den verschiedenen Beanspruchungen K ertragen kann. In Fig. 86 sind drei solche Linien OR, OS, OT angegeben. Bei einer als zulässig erachteten Beanspruchung $K = 700$ kg würde der zu OR gehörige Balken genügen, so lange das gröfste Moment nicht gröfser als $\overline{ab} = Ob'$ ist; der zu OS gehörige Balken genügt hierbei noch für ein Moment $\overline{ac} = Oc'$. Wird eine gröfsere Beanspruchung K, etwa $K = 1000$ kg, zugelassen, so genügt der Balken OS bis zu einer Momentengröfse $\overline{Of'}$. Auf der neben stehenden Tafel sind für die »Deutschen Normal-Profile« mit I- und ⊏-Form die Linien gezogen; auf der Abscissenaxe sind die Spannungen K, auf der Ordinatenaxe die Momente abgetragen.

Wenn z. B. ein Moment von 125 000 kgcm aufzunehmen ist, so würde das I-Eisen Nr. 20 dieses mit einer gröfsten Beanspruchung $K = 580$ kg ertragen können, Nr. 18 mit einer Beanspruchung von 765 kg, Nr. 16 mit einer Spannung von 1060 kg. Wäre vorgeschrieben, dafs K nicht gröfser sein solle, als 700 kg, so würde das Kaliber zu wählen sein, welches zunächst über dem Punkte P liegt, in welchem die zu $K = 700$ kg gehörige Ordinate den Werth $M = 125\,000$ kgcm hat. Die Verwendung dieser graphischen Tafel ist sonach sehr bequem.

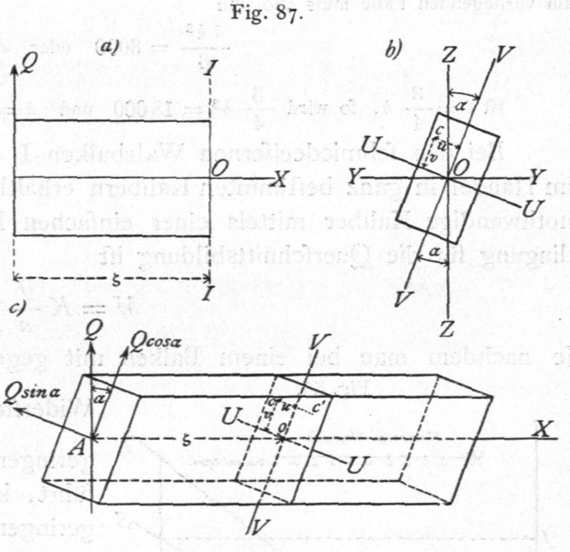
b) Axiale Biegungsspannungen, wenn die Kraftebene die Balkenquerschnitte nicht in Hauptaxen schneidet.

95. Axiale Biegungsspannungen.

Auf den Querschnitt II in Fig. 87a wirke das Biegungsmoment $M = Q\,\zeta$; Fig. 87b giebt die Vorderansicht des Querschnittes; die Kraftebene fällt mit der Bildebene der Fig. 87a zusammen, geht durch die Balkenaxe und ist die XZ-Ebene.

Bezeichnen UU und VV die beiden Hauptaxen des Querschnittes, so kann nach bekannten Gesetzen der Statik das in der XZ-Ebene wirkende Moment M in zwei Seitenmomente zerlegt werden, welche in der XU- und XV-Ebene wirken; das erstere ist alsdann $M_u = M \sin\alpha$, das letztere $M_v = M \cos\alpha$. Diese Zerlegung, so wie die Drehrichtung der Seitenmomente wird durch die isometrische Ansicht in Fig. 87c verdeutlicht, bei welcher, der einfacheren Zeichnung halber, ein Rechteckquerschnitt angenommen ist. Q zerlegt sich im Punkte A in $Q \cos\alpha$ und $Q \sin\alpha$, welche Kräfte bezw. in den Ebenen XV und XU wirken. Die erstere Kraft hat in Bezug auf die durch O, den Schwerpunkt des betrachteten Querschnittes, gelegte Hauptaxe UU das Moment:

Fig. 87.

