte des Balkens ermittelt werden.

α) Berechnung. Zunächft find die nicht gegebenen äufseren Kräfte, die Auflagerdrücke D_0 und D_1, zu beftimmen. Da Gleichgewicht ftattfindet, fo ift die algebraifche Summe der ftatifchen Momente aller Kräfte in Bezug auf einen beliebigen Punkt der Ebene gleich Null. Um D_0 zu ermitteln, wählt man zweckmäfsig einen Punkt auf der Richtungslinie von D_1 als Drehpunkt, damit die zweite Unbekannte D_1 das ftatifche Moment Null habe, alfo nur eine Unbekannte in der Gleichung vorkomme. Alsdann ift, wenn B als Drehpunkt für die Gleichung der ftatifchen Momente gewählt wird,

$$0 = D_0\, l - P_1\, \xi_1 - P_2\, \xi_2 - P_3\, \xi_3\,,$$

$$D_0 = \frac{P_1\, \xi_1}{l} + \frac{P_2\, \xi_2}{l} + \frac{P_3\, \xi_3}{l} = \sum_0^l \left(\frac{P\, \xi}{l}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 163.$$

Wählt man in gleicher Weiſe ein zweites Mal A als Drehpunkt, ſo ergiebt ſich

$$D_1 = \frac{P_1\, (l - \xi_1)}{l} + \frac{P_2\, (l - \xi_2)}{l} + \frac{P_3\, (l - \xi_3)}{l} = \sum_0^l \left[\frac{P\, (l - \xi)}{l}\right] \quad . \quad . \quad 164.$$

Der Beitrag, welchen jede Einzellaſt zum Geſammtauflagerdruck leiſtet, iſt, wie man aus den Gleichungen 163 u. 164 erſieht, ganz unabhängig von der Gröſse und Art der übrigen Belaſtungen; die Auflagerdrücke ſind die Summen der durch die einzelnen Laſten erzeugten Einzeldrücke.

Nunmehr laſſen ſich die Querkräfte ermitteln.

Für einen beliebigen Querſchnitt $I\,I$, im Abſtande x vom linken Auflager A, iſt die Querkraft, als Mittelkraft aller an der einen Seite wirkenden äuſseren Kräfte,

$$Q_x = D_0 - P_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 165.$$

In dieſem Ausdrucke kommt die Abſciſſe x des Querſchnittes gar nicht vor; die Querkraft iſt alſo, ſo lange der angegebene Ausdruck überhaupt gilt, ganz unabhängig von x, d. h. conſtant. Der Ausdruck gilt aber nur für die Querſchnitte zwiſchen E und F; denn für einen Querſchnitt links von E, etwa für $II\,II$, iſt

$$Q_{II} = D_0\,;$$

für einen ſolchen rechts von F, etwa für $III\,III$, iſt

$$Q_{III} = D_0 - P_1 - P_2 = \sum_0^l \left(\frac{P\, \xi}{l}\right) - (P_1 + P_2) = \sum_0^l \left(\frac{P\, \xi}{l}\right) - \sum_0^{x_1} (P).$$

Es folgt daraus: Falls eine Belaſtung nur durch Einzellaſten ſtattfindet, iſt die Querkraft für alle Querſchnitte zwiſchen je zwei Laſtpunkten, ſo wie zwiſchen einem Auflagerpunkt und einem Laſtpunkt conſtant; eine Aenderung der Querkraft findet nur in den Laſtpunkten ſtatt.

Die Querkraft hat, abſolut genommen, denſelben Werth, möge der Trägertheil rechts oder derjenige links von dem betreffenden Querſchnitt betrachtet werden; denn die Querkraft für einen Querſchnitt iſt die Mittelkraft aller an der einen Seite deſſelben wirkenden äuſseren Kräfte. Ermittelt man nun zunächſt die Mittelkraft aller links, dann diejenige aller rechts wirkenden äuſseren Kräfte und nennt dieſelben bezw. Q_{links} und Q_{rechts}, ſo muſs, da dieſe beiden alle auf den Körper wirkenden äuſseren Kräfte in ſich ſchlieſsen, des Gleichgewichtes halber ſtattfinden

$$Q_{links} + Q_{rechts} = 0 \quad \text{und} \quad Q_{rechts} = -\, Q_{links}.$$

Wirkt alſo die Querkraft auf den Theil links vom Querſchnitte nach oben, ſo muſs ſie auf den Theil rechts vom Querſchnitte nach unten wirken und umgekehrt.

Das Geſetz der Aenderung der Querkräfte wird ſehr anſchaulich, wenn man in jedem Querſchnitte die daſelbſt ſtattfindende Querkraft als Ordinate nach beliebigem, aber für alle Querſchnitte gleichem Maſsſtabe aufträgt und die Endpunkte der Ordinaten verbindet. Es ergiebt ſich die in Fig. 157 *b* gezeichnete Linie, in welcher die poſitiven Werthe von der Abſciſſe aus nach oben, die negativen Werthe nach unten getragen ſind.

Was endlich die Beſtimmung der Momente anbelangt, ſo iſt für den Querſchnitt $I\,I$

$$M_I = D_0\, x - P_1\, (x - l + \xi_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 166.$$

Für den Querſchnitt $III\,III$ iſt

$$M_{III} = D_0\, x_1 - P_1\, (x_1 - l + \xi_1) - P_2\, (x_1 - l + \xi_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 167.$$

Innerhalb je zweier Laftpunkte, fo wie zwifchen einem Auflagerpunkt und einem Laftpunkt ändert fich demnach das Moment nach dem Gefetze einer geraden Linie; denn für verfchiedene Werthe von x, bezw. x_1 bleiben alle in den Gleichungen 166 u. 167 vorkommenden Ausdrücke mit Ausnahme von x und x_1 conftant; diefe einzigen Veränderlichen kommen aber nur in der erften Potenz vor. Trägt man alfo auch hier in den verfchiedenen Querfchnitten die Werthe von M als Ordinaten auf, fo erhält man als Verbindungslinien der Endpunkte gerade Linien; in jedem Laftpunkt ändert fich der Ausdruck für M, alfo auch die Gerade. In Fig. 155 c ift die Aenderung der Momente graphifch dargeftellt.

Da eine Gerade ihre gröfste Ordinate nur am Anfangspunkte oder Endpunkte haben kann, diefe aber hier mit den Laftpunkten zufammenfallen, fo folgt, dafs die gröfsten Momentenwerthe an den Laftpunkten ftattfinden. Diefes Ergebnifs ift von grofser Bedeutung. Wenn nur eine Einzellaft P vorhanden ift, fo ift demnach das gröfste Moment ftets am Laftpunkte. Liegt alsdann P in den Abftänden ξ, bezw. $l - \xi$ von den beiden Auflagern, fo ift das Moment am Laftpunkte, alfo das gröfste Moment, welches für die Querfchnittsbildung mafsgebend ift,

$$M_{max} = \frac{P(l - \xi)\,\xi}{l} .$$

Liegt P in der Mitte des Balkens, fo ift $\xi = (l - \xi) = \frac{l}{2}$, alfo

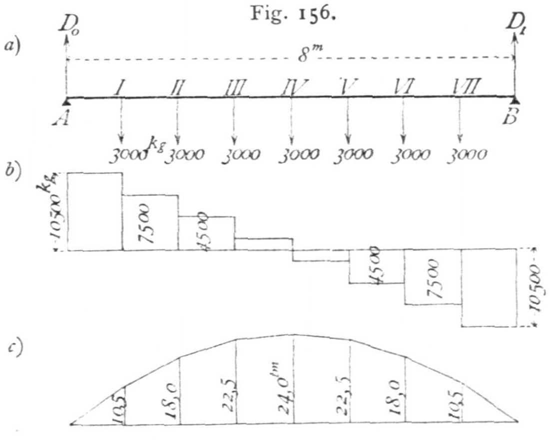
$$M_{max} = \frac{P\,l}{4} .$$

Sind zwei Einzellaften auf dem Balken, fo braucht man nur die beiden Momente an den Laftpunkten zu ermitteln; das gröfsere von beiden ift zugleich das gröfste. Wenn beide Laften gleich grofs, und zwar je gleich P find und im gleichen Abftande $\frac{a}{2}$ von der Balkenmitte liegen, fo ift das Moment an jedem Laftpunkte

$$M = \frac{P(l - a)}{2} .$$

Wenn endlich mehrere Laften vorhanden find, braucht man nur die Momente an den Laftpunkten aufzufuchen. Falls der Balken conftanten Querfchnitt erhält (wie dies z. B. beim Walzbalken der Fall ift), fo ift diefer nach dem gröfsten überhaupt ftattfindenden Momente zu beftimmen.

Fig. 156.



Beifpiel. Ein fchmiedeeiferner Unterzug (Fig. 156) von 8 m Stützweite trägt 7 Balken, deren Abftand von Mitte zu Mitte je 1 m betrage. Jeder Balken belafte den Unterzug mit einem Gewicht von 3000 kg. Es find die Auflagerdrücke, Querkräfte und Momente zu ermitteln. Nach Gleichung 163 ift

$$D_0 = \frac{3000}{8}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 10\,500 \text{ kg};$$

eben fo nach Gleichung 164

$$D_1 = \frac{3000}{8}\, 28 = 10\,500\ \mathrm{kg}.$$

In Fällen, wie der vorliegende, wo die Belaſtungen ſymmetriſch zur Mitte des Balkens liegen und die Abſtände derſelben gleich ſind, faſſt man bequemer alle Laſten zu einer Mittelkraft, hier ihrer Summe, zuſammen, die in der Balkenmitte angreift. Es iſt alsdann $R = 7 \,.\, 3000 = 21\,000\ \mathrm{kg}$ und $D_0 = \frac{21\,000}{l} \,.\, \frac{l}{2} = 10\,500\ \mathrm{kg} = D_1$.

