

2. Abchnitt.

Elemente der Elasticitäts- und Festigkeitslehre.

1. Kapitel.

Grundbegriffe.

66.
Molecüle.

Jeder in der Natur vorkommende Körper besteht aus einzelnen, mit einander verbundenen, außerordentlich kleinen Theilen, den sog. Molecülen. Diese einzelnen Theile sind nicht unabänderlich fest zu einem starren Ganzen mit einander verbunden; vielmehr verändert sich die gegenseitige Lage derselben, also auch die Form des Körpers, wenn Kräfte auf den Körper wirken. Die Größe und Form der Aenderung ist vom Material des Körpers, von seiner Form, von der Größe und Wirkungsdauer der wirkenden Kräfte, von der Temperatur und von verschiedenen anderen Umständen abhängig.

Wenn die Kräfte, welche die Formveränderung hervorgebracht haben, zu wirken aufhören, so nimmt unter gewissen Bedingungen der Körper seine frühere Form wieder an.

67.
Elasticität.

Man nennt Elasticität diejenige Eigenschaft der Körper, vermöge deren sie, wenn sie unter der Einwirkung der Kräfte ihre ursprüngliche Form verändert haben, dieselbe nach dem Aufhören der Kräfteeinwirkung mehr oder weniger wieder annehmen. Vollkommen elastisch würde ein Körper sein, wenn er nach dem Aufhören der Kräfteeinwirkung seine frühere Gestalt genau wieder annähme; vollkommen unelastisch derjenige Körper, der die in Folge der Kräfteeinwirkung geänderte Gestalt genau beibehalten würde, auch wenn die Kräfte zu wirken aufhörten.

Es giebt in der Natur weder vollkommen elastische, noch vollkommen unelastische Körper. Daraus folgt, daß kein Körper nach dem Aufhören der Kräfteeinwirkung vollständig seine frühere Form wieder annimmt; je näher er dem vollkommen elastischen Körper steht, desto mehr verschwindet die Formänderung; niemals aber verschwindet sie ganz.

68.
Elastische u.
bleibende Form-
änderung.

Man unterscheidet die elastische Formänderung, d. h. diejenige, welche mit dem Aufhören der Kräfteeinwirkung wieder verschwindet, und die bleibende Formänderung, d. h. diejenige, welche nicht wieder verschwindet, auch wenn die Kraft zu wirken aufhört. Wenn die wirkenden Kräfte gewisse Größen nicht überschreiten, so ist die bleibende Formänderung nur sehr gering, so gering, daß man sie für die Fälle der Praxis als nicht vorhanden ansehen kann.

Die Gröfse der Formänderung ist ferner der Gröfse derjenigen inneren Kräfte oder Spannungen, welche durch die äufseren Kräfte erzeugt werden, direct proportional, so lange diese Spannungen eine gewisse Grenze nicht überschreiten. Diese Grenze kann für verschiedene Materialien mit ziemlicher Genauigkeit fest gestellt werden; man nennt sie die Elasticitätsgrenze.

69.
Elasticitäts-
grenze.

Innerhalb der Elasticitätsgrenze ist die bleibende Formänderung im Vergleich zu der elastischen Formänderung außerordentlich klein, so gering, dafs sie vernachlässigt werden kann.

Im Folgenden wird unter der Elasticitätsgrenze im Besonderen diejenige Spannung verstanden werden, welche ein Stab vom Querschnitt gleich der Flächeneinheit höchstens erleiden kann, ohne dafs die Proportionalität zwischen Spannung und Formänderungsgröfse aufhört.

Die Elasticitätsgrenze ist nicht blofs für die verschiedenen Materialien, sondern auch für die verschiedenen Arten der Beanspruchung verschieden. Im Allgemeinen wird sie für Beanspruchung durch Zug bei demselben Material eine andere sein, als für Beanspruchung durch Druck.

Nach den neueren Versuchen *Bauschinger's*¹⁴⁾ ist aber auch, wenigstens für Eisen und für dieselbe Art der Beanspruchung, die Elasticitätsgrenze außerordentlich veränderlich. Man kann dieselbe durch gewisse Arbeiten allmählich immer mehr bis zu einer oberen Grenze heben, die bei manchen Materialien nahe der Bruchgrenze liegt. Andererseits kann man die Elasticitätsgrenze sehr stark hinabwerfen und wieder heben, dann aber nur bis zu einer weit unter der ursprünglichen Grenze liegenden Höhe. Diese letztere bezeichnet *Bauschinger* als die natürliche Elasticitätsgrenze.

Wird die in dem Körper wirkende Spannung über die Elasticitätsgrenze gesteigert, so wächst die Formänderung wesentlich rascher, als die Spannung; insbesondere tritt eine sehr merkbare bleibende Formänderung ein; eine weitere Vergrößerung der Spannung bewirkt schließlich eine Trennung der Molecüle, d. h. ein Zerreißen, Zerdrücken oder Zerbrechen des Körpers.