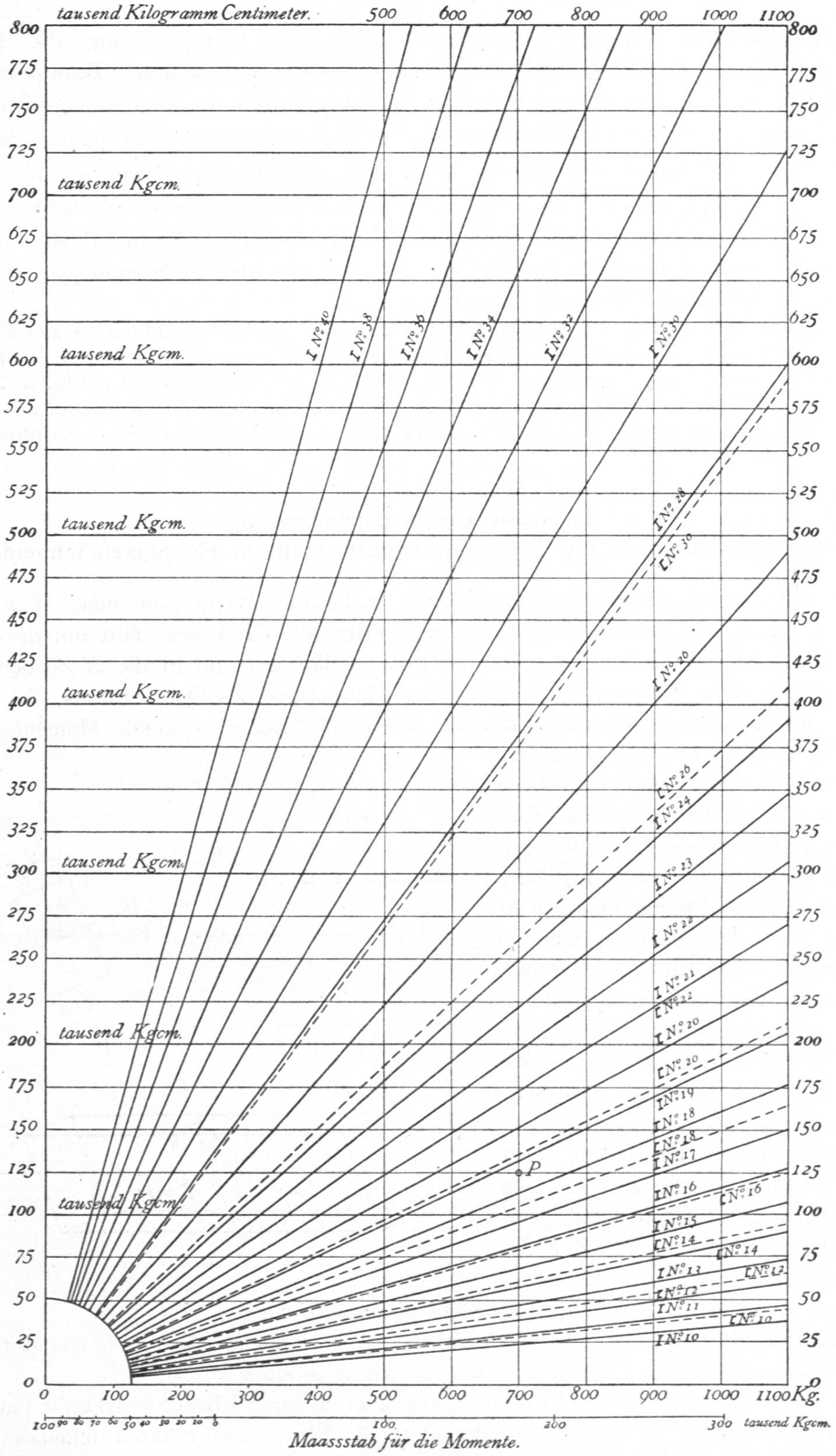


$$Q \cos\alpha \,.\, \zeta = Q\,\zeta \cos\alpha = M \cos\alpha;$$

die letztere hat in Bezug auf die gleichfalls durch O gelegte Axe VV das Moment

$$Q \sin\alpha \,.\, \zeta = Q\,\zeta \sin\alpha = M \sin\alpha.$$

Jedes dieser beiden Theilmomente wirkt nun aber in einer Ebene, welche die sämmtlichen Querschnitte in Hauptaxen schneidet; die Ebene des ersteren schneidet die Querschnitte in VV, die des letzteren in den Axen UU; jedes dieser Momente er-



Graphische Tafel

für die Querschnittsermittelung von I- und [-förmigen Walzbalken.
(Deutsche Normal-Profile.)

zeugt ſonach für ſich allein Biegungsſpannungen, welche nach Gleichung 42 zu berechnen ſind. Es ſoll das Trägheitsmoment des Querſchnittes bezogen auf die Hauptaxe $U\,U$ mit A, dasjenige bezogen auf die Hauptaxe $V\,V$ mit B bezeichnet werden; dann erhält man die Spannungen in einem Punkte C mit den Coordinaten u und v wie folgt.

Wirkte nur $M \cos \alpha$, ſo wäre die Spannung $N_1 = \dfrac{M \cos \alpha \,.\, v}{A}$;

wirkte nur $M \sin \alpha$, ſo wäre die Spannung $N_2 = \dfrac{M \sin \alpha \,.\, u}{B}$.

Die wirkliche Spannung ſetzt ſich aus beiden Einzelwerthen zuſammen, d. h. es wird ſein

$$N = N_1 + N_2 = M\left(\frac{v \cos \alpha}{A} + \frac{u \sin \alpha}{B}\right).$$

Bei der angenommenen Kraft- und Drehrichtung der Momente, ſo wie bei der Lage des Punktes C werden ſowohl N_1 wie N_2 poſitive, im vorliegenden Falle Druckbeanſpruchungen bedeuten; wenn der Punkt an der anderen Seite von $V\,V$ liegt, etwa in C', ſo würde $N_2 = -\dfrac{M \sin \alpha \,.\, u}{B}$ werden. Man ſieht leicht, daſs alle Punkte, die in denjenigen von beiden Hauptaxen gebildeten Quadranten des Querſchnittes liegen, welche von Q geſchnitten werden, durch beide Momente Druck, bezw. Zug erhalten, daſs dagegen in den beiden anderen Quadranten die Spannungen N_1 und N_2 verſchiedene Vorzeichen haben.