Die Querkräfte für die verſchiedenen Querſchnitte ſind:

von A bis $I = 10\,500\ \mathrm{kg}$,
» I » $II = 10\,500 - 3000 = 7500\ \mathrm{kg}$,
» II » $III = 10\,500 - 2 \,.\, 3000 = 4500\ \mathrm{kg}$,
» III » $IV = 10\,500 - 3 \,.\, 3000 = 1500\ \mathrm{kg}$,
von IV bis $V = 10\,500 - 4 \,.\, 3000 = -1500\ \mathrm{kg}$,
» V » $VI = 10\,500 - 5 \,.\, 3000 = -4500\ \mathrm{kg}$,
» VI » $VII = 10\,500 - 6 \,.\, 3000 = -7500\ \mathrm{kg}$,
» VII » $B = 10\,500 - 7 \,.\, 3000 = -10\,500\ \mathrm{kg}$.

Im Laſtpunkte IV (in der Trägermitte) geht die Querkraft von den poſitiven zu den negativen Werthen über.

Die Momente in den Laſtpunkten ſind:

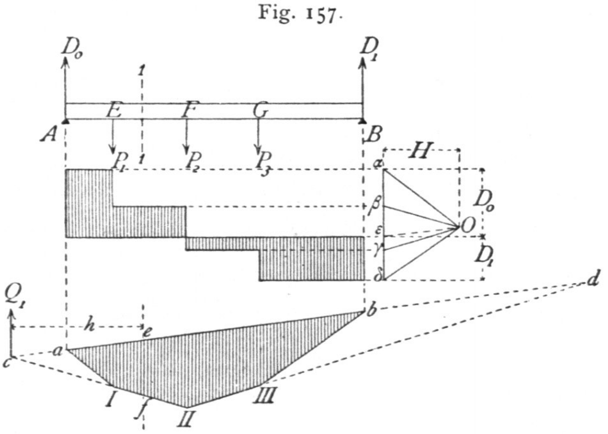
$$M_I = 10\,500 \cdot 1 = 10\,500\ \mathrm{kgm} = 1\,050\,000\ \mathrm{kgcm},$$
$$M_{II} = 10\,500 \cdot 2 - 3000 \cdot 1 = 18\,000\ \mathrm{kgm} = 1\,800\,000\ \mathrm{kgcm},$$
$$M_{III} = 10\,500 \cdot 3 - 3000 \cdot 1 - 3000 \cdot 2 = 22\,500\ \mathrm{kgm} = 2\,250\,000\ \mathrm{kgcm},$$
$$M_{IV} = 10\,500 \cdot 4 - 3000\,(1 + 2 + 3) = 24\,000\ \mathrm{kgm} = 2\,400\,000\ \mathrm{kgcm},$$
$$M_V = 10\,500 \cdot 5 - 3000\,(1 + 2 + 3 + 4) = 22\,500\ \mathrm{kgm} = 2\,250\,000\ \mathrm{kgcm} = M_{III},$$
$$M_{VI} = M_{II}, \quad M_{VII} = M_I, \quad M_A = M_B = 0.$$

Hiernach ſind die Momente und Querkräfte in Fig. 156 *c* u. 156 *b* aufgetragen.

β) Graphiſche Ermittelung. Um die Auflagerdrücke zu ermitteln, conſtruire man für die gegebenen Kräfte und den beliebigen Pol O (Fig. 157) das Kraft- und Seilpolygon, ziehe die Schluſslinie $a\,b$ und parallel zu dieſer eine Linie $O\,\varepsilon$ durch den Pol O; dieſelbe theilt die Kraftlinie in zwei Theile, von denen $\overline{\delta\,\varepsilon} = D_1$ und $\overline{\varepsilon\,\alpha} = D_0$ iſt (vergl. Art. 19, S. 14). Nun laſſen ſich die Querkräfte graphiſch leicht ermitteln.

Für alle Querſchnitte von A bis E iſt die Querkraft gleich D_0, d. h. gleich $\varepsilon\,\alpha$ (Fig. 157). Zieht man alſo durch ε und α je eine Wagrechte, ſo giebt deren Abſtand die Gröſse der Querkraft zwiſchen A und E an. Zwiſchen E und F iſt die Querkraft gleich $D_0 - P_1 = \varepsilon\,\alpha - \alpha\,\beta = \varepsilon\,\beta$; man ziehe alſo durch β eine wagrechte Linie; alsdann giebt deren Abſtand von der durch ε gezogenen Geraden an jeder Stelle zwiſchen E und F die Gröſse der Querkraft. Eben ſo iſt zwiſchen F und G die Strecke $\varepsilon\,\gamma$, zwiſchen G und B die Strecke $\varepsilon\,\delta$ die Querkraft.

Fig. 157.



Die Querkraft als Mittelkraft aller an der einen Seite des Querſchnittes wirkenden Kräfte geht nach Art. 18 (S. 13) durch den Schnittpunkt derjenigen Seilpolygonſeiten, welche bezw. der erſten und letzten dieſer Kräfte vorangehen und folgen. Für einen Querſchnitt zwiſchen E und F ſind D_0 und P_1 die Kräfte, $a\,b$ und $I\,II$ die betreffenden Seilpolygonſeiten; die Querkraft geht alſo durch deren Schnittpunkt c. Für jeden Querſchnitt zwiſchen II und III geht die Querkraft durch d etc.

Die graphiſche Beſtimmung der Momente geſchieht in nachſtehender Weiſe.

Für einen beliebigen Querſchnitt *1 1* (Fig. 157) iſt das Moment gleich dem Moment der Mittelkraft, d. h. hier der Querkraft. Es iſt demnach $M_1 = Q_1\,h$. Nun iſt $\Delta\, c\,e\,f \backsim \Delta\, O\,\varepsilon\,\beta$, mithin $\frac{\overline{e\,f}}{h} = \frac{\overline{\varepsilon\,\beta}}{H}$, und, da $\overline{\varepsilon\,\beta} = Q_1$ iſt, $\overline{e\,f} = \frac{Q_1\,h}{H} = \frac{M_1}{H}$, alſo $M_1 = H \,.\, \overline{e\,f}$.

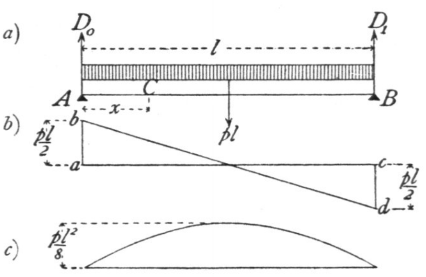
In vorftehendem Ausdruck für M ift H, der wagrechte Abftand des Poles von der Kraftlinie oder der Polabftand, für alle Querfchnitte conftant; die Gröfse des Momentes ift alfo mit $\overline{ef}$, d. h. der lothrechten Höhe des Seilpolygons veränderlich. Daraus folgt:

Das Moment in jedem Querfchnitte ift gleich dem Producte aus dem lothrechten Abftande der Seilpolygonfeiten bei diefem Querfchnitte und dem Polabftand. Die vom Seilpolygon gebildete Fläche heifst die Momentenfläche.

Die Momente find Producte aus Kräften und Längen; H ift eine Kraft, wie alle Strahlen und Linien im Kraftpolygon, und kann nach Obigem beliebig angenommen werden, etwa mit 10^t, 20^t etc. Da das Moment in irgend einem Querfchnitt einen ganz beftimmten Werth hat, der natürlich von einem beliebig gewählten H unabhängig ift, fo wird die Höhe des Seilpolygons defto gröfser, je kleiner H ift, und umgekehrt.

Zweiter Belaftungsfall: Der Träger ift über feine ganze Länge durch eine gleichförmig vertheilte Laft belaftet. 152. Gleichförmig vertheilte Belaftung.

Fig. 158.



Die Belaftung für die Längeneinheit des Trägers (Fig. 158) fei p; alsdann ift die Mittelkraft gleich der Gefammtlaft, alfo gleich $p\,l$ und greift in der Trägermitte an. Die Gleichung der ftatifchen Momente für B als Drehpunkt heifst demnach:

$$D_0\,l - p\,l\,\frac{l}{2} = 0,$$

und es wird

$$D_0 = \frac{p\,l}{2}; \text{ eben fo } D_1 = \frac{p\,l}{2} \quad . \quad 168.$$

Die Querkraft für einen beliebigen Querfchnitt C im Abftande x von A ift

$$Q_x = D_0 - p\,x = \frac{p\,l}{2} - p\,x = \frac{p}{2}\,(l - 2\,x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 169.$$

Die graphifche Darftellung der Veränderung der Querkraft ergiebt die Linie der Gleichung 169, d. h. eine Gerade. Für $x = 0$ ift $Q_0 = \frac{p\,l}{2}$; für $x = l$ ift $Q_l = -\frac{p\,l}{2}$. Q_x wird Null für $l - 2\,x = 0$, d. h. für $x = \frac{l}{2}$. Die Ordinaten der Linie $b\,d$ (Fig. 158 b) find alfo die Querkräfte an den verfchiedenen Stellen des Balkens.

Das Moment für den Querfchnitt C ift

$$M_x = D_0\,x - p\,x\,\frac{x}{2} = \frac{p\,l}{2}\,x - \frac{p\,x^2}{2} = \frac{p}{2}\,(l\,x - x^2) \quad . \quad . \quad . \quad 170.$$

Trägt man die Momente in den verfchiedenen Querfchnitten als Ordinaten auf, fo erhält man die Curve der Gleichung 170, d. h. eine Parabel. Für $x = 0$ ift $M_0 = 0$; für $x = l$ ift $M_l = 0$. M_x wird ein Maximum für $\frac{d\,M_x}{d\,x} = \frac{p}{2}\,(l - 2\,x) = 0$, d. h. für $x = \frac{l}{2}$; demnach

$$M_{max} = \frac{p}{2}\left[l\,\frac{l}{2} - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right] = \frac{p\,l^2}{8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 171.$$

Hiernach kann die Parabel leicht conftruirt werden (Fig. 158 c). Man trage $\frac{p\,l^2}{8}$ nach beliebig angenommenem Momenten-Mafsftabe auf und verzeichne in bekannter Weife die Parabel; alsdann find alle Ordinaten auf diefem Mafsftabe zu meffen.