70.
Festigkeits-
Coefficient.

Diejenige Spannung, welche ein Stab vom Querschnitt gleich der Flächeneinheit höchstens ertragen kann, ehe er zerstört wird, nennt man den Festigkeits-Coefficienten des Materials.

Auch die Festigkeits-Coefficienten sind nach dem verschiedenen Material und nach den verschiedenen Beanspruchungsweisen verschieden.

Man muß an jede Bauconstruction zunächst die Forderung stellen, dafs sie durch die wirkenden Kräfte nicht zerstört wird. Mit dieser Anforderung allein darf man sich aber nicht begnügen. Das Verhalten der Materialien, sobald sie über die Elasticitätsgrenze hinaus beansprucht werden, ist wenig zuverlässig, und man stellt deshalb die Bedingung, dafs eine jede Construction in allen ihren Theilen niemals über die Elasticitätsgrenze hinaus in Anspruch genommen werde.

71.
Aufgabe
der
Construction.

In den folgenden Untersuchungen werden wir uns hauptsächlich mit den sog. stabförmigen Körpern beschäftigen. Stabförmige Körper sind solche, bei denen die Längenabmessung die Breiten- und Höhenabmessungen wesentlich übertrifft.

72.
Stabförmige
Körper.

Schneidet man den Körper an irgend einer Stelle durch eine senkrecht zur Längsrichtung an dieser Stelle gerichtete Ebene, so erhält man einen Querschnitt des Körpers. Die Verbindungslinie der Schwerpunkte aller Querschnitte des Körpers heißt die *Axe* des Körpers.

¹⁴⁾ Siehe: Vortrag *Bauschinger's* auf der Wanderversammlung des Verbandes deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine zu Frankfurt a. M. 1886. Verbandsmittheilungen, Bd. 1, S. 230 u. ff.

BAUSCHINGER, J. Mittheilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der K. technischen Hochschule in München. XIII. Heft. München 1886.

Ist die Axe eine Gerade, so hat man einen geraden stabförmigen Körper; alsdann sind alle Querschnitte des Körpers parallel. Ist die Axe eine Curve, so ist der Körper ein krummer stabförmiger Körper.

73.
Arten der
Elasticität und
Festigkeit.

Je nach der Art der durch die wirkenden Kräfte erzeugten Beanspruchung unterscheidet man hauptsächlich folgende Arten der Elasticität, bezw. Festigkeit:

- 1) die Zug- und Druckelasticität, bezw. Zug- und Druckfestigkeit,
- 2) die Schubelasticität, bezw. Schubfestigkeit,
- 3) die Biegeelasticität, bezw. Biegefestigkeit,
- 4) die Drehungselasticität, bezw. Drehungsfestigkeit.

Zu 1). Die Zug- und Druckelasticität tritt auf, wenn die auf den Körper wirkenden Kräfte die Querschnitte desselben so gegen einander zu verschieben streben, daß sich deren Entfernung in der Richtung der Axe gegen einander verändert, vergrößert oder verringert. Im ersten Falle findet Beanspruchung des Körpers auf Zug, im zweiten Falle Beanspruchung des Körpers auf Druck statt.

Unter Zug-, bezw. Druckfestigkeit wird diejenige Kraft verstanden, welche in der Richtung der Axe auf die Flächeneinheit des Querschnittes höchstens wirken darf, ohne daß durch bloßen Zug, bezw. Druck eine Zerstörung des Körpers stattfindet; die geringste Vergrößerung dieser Kraft würde demnach den Zusammenhang des Körpers zerstören.

Zu 2). Die Schubelasticität tritt auf, wenn die äußeren Kräfte das Bestreben haben, zwei benachbarte Querschnitte längs einander zu verschieben, ohne daß deren Entfernung in der Richtung der Axe sich ändert. Der Körper wird an der betreffenden Stelle auf Schub oder Abfcheren beansprucht.

Unter Schub- oder Abfcherungsfestigkeit wird diejenige Kraft verstanden, welche auf die Flächeneinheit des Querschnittes höchstens wirken darf, ohne daß eine Zerstörung des Körpers an dieser Stelle durch Verschiebung der Nachbarquerschnitte gegen einander erfolgt.

Zu 3). Die Biegeelasticität tritt auf, wenn die äußeren Kräfte das Bestreben zeigen, zwei Nachbarquerschnitte um eine Axe, die einen Winkel mit der Kraftebene bildet, derart zu drehen, daß die Entfernung der Querschnitte sich ändert. Die Beanspruchung findet auf Biegung statt.

Biegefestigkeit ist die Beanspruchung, welche die am meisten gespannten Fasern des Körpers für die Flächeneinheit des Querschnittes höchstens ertragen können, ehe eine Zerstörung des Körpers durch Biegen, d. h. hier, bevor ein Zerschneiden eintritt.

