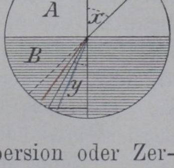
II. Kapitel.

Chromatische, oder Farbenabweichung.

Im 1. Kapitel haben wir gesehen, wie ein Lichtstrahl, welcher die Grenzflächen zweier Medien durchläuft, von seiner Bahn abgelenkt wird und haben wir weiter ausgeführt, wie man diese Eigenschaften des Lichtes und der nach einem Kugelsegment geformten Grenzflächen der brechenden Medien uns bedienen können, um lichtstarke Bilder von Objecten zu erzeugen, zum Zweck, dieselben mit Hülfe der im 1. Bande seines Handbuches von Herrn Prof. Vogel vorgetragenen Einwirkungen des Lichtes auf Chemikalien uns bedienen zu können, um auf einer präparirten Platte (die in der Bildebene des Linsensystems befindlich ist) ein permanentes Bild zu erzeugen. Wir haben im ersten Kapitel unsere Entwickelungen auf die Voraussetzung gegründet, dass $\frac{\sin x}{\sin y} = n$ constant sei. Dies ist jedoch nur so lange richtig, als wir mit nur einem Lichtstrahl zu thun haben, der einer bestimmten Wellenlänge angehört, wie dort schon erwähnt ist. Wir haben ferner im 1. Band gesehen, dass Strahlen von verschiedener Wellenlänge des Lichtes einen sehr verschiedenen Grad chemischer Wirksamkeit ausüben. Wir wollen jetzt untersuchen, welchen Einfluss dieser Umstand auf die durch Linsensysteme erzeugten optischen Bilder, so wie auf die durch die Lichteinwirkung auf Chemikalien (Photographie) mit Hülfe dieser Linsen erzeugten Bilder hat.

Fig. 14.



Die optische Arbeit, welche von irgend einem brechenden Medium geleistet wird, ist also für jede Wellenlänge des weissen (aus unzähligen farbigen Strahlen zusammengesetzten Lichtes) verschieden. Betrachten wir Fig. 14, so entsprechen demselben Einfallswinkel unzählige Werthe von y innerhalb der durch die molecularen Eigenschaften der Medien bestimmten Grenzen. Man nennt diesen Vorgang Dispersion oder Zerstreuung des Lichtes. Betrachten wir den Vorgang an einer Planparallelplatte Fig. 15, so sehen wir ohne Weiteres, dass die durch die zweite Planfläche hervorgebrachte Dispersion die Dispersion der ersten Planfläche genau aufhebt. Beim Prisma, Fig. 16, findet jedoch das Entgegengesetzte statt, da hier die Dispersion (in Folge der Neigung beider Planflächen unter einem Winkel gegeneinander, welcher der brechende Winkel des Prismas genannt wird [α]) und statt compensirt, mehr als verdoppelt wird. Ein Prisma breitet daher den weissen Lichtstrahl eines leuchtenden Punktes (senkrecht zur brechenden Kante) in eine farbige Linie aus. Ist das Object jedoch eine

Fig. 15.

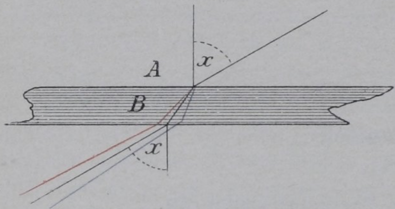
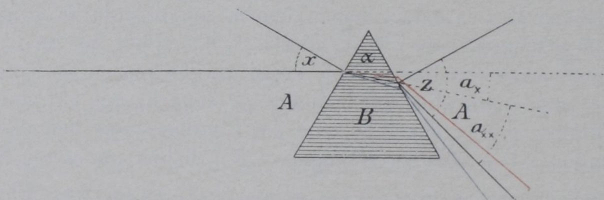


Fig. 16.