Nennt man die gefammte auf den Träger entfallende Laft $p\,l = P$, fo kann man auch fetzen

$$M_{max} = \frac{P\,l}{8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 172.$$

Diefer Ausdruck ift oft bequemer, als Gleichung 171. Wirkt eine Laft P als Einzellaft in der Mitte, fo erzeugt fie nach Art. 151 (S. 129) ein Maximalmoment $M_{max} = \frac{P\,l}{4}$, d. h. ein doppelt fo grofses Moment, als die gleichförmig über den ganzen Träger vertheilte Laft P.

Beifpiele. 1) Ein Flurgang von 4^{m} Lichtweite ift mit einer Decke aus Kappengewölben zwifchen eifernen I-Trägern zu überdecken; die Spannweite der Kappen fei $2{,}2^{\mathrm{m}}$; die Träger follen berechnet werden.

Die Stützweite der Träger, d. h. die Entfernung von Auflagermitte zu Auflagermitte, kann zu $4{,}3^{\mathrm{m}}$, d. i. zu 430^{cm} angenommen werden; alsdann ift $l = 430^{\mathrm{cm}}$. Auf das laufende Meter des Trägers kommt eine zu tragende Grundfläche von $2{,}2^{\mathrm{m}}$ Breite und 1^{m} Länge; mithin ift die Laft für das laufende Meter Träger, bei einer Maximalbelaftung von 750^{kg} für 1^{qm} Grundfläche, gleich $2{,}2 \,.\, 750 = 1650^{\mathrm{kg}}$ und für das laufende Centimeter Träger $p = 16{,}5^{\mathrm{kg}}$. Die Auflagerdrücke find alfo nach Gleichung 168

$$D_0 = D_1 = \frac{16{,}5 \,.\, 430}{2} = 3547^{\mathrm{kg}},$$

und das Moment nach Gleichung 171

$$M_{max} = M_{mitte} = \frac{16{,}5 \,.\, 430^2}{8} = 381\,356^{\mathrm{kgcm}}.$$

Nun ift der Querfchnitt nach Art. 88 (S. 65) fo zu beftimmen, dafs $\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{M}{K} = \frac{381\,356}{700} = 544{,}8$ ift. Falls ein I-Querfchnitt gewählt wird, ift Nr. 28 der »Deutfchen Normal-Profile« zu wählen, da bei demfelben $\frac{\mathcal{J}}{a} = 547$ ift [24]).

2) Es follen die Abmeffungen beftimmt werden, welche einem Deckenbalken aus Kiefernholz bei einer Lichtweite von 6^{m} zu geben find, wenn die Balkenentfernung von Mitte zu Mitte $0{,}9^{\mathrm{m}}$ und die Gefammtbelaftung der betreffenden Decke (Eigengewicht und Nutzlaft) 500^{kg} für 1^{qm} beträgt.

Das laufende Meter Balken hat eine Grundfläche von $0{,}9^{\mathrm{m}}$ Breite zu tragen, d. h. eine Laft von $0{,}9 \,.\, 500 = 450^{\mathrm{kg}}$; mithin beträgt die Belaftung für das laufende Centimeter des Balkens $p = 4{,}5^{\mathrm{kg}}$. Die von Auflagermitte zu Auflagermitte zu rechnende Stützweite l nehmen wir zu $6{,}3^{\mathrm{m}} = 630^{\mathrm{cm}}$ an. Das gröfste Moment, welches hier, da der Balkenquerfchnitt conftant ift, der Berechnung des ganzen Balkens zu Grunde gelegt werden mufs, findet in der Balkenmitte ftatt und ift nach Gleichung 171

$$M_{max} = \frac{4{,}5 \,.\, 630^2}{8} = 223\,256^{\mathrm{kgcm}};$$

mithin nach Art. 93 (S. 67)

$$\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{M_{max}}{K} = \frac{223\,256}{60} = 3721.$$

Da nun nach Gleichung 19: $\mathcal{J} = \frac{b\,h^3}{12}$, ferner $a = \frac{h}{2}$ ift, wird $\frac{b\,h^2}{6} = 3721$, und wenn $b = 25^{\mathrm{cm}}$ angenommen wird,

---

24) Man mufs beim Einfetzen der Zahlenwerthe für p und l vorfichtig fein. Es ift eigentlich felbftverftändlich, dafs, wenn man l in Metern einführt, p die Belaftung für das laufende Meter Träger bedeutet, und wenn l in Centimetern eingeführt wird, p die Belaftung für das laufende Centimeter Träger bedeutet. Giebt man ferner K, die zuläffige Beanfpruchung, in Kilogramm für 1^{qcm} und das Moment M in Kilogramm-Centimetern an, fo find in der Gleichung $\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{M}{K}$ die Werthe für $\mathcal{J}$ und a auf Centimeter bezogen einzufetzen. Dennoch dürfte es nicht überflüffig fein, hier befonders darauf aufmerkfam zu machen, da von Anfängern und Ungeübten oft in diefer Hinficht Fehler gemacht werden. Es empfiehlt fich, ftets Alles auf Centimeter und Kilogramm bezogen einzuführen.

$$h = \sqrt{\frac{6 \,.\, 3721}{25}} = 29{,}9 \text{ cm} = \infty\ 30 \text{ cm}.$$

Es genügt ſonach ein Querſchnitt von 25×30 cm.

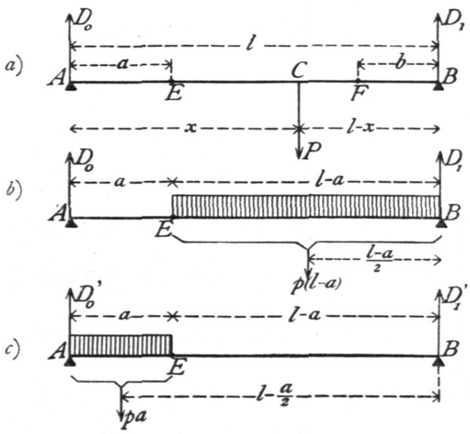
Dritter Belaſtungsfall: Der Träger iſt auf einen Theil ſeiner Länge durch eine gleichförmig vertheilte Laſt belaſtet. 153. Theilweiſe gleichförmig vertheilte Belaſtung.

Eine Laſt P im Abſtande x vom linken Auflager A (Fig. 159) erzeugt die Auflagerdrücke

$$D_0 = \frac{P(l-x)}{l} \quad \text{und} \quad D_1 = \frac{P x}{l}.$$

Die Querkraft iſt für jeden Querſchnitt E links vom Laſtpunkte C: $Q = D_0 = \frac{P(l-x)}{l}$, d. h. poſitiv; für jeden Querſchnitt F rechts vom Laſtpunkt C: $Q_1 = D_0 - P = \frac{P(l-x)}{l} - P = -\frac{P x}{l}$, d. h. negativ. Daraus folgt der Satz:

Fig. 159.



Jede Belaſtung erzeugt in allen links von ihr gelegenen Querſchnitten poſitive, in allen rechts gelegenen Querſchnitten negative Querkräfte. Demnach wird in irgend einem Querſchnitte, etwa E, die gröſste Querkraft (Q_{max}) ſtattfinden, wenn die ganze Trägerabtheilung rechts von E belaſtet, der übrige Trägertheil ($A\,E$) unbelaſtet iſt (Fig. 159*b*). Die kleinſte Querkraft (Q_{min}) wird in E eintreten, wenn die Abtheilung $A\,E$ links von E belaſtet, die Abtheilung $E\,B$ rechts von E unbelaſtet iſt (Fig. 159*c*).

Man erhält die Werthe von Q_{max}, bezw. Q_{min} für den Querſchnitt E, welcher um a vom linken Auflager entfernt liegt, und für die Belaſtung p auf das laufende Meter, wie folgt. Für die Belaſtung nach Fig. 159*b* iſt

$$D_0 = Q_{max} = \frac{p\,(l-a)^2}{2\,l}; \qquad 173.$$

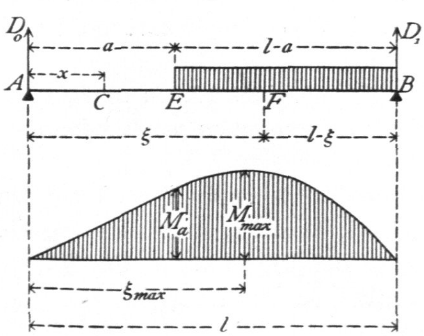
für die Belaſtung nach Fig. 159*c* iſt

$$D_0' = \frac{p\,a}{l}\left(l - \frac{a}{2}\right) = p\,a - \frac{p\,a^2}{2\,l} \quad \text{und} \quad Q_{min} = D_0' - p\,a;$$

ſonach

$$Q_{min} = -\frac{p\,a^2}{2\,l} \qquad 174.$$

Fig. 160.



Die Belaſtung nach Fig. 159 kommt im Hochbau ſehr häufig vor, z. B. bei Trägern unter Mauern, in welchen ſich Fenſter- oder Thüröffnungen befinden. Für die Querſchnittsbemeſſung iſt das gröſste Moment maſsgebend, welches demnach aufgeſucht werden ſoll.

