

Größe und Richtung sich im Kraftpolygon zu bezw. αO und $O\beta$ ergibt; dieselbe Kraft ist im zweiten Seilpolygon in zwei Seitenkräfte S_1' und S_2' zerlegt, deren Größe und Richtung bezw. $\alpha O'$ und $O'\beta$ ist. Denkt man nun den Sinn der beiden Seitenkräfte S_1' und S_2' umgekehrt, so sind diese beiden Kräfte die Seitenkräfte einer Kraft K_1 , welche mit der gegebenen Kraft K_1 nach Größe und Richtung genau übereinstimmt, deren Sinn aber demjenigen der gegebenen gerade entgegengesetzt ist. Diese neue Kraft K_1 muß sich also mit der gegebenen Kraft K_1 im Gleichgewicht halten; folglich müssen auch die vier Seitenkräfte dieser beiden Kräfte K_1 im Gleichgewicht sein. Verbindet man S_1 und S_1' zu einer, S_2 und S_2' zur anderen Mittelkraft, so geht die erstere durch den Schnittpunkt a dieser beiden Kräfte, die zweite durch den Schnittpunkt b der beiden Kräfte S_2 und S_2' . Beide Mittelkräfte halten sich im Gleichgewichte, sie müssen also in eine gerade Linie fallen; dieselbe ist durch die beiden Punkte a und b , durch welche beide Mittelkräfte gehen müssen, bestimmt.

Nun ist die Mittelkraft von S_1 und S_1' nach Größe und Richtung die Schlußlinie des Kraftpolygons $O\alpha O$, d. h. $O'O$. Die Richtungslinie der Mittelkraft ist also parallel zu $O'O$, d. h. die Linie ab ist parallel zu $O'O$, zur Verbindungslinie der beiden Pole.

Genau in derselben Weise ist es un schwer zu beweisen, daß der Schnittpunkt b von S_2 und S_2' mit dem Schnittpunkte c von S_3 und S_3' auf einer zu $O'O$ parallelen Geraden liegt, d. h. auf der Linie ab , da durch b zu $O'O$ nur eine Parallele möglich ist, womit der obige Satz bewiesen ist.

2. Kapitel.

Aeußere Kräfte, Schwerpunkte, statische und Trägheitsmomente.

a) Belastungen.

Als Belastungen der Constructionen treten auf:

- 1) das Eigengewicht,
- 2) die Nutzlast,
- 3) die Schneelast und
- 4) der Winddruck.

1) Eigengewicht der Construction.

21.
Eigengewichte.

Das Eigengewicht der Construction ist beim Beginne jeder Berechnung nur angenähert bekannt. Für die gewöhnlichen Anordnungen genügt es, die aus den vorhandenen Bauwerken ermittelten Erfahrungswerte bei der Berechnung einzuführen. Meistens kann man das Eigengewicht mit hinreichender Genauigkeit als gleichmäßig über die ganze Ausdehnung (des Trägers, der Balkendecke, des Daches etc.) vertheilt annehmen.

Neben stehend (unter α , a) sind die Eigengewichte einiger wichtiger Baustoffe und (unter α , b) diejenigen von verschiedenen Bautheilen angegeben, und zwar in der Größe, wie sie vom Berliner Polizei-Präsidium nach einer Bekanntmachung vom 21. Februar 1887 den Berechnungen zu Grunde gelegt werden. Die Zusammenstellung (unter b) »Eigengewichte und Belastung von Bautheilen« enthält in der letzten Spalte auch die Nutzlast, welche erst im folgenden Artikel besprochen werden soll; es scheint aber dennoch zweckmäßig, die betreffenden Angaben hier fogleich mit zu machen.

Die Angaben der Tabellen unter α genügen in sehr vielen Fällen nicht; insbesondere sind die Angaben über Eigengewichte der Dächer nicht ausreichend. Bei denselben ist das Eigengewicht gar nicht von den anderen, zum Theile schief wirkenden Lasten getrennt. Die Tabellen unter β , γ und δ geben einige Vervollständigungen.

a) Berechnungsannahmen des Berliner Polizei-Präfidiums.

(Bekanntmachung vom 21. Februar 1887.)

a) Eigengewichte der Baumaterialien.

Material	Gewicht für 1 cbm	Material	Gewicht für 1 cbm
Erde und Lehm	1600	Granit und Marmor	2700
Backfeinmauerwerk aus vollen Steinen	1600	Kiefernholz	650
porösen Steinen	1300	Eichenholz ³⁾	800
Lochfeinen	1100	Eifen	7500
Sandfeinmauerwerk	2400	Beton	2000
	Kilogr.		Kilogr.

b) Eigengewichte und Belastung von Bautheilen.

Angabe	Eigengewicht für 1 qm	Eigengewicht und Nutzlast für 1 qm
Balkenlage in Wohnhäusern	250	500
» » Fabrik- und Lagergebäuden	250	750
» » Getreidespeichern, einschl. der Belastung, zum Nachweis	—	850—1000
Gewölbte Decke aus porösen Steinen in Wohnhäusern	350	600
» » in Fabrikgebäuden, einschl. der Belastung	—	1000
» » unter Durchfahrten und befahrbaren Höfen, einschl. der Belastung	—	1250
Wellblechdecken, einschl. der Belastung, zum Nachweis	—	500—1000
Gewölbte Treppen	500	1000
Dachflächen in der wagrechten Projection gemessen, einschl. Schnee- und Winddruck, bei Metall- oder Glasdeckung gemäfs der Neigung	—	125—150
desgl. bei Schieferdeckung	—	200—240
desgl. bei Ziegeldeckung	—	250—300
desgl. bei Holzcementdeckung	—	350
Steile Manfarden-Dächer	—	400
	Kilogr.	Kilogr.

β) Eigengewichte von Holzbalkendecken⁴⁾.

22. Decken.

Bezeichnung der Confection	Entfernung der Balken von Mitte zu Mitte				Bemerkung
	0,90 m		1,20 m		
	Balkenstärke in Centim.				
	20 X 25	25 X 30	20 X 25	25 X 30	
Balken mit Fußbodendielen	61	81	56	66	Das Gewicht der Windelböden erhöht sich bei einer Zunahme der Balkenhöhe von je 1 cm um ca. 10 kg für 1 qm Deckenfläche.
Einfache Caffetten-Decke ohne Stuck	122	142	112	132	
Einfache Caffetten-Decke mit halbem Windelboden und Stuck	279	330	305	376	
Geftreckter Windelboden mit Lehm	203	228	198	213	
Halber Windelboden	254	305	279	345	
Ganzer Windelboden	355	406	380	447	
	Kilogr. für 1 qm Deckenfläche.				

³⁾ Nach genauen Ermittlungen wiegt 1 cbm Fichtenholz, lufttrocken, im Winter gefchlagen: 550 kg, 1 cbm Lärchenholz, desgl. 730 kg.

(Siehe Wochschr. d. öft. Ing.- u. Arch.-Ver. 1887, S. 277.)

⁴⁾ Nach: HEINZLING, F. Die angreifenden und widerstehenden Kräfte der Brücken- und Hochbau-Confectionen. 2. Aufl. Berlin 1876. S. 58 u. ff.