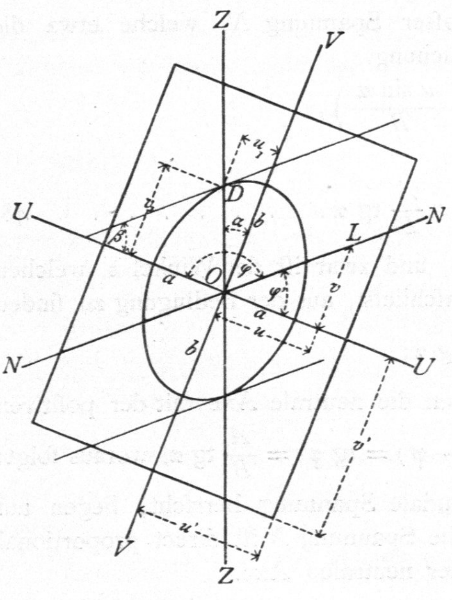
96.
Neutrale Axe
oder
Nulllinie.

Nach Vorſtehendem iſt allgemein

$$N = M\left(\frac{v \cos \alpha}{A} \pm \frac{u \sin \alpha}{B}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 45.$$

Für die nachfolgende Unterſuchung iſt es zweckmäſsig, nur das Minuszeichen einzuführen, weil die in Betracht kommenden Punkte des Querſchnittes in den Quadranten deſſelben liegen, welchen das Minuszeichen entſpricht. Es werden demnach u, bezw. v nach links, bezw. oben als poſitiv, nach rechts, bezw. unten als negativ eingeführt. Alle Punkte des Querſchnittes, in welchen die Spannung den Werth Null hat, genügen der Gleichung

Fig. 88.



$$\frac{v \cos \alpha}{A} - \frac{u \sin \alpha}{B} = 0.$$

Dies iſt hier demnach die Gleichung der neutralen Axe (ſiehe Art. 87, S. 64).

Löſt man dieſe Gleichung nach v auf, ſo erhält man

$$v = \frac{A}{B}\, u \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad 46.$$

Die beiden Veränderlichen u und v kommen nur in der erſten Potenz vor; mithin iſt die Linie eine Gerade.

Für $u = 0$ wird auch $v = 0$, woraus folgt, daſs die neutrale Axe bei den gemachten Annahmen durch den Punkt O, den Schwerpunkt des Querſchnittes, geht.

Es ſei $N\,N$ (Fig. 88) die neutrale Axe;

alsdann ist für jeden Punkt L derselben $\operatorname{tg} \varphi' = \frac{v}{-u} = -\frac{v}{u}$, wenn φ' der Winkel ist, welchen die neutrale Axe mit der negativen Seite der Hauptaxe $U\,U$ bildet. Nun ist nach Gleichung 46, da $N\,N$ die neutrale Axe ist,

$$\frac{v}{u} = \frac{A}{B} \operatorname{tg} \alpha, \text{ also } \operatorname{tg} \varphi' = -\frac{A}{B} \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 47.$$

Die Lage der Neutralen ist also nur von der Querschnittsbildung (darauf weist der Quotient $\frac{A}{B}$ hin) und der Lage der Kraftebene zu den Hauptaxen (d. h. von α) abhängig, nicht aber von der Gröfse des Momentes.

Gleichung 47 giebt ein bequemes Mittel, die Lage der neutralen Axe zu construiren. Zeichnet man (Fig. 88) für den betreffenden Querschnitt die Ellipse der Trägheitsmomente (siehe Art. 65, S. 44), so sind die beiden Halbaxen bezw.

$$\frac{K}{\sqrt{A}} = a \quad \text{und} \quad \frac{K}{\sqrt{B}} = b.$$

Die Gleichung der Ellipse ist bekanntlich $\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} = 1$, und die trigonometrische Tangente des Winkels, welchen die geometrische Tangente an die Ellipse in einem Punkte, dessen Coordinaten u und v sind, mit der U-Axe einschliesst, ist

$$\frac{d\,v}{d\,u} = -\frac{u\,b^2}{v\,a^2}.$$

Die Coordinaten des Punktes D seien u_1 und v_1; alsdann ist für die Tangente in diesem Punkte

$$\frac{d\,v}{d\,u} = \operatorname{tg} \beta = -\frac{b^2\,u_1}{a^2\,v_1} = -\frac{b^2}{a^2} \operatorname{tg} \alpha.$$

Aus den oben stehenden Gleichungen für a und b folgt

$$A = \frac{K^2}{a^2} \quad \text{und} \quad B = \frac{K^2}{b^2};$$

sonach ist also

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{A}{B} \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi' \quad \text{und} \quad \beta = \varphi'.$$

Die neutrale Axe ist sonach parallel zu der Tangente, welche in demjenigen Punkte D an die Ellipse der Trägheitsmomente gelegt wird, in welchem die Schnittlinie der Kraftebene und des Querschnittes die Ellipse schneidet. Die neutrale Axe ist also parallel zur Tangente in D.