Für irgend einen Punkt C der Strecke $A\,E$ (Fig. 160) iſt das Moment

$M_x = D_0\, x = \frac{p\,(l-a)^2}{2\,l}\, x$; die graphifche Darftellung ergiebt eine Gerade. Für einen Punkt F der Strecke $C\,B$ ift daffelbe bequem durch Betrachtung des rechts von F gelegenen Trägertheiles zu finden. Es ift

$$M_\xi = D_1\,(l-\xi) - \frac{p\,(l-\xi)^2}{2}, \quad \text{woraus} \quad M_\xi = \frac{p}{2\,l}\,(l-\xi)\,(l\,\xi - a^2).$$

Auf diefer Strecke ergiebt alfo die graphifche Darftellung des Momentes eine Parabel. Diefelbe hat ihr Maximum für

$$\xi_{max} = \frac{l}{2} + \frac{a^2}{2\,l}.$$

Aus der Formel ergiebt fich, dafs das Maximum des Momentes ftets in einem Punkte der belafteten Strecke $E\,B$ ftattfindet. M_{max} wird gefunden, wenn man in den Ausdruck für M_ξ ftatt ξ den für ξ_{max} gefundenen Werth einführt, alfo

$$M_{max} = \frac{p\,l^2}{8}\left[1 - \left(\frac{a}{l}\right)^2\right]^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 175.$$

Nachftehende kleine Tabelle ergiebt für eine Anzahl Werthe von a die Gröfse von M_{max} und von ξ_{max}:

Für	a =	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0 l
	ξ_{max} =	0,5	0,505	0,52	0,545	0,58	0,625	0,68	0,745	0,82	0,9	1,0 l
	M_{max} =	1	0,98	0,92	0,83	0,71	0,56	0,41	0,26	0,13	0,04	0 $\frac{p\,l^2}{8}$

154. Gröfste Momente durch gleichförmig vertheilte Laften.

Eine Laft P im Abftande x vom linken Auflager erzeugt im Punkte E links vom Laftpunkte (Fig. 159 a) ein Moment $M_a = \frac{P\,(l-x)}{l}\, a$ und im Punkte F rechts vom Laftpunkte das Moment $M_b = \frac{P\,x}{l}\, b$. Beide Momentenwerthe find pofitiv; alfo erzeugt eine jede Einzellaft in allen Trägerquerfchnitten pofitive Momente. Die gröfsten Momente in den einzelnen Trägerquerfchnitten werden demnach ftattfinden, wenn alle Trägerpunkte belaftet find, d. h. bei voller Belaftung des Trägers. Ift alfo volle Belaftung eines Trägers mit gleichmäfsig vertheilter Laft p möglich, fo ruft diefe die gröfsten Momente hervor. Bei diefer Belaftung ift nach Gleichung 170 für einen Querfchnitt mit der Abfciffe x

$$M_x = \frac{p}{2}\,(l\,x - x^2) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 176.$$

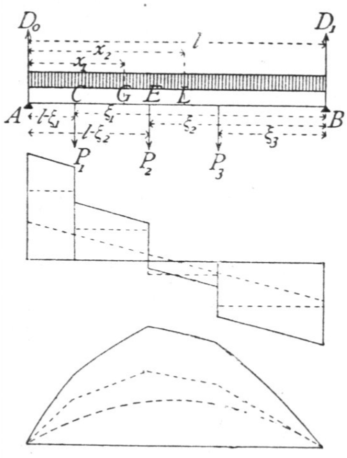
155. Gleichförmig vertheilte Laft und Einzellaften, bezw. theilweife Belaftung.

Vierter Belaftungsfall: Der Träger wird auf feine ganze Länge durch eine gleichförmig vertheilte Laft und aufserdem durch Einzellaften oder auf einen Theil feiner Länge durch eine weitere gleichförmig vertheilte Laft belaftet.

Da jeder Träger aufser der Nutzlaft noch das Eigengewicht tragen mufs, diefes aber als gleichförmig über die ganze Länge vertheilt angenommen werden kann, fo ift diefer Fall der am häufigften vorkommende.

In Art. 151 ift nachgewiefen, dafs jede Laft einen von den fonft noch auf dem Balken befindlichen Laften unabhängigen Stützendruck erzeugt, und dafs der Gefammt-Stützendruck gleich der algebraifchen Summe der Einzeldrücke ift. Daraus folgt, dafs auch die Querkräfte und Momente für alle Querfchnitte gleich den algebraifchen Summen der bez. Theil-Querkräfte und Momente find.

Fig. 161.



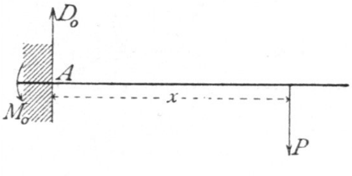
Es brauchen alſo im vorliegenden Falle nur die Stützendrücke, Querkräfte und Momente, welche bei den einzelnen bereits betrachteten Belaſtungen, derjenigen durch Einzellaſten und derjenigen durch gleichförmig vertheilte Laſt u. ſ. w. ſich ergeben haben, algebraiſch addirt zu werden, was ſowohl auf dem Wege der Rechnung, wie graphiſch geſchehen kann.

Fig. 161 ſtellt die Querkräfte und Momente dar, welche in den verſchiedenen Querſchnitten durch gleichförmig vertheilte Laſt und Einzellaſten hervorgerufen werden. Die punktirten Linien geben die Werthe von Q und M nur für Einzellaſten, bezw. für gleichförmig vertheilte Laſt an; die voll ausgezogenen Linien bedeuten die Summen.

2) Conſole-, Krag- oder Freiträger.

Conſole-, Krag- oder Freiträger ſind am einen Ende unterſtützte, am anderen Ende frei ſchwebende Träger. Als äuſsere Kräfte wirken auf dieſelben die Belaſtungen und die Auflagerdrücke der Unterſtützungsſtelle. Letztere laſſen ſich aus den Gleichgewichtsbedingungen ermitteln. Damit der Träger im Gleichgewicht ſei, muſs zunächſt die algebraiſche Summe der lothrechten Kräfte gleich Null ſein, d. h. wenn die lothrechte Seitenkraft des Auflagerdrucks bei A (Fig. 162) gleich D_0 iſt, wird $0 = D_0 - P$ oder 156. Erklärung.

Fig. 162.



$$D_0 = P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 177.$$

Eine äuſsere wagrechte Belaſtung ſei nicht vorhanden; es wird alſo der Auflagerdruck keine wagrechte Seitenkraft haben. Es muſs aber auch die algebraiſche Summe der ſtatiſchen Momente für einen beliebigen Punkt der Ebene, alſo etwa für A, gleich Null ſein; mithin muſs, da das Moment der gegebenen Kräfte für A nicht gleich Null iſt, D_0 aber für den Drehpunkt A kein ſtatiſches Moment hat, an der Unterſtützungsſtelle noch eine Anzahl von Kräften wirken, deren reſultirendes Moment mit demjenigen der Belaſtungen zuſammen die Summe Null ergiebt. Bei A wirkt alſo ein Moment M_0, deſſen Gröſse ſich ergiebt zu

$$M_0 = - P x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 178.$$

Dieſes Moment, deſſen Drehrichtung, wie das Vorzeichen angiebt, derjenigen von P entgegengeſetzt iſt, kann auf verſchiedene Weiſe erzeugt werden, am einfachſten durch Einmauerung, bezw. Einſpannung des Balkens.

Soll für jede Belaſtungsart Gleichgewicht vorhanden ſein, ſo muſs der Balken derart eingemauert werden, daſs das von der Mauer geleiſtete Moment auch die gröſsten Werthe des Momentes der Belaſtungen aufheben kann. Das Moment der Mauer wird durch das über dem eingemauerten Balkentheil liegende Mauergewicht geleiſtet, wonach dieſes zu beſtimmen iſt.

Auch in anderer Weiſe kann ein Moment in A erzeugt werden, z. B. dadurch, daſs der Balken über den Punkt A hinaus, bis zu einer zweiten Stütze B,

$$M_g = P(\xi + 25) + g\,l\left(\frac{l}{2} + 25\right) = 800 \cdot 205 + 1000 \cdot 125 = 289\,000 \text{ kgcm},$$

$$M_p = p \cdot 170\left(\frac{170}{2} + 25\right) = 8 \cdot 170 \cdot 110 = 149\,600 \text{ kgcm}.$$

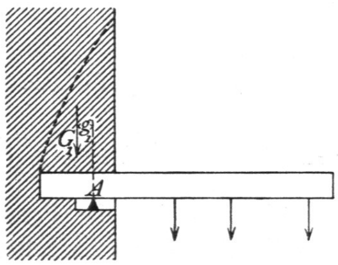
Der Querſchnitt an der Stelle A iſt ſo zu beſtimmen, daſs, wenn als zuläſſige Beanſpruchung $K = 800$ kg gewählt wird, ſtattfinde

$$\frac{\mathfrak{J}}{a} = \frac{M}{K} = \frac{289\,000 + 149\,600}{800} = 548.$$

Profil Nr. 28 der »Deutſchen Normal-Profile für I-Eiſen« hat ein Widerſtandsmoment $\frac{\mathfrak{J}}{a} = 547$, dürfte alſo für den vorliegenden Fall genügen.

Es möge hier noch beſonders darauf hingewieſen werden, daſs die Conſole-Träger hauptſächlich dann gefährdet ſind, wenn das am Einſpannungspunkte von der Mauer geleiſtete Moment nicht die genügende Gröſse hat. Damit Gleichgewicht beſtehe, muſs dieſes Moment wenigſtens ſo groſs ſein, wie das gröſstmögliche Moment der äuſseren Kräfte für A. Auch hier iſt aber ein Sicherheits-Coefficient n nöthig, und wenn beiſpielsweiſe dieſes Einſpannungsmoment durch das Gewicht des auf dem hinteren Balkentheile ruhenden Mauerwerkes geleiſtet wird (Fig. 167), ſo muſs $G_1\,g_1 = n\,M_0$ ſein. Es dürfte ſich empfehlen, n nicht kleiner als 4 zu nehmen.