leuchtende Linie (parallel mit der brechenden Kante des Prismas), so breitet das Prisma dieselbe zu einem farbigen Band aus, in welchem sämmtliche farbige Lichtstrahlen, von jeder nur möglichen Wellenlänge vertreten sind. Im Sonnenlicht f e h l e n jedoch an vielen Stellen des Spectrums Strahlen von ganz b e s t i m m t e r Wellenlänge und benutzen wir diese Stellen (die natürlich als schwarze Linien erscheinen und nach ihrem Entdecker die Fraunhofer'schen Linien genannt werden, von denen die kräftigsten Linien von Fraunhofer mit den Buchstaben A B C D E F G H bezeichnet worden sind) zur Ausmessung der farbigen Räume des Spectrums. Alle uns bekannten brechenden Medien haben die Eigenschaft, durch moleculare Kraft die Strahlen, welche einer kürzeren Wellenlänge (also einer grössern Energie entsprechen und vorzugsweise die c h e m i s c h wirksamen sind) auch s t ä r k e r von ihrem Wege abzulenken. Um ein relatives Maass für die Grösse der Zerstreuung, im Verhältniss zur Grösse der Brechung zu haben (also um das Verhältniss der Arbeit der Dispersion zur Arbeit der Brechung auszudrücken) hat man folgende Bezeichnung gewählt:

Nennt man die optische Arbeit der Brechung $= a_*$

„ „ „ „ „ „ Dispersion $= \alpha_*$

und das Verhältniss beider $= \nu$, so ist $\nu = \frac{a_*}{\alpha_*}$, setzt man für a_* seinen Werth n—1 und für α_* die Differenz zweier Strahlen des Spectrums, etwa feuerroth C und lichtblau F; $n_F - n_C = \triangle n$, so erhält man den Ausdruck $\frac{n-1}{\triangle n} = \nu = \frac{a_*}{\alpha_*}$, welcher vom Prof. Abbe in dem Catalog der neuen Gläser von Schott & Gen. (denen wir die neuesten Fortschritte auf diesem Gebiet der Optik verdanken) in der letzten Reihe jeder Seite für jede der dort aufgeführten Glassorten befindlich ist. Diese Grösse ν ist nun sehr nützlich zum Berechnen der Achromaten. Weiter unten werden wir sehen, welchen Gebrauch man davon machen kann. Ausserdem befindet sich bereits einige Anleitung zum Gebrauch in dem erwähnten Catalog. Wollte man z. B. ein Prismenpaar achromatisiren, so braucht man indess nur die Grösse $\triangle n = \alpha_*$ zu kennen (falls man sich mit unendlich kleinen Prismen und unendlich wenig zur Axe geneigten Strahlen begnügt), denn es ist leicht ersichtlich, dass zwei Prismen, die sich compensiren sollen, gleiche chromatische Arbeitsleistung haben müssen, deren Richtung jedoch eine entgegengesetzte ist, d. h. deren brechende Winkel eine entgegengesetzte Lage haben müssen. Die Gesammtablenkung des mittlern Strahls, welcher ein solches Prismensystem durchläuft, ergiebt sich aus der Differenz der Arbeitsleistung der Brechung, demnach ist $a_* - a'_* = a''_*$, sind also $a_* - a'_* = 0$. So wird die Arbeitsleistung der Brechung und der Dispersion $= 0$. Ein solches System hätte daher keinen Sinn! Es war dieses der Fehler, in welchem Newton verfiel, verleitet durch ein mangelhaftes Experiment; er schloss daraus irriger Weise, dass ein optischer Arbeitsüberschuss mit Achromatismus unvereinbar sei! Nehmen wir für solches Beispiel aus dem Catalog von Schott & Gen. die Combination von No. 8 und No. 9. Beide Gläser haben $\nu = 60{,}2$. Wir erhalten daher:

$$\frac{\alpha_* = 0{,}00860}{\alpha_{1*} = 0{,}00872} = 0{,}98625$$

$$\frac{a_* = 0{,}5179}{a_{1*} = 0{,}5258} = 0{,}98498$$

Also beide Werthe sehr nahe gleich.

Verhältniss bei den brechenden Winkeln daher wie: 1 : 0,98625.

Nehmen wir dagegen die Gläser No. 16 und No. 65, so beträgt

$$\frac{\alpha_* = 0{,}00995}{\alpha_{1*} = 0{,}01385} = 0{,}71840$$

$$\frac{a_* = 0{,}5726}{a_{1*} = 0{,}5738} = 0{,}99790$$

Dieser Werth ist nahe der Einheit gleich.

