

1 cm = 0,7 · 10 000 = 7000 kgcm bedeutet. Für die Werthe  $K = 1000$  und  $800$  kg find die Maßstäbe auf der Tafel fogleich mit angegeben.

Bei den beiden betrachteten Querschnittsformen, der rechteckigen und der I-förmigen, ist es in den meisten Fällen nicht zweifelhaft, welche Punkte am meisten beansprucht werden; da diese Punkte die Coordinaten  $\frac{b}{2}$ , bzw.  $\frac{h}{2}$  haben, so konnte man die fog. Widerstandsmomente in die Gleichung einführen und in der graphischen Tafel mit Nutzen verwenden. Bei sehr vielen anderen Querschnittsformen ist dies nicht möglich, weil einmal von vornherein nicht fest steht, welche Punkte am meisten beansprucht werden, und diese meist beanspruchten Punkte gewöhnlich nicht diejenigen sind, welche gleichzeitig von beiden Hauptaxen die größten Abstände haben. Der Gang der vorzunehmenden Rechnung ist beim nachfolgenden Querschnitte besprochen.

3) Winkeleisen-Querschnitt (Fig. 92).

Die Kraftebene schneide das (gleichschenkelige oder ungleichschenkelige) Winkeleisen in der Linie ZZ. Man construire für ein zunächst angenommenes Kaliber die Hauptaxen, suche mit Hilfe der Trägheitseellipse die Nulllinie und kann nun nach Art. 97 (S. 71) den oder die Querschnittspunkte bestimmen, in welchen die größte Beanspruchung stattfindet. (In Fig. 92 ist dies der Punkt E mit den Ordinaten  $u'$  und  $v'$ .) Es muß dann

$$K = M \cos \alpha \frac{v'}{A} + M \sin \alpha \frac{u'}{B} \dots 54.$$

fein. Die Werthe von A und B (die Hauptträgheitsmomente) find in den Profil-Tabellen enthalten; man kann demnach bei bekanntem M,  $\alpha$  und K durch Versuchen leicht dasjenige Kaliber finden, welches der Gleichung 54 möglichst genau entspricht. Zu beachten ist, das auch die Werthe von  $v'$  und  $u'$  bei den verschiedenen Kalibern verschieden sind, so wie das, da das Kaliber bei Beginn der Berechnung nicht bekannt war, auch die Construction in Fig. 92 nur eine vorläufige war. Es ist also wohl möglich, das bei der wiederholten genauen Construction mit dem gefundenen Kaliber sich ein anderer Punkt E ergibt.

Ist Lage und Belaftung des Winkeleisens diejenige in Fig. 93 (Pfette bei Wellblechdächern), so ist das Verfahren genau dem eben vorgeführten entsprechend. Der meist gespannte Punkt ist E.

Fig. 92.

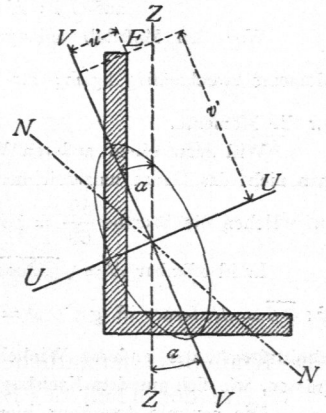
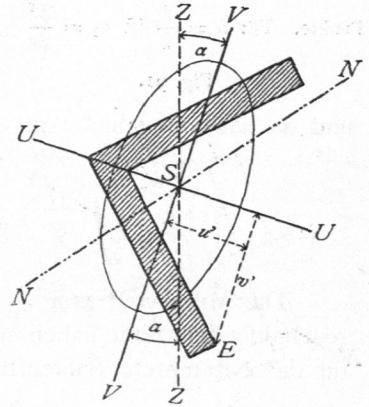


Fig. 93.



c) Schubspannungen.

Außer den oben ermittelten Biegungsspannungen treten bei den verschiedenen Belaftungen der Balken auch noch Schubspannungen auf, von denen hier zunächst die wagrechten Schubspannungen betrachtet werden sollen.