Fig. 167.



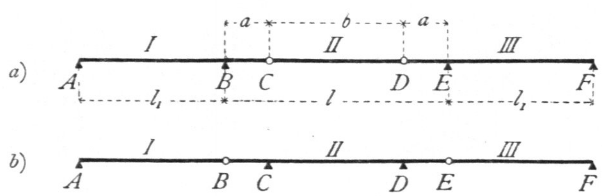
Dabei iſt aber auch zu beachten, daſs die Art der Conſtruction dafür Gewähr bieten muſs, daſs das Gewicht G_1 wirklich zur Wirkſamkeit kommt — etwa durch angemeſſene Unterlagsplatten, Verband, Cementmörtel u. dergl. Unter Umſtänden kann man auch das Gewicht des unterhalb gelegenen Mauerwerkes durch Anker und Ankerplatten am Balkenende aufhängen und dadurch für die Stabilität des Conſole-Trägers nutzbar machen. Zu beachten iſt auch, ob nicht ein Ausreiſsen nach der punktirten Linie in Fig. 167 möglich iſt.

3) Continuirliche Gelenkträger.

160. Princip. Die Querſchnittsgröſse der Träger und damit die zu denſelben gebrauchte Materialmenge iſt weſentlich von der Gröſse der in den einzelnen Querſchnitten ſtattfindenden gröſsten Momente abhängig. Eine Verminderung der Momente hat auch eine Querſchnittsverringerung zur Folge. Eine ſolche Verringerung der Momente wird gegenüber den gewöhnlichen Trägern auf zwei Stützen durch die ſog. continuirlichen Gelenkträger erreicht, bei denen die Stützpunkte eines Theiles der Träger durch die übergekragten Enden der Nachbarträger gebildet werden. Man erhält dadurch für die verſchiedenen Oeffnungen verſchiedene Trägerarten, und zwar wechſelt immer ein Träger mit einem, bezw. zwei Kragſtücken an den Enden und ein ſolcher ohne Kragſtücke ab.

Für drei neben einander liegende Oeffnungen I, II, III ſind die hauptſächlich vorkommenden Anordnungen in Fig. 168 a u. b dargeſtellt. Entweder hat, wie in Fig. 168 a gezeichnet, jeder Seitenträger I und III eine über das Auflager B, bezw. E vorragende Conſole $B\,C$, bezw. $D\,E$, auf deren Enden der Mittelträger $C\,D$ frei aufruht, oder der Mittelträger $C\,D$ hat, wie

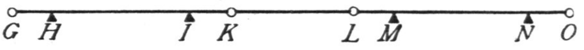
Fig. 168.



in Fig. 168 *b*, jederſeits ein Kragſtück $B\,C$, bezw. $D\,E$, und die Seitenträger $A\,B$ und $E\,F$ ruhen einerſeits auf den Endſtützpunkten A, bezw. F, andererſeits auf den Enden B und E der erwähnten Kragſtücke.

Die Pfetten der gröſseren eiſernen Dächer werden neuerdings meiſtens als ſolche Träger nach Fig. 169 hergeſtellt, wobei immer ein Träger mit zwei Conſolen an den Enden und ein auf dieſen Conſolen frei aufgelagerter Träger abwechſeln. Die Beanſpruchung in dieſem Falle ſtimmt genau mit derjenigen der in Fig. 168 *b* angegebenen Anordnung überein; jeder Träger mit zwei Conſolen an den Enden wird wie Träger $B\,C\,D\,E$ in Fig. 168 *b* beanſprucht; jeder andere Träger wie $A\,B$, bezw. $E\,F$ dieſer Figur. Es genügt deſshalb, die beiden Anordnungen in Fig. 168 *a* u. *b* in das Auge zu faſſen.

Fig. 169.



Weiter ſoll in Folgendem nur die für den Hochbau wichtigſte Belaſtungsart durch gleichmäſsig vertheilte Belaſtung des ganzen Trägers behandelt werden.

Erſte Anordnung: Die Kragſtücke befinden ſich an den Seiten- 161. Erſte
trägern (Fig. 168 *a*). Anordnung.

α) Seitenträger mit einſeitigem Kragſtück. Es ſei $A\,B = l_1$, $B\,E = l$, $B\,C = D\,E = a$ und $C\,D = b$, alſo $l = 2\,a + b$; es ſei ferner die Belaſtung für die Längeneinheit des Trägers p. Alsdann wirkt auſser dieſer Belaſtung auf den Seitenträger in C eine Kraft nach unten, welche dem im Punkte C auf den Balken $C\,D$ nach oben wirkenden Auflagerdruck (nach dem Geſetze der Wechſelwirkung, vergl. Art. 9, S. 9) genau gleich iſt, d. h. eine Kraft $\frac{p\,b}{2}$. Der Stützendruck im Auflagerpunkte A (Fig. 170 *a*) ergiebt ſich durch Aufſtellung der Gleichung der ſtatiſchen Momente für Punkt B zu

$$D_0 = \frac{p\,l_1}{2} - \frac{p}{2} \cdot \frac{a\,b + a^2}{l_1}.$$

Setzt man die nur von den Längen abhängige Conſtante $\frac{a\,b + a^2}{l_1} = c_1$, ſo iſt

$$D_0 = \frac{p}{2}\,(l_1 - c_1) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 186.$$

Weiters iſt der Stützendruck im Auflagerpunkte B

$$D_1 = \frac{p\,l_1}{2} + \frac{p\,b}{2} \cdot \frac{l_1 + a}{l_1} + p\,a\,\frac{l_1 + \frac{a}{2}}{l_1} = \frac{p}{2}\,(l_1 + c_1 + 2\,a + b) \quad \ldots \quad 187.$$

In der Strecke $A\,B$ beträgt die Querkraft für einen Punkt L mit der Abſciſſe x, von A aus gerechnet,

$$Q_x = D_0 - p\,x = \frac{p}{2}\,(l_1 - c_1 - 2\,x), \quad \ldots \ldots \ldots \quad 188.$$

d. h. die graphiſche Darſtellung ergiebt eine Gerade. Für $x = 0$ iſt $Q_0 = \frac{p}{2}\,(l_1 - c_1)$; für $x = l_1$ iſt $Q_{l_1} = -\frac{p}{2}\,(l_1 + c_1)$; die Querkraft wird Null für $x_0 = \frac{l_1 - c_1}{2}$.

In der Strecke $B\,C$ iſt die Querkraft für einen Punkt L_1 mit der Abſciſſe x_1, von C aus gerechnet,

$$Q_{x_1} = \frac{p}{2}(b + 2\,x_1), \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 189.$$

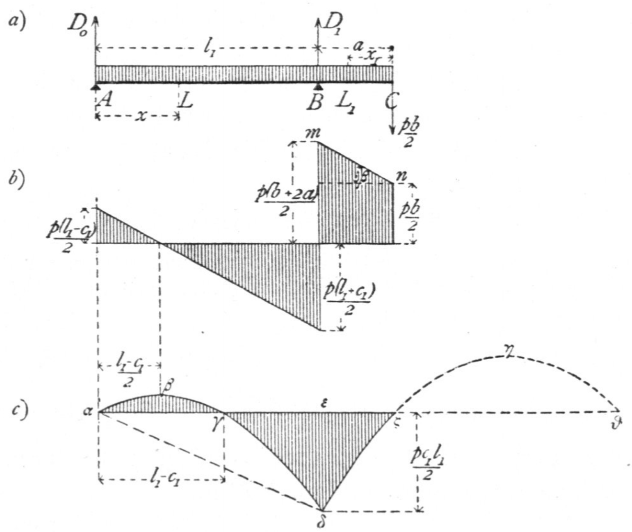
d. h. die graphifche Darftellung derfelben ergiebt eine Gerade. Für $x_1 = 0$ ift $Q_0 = \frac{p\,b}{2}$; für $x_1 = a$ ift $Q_a = \frac{p}{2}(b + 2\,a)$. Die Querkräfte find in Fig. 170*b* graphifch dargeftellt.

In der Strecke $A\,B$ ift das Moment für den Punkt L

$$M_x = D_0\,x - \frac{p\,x^2}{2} = \frac{p}{2}(l_1 - c_1)\,x - \frac{p\,x^2}{2} = \frac{p}{2}(l_1\,x - x^2) - \frac{p\,c_1\,x}{2} \quad . \; . \quad 190.$$

Der erfte Theil diefes Ausdruckes ift das Moment, welches in einem frei aufliegenden Balken $A\,B$ von der Länge l_1 entftehen würde; in Folge der Confole und ihrer Belaftung erhält man demnach hier an jeder Stelle ein um $\frac{p\,c_1\,x}{2}$ kleineres Moment. Die graphifche Darftellung ergiebt eine Parabel $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$ (Fig. 170*c*); die Linie $\alpha\,\delta$ ift die Linie der Gleichung: $y = -\frac{p\,c_1\,x}{2}$. Trägt man alfo von diefer aus die Ordinaten $z = \frac{p}{2}(l_1\,x - x^2)$ auf, fo ergeben die von $\alpha\,\varepsilon$ aus gemeffenen Ordinaten die Momente an den einzelnen Stellen. Für $x = 0$ ift $M_x = 0$;

Fig. 170.



für $x = l_1$ ift $M_{l_1} = -\frac{p\,c_1\,l_1}{2} = \varepsilon\,\delta$. M_x wird Null für jenen Werth von x, für welchen ftattfindet: $0 = \frac{p}{2}(l_1 - x) - \frac{p\,c_1}{2}$, d. h. für $x_0 = l_1 - c_1$; $\alpha\,\gamma$ ift alfo gleich $l_1 - c_1$. M_x hat fein Maximum für $\frac{d\,M_x}{d\,x} = 0$, d. h. für $x_{max} = \frac{l_1 - c_1}{2}$, und es ift

$$M_{max} = \frac{p}{2} \cdot \frac{l_1 - c_1}{2} \cdot \frac{l_1 + c_1}{2} - \frac{p\,c_1}{2} \cdot \frac{l_1 - c_1}{2} = \frac{p\,(l_1 - c_1)^2}{8}.$$