Alle Querschnittspunkte mit gleich grofser Spannung N, welche etwa die Gröfse $N = C$ haben möge, genügen der Gleichung

$$C = M \left(\frac{v \cos \alpha}{A} - \frac{u \sin \alpha}{B} \right),$$

aus welcher folgt

$$v = \frac{A}{M} \frac{C}{\cos \alpha} + u \frac{A}{B} \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 48.$$

Dies ist ebenfalls die Gleichung einer Geraden, und zwar ist der Winkel ε, welchen dieselbe mit der positiven Seite der $U\,U$-Axe einschliesst, aus der Bedingung zu finden

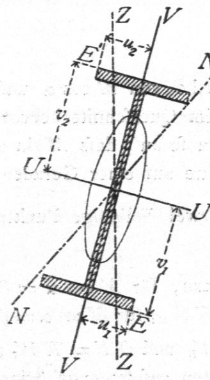
$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{A}{B} \operatorname{tg} \alpha;$$

ε ist genau so grofs, wie der Winkel φ, welchen die neutrale Axe mit der positiven Seite der $U\,U$-Axe bildet, da $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg}(180 - \varphi') = \operatorname{tg} \varphi' = \frac{A}{B} \operatorname{tg} \alpha$, woraus folgt: Alle Querschnittspunkte, in welchen gleiche axiale Spannung herrscht, liegen auf einer zur neutralen Axe parallelen Geraden; die Spannung N ist direct proportional dem senkrechten Abstande der Geraden von der neutralen Axe.

Der Fall, dafs die Kraftebene die Balkenquerfchnitte nicht in Hauptaxen fchneidet, kommt im Hochbau fehr häufig vor, fo z. B. bei den Dachpfetten, welche nach Fig. 80 mit einer Querfchnittsfeite in die Dachfchräge gelegt find, ferner bei I- oder [-förmigen Walzbalken, welche Gewölbe tragen, falls der wagrechte Gewölbefchub nicht vollftändig (durch Anker etc.) aufgehoben ift; aufserdem bei einer Anzahl von Querfchnittsformen, deren lothrechte Schwerpunktsaxe keine Hauptaxe ift, wie bei gleichfchenkeligen und ungleichfchenkeligen Winkeleifen, Z-Eifen etc., falls die Belaftung lothrecht ift (Fig. 92); auch die Gratfparren der Dächer gehören hierher. In allen diefen Fällen darf man nicht nach der einfachen Formel 42 rechnen, mufs vielmehr die gröfste Beanfpruchung aus Gleichung 45 entnehmen und dann den Querfchnitt fo beftimmen, dafs die gröfste Beanfpruchung die zuläffige Grenze nicht überfchreite. 97. Gröfste axiale Spannung; Querfchnittsermittelung.

Die gröfste Beanfpruchung wird in der Regel in denjenigen Querfchnittspunkten ftattfinden, welche in den von der Kraftebene gefchnittenen Quadranten des Querfchnittes liegen, in welche die Hauptaxen den Querfchnitt theilen. Allgemein kann man mittels der Verzeichnung der neutralen Axe leicht diejenigen Punkte finden, welche die gröfste Beanfpruchung erleiden; denn da die Beanfpruchung der fenkrechten Entfernung von der neutralen Axe proportional ift, fo ift fie am gröfsten in denjenigen Querfchnittspunkten, welche, fenkrecht zur Neutralen gemeffen, am weiteften von derfelben entfernt liegen. So werden in Fig. 89 die Punkte E und E' am meiften beanfprucht werden, erfterer bei der gewöhnlichen Drehrichtung der Momente auf Zug, letzterer auf Druck. Werden die Coordinaten der meift beanfpruchten Punkte mit $+u_1$, $+v_1$ und $-u_2$, $-v_2$ bezeichnet, wobei diefelben nach denjenigen Seiten als pofitiv gerechnet find, an welchen die Einzelmomente $M \cos \alpha$, bezw. $M \sin \alpha$ Zug erzeugen, fo ergiebt fich mit Rückficht auf Gleichung 45

Fig. 89.



$$N_{max} = M\left(\frac{v_1 \cos \alpha}{A} + \frac{u_1 \sin \alpha}{B}\right) \quad \text{und} \quad N_{min} = -M\left(\frac{v_2 \cos \alpha}{A} + \frac{u_2 \sin \alpha}{B}\right).$$

Falls die zuläffigen Beanfpruchungen auf Zug und Druck mit $+K'$ und $-K''$ bezeichnet werden, fo erhält man als Bedingungsgleichungen für die Querfchnittsbildung:

$$\left.\begin{aligned} K' &= M\left(\frac{v_1 \cos \alpha}{A} + \frac{u_1 \sin \alpha}{B}\right) \\ K'' &= M\left(\frac{v_2 \cos \alpha}{A} + \frac{u_2 \sin \alpha}{B}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 49.$$

Bei den Materialien, für welche nahezu $K' = K'' = K$ ift (Schmiedeeifen, Holz), ändern fich die Gleichungen in

$$K = M\left(\frac{v' \cos \alpha}{A} + \frac{u' \sin \alpha}{B}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 50.$$

Im letzten Ausdruck bedeuten v' und u' die Coordinaten des meift beanfpruchten Punktes, bezogen auf die Hauptaxen als Coordinatenaxen.