7) Eigengewichte der Decken mit eisernen Trägern⁵⁾.
(Mittelwerthe.)

Bezeichnung der Construction	Gewicht für 1 qm Deckenfläche
Eiserne Balken, 0,9 bis 1,2 m von einander entfernt, einschl. Dielung, Deckenputz, Sandausfüllung auf etwa halbe Höhe der Träger	260
Eiserne Balken, 1,0 bis 1,5 m von einander entfernt, mit zwischengespannten Kappengewölben aus porigen Steinen	250
Eiserne Balken, Abstand wie vor, mit Eisenwellblech-Ausfüllung der Zwischenräume, in den Wellen Beton	150
Dasselbe, jedoch 8 cm hohe Sandausfüllung über dem Beton	300
Eiserne Balken, Abstand wie vor, über den Zwischenräumen <i>Monier</i> -Platten, je nach der Ausfüllung der Zwischenfache	170—300
Eiserne Balken, Abstand wie vor, Ausfüllung der Zwischenräume mit <i>Klette's</i> Holz-Asphaltdecke auf Wellblech oder <i>Zorès</i> -Eisen, mit Fußboden und Deckenschalung ⁶⁾	170—180
Eiserne Balken, System <i>Klette</i> , glatte Putzdecke, Dielenfußboden, Ausfüllung auf Fehlboden von Holz	310
Dasselbe mit Gewölben aus Lochsteinen, Dielenfußboden, Hinterfüllung	320
Dasselbe, Ausfüllung: Schlacken-Beton auf <i>Monier</i> -Platten, Cement-Estrich, glatte Cementbeton-Decke ⁷⁾	330
	Kilogr.

23.
Dächer.

8) Eigengewichte der Dächer.

Die Eigengewichte der Dächer setzen sich zusammen aus dem Gewichte der Dachdeckung nebst Zubehör, dem Gewichte der Pfetten, Sparren, des Windverbandes etc. und aus dem Gewichte der Binder. Der erste Theil ist beim Beginn der Berechnung für die Flächeneinheit schräger Dachfläche ziemlich genau bekannt und von der Weite des Daches unabhängig; auch der zweite Theil ist, wenn die Binderentfernung einigermaßen fest steht, leicht zu ermitteln.

Der dritte dagegen ist vorläufig unbekannt, kann aber nach ausgeführten, ähnlichen Constructionen geschätzt und demnach vorläufig angenommen werden; derselbe ist übrigens den beiden ersten Werthen gegenüber meistens gering.

Für die erste Berechnung kann man die nachfolgenden vorläufigen Annahmen über das Eigengewicht der Dächer⁸⁾ machen; eine nachherige Gewichtsrechnung muß ergeben, ob diese Annahmen entsprechend waren oder ob eine zweite Rechnung durchzuführen ist.

Eigengewichte der Dächer (für 1 qm schräger Dachfläche).

Holzdächer		Metalldächer			
Art des Daches	Mittl. Gewicht	Art des Daches	Mittl. Gewicht	Art des Daches	Mittl. Gewicht
Einfaches Ziegeldach	102	Asphaltdach mit Fliesenunterlage	102	Schiefer auf Winkelleisen	45
Doppel- u. Kronenziegeldach	127	Steinpappendach	30	Ebenes Eisenblech auf Winkelleisen	25
Falzziegeldach	72	Rohr- und Strohdach ohne Lehm	61	Eisenwellblech auf Winkelleisen	20
Gewöhnliches Schieferdach	76	Rohr- und Strohdach mit Lehm	76	Ebenes Zinkblech auf Schalung u. Profileisen	48
<i>Dorn's</i> ches Lehmdach	61 bis 76	Zink- u. Eisenblechdach auf Holzschalung	41	Zinkwellblech auf Winkelleisen	15
Holzcementdach	164			Glas auf Winkel-, bezw. Sproffeneisen	35—40
Asphaltdach mit Lehmunterlage	61 bis 76				Kilogr.
	Kilogr.		Kilogr.		

5) Nach: Centralbl. d. Bauverw. 1886, S. 134 u. ff.

6) Nach: Deutsche Bauz. 1883, S. 397.

7) Nach: Deutsche Bauz. 1886, S. 297.

8) Nach: Deutsches Bauhandbuch. Berlin. Bd. I. 1879. S. 229. — Bd. II. 1880. S. 127.

HEINZERLING, F. Der Eisen-Hochbau der Gegenwart. Aachen 1876—78. Heft I, S. 9.

TETMAJER, L. Die äußeren und inneren Kräfte an statisch bestimmten Brücken- und Dachstuhlconstructionen. Zürich 1875. S. 8.

Die Zahlen der vorstehenden Tabelle enthalten die Eigengewichte der Dachbinder noch nicht, sondern nur die Gewichte der Deckmaterialien einschl. Hilfsmaterial, der Lattung, bezw. Schalung, der Sparren und der Pfetten.

Für die Dachbinder können folgende Gewichtsannahmen gemacht werden:

a) Holzdächer (für 1 qm schräger Dachfläche):

- Dachbinder, stehende oder liegende, mit allem Zubehör an Holztheilen, bei
 - Spannweiten von 7,5 bis 15 m 7 bis 13 kg
 - einfache Hängeböcke, desgl., bei Spannweiten von 10 bis 18 m 12 » 18 kg
 - combinirte Spreng- und Hängeböcke, desgl., bei Spannweiten von etwa 20 m 20 » 24 kg
 - frei tragende Dachbinder verschiedener Constructionsformen, desgl., bei 10 bis 18 m Spannweite 20 » 30 kg

b) Eifendächer (für 1 qm wagrechter Projection der Dachfläche):

- bei leicht construirten Dachstützen 14 » 20 kg
- bei schwer construirten Dachstützen 20 » 30 kg.

Da es oft bequemer ist, die Belastungen aus der überdeckten Grundfläche statt aus der schrägen Dachfläche zu ermitteln, so sind in der folgenden Tabelle die Eigengewichte der Dächer, auschl. des Gewichtes der Dachbinder, für 1 qm wagrechter Projection der Dachfläche, und zwar für die verschiedenen vorkommenden Dachneigungen (*h* bezeichnet die Höhe, *L* die Stützweite des Daches) angegeben.

Eigengewichte der Dächer, auschl. des Gewichtes der Dachbinder
(für 1 qm wagrechter Projection der Dachfläche).

Art des Daches:	$\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
a) Holzdächer:										
Einfaches Ziegeldach		144	122	114	—	—	—	—	—	—
Doppel- und Kronenziegeldach		180	152	142	—	—	—	—	—	—
Falzziegeldach		102	87	81	77	76	75	74	—	—
Gewöhnliches Schieferdach		108	91	85	82	—	—	—	—	—
Asphaltdach mit Lehmunterlage		106	91	84	81	79	78	77	77	77
» » Fliesenunterlage		144	122	114	110	107	106	105	104	104
Steinpappdach		42	36	34	32	32	31	31	31	30
Zink- und Eifenblechdach auf Holzschalung		58	49	46	44	43	42	42	42	42
b) Metalledächer:										
Schiefer auf Winkeleifen		64	54	50	48	—	—	—	—	—
Ebenes Eifenblech auf Winkeleifen		35	30	28	27	26	26	26	26	26
Eifenwellblech auf Winkeleifen		28	24	23	22	21	21	21	21	20
Ebenes Zinkblech auf Schalung und Profileifen		68	58	54	52	51	50	49	49	49
Zinkwellblech auf Winkeleifen		21	18	17	16	16	16	15	15	15
Glas auf Winkel-, bezw. Sproffeneifen		57	48	45	43	—	—	—	—	—

Kilogramm.