Denkt man sich eine Anzahl Lagen dünner Bretter über einander gelegt, an den Endpunkten untersttützt und in der Mitte belaftet, so werden sich dieselben gegen einander etwa in der Weise verschieben, welche in Fig. 94 angedeutet ist. Diese Verschiebung ist eine Folge der in den Fugen  $a a$ ,  $b b$  auftretenden Schubkräfte; werden dieselben nicht durch künstliche Mittel (Zähne, Dübel u. dergl.) oder den Abfcherungswiderstand des Materials aufgehoben, so verurfachen sie eine Verschiebung.

Fig. 94.

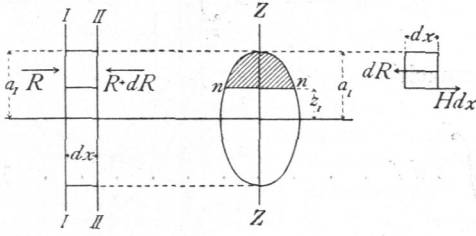


100.  
Winkeleisen-  
querschnitt.

101.  
Wagrechte  
Schub-  
spannungen.

Für die rechnermäßige Ermittlung dieser Schubspannungen möge, wie oben, angenommen werden, daß nur senkrecht zur Balkenaxe gerichtete Kräfte wirken; es sollen die wagrechten Schubspannungen aufgefucht werden, welche in der

Fig. 95.



Schicht  $n n$  (Fig. 95) zwischen zwei unendlich nahe an einander gelegenen Querschnitten  $I I$  und  $II II$  wirken, wenn die Schicht  $n n$  um  $z_1$  über der Balkenaxe liegt. Dabei sollen die vereinfachenden Annahmen gemacht werden, daß die Querschnitte  $I I$  und  $II II$  einander gleich seien, daß die wagrechte Schubspannung für die Flächeneinheit in der ganzen Breite der Schicht  $n n$  gleich groß sei und daß

die Kraftebene sämtliche Querschnitte in Symmetrieaxen schneide.

Auf den Theil des Balkenstückes zwischen  $I I$  und  $II II$ , welcher oberhalb der Faferficht  $n n$  liegt, wirkt senkrecht zur Ebene  $I I$  die Summe  $R$  der axialen Biegungsspannungen und senkrecht zur Ebene  $II II$  die Kraft  $R + dR$ . Nun ist

$$R = \int_{z_1}^{a_1} N df,$$

und da nach Gleichung 42  $N = \frac{M}{\mathcal{F}} z$  ist,

$$R = \int_{z_1}^{a_1} \frac{M}{\mathcal{F}} z df \quad \text{und} \quad R + dR = \int_{z_1}^{a_1} \frac{M + dM}{\mathcal{F}} z df.$$

Die Mittelkraft von  $R$  und  $R + dR$  ist, da beide gleiche Richtung, aber entgegengesetzten Sinn haben und in dieselbe Linie fallen, gleich  $dR$ , d. h. es wirkt auf das betrachtete Balkenstück als Mittelkraft aller axialen Biegungsspannungen

$$dR = \int_{z_1}^{a_1} \frac{M + dM}{\mathcal{F}} z df - \int_{z_1}^{a_1} \frac{M}{\mathcal{F}} z df.$$

Für die Integration zwischen  $z_1$  und  $a_1$  sind  $M$ ,  $dM$  und  $\mathcal{F}$  constant; diese Werthe können also vor das Integralzeichen gesetzt werden, d. h. es ist

$$dR = \frac{M + dM}{\mathcal{F}} \int_{z_1}^{a_1} z df - \frac{M}{\mathcal{F}} \int_{z_1}^{a_1} z df = \frac{dM}{\mathcal{F}} \int_{z_1}^{a_1} z df.$$

Damit das Balkenstück im Gleichgewicht sei, muß die algebraische Summe der auf dasselbe wirkenden wagrechten Kräfte gleich Null sein; es muß also noch eine Horizontalkraft auf das Balkenstück wirken, welche der Größe nach genau gleich der obigen Kraft  $dR$ , der Richtung nach derselben entgegengesetzt ist. Diese Kraft kann nur in der wagrechten Schicht wirken, mittels deren dieses Stück mit dem anderen Balkentheile zusammenhängt, d. h. in der um  $z_1$  über der neutralen Axe liegenden Schicht. Längs derselben entsteht demnach eine Schubspannung. Wird die Größe derselben für die Längeneinheit des Balkens mit  $H$  bezeichnet, so beträgt

sie für  $dx$  Längeneinheiten  $H dx$ , und es ergibt sich für die Ermittlung von  $H$  die Bedingungsgleichung

$$H dx = dR = \frac{dM}{\mathcal{F}} \int_{z_1}^{a_1} z df \quad \text{und} \quad H = \frac{dM}{dx} \frac{1}{\mathcal{F}} \int_{z_1}^{a_1} z df.$$