$\frac{A}{v'}$ nennt man das Widerftandsmoment für die Axe $U\,U$, $\frac{B}{u'}$ dasjenige für die Axe $V\,V$; man fetzt abkürzungsweife

$$\frac{A}{v'} = W_u \quad \text{und} \quad \frac{B}{u'} = W_v,$$

fo dafs Gleichung 50 nunmehr lautet:

$$K = \frac{M \cos \alpha}{W_u} + \frac{M \sin \alpha}{W_v} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 51.$$

98.
Rechteckiger
Querfchnitt.

Für die weiteren Unterfuchungen find beftimmte Querfchnittsformen zu Grunde zu legen:

1) Rechteckiger Querfchnitt (Fig. 87).

Für diefen ift, falls die Breite mit b und die Höhe mit h bezeichnet wird,

$$A = \frac{b\,h^3}{12}, \quad v' = \frac{h}{2}, \quad \frac{A}{v'} = W_u = \frac{b\,h^2}{6},$$

$$B = \frac{h\,b^3}{12}, \quad u' = \frac{b}{2}, \quad \frac{B}{u'} = W_v = \frac{h\,b^2}{6};$$

fonach

$$K = \frac{6\,M}{b\,h}\left(\frac{\cos \alpha}{h} + \frac{\sin \alpha}{b}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 52.$$

Für einen beftimmten Fall find K, M, α gegeben, b und h fo zu ermitteln, dafs vorftehende Gleichung erfüllt wird. Meiftens wird ein mehrmaliges Verfuchen mit verfchiedenen Werthen von b und h nöthig fein.

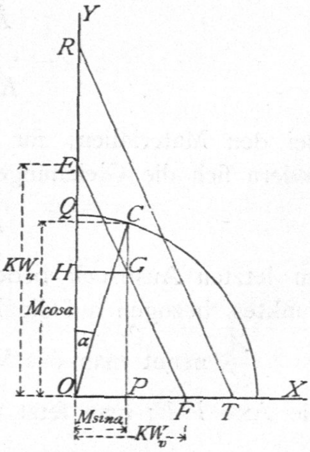
Eine leichte Löfung ergiebt fich auf graphifchem Wege, wie folgt, und zwar ganz allgemein für beliebige Querfchnittsform [19]). Die allgemeine Bedingungsgleichung 51 heifst

$$K = \frac{M \cos \alpha}{W_u} + \frac{M \sin \alpha}{W_v}.$$

Wenn ein Querfchnitt gegeben ift, fo find W_u und W_v bekannt; alle Werthe von $M \cos \alpha$ und $M \sin \alpha$, welche vorftehender Gleichung genügen, rufen die gröfste Spannung K im Querfchnitt hervor. Trägt man nun je zwei derartig zufammengehörige Werthe von $M \cos \alpha$ und $M \sin \alpha$ fo auf, dafs $M \sin \alpha$ die Abfciffe, $M \cos \alpha$ die Ordinate bildet, fo liegen offenbar alle erhaltenen Punkte auf einer Geraden, deren Gleichung $K = \frac{M \cos \alpha}{W_u} + \frac{M \sin \alpha}{W_v}$ ift. Die Gerade ift bekannt, wenn zwei beliebige Punkte derfelben gefunden find.

Für $M \sin \alpha = 0$ erhält man den Schnittpunkt derfelben mit der Ordinatenaxe, für $M \cos \alpha = 0$ den Schnittpunkt der Geraden mit der Abfciffenaxe; für $M \sin \alpha = 0$ wird $(M \cos \alpha) = K\,W_u$; für $M \cos \alpha = 0$ wird $(M \sin \alpha) = K\,W_v$. Es fei (Fig. 90) in dem gewählten Mafsftabe $\overline{OE} = K\,W_u$ und $\overline{OF} = K\,W_v$; alsdann wird EF die gefuchte Linie fein; je zwei als Ordinate und Abfciffe derfelben zufammengehörige Werthe $M \cos \alpha$ und $M \sin \alpha$ rufen in dem Querfchnitte mit den Widerftandsmomenten W_u und W_v die Spannung K hervor, z. B. die beiden zu Punkt G gehörigen Werthe $M \cos \alpha = \overline{GP}$ und $M \sin \alpha = \overline{GH}$. Für alle diefe Momente genügt der Querfchnitt, deffen Widerftandsmomente mit K multiplicirt die Punkte E und F auf den Coordinatenaxen ergeben haben.