Beim Holzcementdach hat das Dach eine so geringe Neigung (etwa 1:20), das man als Belastung für 1 qm wagrechter Projection der Dachfläche unbedenklich den Werth der Tabelle auf S. 18 (unter δ), d. i. 164 kg annehmen kann.

2) Nutzlast.

Die Nutzlasten sind hauptsächlich bei den Decken-Constructions von Wichtigkeit; sie bestehen in der Belastung durch Menschen, ungünstigstenfalls durch Menschengedränge in öffentlichen Sälen, Theatern, Concert- und Ausstellungssälen, Gerichtsräumen, Schulzimmern etc., in der Belastung durch Waaren in Speichern, durch Bücher in Bibliotheken u. dergl. mehr. Dabei ist für die Berechnung auf die Lage der Nutzlast Rücksicht zu nehmen und zu beachten, das nicht für alle Theile

der tragenden Construction die Belastung des ganzen Raumes die gefährlichste ist, das vielmehr theilweise Belastung für viele Theile wesentlich ungünstiger ist. Demnach muß bei der Berechnung für jeden Theil die gefährlichste mögliche Belastungsart aufgesucht und diese der Berechnung zu Grunde gelegt werden. Weiter ist zu beachten, das die Belastung mit Erschütterungen, selbst mit Stößen verbunden sein kann. Wenn eine große Versammlung sich plötzlich erhebt oder niedersetzt, wenn beim Beginne der Schule die Säle sich schnell füllen, wenn am Schlusse einer Vorstellung der Saal rasch entleert wird, wenn ein Tanzsaal bestimmungsgemäß benutzt wird; so treten Erschütterungen und Stöße auf, welche den Einfluß der Last wesentlich vergrößern können und auf welche zweckmäßig Rücksicht genommen wird. Es ist üblich, die stoßweise wirkenden Belastungen mit einem Coefficienten, welcher größer als 1 ist, multiplicirt in die Berechnung einzuführen. Für Hochbauten empfiehlt es sich, diesen Coefficienten mit 1,2 anzunehmen.

25. ^{Zahlenangaben.} Bezüglich der Nutzlasten können bei den Berechnungen folgende Annahmen zu Grunde gelegt werden:

Nutzlast für 1 qm Grundfläche			
in Wohnräumen	150	in Hafer Speichern und Fruchtböden ⁹⁾	480 bis 500
» Tanzsälen	250	» Waaren Speichern ¹⁰⁾	760
» Heuf Speichern ⁹⁾	500	durch Menschengedränge	400
	Kilogr.		Kilogr.

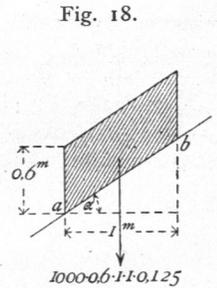
In den Speichern wird je nach der Waare, welcher der Speicher dienen soll, die größte Belastung verschieden sein, und es ist deshalb zuvor über die Bedingungen, unter welchen die Waare gelagert wird (Höhe, Breite, Gewicht etc.), Erkundigung einzuziehen.

Für Bibliotheken kann das spezifische Gewicht der Bücher im Mittel zu 0,6 angenommen werden; weiter kann der Rauminhalt der Repositorien als nur zur Hälfte gefüllt berechnet werden, so das 1 cbm Rauminhalt der Büchergestelle 300 kg schwer gesetzt werden kann. Auf eine stärkere Bestellung mit Büchern ist in deutschen Bibliotheken nicht zu zählen¹¹⁾.

3) Schneelast.

26. ^{Schneelast.}

Die Schneelast kommt nur bei den Dächern in Frage. Als größte Schneehöhe, welche ungünstigstenfalls in unserem Klima fällt, ohne das mittlerweile eine Befreitung des gefallenen Schnees möglich ist, kann man etwa 0,6 m annehmen; das spezifische Gewicht des Schnees beträgt etwa 0,125; mithin ist das größte Gewicht der Schneelast für 1 qm der wagrechten Projection (Fig. 18) 0,125 · 0,6 · 1000 = 75 kg. Diese Zahl ist innerhalb gewisser Grenzen von der Dachneigung unabhängig. Handelt es sich dagegen um die größte Schneebelastung für 1 qm der schrägen Dachfläche, so kann dieselbe wie folgt ermittelt werden.



Die Last von 75 kg kommt auf \overline{ab} Quadrat-Meter der Dachfläche; da $\overline{ab} = \frac{1}{\cos \alpha}$ ist, so kommt auf 1 qm der schrägen Dachfläche eine Schneelast

$$\sigma = \frac{75}{\overline{ab}} = 75 \cos \alpha.$$

⁹⁾ Siehe: FRANGENHEIM. Der Hauptbahnhof der Kölnischen Straßenbahn-Gesellschaft zu Köln. Deutsche Bauz. 1887, S. 421.

¹⁰⁾ Für den Seine-Speicher zu Paris wurden die Nutzlasten wie folgt berechnet: im I. Obergeschofs mit 1500 kg, im II. Obergeschofs mit 1250 kg, im III. bis V. Obergeschofs mit je 1000 kg und im VI. Obergeschofs mit 800 kg für 1 qm Lagerung von Mehl und Getreide (siehe: Centralbl. d. Bauverw. 1884, S. 509).

¹¹⁾ Nach: TRIEDMANN, v. Die Universitäts-Bibliothek in Halle a. S. Zeitchr. f. Bauw. 1885, S. 338.

Für die verschiedenen Verhältniffe der Firfthöhe h zur Stützweite L ergeben sich demnach folgende

Größte Belastungen σ durch Schneedruck
für 1 qm fchräger Dachfläche:

Für $\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
$\alpha =$	45°	33° 41'	26° 40'	21° 50'	18° 25'	16°	14°	12° 30'	11° 20'
$\sigma =$	(53)	62	67	70	71	72	73	73	73 Kilogr.

Für 1 qm wagrechter Projection der Dachfläche beträgt die ungünstigste Schneebelastung 75 kg.

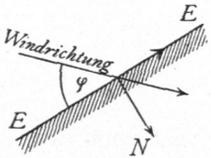
Wenn die Dachneigung fo steil ift, dafs $\frac{h}{L} > \frac{1}{2,8}$ ift, fo bleibt der Schnee nicht mehr liegen, gleitet vielmehr ab; für derartige Dachneigungen braucht man also auf Schneelast gar keine Rückficht zu nehmen. Deshalb ift in der Tabelle der Werth von σ , welcher sich für $\frac{h}{L} = \frac{1}{2}$ ergeben hat, eingeklammert.

4) Winddruck.

Der Winddruck ift von hervorragender Bedeutung fowohl für die Dächer, wie für hohe Mauern, Schornfteine etc. In der Technik ift vor Allem wichtig, zu wiffen, welchen Druck der Wind auf eine Ebene EE (Fig. 19) ausübt, die feinen Strom unter einem fpitzen Winkel φ fchneidet.

