Der Schwerpunkt liegt alfo

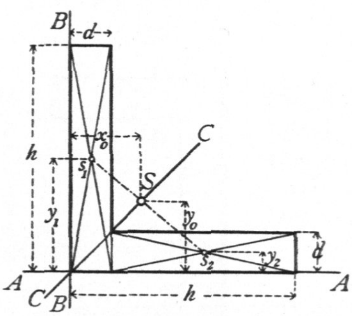
vom Scheitel O um $y_0 = \frac{3}{5} h$ . . . . 16. von der Linie AB um $z_0 = \frac{2}{5} h$ . . . . . 17.

entfernt.

3) Schwerpunkte von Querfchnittsflächen, die aus einfachen Figuren zufammengefetzt find.

α) Schwerpunkt des gleichfchenkeligen Winkeleifens (Fig. 32). Auf die Ausrundung im Winkel und die Abrundung der Ecken foll keine Rückficht genommen werden; diefelbe kann fowohl bei diefer, wie bei den folgenden Querfchnittsformen meiftens unbeachtet gelaffen werden. 39. Winkeleifen.

Fig. 32.



Der Abftand des Schwerpunktes S von AA, bezw. BB ift

$$y_0 = x_0 = \frac{\Sigma (f y)}{F} = \frac{f_1 y_1 + f_2 y_2}{f_1 + f_2} .$$

Hierin ift f_1 der Flächeninhalt des lothrecht, f_2 derjenige des wagrecht gezeichneten Schenkels, bei letzterem nach Abzug des Flächentheiles, der mit dem lothrechten Schenkel zufammenfällt; y_1 und y_2 find die Abftände der Schwerpunkte von AA.

Eine angenäherte, faft ftets genügend genaue Formel wird folgendermafsen gefunden [13]). Es ift

$$y_0 = \frac{\frac{d\,h \, . \, h}{2} + (h-d)\, d \, \frac{d}{2}}{2\, d\, h - d^2} = \frac{h^2 + (h-d)\, d}{2\,(2\, h - d)} = \frac{h^2 + h\, d - d^2}{2\,(2\, h - d)} = \frac{1}{2}\left[\frac{h}{2} + \frac{3}{4}\, d - \frac{d^2}{8\, h}\right].$$

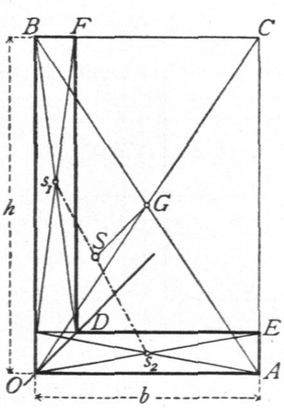
Innerhalb der für $\frac{d}{h}$ vorkommenden Grenzen liegt $\frac{d^2}{2 \, . \, 8\, h}$ zwifchen 0,0125 und 0,00625, hat etwa den Mittelwerth 0,009. Wird diefer eingeführt, fo erhält man

$$y_0 = x_0 = \frac{h}{4} + 0{,}366\, d.$$

Sehr leicht kann der Schwerpunkt durch Conftruction gefunden werden.

Man zerlege den Querfchnitt in zwei Rechtecke, ermittele deren Schwerpunkte s_1 und s_2, die nach Art. 32 (unter δ) die Schnittpunkte der Diagonalen find; dann liegt der Gefammtfchwerpunkt auf der Linie $s_1 s_2$; da er auch auf der Symmetrie-Axe CC liegt, fo ift der Schnittpunkt S der genannten beiden Linien der gefuchte Schwerpunkt.

Fig. 33.



Beifpiel. Es fei die Schenkellänge $h = 10$ cm und die Dicke $d = 1$ cm; alsdann ift $f_1 = 10$ qcm, $f_2 = 9$ qcm, $y_1 = 5$ cm und $y_2 = 0{,}5$ cm; fonach

$$y_0 = \frac{10 \cdot 5 + 9 \cdot 0{,}5}{10 + 9} = 2{,}87 \text{ cm} = x_0.$$

Die angenäherte Formel giebt

$$y_0 = 2{,}5 + 0{,}366 = 2{,}866 \text{ cm} = x_0.$$

β) Schwerpunkt des ungleichfchenkeligen Winkeleifens (Fig. 33).

Hier ift keine Symmetrie-Axe vorhanden; man mufs alfo x_0 und y_0 getrennt berechnen. Es ift

$$x_0 = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2}{f_1 + f_2} \quad \text{und} \quad y_0 = \frac{f_1 y_1 + f_2 y_2}{f_1 + f_2} .$$

Die Conftruction des Schwerpunktes ift in ähnlicher Weife möglich, wie unter α [13]). Man ermittelt zunächft s_1 und s_2, wie oben; alsdann liegt der Gefammtfchwerpunkt auf $s_1 s_2$. Der Querfchnitt kann

13) Siehe: ZIMMERMANN. Ueber Winkeleifen-Querfchnitte. Centralbl. d. Bauverw. 1885, S. 33.

ferner als Differenz der beiden Rechtecke $OACB$ und $DECF$ betrachtet werden; der Schwerpunkt liegt alſo auf der Verbindungslinie der Schwerpunkte dieſer beiden Rechtecke; da dieſe Schwerpunkte jedoch ſehr nahe zuſammenfallen, ſo ergiebt ſich die Richtung der Verbindungslinie nicht genügend genau. Nun muſs aber die Verbindungslinie zur Linie OD parallel ſein; man ziehe alſo durch den Schwerpunkt G des umſchriebenen Rechteckes $OACB$ die Parallele zu OD; alsdann iſt der Schnittpunkt dieſer mit $s_1 s_2$ der geſuchte Schwerpunkt.