Nach Gleichung 40 ist  $\frac{dM}{dx} = Q$ ; demnach

$$H = \frac{Q}{\mathcal{F}} \int_{z_1}^{a_1} z df \dots \dots \dots 55.$$

$\int_{z_1}^{a_1} z df$  ist das statische Moment des Flächentheiles zwischen den Ordinaten  $z_1$  und  $a_1$  bezogen auf die Schweraxe. Setzt man nun

$$\int_{z_1}^{a_1} z df = S_{z_1}^{a_1},$$

so wird

$$H = \frac{Q S_{z_1}^{a_1}}{\mathcal{F}} \dots \dots \dots 56.$$

Die wagrechte Schubspannung für die Längeneinheit des Balkens und irgend eine Schicht ( $nn$ ) wird demnach erhalten, indem man die Querkraft für den betreffenden Querschnitt mit dem auf die neutrale Axe bezogenen statischen Moment des Querschnittstheiles oberhalb der betreffenden Schicht multiplicirt und dieses Product durch das Trägheitsmoment des für die neutrale Axe genommenen ganzen Querschnittes dividirt.

Hieraus folgt:

1) Da  $Q$  und  $\mathcal{F}$  für denselben Querschnitt bei bestimmter Belastung ganz bestimmte Constante sind, so ist die wagrechte Schubspannung für die Längeneinheit des Balkens an den verschiedenen Stellen eines Querschnittes mit  $S$  veränderlich.  $H$  wird für diejenigen Schichten am größten, für welche  $S$  seinen größten Werth hat.  $S$  ist aber am größten für die wagrechte Schweraxe; dort ist es gleich  $S_o^{a_1}$ .  $S$  ist am kleinsten für die äußersten Schichten; daselbst ist  $S = 0$ .

Demnach nimmt  $H$  in demselben Querschnitt bei derselben Belastung von der neutralen Axe — der wagrechten Schweraxe — nach den beiden am weitesten entfernten Fasern bis auf Null ab.

2) In denselben Schichten verschiedener Querschnitte ist nach obiger Gleichung  $H$  mit  $Q$  veränderlich, ist demnach in demjenigen Querschnitte am größten, in welchem die Querkraft ihren größten Werth hat. Sind verschiedene Belastungszustände möglich, so ruft derjenige das größte  $H$  hervor, welcher die größte Querkraft  $Q$  erzeugt.

3) Werden, wie üblich und zweckmäfsig, sowohl  $S$ , wie  $\mathcal{F}$  auf Centimeter bezogen, also  $S$  in  $\text{cm}^3$ ,  $\mathcal{F}$  in  $\text{cm}^4$  ausgedrückt, so erhält man  $H$  an irgend einer Balkenstelle als die wagrechte Schubspannung für das laufende Centimeter.

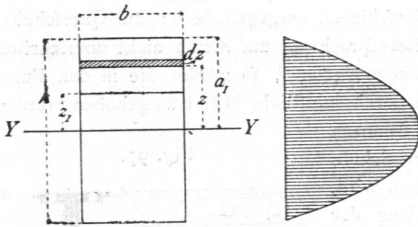
4) Der in Gleichung 56 gefundene Ausdruck giebt die Schubspannung für die Längeneinheit des Balkens an; diese Schubspannung kann für die Fälle der Praxis genügend genau als gleichmäßig über die Breite der Schicht vertheilt angenommen werden. Ist demnach die Breite des Querschnittes in der Höhe der betrachteten Schicht gleich  $w$ , so vertheilt sich  $H$  über  $w \cdot 1$  Flächeneinheiten, so dass sich als Schubspannung für die Flächeneinheit ergibt

$$\mathfrak{H} = \frac{Q S_{z_1}^{a_1}}{w \mathcal{F}} \dots \dots \dots 57.$$

Im Nachstehenden sollen für einige im Hochbauwesen häufig vorkommende Querschnittsformen die wagrechten Schubspannungen bestimmt werden.

102.  
Rechteckiger Querschnitt.

Fig. 96.