27.
Winddruck.

Fig. 19.



Diefer Druck kann nur fenkrecht zu der Ebene gerichtet fein; denn der Druck zwischen zwei sich berührenden Körpern kann höchstens um einen Winkel von der Senkrechten zur Berührungsfläche abweichen, welcher gleich ift dem Reibungswinkel. Zwischen der Dachfläche und der fie umfpielenden Luft findet keine Reibung ftatt; der Reibungswinkel ift hier also gleich Null; mithin ift der Druck zwischen der Dachfläche und der Luft ftets fenkrecht zur Dachfläche gerichtet. Es kann fonach nur diejenige Seitenkraft des Winddruckes, welche fenkrecht zur Dachfläche gerichtet ift, durch einen Gegendruck

der Dachfläche aufgehoben werden, d. h. auf die Dach-Construction wirken; die andere Seitenkraft des Winddruckes hat auf die Dach-Construction keinen Einflufs.

Bis vor Kurzem wurde allgemein angenommen, der fenkrechte Druck N auf die Ebene EE fei der zweiten Potenz von $\sin \varphi$ proportional; neuere theoretifche Unterfuchungen¹²⁾ und praktifche Verfuche haben jedoch nachgewiefen, dafs man der Wirklichkeit wefentlich näher kommt, wenn man einführt

$$N = P \sin \varphi, \dots \dots \dots 1.$$

in welcher Gleichung P die Größe des Druckes ift, welche der Wind auf eine fenkrecht getroffene Fläche ausübt. Man kann fetzen

$$P = \frac{v^2 F \gamma}{g}, \dots \dots \dots 2.$$

mithin

$$N = \frac{v^2 F \gamma}{g} \sin \varphi \dots \dots \dots 3.$$

In diefen Gleichungen bedeutet: F den Flächeninhalt der vom Winde getroffenen Fläche, v die Gefchwindigkeit des Windes (in Met. für die Secunde), γ das Gewicht von 1 cbm Luft (in Kilogr.) und g die Befchleunigung des freien Falles = 9,81 m.

12) Vergl.: LOESSL, F. v. Studie über aërodynamifche Grundformeln an der Hand von Experimenten. Zeitfchr. d. öft. Ing.- u. Arch.-Ver. 1881, S. 103.
GERLACH, E. Einige Bemerkungen über den Widerftand, den eine ebene Platte und ein Keil von einer gleichförmig ftömenden Flüssigkeit erfährt. Civiling. 1885, S. 73 ff.
Normaldruck des Windes. Centralbl. d. Bauverw. 1885, S. 203.

Die Formeln stimmen mit den Ergebnissen von Versuchen gut überein. Auf theoretischem Wege erhält man die Formel

$$N = \left(\frac{\pi}{4 + \pi \sin \varphi} \right) \sin \varphi \frac{\gamma}{g} F v^2 \dots \dots \dots 4.$$

Für $\varphi = 90$ Grad erhält man aus dieser Gleichung

$$P = \frac{\pi}{4 + \pi} \cdot \frac{\gamma}{g} F v^2 \dots \dots \dots 5.$$

Gleichung 4 unterscheidet sich demnach von Gleichung 3 dadurch, daß sie statt des Factors 1 den Bruch $\frac{\pi}{4 + \pi \sin \varphi}$ enthält. Der aus Gleichung 5 für P unter der Annahme bestimmter Windgeschwindigkeiten v berechnete Werth stimmt aber gar nicht mit den üblichen, der Wirklichkeit gut entsprechenden Annahmen über den Druck, welcher gegen eine senkrecht getroffene Fläche vom Winde ausgeübt wird, überein. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, bis diese Frage weiter geklärt ist, nach den zuerst angeführten Formeln 2 und 3 zu rechnen.

Für 15 Grad C. und 760 mm Barometerstand ist $\frac{\gamma}{g} = 0,12458$, also rund

$$P = 0,125 F v^2,$$

demnach der Winddruck für 1 qm senkrecht getroffener Fläche

$$p = 0,125 v^2.$$

Nimmt man als größte Windgeschwindigkeit $v = 30$ m an, so wird rund

$$p = 120 \text{ Kilogr.}$$

und

$$n = p \sin \varphi = 120 \sin \varphi \text{ Kilogr. } \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots \dots \dots 6.$$

28.
Dachflächen.

a) Winddruck auf Dachflächen. Die Windrichtung schließt nach den gemachten Beobachtungen einen Winkel von nahezu 10 Grad mit der wagrechten Ebene ein. Dieser Winkel möge β , der Winkel der Dachfläche gegen die Wagrechte α genannt werden; dann ist nach Fig. 20 der Winkel der Windrichtung mit der Dachfläche $\varphi = (\alpha + \beta)$ und demnach der auf 1 qm schräger Dachfläche entfallende senkrechte Winddruck

$$v = p \sin (\alpha + \beta) = 120 \sin (\alpha + 10^\circ). \quad 7.$$

Aus Gleichung 7 ergeben sich für die verschiedenen Dachneigungen die in folgender Tabelle angeführten Werthe für v .

Senkrechte Belastungen v durch Winddruck für 1 qm schräger Dachfläche.

Für $\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
$\alpha =$	45°	33°41'	26°40'	21°50'	18°25'	16°	14°	12°30'	11°20'
abgerundet $v =$	98	83	72	63	57	53	49	46	44 Kilogr.

Zerlegt man den Normaldruck v in eine lothrechte und eine in die Richtung der Dachfläche fallende Seitenkraft (Fig. 21), so wird die erstere für 1 qm der Dachfläche $v = \frac{v}{\cos \alpha}$ und für 1 qm wagrechte Projection der Dachfläche

$$v = \frac{v}{\cos^2 \alpha} = \frac{120 \sin (\alpha + 10^\circ)}{\cos^2 \alpha} \dots \dots \dots 8.$$

Fig. 20.

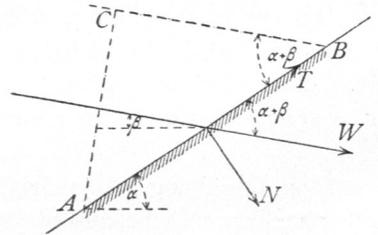
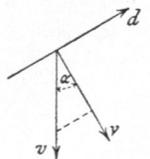


Fig. 21.

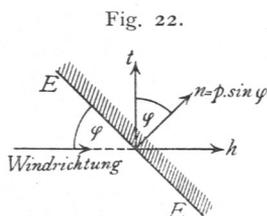


Die Werthe für v sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Für	$\frac{h}{L} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
$v =$	196	120	90	73	64	57	52	48	46 Kilogr.

β) Winddruck gegen Mauerflächen. Bei Auffuchung des auf lothrechte oder schwach geneigte Mauern wirkenden Winddruckes wird zweckmäfsig von der Neigung der Windrichtung gegen die wagrechte Ebene abgesehen und der Winddruck als wagrechte Kraft eingeführt; der Fehler hat gröfsere Sicherheit zur Folge.