In der Strecke $B\,C$ ift das Moment für den Punkt L_1

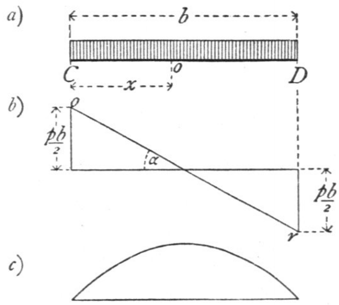
$$M_{x_1} = -\frac{p\,b}{2}x_1 - \frac{p\,x_1{}^2}{2} = -\frac{p}{2}(b\,x_1 + x_1{}^2), \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 191.$$

d. h. die graphifche Darftellung liefert eine Parabel. M_{x_1} wird Null für $x_1 = 0$ und für $b\,x_1 + x_1{}^2 = 0$, d. h. für $x_1 = -b$, alfo für Punkt C, und wenn die Curve über den Nullpunkt C nach rechts auf die negative Seite der Abfciffenaxe fortgefetzt wird, für den Punkt D (Fig. 168*a*). Ferner wird M_{x_1} ein Maximum für $0 = b + 2\,x_1$, d. h. es wird $x_{1max} = -\frac{b}{2}$. Für $x_1 = a$, d. h. für den Auflagerpunkt B, wird

$M_{x_1} = -\frac{p}{2}(a\,b + a^2) = -\frac{p}{2}\,c_1\,l_1$, wie bereits oben gefunden. Hiernach ift die Parabel $\delta\,\zeta\,\eta\,\vartheta$ in Fig. 170*c* conftruirt.

β) Balkenträger auf den beiden Kragftücken. Für diefen Träger $C\,D$ (Fig. 171) gilt das unter 1 für den Träger auf zwei Stützen Gefundene. Es ift alfo für einen Punkt o mit der Abfciffe x

Fig. 171.

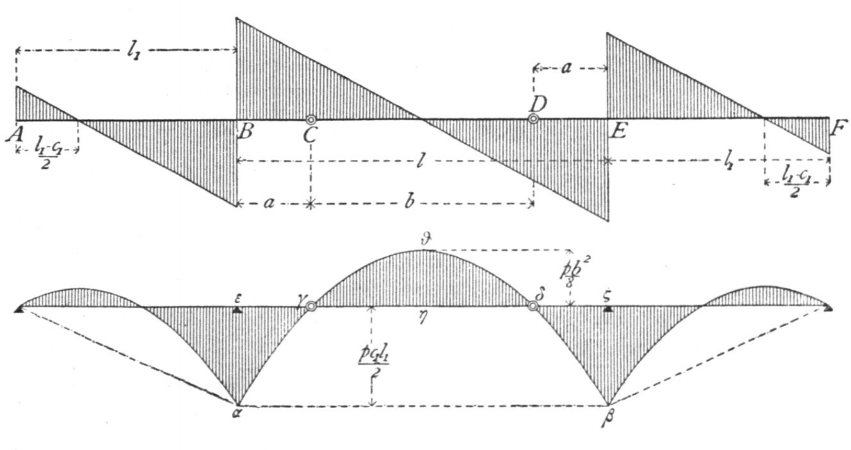


$$Q_x = \frac{p}{2}(b - 2\,x) \quad \text{und} \quad M_x = \frac{p}{2}(b\,x - x^2) \qquad 192.$$

Die graphifchen Darftellungen der Querkräfte und Momente giebt Fig. 171.

γ) Ganzer Träger. Betrachtet man nun den ganzen Träger (Fig. 172), fo fieht man zunächft, dafs die Querkräfte und Momente in C gleiche Gröfse haben, ob man vom Träger $A\,B\,C$ oder vom Träger $C\,D$ ausgeht. Auch die Neigung der Linie $o\,r$, welche die Querkraft auf $C\,D$ darftellt (Fig. 171), ftimmt mit derjenigen von $m\,n$ (Fig. 170), welche die Querkraft der Strecke $B\,C$ darftellt, überein; denn es ift (Fig. 171)

Fig. 172.



$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\frac{p\,b}{2}}{\frac{b}{2}} = p \quad \text{und (Fig. 170}b\text{)} \quad \text{tg}\,\beta = \frac{p\,a}{a} = p, \text{ d. h. } \beta = \alpha;$$

demnach bilden die beiden Linien $o\,r$ und $m\,n$ eine einzige Linie. Auch die Momenten-Curven beider Theile ftimmen überein; denn für die Abtheilung $B\,C$ ift nach Gleichung 191: $M_{x_1} = -\frac{p}{2}(b\,x_1 + x_1^2)$ und für negative x_1, d. h. für Punkte, welche rechts von C liegen, ift $M_{x_1} = -\frac{p}{2}(-b\,x_1 + x_1^2) = +\frac{p}{2}(b\,x_1 - x_1^2)$. Dies ift aber nach Gleichung 192 der Werth, welcher fich für das Moment auf der Strecke $C\,D$ ergiebt. Die in Fig. 170*c* gezeichnete Curve $\delta\,\zeta\,\eta\,\vartheta$ ift alfo die richtige Momenten-Curve.

In Fig. 172 find die Momente und Querkräfte für den ganzen Träger angegeben.

δ) Vergleich mit dem Träger auf zwei Stützen. Für den mittleren Theil $BCDE$ (Fig. 172) find die Querkräfte genau, wie bei einem frei aufliegenden Träger von der Spannweite $l = 2a + b$; für die Seitenträger find die Querkräfte an jeder Stelle um $\frac{p c_1}{2}$ kleiner, als beim einfachen, auf den Stützen A und B aufruhenden Balkenträger. Die abfoluten Werthe der Querkräfte find alfo auf der pofitiven Seite um $\frac{p c_1}{2}$ kleiner, auf der negativen Seite um $\frac{p c_1}{2}$ gröfser, als dort.

Was die Momente anbelangt, fo ift für die Seitenträger oben bereits nachgewiefen, dafs das Moment an jeder Stelle um $\frac{p c_1 x}{2}$ kleiner ift, als beim frei aufliegenden Balkenträger von der Spannweite l_1. Falls der Mittelträger in B und E frei aufläge, würde an einer beliebigen Stelle mit der Abfciffe ξ, von B aus gemeffen, das Moment $M_\xi = \frac{p}{2}(l\xi - \xi^2) = \frac{p}{2}\left[(b + 2a)\xi - \xi^2\right] = p a \xi + \frac{p}{2} b \xi - \frac{p \xi^2}{2}$ fein, oder, wenn man des bequemeren Vergleiches halber die Abfciffen vom Punkt C aus rechnet und mit x bezeichnet (nach rechts pofitiv), fo wird $\xi = a \pm x$ und nach einigen Umformungen

$$M_x = \frac{p}{2}(bx - x^2) + \frac{p}{2} c_1 l_1 .$$

Für den Mittelträger $BCDE$ mit den Gelenken in C und D ift, wie oben gezeigt, das Moment $M_x = \frac{p}{2}(bx - x^2)$, alfo um $\frac{p}{2} c_1 l_1$ kleiner, als wenn die Auflagerung in gewöhnlicher Weife in B und E erfolgte. Nun ift aber diefe Differenz $\frac{p}{2} c_1 l_1$ gerade das negative Moment an den Stützen B und E; die von der Wagrechten $\alpha\beta$ in Fig. 172 aus gemeffenen Ordinaten ergeben daher die Momente des in B und E frei aufliegenden Trägers. Conftruirt man demnach die Parabel der Gleichung $\frac{p}{2}(l\xi - \xi^2)$ in gewöhnlicher Weife und zieht durch die Punkte γ und δ, in welchen die Lothrechten der Confolenenden die Parabel fchneiden, eine Wagrechte $\varepsilon\zeta$, fo find die von diefer Linie aus gemeffenen Ordinaten die Momente.

Es empfiehlt fich, die Confolenlänge fo zu beftimmen, dafs das negative Moment über den Stützen abfolut genommen genau fo grofs ift, wie das pofitive Moment in der Mitte. Man theile zu diefem Zwecke einfach die Pfeilhöhe der Parabel $\alpha\vartheta\beta$ in zwei gleiche Theile und ziehe durch den Theilpunkt eine Wagrechte; alsdann geben die Längen $\varepsilon\gamma$, bezw. $\delta\zeta$ die Längen der Confolen.

Bei den im Hochbau verwendeten continuirlichen Gelenkträgern ift meiftens der Querfchnitt für jeden der drei Einzelbalken conftant gebildet; derfelbe mufs demnach unter Zugrundelegung des betreffenden gröfsten Momentes (abfolut genommen) beftimmt werden. Für den Seitenträger ift dann entweder der Maximalwerth $\frac{p}{8}(l_1 - c_1)^2$ oder (häufiger) derjenige im Querfchnitt über der Stütze B mafsgebend; d. h. es ift $M_{max} = \frac{p c_1 l_1}{2}$ zu fetzen, fo dafs

$$\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{p c_1 l_1}{2K} .$$

Für das Mittelftück ergiebt fich in gleicher Weife als Bedingung für die Querfchnittsbildung

$$\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{p b^2}{8K} .$$

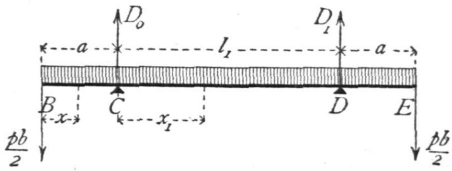
162. Zweite Anordnung.