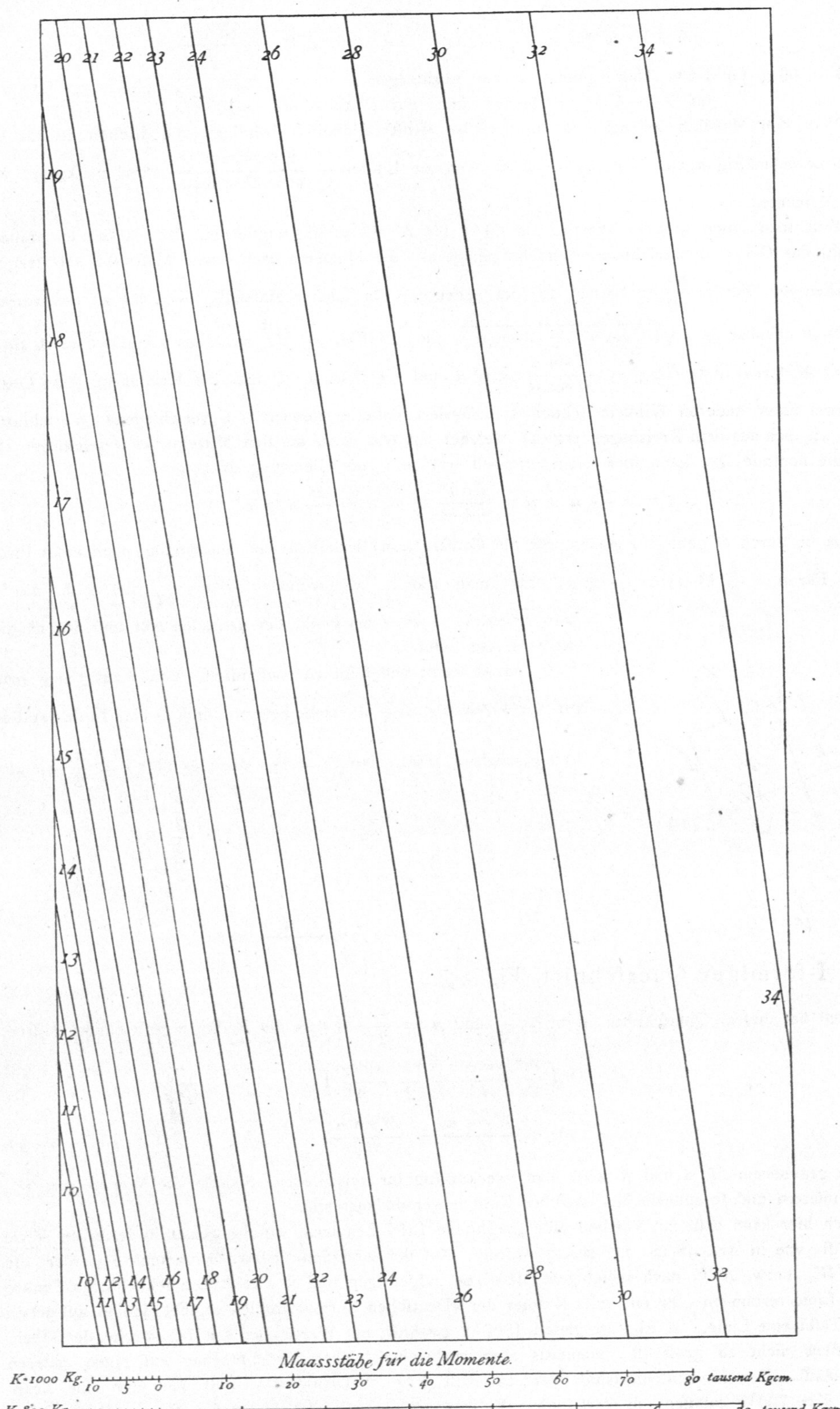
Fig. 90.



Diefe Conftruction gewährt nun die Mittel, rafch zu erfehen, welcher Querfchnitt gewählt werden mufs, wenn irgend welche Werthe von $M \cos \alpha$ und $M \sin \alpha$ gegeben find. Man trage für den gewählten Werth von K und eine Anzahl von Querfchnitten verfchiedener Seitenlängen (beim Rechteck) die Werthe $K\,W_u$ und $K\,W_v$ auf OY, bezw. OX ab und verbinde die zufammengehörigen Punkte mit einander; diefe Conftruction kann man ein für alle Mal auf einer befonderen Tafel vornehmen. In diefelbe trage man nun $M \cos \alpha$ und $M \sin \alpha$ nach demfelben Mafsftabe ein, in welchem die $K\,W$ aufgetragen find; man erhält etwa den Punkt C, indem $\overline{OP} = M \sin \alpha$ und $\overline{OQ} = M \cos \alpha$ wird. Da C zwifchen den Linien EF und RT liegt, welche gewiffen Querfchnitten entfprechen, fo fieht man, dafs der Querfchnitt, welcher zu EF gehört, nicht ganz genügt, und dafs derjenige, welcher RT entfpricht, etwas zu grofs ift; letzterer wird alfo als zunächft liegender zu wählen fein.

Handelt es fich im Befonderen um eine rechteckige Querfchnittsform von der Höhe h und Breite b, fo find aufzutragen

19) Siehe: SEIPP. Berechnung auf Doppelbiegung beanfpruchter Träger. Centralbl. d. Bauverw. 1887, S. 393.



Graphifche Tafel

für die Querfchnittsermittelung von auf Doppelbiegung beanfpruchten Trägern.
(I-Eifen der „Deutfchen Normal-Profile".)

$$\text{auf } O\,Y\text{: } K\,W_u = \frac{K b h^2}{6} \quad \text{und} \quad \text{auf } O\,X\text{: } K\,W_v = \frac{K h b^2}{6}\,.$$

Wird $K = 60\,\mathrm{kg}$ für $1\,\mathrm{qcm}$ (Holz) geſetzt, ſo ſind abzutragen:

$$\text{auf } O\,Y\text{: } K\,W_u = 10\,b\,h^2 \quad \text{und} \quad \text{auf } O\,X\text{: } K\,W_v = 10\,h\,b^2\,.$$

Was den Maſsſtab anlangt, ſo iſt derſelbe ſelbſtverſtändlich beliebig; die Einheit iſt für die Momente zweckmäſsig kgcm; für die $K\,W$ iſt dann die Einheit $\frac{\text{Kilogramm}}{\text{Quadrat-Centimeter}} \cdot \mathrm{cm}^3 = \mathrm{kgcm}$, wie für die Momente.