29.
Mauerflächen.



Der senkrechte Druck des Windes gegen eine Mauerfläche EE (Fig. 22), welche den Winkel φ mit der Windrichtung bildet, ist für die Flächeneinheit

$$n = p \sin \varphi;$$

die Seitenkraft von n , welche in die Richtung des Windes fällt, ist alsdann

$$h = n \sin \varphi = p \sin^2 \varphi,$$

während die Seitenkraft, welche senkrecht zur Windrichtung wirkt, die Gröfse hat

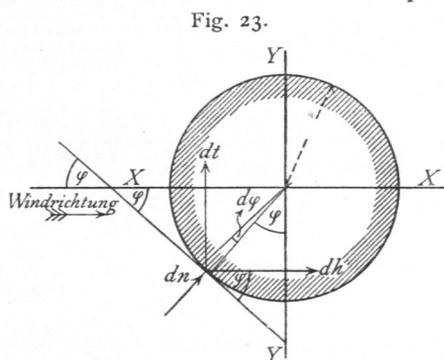
$$t = p \sin \varphi \cos \varphi.$$

Die erstere Seitenkraft ist besonders dann wichtig, wenn es sich um Bauteile handelt, welche im Grundrifs nach einem Vielecke, einem Kreise, einer Ellipse etc. geformt sind, so bei Schornsteinen, Thürmen etc. Bei ebenen Mauern ist der Berechnung stets als ungünstigste Windbelastung diejenige zu Grunde zu legen, bei welcher der Wind die Mauer senkrecht trifft.

a) Winddruck gegen eine ebene Mauer. Wenn die getroffene Fläche F Quadr.-Met. enthält, so ist

$$N = p F = 120 F \text{ Kilogr.}$$

Als Angriffspunkt der Mittelkraft kann der Schwerpunkt der getroffenen Fläche eingeführt werden.



b) Winddruck gegen einen Kreisylinder. Es soll der Winddruck ermittelt werden, welcher auf die Längeneinheit der Höhe, also das steigende Meter wirkt. Gegen das Bogentheilchen ds , dessen Tangente mit der X -Axe den Winkel φ (Fig. 23) bildet, wirkt der Normaldruck

$$dn = p \cdot ds \cdot \sin \varphi = p r d\varphi \cdot \sin \varphi.$$

Die senkrecht zur Windrichtung wirkende Seitenkraft von dn wird durch eine gleich grofse, entgegengesetzt wirkende aufgehoben, welche auf den symmetrisch zur XX -Axe liegenden Bogentheil wirkt; die andere Seitenkraft ist

$$dh = dn \sin \varphi = p r \sin^2 \varphi d\varphi.$$

Die gesammte Kraft, welche ein Umsturz-Moment erzeugt, ist für die Höheneinheit offenbar

$$H = \int_0^{\pi} p r \sin^2 \varphi d\varphi = 2 pr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi d\varphi,$$

fonach

$$H = pr \frac{\pi}{2} \dots \dots \dots 9.$$

Wird $p = 120$ kg eingeführt, fo ist die Kraft H für das steigende Meter

$$H = 188,4 r = \infty 190 r \text{ Kilogr.},$$

worin r in Metern einzufetzen ist.

Die Kraft H liegt in der lothrechten Ebene der Axe XX und greift in halber Höhe des Cylinders an.

c) Winddruck gegen ein regelmässiges achteitiges Prisma (Fig. 24). Die Breite des umschriebenen Quadrates sei B , die Seitenlänge der achteckigen Grundfläche sei b ; dann ist $b = 0,414 B$. Der Winddruck gegen die senkrecht getroffene Fläche ist für die Längeneinheit der Höhe

$$H_1 = p b,$$

derjenige gegen die unter 45 Grad getroffenen Seitenflächen je

$$N = p b \sin 45^\circ,$$

und die in die Windrichtung fallende Seitenkraft von N ist

$$H_2 = p b \sin^2 45^\circ = \frac{p b}{2}.$$

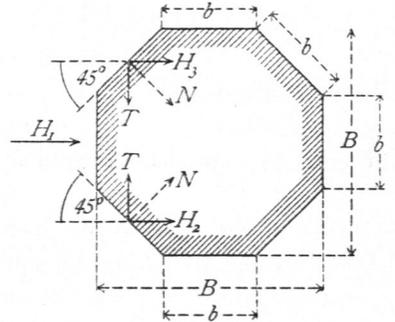
Eben so groß ist H_3 ; mithin wird die gesammte Kraft, welche ein Umsturz-Moment erzeugt, für das steigende Meter sein

$$H = H_1 + H_2 + H_3 = 2 p b.$$

Die Mittelkraft aller H greift, wie oben, in halber Höhe des Prismas an und liegt in der durch die Axe des Prismas und H_1 bestimmten lothrechten Ebene.

Die bisher ganz allgemein und auch in vorstehenden Entwicklungen gemachte Annahme einer gleichmässigen Vertheilung des Winddruckes über eine ebene getroffene Fläche scheint nach den neueren Versuchen und theoretischen Ermittlungen nicht ganz richtig zu sein; demnach ist es auch nicht ohne Weiteres richtig, dass die Mittelkraft durch den Schwerpunkt der getroffenen Fläche geht. Es scheint, dass der Druck an den Rändern am kleinsten ist und nach der Mitte der Ebene hin zunimmt. Bis über die Gefetzmässigkeit genauere Angaben vorliegen, wird man jedoch für die Zwecke des Hochbaues unbedenklich die vorgeführten Annahmen den Berechnungen zu Grunde legen können.

Fig. 24.



b) Schwerpunkte und statische Momente.

1) Schwerpunkte von ebenen Figuren.

Um den Schwerpunkt einer beliebigen ebenen Figur zu finden, genügt es, zwei Linien zu bestimmen, auf deren jeder der Schwerpunkt liegen muss; alsdann ist der Schnittpunkt beider Linien der gefuchte Schwerpunkt. Werden in der Ebene, in welcher die betreffende Figur liegt, zwei Coordinaten-Axen OX und OY beliebig angenommen, fo erhält man die Abstände x_0 und y_0 des Schwerpunktes von den beiden Axen OY und OX aus den Gleichungen

$$x_0 = \frac{\int x df}{F} \text{ und } y_0 = \frac{\int y df}{F}, \dots \dots \dots 10.$$

in denen F die ganze Querschnittsfläche, df den Flächeninhalt eines beliebigen Theilchens mit den Coordinaten x und y bedeutet und die Summirung über die ganze Fläche auszudehnen ist. Die vorstehenden beiden Gleichungen können hier aus der

30. Grundgleichungen.

Mechanik als bekannt vorausgesetzt werden. Man kann statt der unendlich kleinen Theilchen df Flächentheile f von endlicher Gröfse einführen, also die obigen Gleichungen schreiben:

$$x_0 = \frac{\Sigma (f x)}{F} \quad \text{und} \quad y_0 = \frac{\Sigma (f y)}{F}, \dots \dots \dots 11.$$

wenn x und y die Schwerpunkts-Coordnaten der Flächentheile f bedeuten.

Die Zähler der Gleichungen nennt man die statischen Momente der Fläche, bezogen auf die Y - und X -Axe; denn denkt man in jedem Theile der Fläche den Inhalt desselben als Kraft senkrecht zur Ebene der Figur wirkend, so sind die statischen Momente dieser Kräfte für die beiden Axen eben die Zählergrößen obiger Gleichungen.