Zu 4). Die Drehungselasticität tritt auf, wenn die wirkenden Kräfte zwei Nachbarquerschnitte gegen einander so zu verdrehen streben, daß deren Entfernung gleich bleibt. Die Drehungselasticität ist für die Hochbau-Constructionen von untergeordneter Bedeutung.

Literatur.

Bücher über »Lehre von der Elasticität und Festigkeit«.

Indem auf die Werke über »Mechanik«, die stets einen Abriss über »Elasticität und Festigkeit« enthalten, nur ganz allgemein verwiesen werden mag, seien im Nachstehenden bloß die einschlägigen Sonderschriften namhaft gemacht:

- BARLOW, P. *Treatise on the strength of materials*. London 1833. — Neue Ausg. von W. HUMBER. 1867.
- LAMÉ, G. *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*. Paris 1852. — 2. Aufl. 1866.
- MOLL, C. L. und F. REULEAUX. *Die Festigkeit der Materialien etc.* Braunschweig 1853.
- MORIN, A. *Résistance des matériaux*. Paris 1853. — 3. Aufl. 1862.
- ROFFIAEN, E. *Traité sur la résistance des matériaux dans les constructions*. Lüttich 1858.
- BOURDAIS, J. *Traité pratique de la résistance des matériaux appliquée à la construction etc.* Paris 1859.
- JEEP, W. *Die Festigkeit der Materialien etc.* Weimar 1861.
- SHIELDS, F. W. *The strains on structures of ironwork*. London 1861.
- CLEBSCH, A. *Theorie der Elasticität fester Körper*. Leipzig 1862.
- GRASHOF, F. *Theorie der Elasticität und Festigkeit etc.* Berlin 1866. — 2. Aufl. 1878.
- WINKLER, E. *Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit etc.* 1. Theil. Prag 1867.
- ANDERSON, C. E. *The strength of materials and structures*. London 1872.
- MÜLLER-BRESLAU, H. *Elementares Handbuch der Festigkeitslehre etc.* Berlin 1875.
- KURZ, A. *Taschenbuch der Festigkeitslehre etc.* Berlin 1877.
- SERGENT, E. *Traité pratique de la résistance des matériaux*. Paris 1878. — 3. Aufl. 1881.
- KENT, W. *The strength of materials*. New-York 1879.
- LAMBERT, P. *Tabellarische Zusammenstellung der Resultate aus der angewandten Festigkeitslehre, mit besonderer Berücksichtigung von Constructionen in Eisen und Holz*. Zürich 1880.
- LINGLIN, TH. *Traité élémentaire de la résistance des matériaux*. Paris 1880.
- MADAMET, A. *Résistance des matériaux*. Paris 1881.
- BOX, TH. *A practical treatise on the strength of materials etc.* London 1883.
- VIGREUX, L. *Traité théorique et pratique de la résistance des matériaux*. Paris 1885.
- STONE, B. B. *The theory of stresses in girders and similar structures etc.* London 1885.
- UHLICH, P. *Die Festigkeitslehre und ihre Anwendung etc.* Mittweida 1885. — 2. Aufl. Dresden 1887.
- PLANAT, P. *Pratique de la mécanique appliquée à la résistance des matériaux*. Paris 1887.
- MOOS, N. A. *Elementary treatise on the strength of materials and strains in structures*. London 1887.
- AERTS, L. *Eléments pratiques de la résistance des matériaux*. Paris 1888.
- JOHNNEN, P. J. *Elemente der Festigkeitslehre etc.* Weimar 1889.

2. Kapitel.

Zug- und Druckelastizität, bezw. Zug- und Druckfestigkeit.

Die reine Zug- und Druckelastizität kommt nur bei geraden Stäben vor, weshalb hier nur solche betrachtet werden sollen.

Die Gesetze für alle Arten der Elastizität ergeben sich aus denen, welche für die Zug- und Druckelastizität gelten; demnach muß die letztere die Grundlage für die ganze Behandlung bilden.

Die gesammte Elastizitätslehre beruht auf folgendem, äußerst wichtigem Gesetze, welches durch Versuche fest gestellt ist:

1) Die Verlängerung, bezw. Verkürzung eines in seiner Axenrichtung, d. h. auf Zug- oder Druckelastizität beanspruchten Stabes ist, so lange die Beanspruchung innerhalb der Elastizitätsgrenze bleibt, der ursprünglichen Länge des Stabes direct proportional. Das Verhältniß der Verlängerung (positiv oder negativ genommen) zu der ursprünglichen Länge heißt das Verlängerungsverhältniß.

2) Die Verlängerung eines, wie angegeben, beanspruchten Stabes ist, so lange die Spannung desselben innerhalb der Elastizitätsgrenze liegt, direct proportional der in dem Stabe herrschenden Spannung. Ist also die Spannung im Stabe N , so ist die Verlängerung, also auch das Verlängerungsverhältniß N -mal so groß, als bei der Spannung 1.