Will man einen anderen Werth, als $60\,\mathrm{kg}$ für K als zuläſſig einführen, etwa $80\,\mathrm{kg}$, ſo braucht man nicht das Ganze umzuzeichnen; vielmehr genügt es, die Momente nach einem Maſsſtabe aufzutragen, auf welchen die Werthe $\frac{80}{60} = 1{,}25$mal ſo viel bedeuten; ein ſolcher Maſsſtab iſt leicht zu conſtruiren.

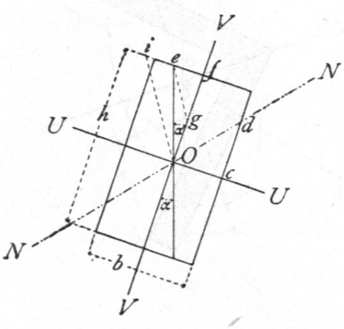
Es iſt offenbar $M = \sqrt{(M \cos \alpha)^2 + (M \sin \alpha)^2}$, alſo, da (Fig. 90) $\overline{CP} = M \cos \alpha$ und $\overline{QC} = M \sin \alpha$ iſt: $\overline{OC} = M$; ferner iſt $\operatorname{tg} C\,O\,Q = \frac{M \sin \alpha}{M \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ und $C\,O\,Q = \alpha$. Indem die Kraftebene eine Querſchnittsform unter anderen Winkeln ſchneidet, erfordert daſſelbe Moment $O\,C$ verſchiedene Querſchnittsgrössen, wie ſich aus dem Kreisbogen ergiebt, welcher mit $O\,C = M$ um den Mittelpunkt O geſchlagen iſt.

Die neutrale Axe kann hier leicht ermittelt werden. Aus Gleichung 46 folgt

$$v = \frac{A}{B}\, u \operatorname{tg} \alpha = \frac{6\,b\,h^3}{6\,h\,b^3} \operatorname{tg} \alpha \,.\, u = \frac{h^2}{b^2}\, u \operatorname{tg} \alpha\,.$$

Da ſie durch O geht, ſo genügt für die Conſtruction derſelben die Auffuchung noch eines ihrer Punkte. Für $u = \frac{b}{2}$ iſt $v_1 = \frac{h^2}{2b} \operatorname{tg} \alpha$; trägt man alſo v als Ordinate für $u = \frac{b}{2}$ ab, d. h. macht man $\overline{c\,d} = v_1$, ſo iſt d ein Punkt der neutralen Axe und $O\,d$ iſt die neutrale Axe ſelbſt.

Fig. 91.



v_1 iſt leicht wie folgt zu conſtruiren. Von f aus trage man auf der V-Axe $f\,g = \frac{b}{2}$ ab, ziehe $e\,g$ und durch O eine Linie parallel zu $e\,g$; alsdann erhält man $f\,i = v_1$; denn es iſt $e\,f = \frac{h}{2} \operatorname{tg} \alpha$ und

$$\frac{e\,f}{\frac{b}{2}} = \frac{i\,f}{\frac{h}{2}}, \quad \text{fonach} \quad i\,f = \frac{\frac{h}{2}}{\frac{b}{2}}\, e\,f;$$

hieraus folgt

$$i\,f = \frac{h^2 \operatorname{tg} \alpha}{2\,b} = v_1.$$

2) I-förmiger Querſchnitt (Fig. 89). 99. I-förmiger Querſchnitt.

Auch bei dieſem Querſchnitte iſt $v' = \frac{h}{2}$ und $u' = \frac{b}{2}$, ſo daſs die Bedingungsgleichung heiſst:

$$K = M\left(\frac{h}{2}\,\frac{\cos \alpha}{A} + \frac{b}{2}\,\frac{\sin \alpha}{B}\right),$$

$$K = \frac{M \cos \alpha}{W_u} + \frac{M \sin \alpha}{W_v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 53.$$

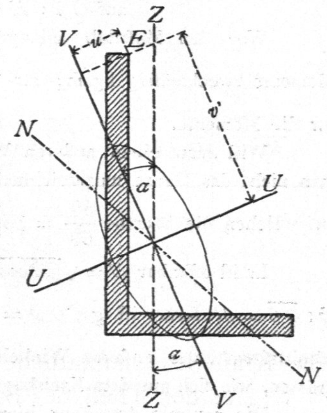
Bei gegebenem M, α und K wird man zweckmäſsig für verſchiedene Kaliber die Werthe von W_u und W_v einſetzen und ſo unterſuchen, welches Kaliber gerade ausreicht.