Aus den Schwerpunktsgleichungen folgt:

α) x_0 wird gleich Null, wenn der Zähler $\Sigma (f x)$, bezw. $\int x df$ gleich Null wird, d. h. für eine Axe, für welche das statische Moment der Fläche gleich Null wird. Der Schwerpunkt liegt demnach auf einer solchen Axe. Dasselbe gilt natürlich für y_0 , so dass man allgemein sagen kann: Jede Axe, für welche das statische Moment einer Fläche gleich Null ist, geht durch den Schwerpunkt der Fläche, ist also, wie man sagt, eine Schwerpunktsaxe.

31.
Folgerungen.

Man suche daher zwei Axen auf, für welche die statischen Momente gleich Null sind; alsdann ist deren Schnittpunkt auch der Schwerpunkt.

β) Liegt eine Figur symmetrisch zu einer Axe XX , so ist das statische Moment $\int y df$ der Figur für diese Axe gleich Null; denn jedem Flächentheilchen f_1 im Abstände y_1 von der Axe entspricht ein eben so großes Theilchen f_1 im Abstände $-y_1$ von der Axe; der Beitrag beider Theile zum statischen Momente ist also $f_1 y_1 - f_1 y_1 = 0$. Das Gleiche gilt von je zwei anderen Theilen, so dass also das gefammte statische Moment gleich Null wird. Daraus folgt: Jede Symmetrie-Axe einer Fläche ist eine Schwerpunktsaxe.

Hat sonach ein Querschnitt eine Symmetrie-Axe, so ist nur noch die Lage des Schwerpunktes auf derselben zu bestimmen; hat ein Querschnitt zwei Symmetrie-Axen, so ist der Schnittpunkt beider auch der Schwerpunkt.

γ) Nach Gleichung 10 ist $F x_0 = \int x df$. Ist es möglich, die ganze Fläche in eine Anzahl Gruppen $F_1, F_2, F_3 \dots$ zu zerlegen, von deren jeder der Schwerpunktsabstand ($x_1, x_2, x_3 \dots$) bekannt ist, so muss für diese sein

$$F_1 x_1 = (\int x df)_1, \quad F_2 x_2 = (\int x df)_2, \quad F_3 x_3 = (\int x df)_3, \dots 12.$$

in welchen Ausdrücken sich die Einzelintegrale auf die einzelnen Gruppen beziehen. Dann ist sonach

$$F x_0 = F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 + \dots + F_n x_n,$$

und es wird

$$x_0 = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 + \dots + F_n x_n}{F} \dots \dots \dots 13.$$

Es ist sehr oft möglich, die gegebene Figur in Rechtecke, bezw. solche kleinere Figuren zu zerlegen, deren Schwerpunkte bekannt sind und alsdann mit Hilfe obiger Formel die Lage des Gefammtschwerpunktes zu finden.

δ) Der Schwerpunkt S zweier Flächen F_1 und F_2 (Fig. 25) mit den Schwerpunkten s_1 und s_2 liegt auf der Verbindungslinie $s_1 s_2$ beider Schwerpunkte. Nennt man nämlich den Abstand des Gefammtschwerpunktes von dieser Verbindungslinie y_0 ,

so ist $F y_0 = F_1 y_1 + F_2 y_2$. Die Abstände y_1 und y_2 der beiden Schwerpunkte s_1 und s_2 von derselben Axe sind aber gleich Null, weil die Axe durch diese Schwerpunkte gelegt ist. Demnach ist für diese Axe $F y_0 = 0$, also auch $y_0 = 0$.

Hieraus folgt weiter, daß, wenn die Schwerpunkte noch weiterer Flächen auf dieser Linie liegen, der Gesamtschwerpunkt gleichfalls auf derselben liegt; kann man also eine Fläche in eine Anzahl Streifen zerlegen, deren Schwerpunkte auf einer geraden Linie liegen, so befindet sich auch der Schwerpunkt der gesammten Fläche auf dieser Linie.

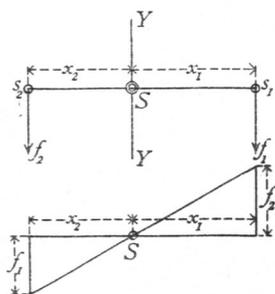
Die Lage des Schwerpunktes auf der Linie $s_1 s_2$ (Fig. 25) ist leicht zu finden. Werden die Abstände desselben von s_1 und s_2 mit bezw. $+x_1$ und $-x_2$ bezeichnet, so muß für eine senkrecht zu $s_1 s_2$ durch den Schwerpunkt S gelegte Axe $Y Y$ sein

$$0 = f_1 x_1 - f_2 x_2 \quad \text{oder} \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{f_2}{f_1}.$$

Daraus ergibt sich die nachfolgende Construction.

Man errichte in s_1 eine Senkrechte, welche f_2 Flächeneinheiten in beliebigem Maßstabe enthält, in s_2 eine Senkrechte, jedoch nach entgegengesetzter Seite, welche f_1 Flächeneinheiten in demselben Maßstabe enthält, und verbinde die Endpunkte; alsdann schneidet diese Verbindungslinie die Axe $s_1 s_2$ im Schwerpunkte S .

Fig. 25.



2) Schwerpunkte von einfachen Figuren.

32.
Regelmäßige
Figuren.

α) Schwerpunkt eines Quadrates, Rechteckes, Parallelogrammes, Kreises und einer Ellipse. Jede dieser Figuren hat wenigstens zwei Symmetrie-Axen, bezw. Halbierungslinien, in deren Schnittpunkt der Schwerpunkt sich befindet.

Demnach liegt er beim Rechteck und Quadrat in der Mitte der Höhe und Breite, beim Parallelogramm im Schnittpunkte der Diagonalen und beim Kreise und bei der Ellipse im Mittelpunkte.

33.
Dreieck.

β) Schwerpunkt eines Dreieckes (Fig. 26).

Zerlegt man die Dreiecksfläche durch Linien, welche einer Seite (AB in Fig. 26) parallel sind, in eine Anzahl sehr schmaler Streifen, so liegt der Schwerpunkt eines jeden Streifens in der Mitte seiner Breite, und nach der Folgerung unter δ in Art. 31 liegt der Gesamtschwerpunkt auf der Verbindungslinie der Schwerpunkte aller Streifen. Der Schwerpunkt liegt also auf der Linie CD , welche die Mitte D einer Dreiecksseite mit der gegenüber liegenden Ecke (C) verbindet. Aus demselben Grunde liegt er auch auf der Linie AE , wenn $CE = EB$ ist. Der Schwerpunkt S ist der Schnittpunkt beider. Da aber DE und AC parallel sind, so ist

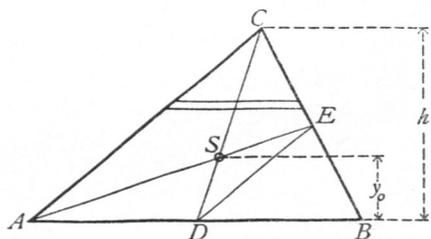
$$\frac{DS}{SC} = \frac{DE}{CA} = \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \frac{DS}{SC} = \frac{SE}{EA} = \frac{1}{2}.$$

Daraus folgt, daß der senkrechte Abstand des Schwerpunktes S von der Grundlinie AB des Dreieckes ein Drittel der Höhe ist, d. h. es ist

$$y_0 = \frac{h}{3}.$$

Da jede Seite des Dreieckes als Grundlinie angesehen werden kann, so liegt S auch auf einer Parallelen zu BC , deren senkrechter Abstand ein Drittel desjenigen beträgt, in welchem A von BC liegt. Das Gleiche gilt von AC , bezw. B . Mittels dieses Gesetzes können daher leicht zwei Linien gezeichnet werden, auf denen der Schwerpunkt liegt.