Zweite Anordnung: Die Kragftücke befinden fich am Mittelträger.

α) Mittelträger mit beiderfeitigen Kragftücken. Die Länge des Mittelfeldes (Fig. 173) fei l_1, diejenige des Kragftückes fei a und die Länge jedes Seitenträgers b; alsdann ift bei voller Belaftung der Auflagerdruck

$$D_0 = \frac{p}{2}(l_1 + 2a + b) = D_1 \quad \ldots \ldots \quad 193.$$

Fig. 173.



In der Strecke $B\,C$ ift die Querkraft

$$Q_x = -\frac{p\,b}{2} - p\,x \quad . \; . \quad 194.$$

Für $x = 0$ ift $Q_0 = -\frac{p\,b}{2}$; für $x = a$ ift

$$Q_a = -\frac{p\,b}{2} - p\,a = -\frac{p}{2}(b + 2\,a).$$

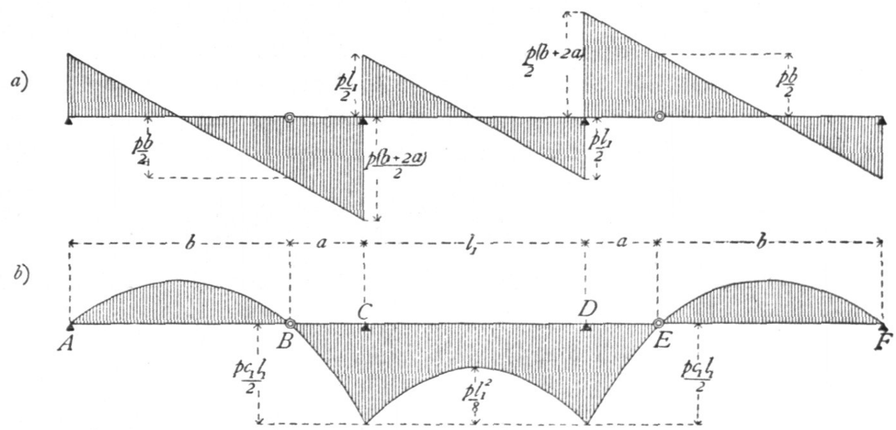
In der Strecke $C\,D$ ift die Querkraft

$$Q_{x_1} = D_0 - \frac{p\,b}{2} - p\,a - p\,x_1 = \frac{p}{2}(l_1 - 2\,x_1), \quad \ldots \ldots \quad 195.$$

d. h. genau fo grofs, wie ohne Kragftücke. Für $x_1 = 0$ ift $Q_0 = \frac{p\,l_1}{2}$; für $x_1 = l_1$ ift $Q_{l_1} = -\frac{p\,l_1}{2}$.

In der Strecke $D\,E$ ift die Querkraft eben fo grofs, wie in $B\,C$; nur ift hier pofitiv, was dort negativ ift. Die graphifche Darftellung der Querkräfte ergiebt Fig. 174 a.

Fig. 174.



In den Strecken $B\,C$ und $D\,E$ haben die Momente die gleichen Werthe, wie bei den in Art. 161 (S. 139) behandelten Confolen. Es ift demnach, vom Punkte B aus gerechnet,

$$M_x = -\frac{p\,b}{2}\,x - \frac{p\,x^2}{2} = -\frac{p}{2}(b\,x + x^2) \quad \ldots \ldots \quad 196.$$

Für $x = 0$ ift $M_0 = 0$; für $x = a$ ift $M_a = -\frac{p}{2}(a\,b + a^2) = -\frac{p}{2}\,c_1\,l_1$.

In der Strecke $C\,D$ ift das Moment

$$M_{x_1} = D_0\,x_1 - \frac{p\,x_1^{\,2}}{2} - p\,a\left(\frac{a}{2} + x_1\right) - \frac{p\,b}{2}(a + x_1) = \frac{p}{2}(l_1\,x_1 - x_1^{\,2}) - \frac{p}{2}\,c_1\,l_1 \; . \quad 197.$$

Der erfte Theil des Momentes ift das Moment für einen frei aufliegenden Balken von der Stützweite l_1; der zweite Theil ift das Moment über der Stütze C, bezw. D.

Alfo auch hier gilt daffelbe, was im vorhergehenden Artikel über den dortigen Mittelträger gefagt wurde. Die graphifche Darftellung der Momente ift in Fig. 174 *b* gegeben.

β) Seitenträger. Die Seitenträger find frei auf zwei Stützpunkten gelagerte Träger, für welche Alles gilt, was in Art. 152 (S. 131) entwickelt wurde. Demnach ift, wenn der linke Auflagerpunkt hier als Anfangspunkt der Coordinaten gewählt wird,

$$Q_x = \frac{p}{2}(b - 2x) \quad \text{und} \quad M_x = \frac{p}{2}(bx - x^2), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 198.$$

und es ergiebt fich leicht, wie in Art. 161, dafs die Curven für die Momente und die Querkräfte diefelben find, wie die für die Confole $B\,C$ gefundenen.

Die Momente und Querkräfte für die verfchiedenen Querfchnitte find in Fig. 174 graphifch aufgetragen.

163. Günftigftes Verhältnifs von a und b.

Zum Schluffe erübrigt noch eine Unterfuchung über das günftigfte Verhältnifs der Gröfsen a und b, d. h. über das Verhältnifs, welches den geringften Materialaufwand bedingt.

Im Hochbau wird man meiftens Träger mit conftantem oder nahezu conftantem Querfchnitt verwenden; derfelbe mufs alsdann fo grofs fein, wie das gröfste überhaupt im Träger vorkommende Moment es verlangt. Die Anordnung ift demnach fo zu treffen, dafs die an den verfchiedenen Stellen ftattfindenden Maximalmomente einander (abfolut genommen) gleich find.

Beim Träger mit beiderfeitigen Kragftücken (fiehe Art. 162, S. 142 u. Fig. 168 *b*) finden die gröfsten Momente über den Stützen C, bezw. D und in der Mitte der Oeffnung ftatt. Die Bedingung, dafs diefelben einander (abfolut genommen) gleich fein follen, giebt eine Gleichung für die günftigfte Länge von a. Es ift

$$M_c = \frac{p}{2} c_1 l_1 \quad \text{und} \quad M_{mitte} = \frac{p\, l_1^2}{8} - \frac{p}{2} c_1 l_1 .$$

Es mufs demnach $\frac{p}{2} c_1 l_1 = \frac{p\, l_1^2}{8} - \frac{p}{2} c_1 l_1$ fein, woraus $\frac{l_1}{8} = c_1$. Da nun $c_1 = \frac{a^2 + a\,b}{l_1}$ ift, wird $a^2 + a\,b = \frac{l_1^2}{8}$; da ferner $b = l - a$, wird

$$a^2 + a\,l - a^2 = \frac{l_1^2}{8} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{l} = \frac{1}{8}\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 199.$$

Für $l_1 = l$ würde $a = \frac{l}{8}$; für $l_1 = \frac{4}{3} l$ würde $a = \frac{2}{9} l$ etc.

Beim Träger mit einfeitigem Kragftück (fiehe Art. 161, S. 139 u. Fig. 168 *a*) würde fich diefes Verhältnifs in folgender Weife ergeben. Das Moment über dem Auflager ift $\frac{p}{2} c_1 l_1$; das Maximalmoment in der Oeffnung ift $M_{max} = \frac{p}{8}(l_1 - c_1)^2$; mithin ift die Bedingungsgleichung

$$\frac{p}{8}(l_1 - c_1)^2 = \frac{p}{2} c_1 l_1 .$$

Die Auflöfung diefer Gleichung ergiebt $c_1 = l_1 (3 - \sqrt{8}) = 0{,}172\, l_1$ und, da $c_1 = \frac{a^2 + a\, b}{l_1}$, ferner $b = l - 2\, a$, fo wird nach einfachen Umformungen

$$\frac{a}{l} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0{,}688 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2}}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 200.$$

Für die verfchiedenen Werthe von $\frac{l_1}{l}$ ergeben fich aus den Gleichungen 199 u. 200 die nachfolgenden Werthe für $\frac{a}{l}$:

Träger								
Träger	$\frac{l_1}{l} =$	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
mit beiderfeitigem Kragftück:	$\frac{a}{l} =$	0,06	0,08	0,11	0,125	0,15	0,18	0,21
mit einfeitigem Kragftück:	$\frac{a}{l} =$	0,093	0,125	0,168	0,22	0,30	—	—

Es kann oft zweckmäfsig fein, die Werthe von a fo zu beftimmen, dafs das Maximalmoment im frei aufliegenden Trägertheile demjenigen über der Stütze gleich ift, weil man vielfach allen Trägertheilen, fowohl dem frei aufliegenden Träger, wie demjenigen mit den Kragftücken, gleichen Querfchnitt giebt.

Für die zweite Anordnung (Träger mit beiderfeitigem Kragftück) ift dann die Bedingungsgleichung

$$\frac{p\, b^2}{8} = \frac{p\, c_1\, l_1}{2},$$

und wenn man $c_1\, l_1 = a^2 + a\, b$ und $b = l - a$ einführt, ergiebt fich

$$a = 0{,}172\, l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 201.$$

Bei der erften Anordnung (Träger mit einfeitigem Kragftück) lautet die Bedingungsgleichung ebenfalls

$$\frac{p\, b^2}{8} = \frac{p\, c_1\, l_1}{2},$$

und man erhält nach Einfetzung von $c_1\, l_1 = a^2 + a\, b$ und $b = l - 2\, a$ als denjenigen Werth von a, bei welchem die bez. Momente einander (abfolut genommen) gleich find,

$$a = 0{,}146\, l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 202.$$

4) Continuirliche Träger.