1) Für den rechteckigen Querschnitt (Fig. 96) liegt die wagrechte Schwerpunktsaxe in halber Höhe. Die wagrechte Schubspannung in der Höhe  $z_1$  über der neutralen Axe ist nach Gleichung 56 zu bestimmen.

Für den vorliegenden Querschnitt ist

$$S_{z_1}^{a_1} = S_{z_1}^2 = \int_{z_1}^{\frac{h}{2}} z \, df \text{ und, da } df = b \, dz,$$

$$S_{z_1}^{a_1} = \int_{z_1}^{\frac{h}{2}} b \, dz \cdot z = \left[ \frac{b z^2}{2} \right]_{z_1}^{\frac{h}{2}} = \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - z_1^2 \right).$$

Da ferner  $\mathcal{F} = \frac{b h^3}{12}$ , wird nach Gleichung

$$H = \frac{Q \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - z_1^2 \right)}{\frac{b h^3}{12}} = \frac{6 Q}{h^3} \left( \frac{h^2}{4} - z_1^2 \right) = \frac{6 Q}{h} \left[ \frac{1}{4} - \left( \frac{z_1}{h} \right)^2 \right] \dots \dots 58.$$

In diesem Ausdruck ist auf der rechten Seite nur eine Veränderliche, nämlich  $z_1$ ; alle anderen Größen haben für sämtliche Schichten gleiche Werthe. Das Gesetz der Veränderlichkeit wird besonders anschaulich, wenn man in den verschiedenen Abständen  $z_1$  über und unter  $YY'$  die in den betreffenden Schichten herrschenden Werthe von  $H$  nach Gleichung 58 wagrecht nach einem beliebigen Maßstabe aufträgt und die Endpunkte verbindet; man erhält die in Fig. 96 schraffierte Fläche; die begrenzende Verbindungslinie der Endpunkte ist offenbar die Curve der Gleichung 58. Die Form der Gleichung zeigt, dass diese Curve eine Parabel ist.

Für  $z_1 = 0$  ist  $H_0 = H_{max} = \frac{6 Q}{4 h} = \frac{3 Q}{2 h}$ , und für  $z_1 = \frac{h}{2}$  ist  $H_{\frac{h}{2}} = \frac{6 Q}{h} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) = 0$ .

Die wagrechte Spannung für die Flächeneinheit längs der einzelnen Schichten ist  $\mathfrak{H} = \frac{H}{b}$ , d. h.

$$\mathfrak{H} = \frac{6 Q}{b h} \left[ \frac{1}{4} - \left( \frac{z_1}{h} \right)^2 \right], \text{ ferner } \mathfrak{H}_0 = \frac{3 Q}{2 b h} \text{ und } \mathfrak{H}_{\frac{h}{2}} = 0.$$

Die in Fig. 96 gezeichnete Curve giebt also auch die graphische Darstellung der für die Flächeneinheit stattfindenden wagrechten Schubspannungen, natürlich in anderem Maßstabe, als die wagrechten Schubspannungen für die Längeneinheit.

2) Für den symmetrischen I-förmigen Querschnitt liegt die wagrechte Schwerpunktsaxe gleichfalls in halber Höhe.  $Q$  und  $\mathcal{F}$  sind wieder für alle Schichten desselben Querschnittes gleich groß, mithin  $H$  mit  $S$  veränderlich (natürlich nur in demselben Trägerquerschnitt und bei bestimmter Belastung). Die größte wagrechte Schubspannung findet wieder in der Neutralen statt, und es ist nach Gleichung 56

$$H = \frac{Q S}{\mathcal{F}},$$

worin  $S$  und  $\mathcal{F}$  auf die neutrale Axe bezogen sind.

103.  
I-förmiger Querschnitt.

Bezeichnet man mit  $f$  die Querschnittsfläche des oberen, bezw. unteren Flansches des Trägers, mit  $h$  den Abstand der Schwerpunkte der Flansche, mit  $d$  die Stegstärke, so ist bei kleinem  $d$  nahezu

$$S = \frac{f h}{2} \quad \text{und nach Gleichung 20: } \mathcal{F} = \left( f + \frac{d h}{6} \right) \frac{h^2}{2};$$