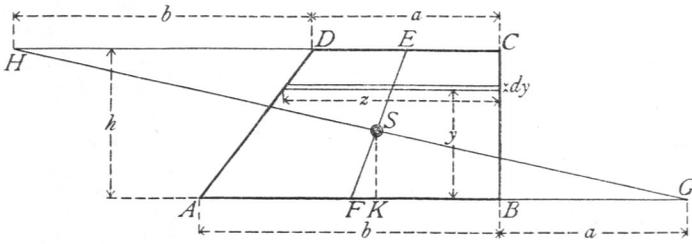
Fig. 26.



γ) Schwerpunkt eines Parallel-Trapezes (Fig. 27).

34. Parallel-Trapez.

Fig. 27.



Der Schwerpunkt des Trapezes in Fig. 27 liegt auf der Verbindungslinie der beiden Punkte E und F, welche die beiden parallelen Seiten halbiren. Ferner ist

$$F y_0 = \int y \, d f.$$

Nennt man die Breite eines Streifens z und dessen Höhe dy, so ist

$$d f = z \, d y, \quad z = b - \frac{b-a}{h} y \quad \text{und} \quad F = (a + b) \frac{h}{2};$$

fonach

$$F y_0 = \int_0^h \left(b y - \frac{b-a}{h} y^2 \right) d y = \frac{b h^2}{2} - \frac{(b-a) h^3}{3},$$

und

$$y_0 = \frac{h}{3} \frac{(2 a + b)}{(a + b)}.$$

Daraus ergibt sich folgende Construction.

Man halbire die beiden parallelen Seiten in E und F, trage $B G = a$ und $D H = b$ nach rechts, bzw. links in den Verlängerungen der beiden parallelen Seiten auf und ziehe $H G$; alsdann ist der Schnittpunkt von $H G$ mit $E F$ der Schwerpunkt S. Denn es ist

$$\frac{\overline{S F}}{\overline{E F}} = \frac{a + \frac{b}{2}}{a + \frac{b}{2} + b + \frac{a}{2}} = \frac{2 a + b}{3 (a + b)}, \quad \text{aber auch} \quad \frac{\overline{S F}}{\overline{E F}} = \frac{\overline{S K}}{h};$$

mithin ist

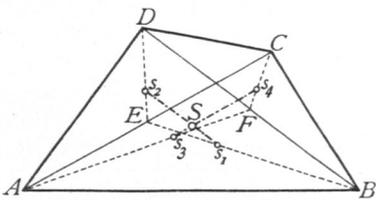
$$\frac{\overline{S K}}{h} = \frac{2 a + b}{3 (a + b)} \quad \text{und} \quad \overline{S K} = \frac{h}{3} \frac{(2 a + b)}{(a + b)} = y_0.$$

Der Punkt S ist also in der That der Schwerpunkt.

δ) Schwerpunkt eines unregelmäßigen Viereckes (Fig. 28).

35. Unregelmäßiges Viereck.

Fig. 28.



Um den Schwerpunkt des unregelmäßigen Viereckes $A B C D$ zu bestimmen, ziehe man die Gerade $A C$ und ermittle die Schwerpunkte s_1 und s_2 der beiden Dreiecke $A C B$ und $A C D$, wie unter β gezeigt; alsdann liegt der Gesamtschwerpunkt auf der Linie $s_1 s_2$. Nun ziehe man $B D$ und ermittle die Schwerpunkte s_3 und s_4 der beiden Dreiecke $A B D$ und $B C D$; alsdann liegt der Gesamtschwerpunkt auch auf der Linie $s_3 s_4$. Demnach ist der Schnittpunkt der beiden Linien $s_1 s_2$ und $s_3 s_4$ der gefuchte Schwerpunkt.

In ganz ähnlicher Weise kann man weiter verfahren, wenn es sich um den Schwerpunkt eines Vieleckes handelt, welches in Dreiecke zerlegt werden kann. Doch wird in einem solchen Falle vielfach das unten vorzuführende graphische Verfahren bequemer sein.

ε) Schwerpunkt eines Kreisabschnittes (Fig. 29).

36. Kreisabschnitt.

Der ganze zum Kreisabschnitt gehörige Winkel sei 2α ; die Halbierungslinie des Winkels ist eine Symmetrie-Axe, enthält also den Schwerpunkt; es ist somit nur noch der Abstand desselben vom Kreismittelpunkte oder, was dasselbe befragt, von einer durch diesen senkrecht zur Winkelhalbirenden gelegten Axe $X X$ zu suchen.

Für den zu einem Bogenstück $d s = r \, d \varphi$ gehörigen Theil des Abschnittes (Fig. 29), welcher als

Dreieck aufgefasst werden kann, ist der Schwerpunktsabstand von der Axe XX : $y = \frac{2}{3} r \cos \varphi$, der Flächeninhalt:

$$df = ds \frac{r}{2} = \frac{r^2 d\varphi}{2};$$

mithin ist

$$y_0 = \frac{\int_{-a}^{+a} y df}{m} = \frac{2 \int_0^a y df}{m} = \frac{2}{3} r^3 \frac{\int_0^a \cos \varphi d\varphi}{r^2 \alpha}$$

$$y_0 = \frac{2}{3} \frac{r \sin \alpha}{\alpha} \dots \dots \dots 14.$$

Für den Halbkreis wird $\alpha = \frac{\pi}{2}$ und $\sin \alpha = 1$, sonach

$$y_0 = \frac{4r}{3\pi} = 0,425 r.$$

Für den Viertelkreis ist $\alpha = \frac{\pi}{4}$, daher $y_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} r = 0,6 r$.

Für den Sechstelkreis ist $\alpha = \frac{\pi}{6}$, mithin $y_0 = \frac{2}{\pi} r = 0,637 r$.

§) Schwerpunkt eines Kreisabschnittes (Fig. 30).

Der Schwerpunkt des Kreisabschnittes liegt zunächst wieder auf der Winkelhalbierenden; ferner ist aber nach der Folgerung δ in Art. 31, wenn F der Flächeninhalt des Kreisabschnittes $ACBm$, y der Abstand des Schwerpunktes dieser Fläche von XX ist, wenn ferner f_1 und f_2 die Flächeninhalte des Kreisabschnittes ACB , bzw. des Dreieckes ABm und y_1 , bzw. y_2 die Schwerpunktsabstände dieser Flächen von XX sind,

$$F y = f_1 y_1 + f_2 y_2 \text{ oder } y = \frac{F y_1 - f_2 y_2}{f_1}.$$

Nun ist $F = r^2 \alpha$, $y = \frac{2}{3} \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$ und $f_2 = r^2 \sin \alpha \cos \alpha$;

ferner

$$y_2 = \frac{2}{3} r \cos \alpha \text{ und } f_1 = r^2 (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha);$$

mithin wird

$$y = \frac{\frac{2}{3} r \sin^3 \alpha}{\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}} \dots \dots \dots 15.$$

η) Schwerpunkt einer Parabelfläche (Fig. 31).