Die continuirlichen Träger oder Träger auf mehr als zwei Stützpunkten find nach Art. 148 (S. 126) ftatifch unbeftimmt. Die Stützendrücke werden mit Hilfe der Elafticitätslehre ermittelt. Bei der verhältnifsmäfsig geringen Verwendung diefer Träger im Hochbau und weil der Raum für die eingehende Befprechung im vorliegenden »Handbuch« nicht ausreicht, foll nur für eine Reihe von gewöhnlichen Belaftungsfällen die Gröfse der Stützendrücke, der Momente und Querkräfte an- 164. Princip.

gegeben werden. Wegen des eingehenden Studiums wird auf die unten [25]) ftehenden Werke verwiefen.

Im Folgenden bezeichnen: D_0, D_1, D_2 ... die Auflagerdrücke in den verfchiedenen Stützpunkten *0, 1, 2* ...; M_0, M_1, M_2 ... die Momente an diefen Stützpunkten; $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{M}_3$ ... die Maximalmomente in den Oeffnungen *1, 2, 3* ...; l die Stützweite jeder Oeffnung, falls alle Stützweiten gleich grofs find; l_1, l_2, l_3 ... die Stützweiten der Oeffnungen *1, 2, 3* ..., falls nicht alle Stützweiten gleich grofs find; p_1, p_2, p_3 ... die gleichförmig vertheilten Belaftungen für die Längeneinheit in den Oeffnungen *1, 2, 3* ... des Trägers.

α) Sämmtliche Oeffnungen haben die gleiche Stützweite l und die gleiche volle Belaftung p für die Längeneinheit zu tragen. Die mafsgebenden Werthe von M, D und $\mathfrak{M}$ find in folgender Tabelle zufammengeftellt:

Anzahl der Oeffnungen:														
	2	3	4			2	3	4			2	3	4	
$M_0 =$	0	0	0		$D_0 =$	0,375	0,400	0,3929		$\mathfrak{M}_1 =$	0,07031	0,08	0,0771	
$M_1 =$	0,125	0,10	0,10714		$D_1 =$	1,250	1,100	1,1428		$\mathfrak{M}_2 =$	0,07031	0,025	0,0363	
$M_2 =$	0	0,10	0,0714	$p\,l^2$	$D_2 =$	0,375	1,100	0,9186	$p\,l$	$\mathfrak{M}_3 =$	—	0,08	0,0363	$p\,l^2$
$M_3 =$	—	0	0,10714		$D_3 =$	—	0,400	1,1428		$\mathfrak{M}_4 =$	—	—	0,0771	
$M_4 =$	—	—	0		$D_4 =$	—	—	0,3929						

β) Die Stützweiten find ungleich; jede Oeffnung ift voll mit p_1, p_2, p_3 ... auf die Längeneinheit belaftet.

Nimmt man zunächft zwei Oeffnungen mit den Stützweiten l_1 und l_2 an, fo ift

$$M_0 = M_2 = 0, \quad M_1 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8 (l_1 + l_2)}, \quad \ldots \ldots \quad 203.$$

$$\left.\begin{array}{l} D_0 = \dfrac{p_1 l_1}{2} - \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8 l_1 (l_1 + l_2)}, \quad D_1 = \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_3^3}{8 l_1 l_2} + \dfrac{p_1 l_1}{2} + \dfrac{p_2 l_2}{2}, \\ \qquad D_2 = \dfrac{p_2 l_2}{2} - \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8 l_2 (l_1 + l_2)} \;. \end{array}\right\} \quad \ldots \quad 204.$$

Bei drei Oeffnungen mit den Stützweiten l_1, l_2 und l_1 ergeben fich folgende Werthe:

---

[25]) Für das Studium der «Theorie der continuirlichen Träger» feien folgende Schriften empfohlen:

CLAPEYRON. *Calcul d'une poutre élaftique repofant librement fur des appuis inégalement espacés. Comptes rendus*, Bd. 45, S. 1076.

MOHR. Beitrag zur Theorie der Holz- und Eifen-Conftructionen. Zeitfchr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1860, S. 323; 1868, S. 19.

CULMANN, K. Die graphifche Statik. Zürich 1866. S 273.

WINKLER, E. Die Lehre von der Elafticität und Feftigkeit etc. I. Theil. Prag 1867. S. 112.

RITTER, W. Die elaftifche Linie und ihre Anwendung auf den continuirlichen Balken. 2. Aufl. Zürich 1883.

LIPPICH, F. Theorie des continuirlichen Trägers conftanten Querfchnittes. Allg. Bauz. 1871, S. 104 u. 175. (Auch als Sonderabdruck erfchienen: Wien 1871.)

WEYRAUCH, J. J. Allgemeine Theorie und Berechnung der continuirlichen und einfachen Träger. Leipzig 1873.

WINKLER, E. Vorträge über Brückenbau. Theorie der Brücken. I. Heft. Aeufsere Kräfte gerader Träger. 3. Aufl. Wien 1886.

LAISSLE, F. u. A. SCHÜBLER. Der Bau der Brückenträger mit befonderer Rückficht auf Eifen-Conftructionen. I. Theil. 4. Aufl. Stuttgart 1876. S. 161.

GRASHOF, F. Theorie der Elafticität und Feftigkeit etc. 2. Aufl. Berlin 1878. S. 100.

CANOVETTI. *Théorie des poutres continues* etc. Paris 1882.

STELZEL, K. Grundzüge der graphifchen Statik und deren Anwendung auf die continuirlichen Träger. Graz 1882.

OTT, K. v. Grundzüge der graphifchen Statik. 4. Aufl. Prag 1885.

CASTIGLIANO, A. *Théorie de l'équilibre des fyftèmes élaftiques*. Turin. — Deutfch von E. HAUFF. Wien 1886.

$$M_0 = M_3 = 0, \quad M_1 = M_2 = \frac{p_1 l_1^{\,3} + p_2 l_2^{\,3}}{4\,(3\,l_2 + 2\,l_1)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 205.$$

$$D_0 = D_3 = \frac{p_1 l_1}{2} - \frac{p_1 l_1^{\,3} + p_2 l_2^{\,3}}{4 l_1 (3 l_2 + 2 l_1)}, \quad D_1 = D_2 = \frac{p_1 l_1^{\,3} + p_2 l_2^{\,3}}{4 l_1 (3 l_2 + 2 l_1)} + \frac{p_1 l_1}{2} + \frac{p_2 l_2}{2}. \quad 206.$$

Aus diefen allgemeinen Gleichungen kann man in befonderen Fällen die betreffenden Werthe leicht finden. Wenn z. B. eine ganze Oeffnung unbelaftet ift, fo ift einfach in den obigen Ausdrücken das entfprechende p gleich Null zu fetzen.

b) Innere Kräfte der Gitterträger.

Die Balkenträger find entweder vollwandige Träger oder gegliederte Träger, letztere gewöhnlich Gitterträger genannt. Bei den erfteren bildet der ganze Querfchnitt eine zufammenhängende Fläche; bei den letzteren befteht derfelbe aus zwei getrennten Theilen, den fog. Gurtungsquerfchnitten; beide Gurtungen find durch Stäbe mit einander verbunden. 165. Allgemeines

Die Ermittelung der Spannungen, welche in den vollwandigen Trägern, wozu die hölzernen und gufseifernen Balken, die Walzbalken und Blechträger gehören, durch die äufseren Kräfte erzeugt werden, ift bereits im 4. Kapitel des 2. Abfchnittes vorgeführt worden; dafelbft ift auch die Querfchnittsbeftimmung für diefe Balken gezeigt. Im vorliegenden Kapitel follen defshalb nur die in den Gitterträgern entftehenden inneren Kräfte entwickelt werden.

Gitterträger find aus einzelnen Stäben zufammengefetzte Träger. Die Kreuzungspunkte der einzelnen Stäbe heifsen Knotenpunkte. Jeder Gitterträger hat eine obere Gurtung und eine untere Gurtung. Zur Verbindung beider dient das zwifchen ihnen angeordnete Gitterwerk.

Man nennt jedes aus Stäben, welche in den Schnittpunkten ihrer Axen mit einander verbunden find, beftehende Stabwerk ein Fachwerk; die Gitterträger bilden demnach Fachwerke.

Die Vortheile der Gitterträger gegenüber den vollwandigen Trägern ergeben fich leicht durch die folgende Ueberlegung. Die auf Biegung beanfpruchten Träger erleiden in allen Punkten eines jeden Querfchnittes verfchiedene Beanfpruchungen. Wenn die äufseren Kräfte nur fenkrecht zur Balkenaxe gerichtet find, fo ift im einfachften und häufigften Falle die Spannung eines in der Höhe z über, bezw. unter der wagrechten Schwerpunktsaxe liegenden Punktes nach Gleichung 42: $N = \frac{M}{\mathfrak{J}} z$.

Die graphifche Darftellung der an den verfchiedenen Stellen des Querfchnittes auftretenden Spannungen N ift die durch Fig. 175 veranfchaulichte, da $\frac{M}{\mathfrak{J}}$ für irgend einen Querfchnitt conftant ift. Im Punkte C des Querfchnittes II ift die Spannung σ_D (Druck), in E ift fie σ_Z (Zug); in allen anderen Punkten des Querfchnittes hat fie geringere Werthe. Da aber die Beanfpruchungen σ_D und σ_Z die zuläffigen Grenzen K'' für Druck und K' für Zug nicht überfchreiten dürfen, fo ift $\sigma_D = K''$ und $\sigma_Z = K'$ zu fetzen und danach die Querfchnittsfläche zu beftimmen. Die zuläffige Beanfpruchung findet alfo nur in wenigen Querfchnittspunkten ftatt, nämlich in denjenigen, welche am weiteften nach oben, bezw. unten von der wagrechten Schwerpunktsaxe

Fig. 175.