mithin

$$H = \frac{Q f}{\left( f + \frac{d h}{6} \right) h}$$

Ist  $\frac{d h}{6}$  gegen  $f$  klein, so ist nahezu

$$H = \frac{Q}{h} \dots \dots \dots 59.$$

3) Querschnitt der Blechträger. Bei den aus einem einzigen Stücke bestehenden Querschnitten werden die in den einzelnen Fasern wirkenden wagrechten Schubspannungen durch den Widerstand aufgehoben, den der Zusammenhang der Fasern dem Verschieben entgegen stellt; die Querschnitts-abmessungen sind demnach so zu wählen, daß die erlaubte Beanspruchung auf Schub nicht überschritten wird. Ist dagegen der Querschnitt aus mehreren Theilen zusammengesetzt, so müssen die in den Fugen zwischen den einzelnen Theilen entstehenden Schubspannungen durch künstliche Mittel aufgehoben werden. Bei den Blechträgern dienen dazu die Niete. Die Niete sind demnach so zu bestimmen, daß ihr Schubwiderstand die auftretenden Schubspannungen aufhebt, ohne daß die zulässige Grenze überschritten wird. Um den Abstand der Niete zu ermitteln, welche zur Verbindung der Lamellen mit den Winkeleisen dienen, suche man demnach die für die Längeneinheit in der Fuge  $aa$  (Fig. 97) stattfindende Schubspannung auf die oben gezeigte Weise.

Es ist wieder  $H = \frac{Q S}{\mathcal{F}}$ , worin  $S$  das statische Moment der Lamellenfläche bezogen auf die neutrale Axe bezeichnet. Nennt man den Abstand der Nietbolzen  $e$ , so ist die Gesamtschubspannung auf die Länge  $e$  gleich

$$D = \frac{Q S}{\mathcal{F}} e.$$

Allerdings ist die Querkraft  $Q$  auf die Länge  $e$  allgemein nicht constant; es genügt aber stets, für  $Q$  irgend einen der auf der Strecke  $e$  sich ergebenden Werthe einzuführen; zweckmäßig wird man den größten wählen.

Diese Schubspannung erstrebt eine wagrechte Verschiebung der Lamelle in der Richtung der Trägeraxe; dieselbe soll durch die Niete verhindert werden. Werden zwei einschnittige Niete vom Durchmesser  $d$  verwendet, so darf deren Widerstand gegen Abfcheren nach Art. 82 (S. 57)

$$W = \frac{2 d^2 \pi}{4} T$$

sein, wenn  $T$  die zulässige Schubbeanspruchung für die Flächeneinheit der abzufcherenden Fläche ist. Durch Gleichsetzung beider Werthe, derjenigen für  $D$  und für  $W$ , erhält man folgende Gleichung für  $e$ :

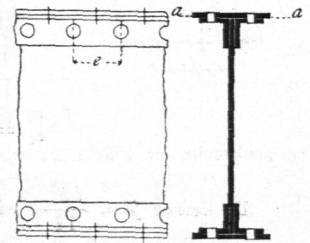
$$\frac{Q S e}{\mathcal{F}} = \frac{2 d^2 \pi}{4} T, \quad \text{woraus } e = \frac{d^2 \pi T \mathcal{F}}{2 Q S}.$$

Je größer  $Q$  ist, desto kleiner wird  $e$ , desto näher sind also die Niete zu setzen.

Die angegebene Berechnung kann auch mit hinreichender Genauigkeit für die Ermittlung der in den lothrechten Fugen auftretenden wagrechten Schubkraft, also zur Bestimmung derjenigen Niete dienen, welche die lothrechten Schenkel der Winkeleisen mit der Blechwand verbinden. Alsdann ist unter  $S$  das statische Moment desjenigen Theiles der Querschnittsfläche zu verstehen, welcher durch diese Niete mit der Blechwand vereinigt wird, d. h. die Querschnittsfläche der Winkeleisen und Lamellen.

Außer den betrachteten wagrechten wirken auch lothrechte Schubspannungen. Für die Ermittlung derselben soll die gleiche Annahme, wie oben, gemacht werden, daß nur senkrecht zur Balkenaxe gerichtete äußere Kräfte vorhanden seien, die Balkenaxe aber wagrecht sei (Fig. 98). Es sei die Mittelkraft aller links vom beliebigen Querschnitte  $II$  wirkenden Kräfte gleich  $Q$ ; alsdann verlangt das Gleichgewicht

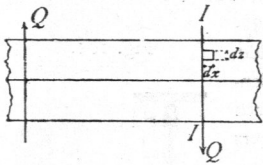
Fig. 97.