Auch hier kann man mit Vortheil eine graphiſche Tafel benutzen, welche genau in derſelben Weiſe conſtruirt iſt, wie in Art. 98 (S. 72) gezeigt wurde. Auf der Abſciſſen-, bezw. Ordinatenaxe werden die Werthe $K\,W_u$, bezw. $K\,W_v$ nach beliebigem Maſsſtabe aufgetragen und je zwei zuſammengehörige Punkte durch eine Linie verbunden; für ein jedes Kaliber der »Deutſchen Normal-Profile« ergiebt ſich ſo auf neben ſtehender Tafel eine Linie. K iſt dort gleich $1000\,\mathrm{kg}$ gewählt, ein Werth, der für die Zwecke des Hochbaues meiſtens nicht zu groſs iſt, jedenfalls aber auch eine leichte Zurückführung auf einen anderen Maſsſtab zuläſſt. Der Momentenmaſsſtab der Tafel iſt $1\,\mathrm{cm} = 10\,000\,\mathrm{kgcm}$; will man nur eine Beanſpruchung $K = 700\,\mathrm{kg}$ zulaſſen, ſo darf jedem Kaliber nur ein $0{,}7$-mal ſo groſses Moment zugemuthet werden; es müſſen alſo die Momente dann auf einem Maſsſtabe abgegriffen werden, auf welchem

$1^{cm} = 0{,}7 \cdot 10\,000 = 7000^{kgcm}$ bedeutet. Für die Werthe $K = 1000$ und 800^{kg} ſind die Maſsſtäbe auf der Tafel ſogleich mit angegeben.

Bei den beiden betrachteten Querſchnittsformen, der rechteckigen und der I-förmigen, iſt es in den meiſten Fällen nicht zweifelhaft, welche Punkte am meiſten beanſprucht werden; da dieſe Punkte die Coordinaten $\frac{b}{2}$, bezw. $\frac{h}{2}$ haben, ſo konnte man die ſog. Widerſtandsmomente in die Gleichung einführen und in der graphiſchen Tafel mit Nutzen verwenden. Bei ſehr vielen anderen Querſchnittsformen iſt dies nicht möglich, weil einmal von vornherein nicht feſt ſteht, welche Punkte am meiſten beanſprucht werden, und dieſe meiſt beanſpruchten Punkte gewöhnlich nicht diejenigen ſind, welche gleichzeitig von beiden Hauptaxen die gröſsten Abſtände haben. Der Gang der vorzunehmenden Rechnung iſt beim nachfolgenden Querſchnitte beſprochen.

Fig. 92.



100. Winkeleiſen-querſchnitt.

3) Winkeleiſen-Querſchnitt (Fig. 92).

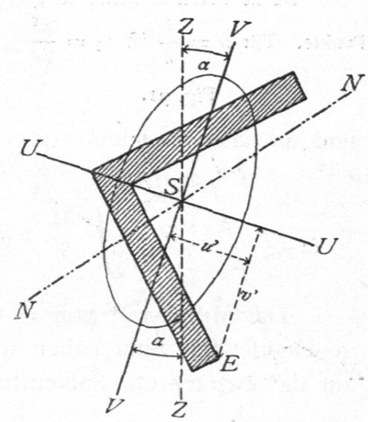
Die Kraftebene ſchneide das (gleichſchenkelige oder ungleichſchenkelige) Winkeleiſen in der Linie ZZ. Man conſtruire für ein zunächſt angenommenes Kaliber die Hauptaxen, ſuche mit Hilfe der Trägheitsellipſe die Nulllinie und kann nun nach Art. 97 (S. 71) den oder die Querſchnittspunkte beſtimmen, in welchen die gröſste Beanſpruchung ſtattfindet. (In Fig. 92 iſt dies der Punkt E mit den Ordinaten u' und v'.) Es muſs dann

$$K = M \cos \alpha \frac{v'}{A} + M \sin \alpha \frac{u'}{B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 54.$$

ſein. Die Werthe von A und B (die Hauptträgheitsmomente) ſind in den Profil-Tabellen enthalten; man kann demnach bei bekanntem M, α und K durch Verſuchen leicht dasjenige Kaliber finden, welches der Gleichung 54 möglichſt genau entſpricht. Zu beachten iſt, daſs auch die Werthe von v' und u' bei den verſchiedenen Kalibern verſchieden ſind, ſo wie daſs, da das Kaliber bei Beginn der Berechnung nicht bekannt war, auch die Conſtruction in Fig. 92 nur eine vorläufige war. Es iſt alſo wohl möglich, daſs bei der wiederholten genauen Conſtruction mit dem gefundenen Kaliber ſich ein anderer Punkt E ergiebt.

Iſt Lage und Belaſtung des Winkeleiſens diejenige in Fig. 93 (Pfette bei Wellblechdächern), ſo iſt das Verfahren genau dem eben vorgeführten entſprechend. Der meiſt geſpannte Punkt iſt E.

Fig. 93.



c) Schubſpannungen.

101. Wagrechte Schub-ſpannungen.

Auſser den oben ermittelten Biegungsſpannungen treten bei den verſchiedenen Belaſtungen der Balken auch noch Schubſpannungen auf, von denen hier zunächſt die wagrechten Schubſpannungen betrachtet werden ſollen.

Denkt man ſich eine Anzahl Lagen dünner Bretter über einander gelegt, an den Endpunkten unterſtützt und in der Mitte belaſtet, ſo werden ſich dieſelben gegen einander etwa in der Weiſe verſchieben, welche in Fig. 94 angedeutet iſt. Dieſe Verſchiebung iſt eine Folge der in den Fugen *a a*, *b b* auftretenden Schubkräfte; werden dieſelben nicht durch künſtliche Mittel (Zähne, Dübel u. dergl.) oder den Abſcherungswiderſtand des Materials aufgehoben, ſo verurſachen ſie eine Verſchiebung.

Fig. 94.