Fig. 34.

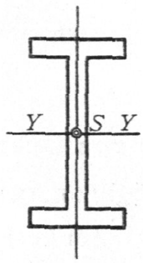


Fig. 35.

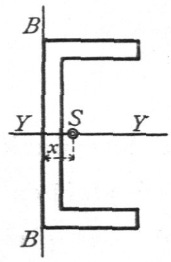
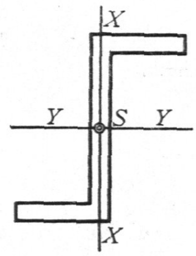


Fig. 36.



40. I-Eiſen.

γ) Schwerpunkt des I-Eiſens (Fig. 34).

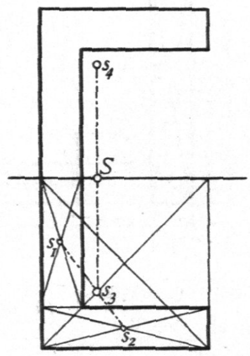
Der Schwerpunkt iſt der Schnittpunkt beider Symmetrie-Axen.

41. C-Eiſen.

δ) Schwerpunkt des C-Eiſens (Fig. 35 u. 37).

Der Schwerpunkt liegt auf der wagrechten Symmetrie-Axe im Abſtande x_0 von BB; x_0 iſt nach obiger Gleichung aufzufinden, durch Conſtruction wie folgt. Die wagrechte Symmetrie-Axe theilt das C-Eiſen in zwei Theile, deren jeder einen Winkeleiſen-Querſchnitt darſtellt. Man ermittelt deren Schwerpunkte s_3 und s_4; wie eben gezeigt wurde, iſt der Geſammtſchwerpunkt der Schnittpunkt der Linie $s_3 s_4$ mit der Symmetrie-Axe.

Fig. 37.



42. Z-Eiſen.

ε) Schwerpunkt des Z-Eiſens (Fig. 36).

Der Schwerpunkt fällt mit demjenigen des lothrechten Rechteckes, des ſog. Steges, zuſammen; denn ſowohl für die Axe XX, wie für die Axe YY iſt das ſtatiſche Moment der beiden wagrechten Rechtecke zuſammen gleich Null; dieſelben ſind alſo ohne Einfluſs auf die Schwerpunktslage. Dabei iſt vorausgeſetzt, daſs dieſelben gleichen Flächeninhalt haben.

43. T-Eiſen.

ζ) Schwerpunkt des T-Eiſens (Fig. 38 und 39).

Der Schwerpunkt liegt auf der Symmetrie-Axe im Abſtande y_0 von der Axe AA, und es iſt

$$y_0 = \frac{f_1 y_1 + f_2 y_2}{f_1 + f_2}.$$

Durch Conſtruction iſt derſelbe folgendermaſsen zu finden. Man zerlege den Querſchnitt in drei Rechtecke, ein lothrechtes und zwei wagrechte. Die Schwerpunkte ſeien s_1, s_2, s_3. Das lothrechte und das eine wagrechte Rechteck bilden zuſammen einen Winkeleiſenquerſchnitt, deſſen Schwerpunkt s_4, wie unter β angegeben, zu finden iſt. Dann liegt der Geſammtſchwerpunkt auf der Linie $s_3 s_4$, ferner auch auf der lothrechten Symmetrie-Axe, alſo auf dem Schnittpunkt S dieſer beiden Linien.

Fig. 38.

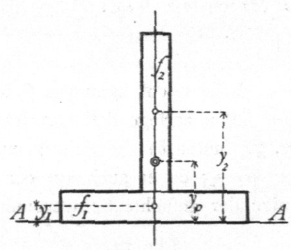
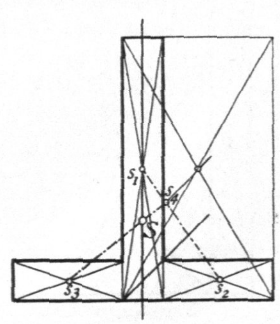


Fig. 39.



4) Graphiſche Ermittelung der ſtatiſchen Momente und der Schwerpunkte von Flächen.

44. Statiſches Moment.

Wenn die Figur, deren ſtatiſches Moment, bezw. deren Schwerpunkt ermittelt werden ſoll, eine unregelmäſsige Form hat, ſo iſt die graphiſche Behandlung der Aufgabe zu empfehlen.

Man zerlege die ganze Figur in Streifen, welche derjenigen Axe parallel laufen, für welche das ſtatiſche Moment geſucht wird (Fig. 40). Es ſeien die Flächeninhalte der einzelnen Streifen $f_1, f_2, f_3 \ldots f_n$, die Abſtände der Schwerpunkte derſelben von der Axe XX bezw. $y_1, y_2, y_3 \ldots y_n$; alsdann iſt das ſtatiſche Moment der ganzen Fläche nach Obigem

$$M = f_1 y_1 + f_2 y_2 + f_3 y_3 + \ldots + f_n y_n.$$