104.  
Blechträger-  
Querschnitt.

105.  
Lothrechte  
Schub-  
spannungen.

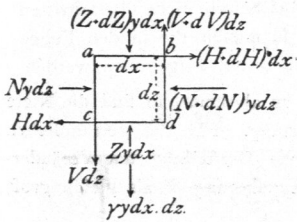
Fig. 98.



des Balkenstückes, das an demselben noch eine lothrechte Kraft  $Q$  wirke, welche der ersten an Gröfse genau gleich, der Richtung nach entgegengesetzt ist. Eine solche Kraft kann aber nur längs des Querschnittes  $II$  wirken, da nur in diesem das linksseitige Balkenstück mit dem anderen Balken zusammenhängt. Diese Kraft ist der lothrechte Abfederungswiderstand, welcher dem Verschieben des Balkenstückes längs des Querschnittes  $II$  entgegenwirkt.

Es folgt hieraus: In jedem lothrechten Querschnitte wirken lothrechte Schubspannungen, deren Summe genau gleich der Querkraft ist, welche sich für diesen Querschnitt ergibt.

Fig. 99.



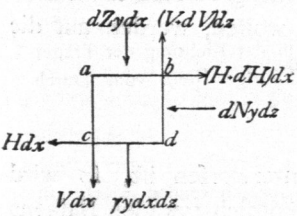
Die Vertheilung dieser Schubspannungen über den Querschnitt findet nach folgendem Gesetze statt: Die an irgend einer Stelle für die Längeneinheit wirkende lothrechte Schubspannung ist gleich der an derselben Stelle für die Längeneinheit wirkenden wagrechten Schubspannung.

Um dieses Gesetz nachzuweisen, betrachten wir ein im Abstände  $z$  (Fig. 99) über der neutralen Axe liegendes Balkenstück von der Länge  $dx$ , der Höhe  $dz$  und der Dicke  $y$  (senkrecht zur Bildfläche gemessen). Auf dieses Balkenstück wirken im Allgemeinen folgende Kräfte:

- |  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| senkrecht zur Fläche $ac$ wirkt $N y dz$ ; | längs der Fläche $ac$ wirkt $V dz$ ; |
| » » » $bd$ » $(N + dN) y dz$ ;             | » » » $bd$ » $(V + dV) dz$ ;         |
| » » » $cd$ » $Z y dx$ ;                    | » » » $cd$ » $H dx$ ;                |
| » » » $ab$ » $(Z + dZ) y dx$ ;             | » » » $ab$ » $(H + dH) dx$ .         |

Hierin bedeuten  $Z$  und  $Z + dZ$  die auf die wagrechten Flächen  $ab$  und  $cd$  wirkenden Normalspannungen,  $V$ , bzw.  $V + dV$  die lothrechten Schubspannungen für die Längeneinheit in den Flächen  $ac$ , bzw.  $bd$ . Endlich wirkt noch das Eigengewicht des Stückes, nämlich  $\gamma y \cdot dz \cdot dx$ .

Fig. 100.



Lässt man diejenigen Kräfte, welche einander gegenfeitig aufheben, fort, so bleiben die in Fig. 100 angegebenen übrig. Dieselben halten das Balkenstück im Gleichgewicht; es müssen also die Summen der statischen Momente, bezogen auf einen beliebigen Punkt der Bildebene, gleich Null sein.

Es sei  $b$  dieser Punkt; alsdann ist

$$0 = V dz dx - H dx dz + \gamma y \frac{dx \cdot dz \cdot dx}{2} + dZ y dx \frac{dx}{2} - dN y dz \frac{dz}{2}.$$

Die unendlich kleinen Gröfsen dritter Ordnung fallen gegen die unendlich kleinen Gröfsen zweiter Ordnung fort; es bleibt also

$$0 = V dz dx - H dx dz,$$

woraus  $V = H$  . . . . . 60.

Dies gilt für jede Stelle des Balkens, womit der obige Satz bewiesen ist. Es ist mithin nach Gleichung 56

$$V = \frac{Q S_{z_1}^{a_1}}{y} \dots \dots \dots 61.$$

Die in Art. 102 bis 104 für verschiedene Querschnittsformen ermittelten Werthe und graphischen Darstellungen für  $H$  gelten also auch für  $V$ .