Die Gleichung der Parabel AmB ist, bezogen auf O als Anfangspunkt der Coordinaten-Axen,

$$\frac{x^2}{\lambda^2} = \frac{y}{h}.$$

Der Schwerpunkt der Fläche ABm liegt zunächst auf der Symmetrie-Axe YY ; der Abstand desselben von XX ist

$$y_0 = \frac{\int y df}{F} = \frac{\int y dy}{\int dy}.$$

Es ist $df = 2x dy$, $y = \frac{h x^2}{\lambda^2}$ und $dy = \frac{2x h}{\lambda^2} dx$, also $df = \frac{4x^2 h}{\lambda^2} dx$, somit

$$y_0 = \frac{\frac{4h^2}{\lambda^4} \int_0^\lambda x^4 dx}{\frac{4h}{\lambda^2} \int_0^\lambda x^2 dx} = \frac{h}{\lambda^2} \frac{3}{5} \lambda^2 = \frac{3}{5} h.$$

Fig. 29.

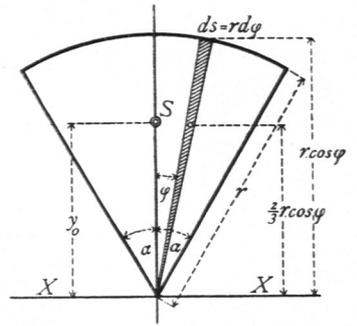


Fig. 30.

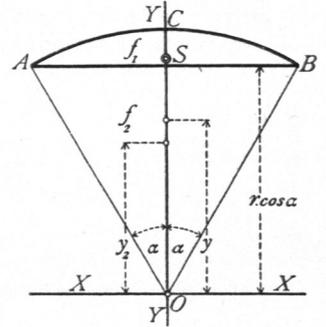
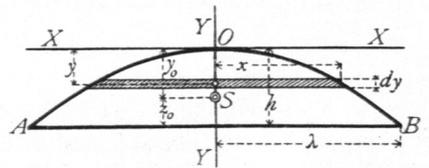


Fig. 31.



37.
Kreisabschnitt.

38.
Parabelfläche.

Der Schwerpunkt liegt also vom Scheitel O um

$$y_0 = \frac{3}{5} h \dots \dots \dots 16.$$

von der Linie AB um

$$z_0 = \frac{2}{5} h \dots \dots \dots 17.$$

entfernt.

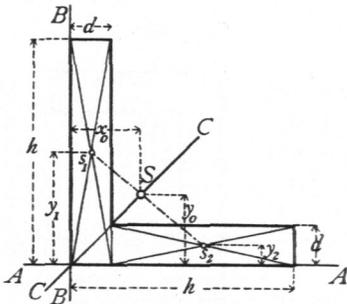
3) Schwerpunkte von Querschnittsflächen,

die aus einfachen Figuren zusammengesetzt sind.

α) Schwerpunkt des gleichschenkeligen Winkeleifens (Fig. 32). Auf

39.
Winkeleifens.

Fig. 32.



die Ausrundung im Winkel und die Abrundung der Ecken soll keine Rücksicht genommen werden; dieselbe kann sowohl bei dieser, wie bei den folgenden Querschnittsformen meistens unbeachtet gelassen werden.

Der Abstand des Schwerpunktes S von AA , bzw. BB ist

$$y_0 = x_0 = \frac{\sum (fy)}{F} = \frac{f_1 y_1 + f_2 y_2}{f_1 + f_2}.$$

Hierin ist f_1 der Flächeninhalt des lothrecht, f_2 derjenige des wagrecht gezeichneten Schenkels, bei letzterem nach Abzug des Flächentheiles, der mit dem lothrechten Schenkel zusammenfällt; y_1 und y_2 sind die Abstände der Schwerpunkte von AA .

Eine angenäherte, fast stets genügend genaue Formel wird folgendermaßen gefunden¹³⁾. Es ist

$$y_0 = \frac{\frac{d h \cdot h}{2} + (h-d) d \frac{d}{2}}{2 d h - d^2} = \frac{h^2 + (h-d) d}{2 (2 h - d)} = \frac{h^2 + h d - d^2}{2 (2 h - d)} = \frac{1}{2} \left[\frac{h}{2} + \frac{3}{4} d - \frac{d^2}{8 h} \right].$$

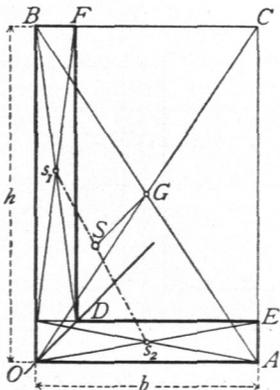
Innerhalb der für $\frac{d}{h}$ vorkommenden Grenzen liegt $\frac{d^2}{2 \cdot 8 h}$ zwischen 0,0125 und 0,00625, hat etwa den Mittelwerth 0,009. Wird dieser eingeführt, so erhält man

$$y_0 = x_0 = \frac{h}{4} + 0,366 d.$$

Sehr leicht kann der Schwerpunkt durch Construction gefunden werden.

Man zerlege den Querschnitt in zwei Rechtecke, ermittle deren Schwerpunkte s_1 und s_2 , die nach Art. 32 (unter δ) die Schnittpunkte der Diagonalen sind; dann liegt der Gesamtschwerpunkt auf der Linie $s_1 s_2$; da er auch auf der Symmetrie-Axe CC liegt, so ist der Schnittpunkt S der genannten beiden Linien der gefuchte Schwerpunkt.

Fig. 33.



Beispiel. Es sei die Schenkellänge $h = 10$ cm und die Dicke $d = 1$ cm; alsdann ist $f_1 = 10$ qcm, $f_2 = 9$ qcm, $y_1 = 5$ cm und $y_2 = 0,5$ cm; fonach

$$y_0 = \frac{10 \cdot 5 + 9 \cdot 0,5}{10 + 9} = 2,87 \text{ cm} = x_0.$$

Die angenäherte Formel giebt

$$y_0 = 2,5 + 0,366 = 2,866 \text{ cm} = x_0.$$

β) Schwerpunkt des ungleichschenkeligen Winkeleifens (Fig. 33).

Hier ist keine Symmetrie-Axe vorhanden; man muß also x_0 und y_0 getrennt berechnen. Es ist

$$x_0 = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2}{f_1 + f_2} \quad \text{und} \quad y_0 = \frac{f_1 y_1 + f_2 y_2}{f_1 + f_2}.$$

Die Construction des Schwerpunktes ist in ähnlicher Weise möglich, wie unter α¹³⁾. Man ermittelt zunächst s_1 und s_2 , wie oben; alsdann liegt der Gesamtschwerpunkt auf $s_1 s_2$. Der Querschnitt kann

¹³⁾ Siehe: ZIMMERMANN. Ueber Winkeleifens-Querschnitte. Centralbl. d. Bauverw. 1885, S. 33.