Das Gesetz, nach welchem sich die lothrechten Schubspannungen im Querschnitt vertheilen, ist von besonderer Wichtigkeit, wenn es sich darum handelt, die auf die einzelnen Niete in neben stehender Verbindung (Fig. 101) entfallenden Beanspruchungen zu ermitteln. Der I-förmige Walzträger wird durch Winkeleisen mit dem Blechträger vereinigt. Die im Querschnitt  $aa$  des I-Trägers entstehende Querkraft  $Q$  ist durch die Niete auf den Blechträger zu übertragen. Die einzelnen Niete sind nun so zu vertheilen, daß deren Entfernung der Größe der durch den betreffenden Niet zu übertragenden Schubspannung entspricht. Ist an einer Stelle die Entfernung der Nietmitten  $e$  und die lothrechte Schubspannung für die Längeneinheit im Mittel in dieser Höhe gleich  $V$ , so kommt auf einen Niet die Schubkraft  $V e$ .

Der Niet wird in zwei Querschnitten abgeichert; mithin ist der Abseherungswiderstand des Nietes  $\frac{2 d^2 \pi}{4} T$ ; es ergibt sich also für  $e$  die Gleichung:

$$V e = \frac{2 d^2 \pi}{4} T, \quad \text{woraus} \quad e = \frac{\pi d^2 T}{2 V}.$$

Da  $V$  von der neutralen Axe nach der oberen und unteren Gurtung zu abnimmt, so sind die Niete in der Nähe der Neutralen näher zu setzen, als in der Nähe der Gurtung. Für die gewöhnlichen I-förmigen Walzbalken kann man die oben stehende Fig. 101 als graphische Darstellung der Veränderlichkeit der lothrechten Schubspannung annehmen, d. h. mit genügender Annäherung  $V$  als gleich groß über die ganze Trägersteghöhe annehmen, worin nach Gleichung 59:  $V = \frac{Q}{h}$ .

In den bisherigen Betrachtungen sind nur die Normalspannungen, welche in den lothrechten Balkenquerschnitten, und die Schubspannungen, welche in den wagrechten und lothrechten Balkenquerschnitten entstehen, ermittelt worden. Um die Frage der im Inneren der Balken auftretenden Beanspruchungen eingehend zu lösen, wären noch die Normal- und Schubspannungen in einem Querschnitte aufzufuchen, welcher einen beliebigen Winkel mit der Wagrechten macht. Auf diese Untersuchungen einzugehen, mangelt hier der Raum, und es kann auch in den meisten Fällen des Hochbaues auf eine dahin gehende Berechnung verzichtet werden. Die Leser, welche sich über diesen Gegenstand unterrichten wollen, werden auf die S. 49 genannten Werke von *Grashof* und *Winkler* verwiesen.

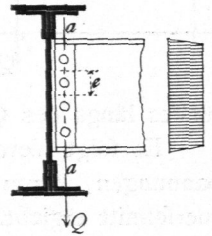
#### d) Elastische Linie.

Wenn ein Balken dem Einflusse biegender Kräfte unterworfen ist, so wird eine Formänderung desselben eintreten. Die Axe des ursprünglich geraden Balkens wird eine krumme Linie (Fig. 102), und zwar ist diese krumme Linie eine ebene Curve, wenn alle Kräfte in einer Ebene wirken, welche sämmtliche Querschnitte in Hauptaxen — meist Symmetriaxen — schneidet. Alsdann liegen alle Punkte der gebogenen Axe in der Kräfteebene. Man nennt die Axe des gebogenen Balkens die elastische Linie.

Die Gleichung der elastischen Linie wird für eine große Zahl von Aufgaben gebraucht; bei vielen derselben wirken nicht nur Kräfte senkrecht zur ursprünglichen Balkenaxe, sondern auch solche, welche in die Axe fallen, sog. Axialkräfte. Es soll deshalb dieser allgemeineren Fall für die Entwicklung der Gleichung zu Grunde gelegt, im Uebrigen aber angenommen werden, daß die Kräfteebene alle Querschnitte in Hauptaxen schneide.

Es ist zunächst der Ausdruck für die alsdann an beliebiger Stelle irgend eines

Fig. 101.



106.  
Spannungen  
f. ein beliebiges  
Flächen-  
element.

107.  
Axiale  
Biegungs-  
spannung.