Die brechenden Winkel dieser Combination verhalten sich daher wie 1 : 0,7184, während ihre Arbeitsleistung nahe gleich ist in Bezug auf den mittlern Index, so wird dennoch ein namhafter Ueberschuss der Arbeitsleistung in der Combination dadurch erzielt, dass die brechenden Winkel sich wie 1 : 0,7184 verhalten! Man kann in dieser, mit den bisherigen Gläsern unmöglichen, Richtung noch etwas weiter gehen, wenn man die Gläser No. 20 mit No. 26 combinirt. In diesem Fall wird:

$$\frac{\alpha_* = 0{,}01092}{\alpha_{1*} = 0{,}01102} = 0{,}99092$$

$$\frac{\mathrm{a}_* = 0{,}6040}{\mathrm{a}_{1*} = 0{,}5366} = 1{,}12560$$

Während also das Verhältniss der brechenden Winkel beider Prismen sich wie 1 : 0,99092, also der Gleichheit nahe verhält, so ist der Arbeitsüberschuss doch bedeutend auf Seiten der Crownlinse, so dass er sich wie 1 : 1,12560 verhält.

Bei allen ältern Combinationen der Gläser fand das Entgegengesetzte statt. Der Dispersionsüberschuss derselben wurde geschwächt durch den Brechungsüberschuss auf Seiten des corrigirenden Flintes. Es musste ersterer also schon recht beträchtlich sein, um dieses Manco vertragen zu können! Die beiden in dieser Richtung verschiedensten Gläser des Catalogs Schott sind No. 1 und No. 44. Es ist daher bei denselben:

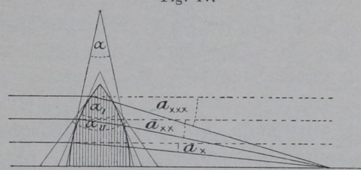
$$\frac{\alpha_* = 0{,}00737}{\alpha_{1*} = 0{,}04882} = 0{,}15096$$

$$\frac{\mathrm{a}_* = 0{,}5159}{\mathrm{a}_{1*} = 0{,}9626} = 0{,}53595$$

Die brechenden Winkel beider Prismen verhalten sich also wie 1 : 0,15096, was äusserst günstig wäre, wäre es nicht durch die ungünstige Lage der Arbeitsleistung (1 : 0,53595) fast auf die Hälfte seines Werthes herabgedrückt!

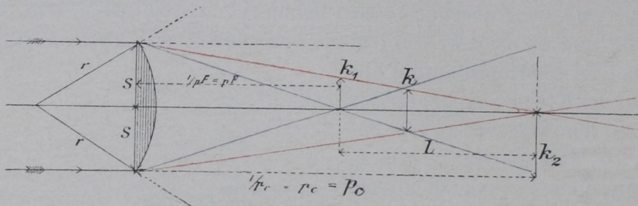
Sieht man von dem sogenannten secundären Spectrum ab (auf das ich später kommen werde), so unterscheiden sich die obigen charakteristisch verschiedenen Arten der Achromasie nur in dem Winkelverhältniss beider Prismen, und diese eventuell in ihrer Grösse zum Quantum der überschüssigen Arbeitsleistung. Hätte man daher z. B. ein Fernrohrobjectiv alter Art zu machen, welches möglichst sanfte Krümmungen haben sollte, so wäre die letzte Combination die beste. Wollten wir aber ein Fernrohrobjectiv machen, das ein möglichst ebenes Bild liefert, so würde sich die erste Combination ganz besonders hierzu empfehlen. Will man indess photographische Objective herstellen, so kann man nur die sehr ausgedehnten Bilder derselben ebnen, wenn man, wie wir später sehen werden, die verschiedenen Arten der Achromatisirung entsprechend mit einander verbindet! Gehen wir also jetzt zur Betrachtung der Aberration der Farben auf Linsen über, so können wir diesen Schritt dadurch vermitteln, dass wir eine Linse, wie Fig. 17, als aus einem System von Prismen bestehend, ansehen. Man bemerkt, dass, je näher dem Rande der Linse, um so grösser werden die brechenden Winkel (α α, $\alpha_{,,}$) der Prismen. Es geht dies sowohl aus der Natur der Kreisbögen hervor, als es auch in der Nothwendigkeit begründet ist, dass die Randstrahlen, um zu demselben Focus zu gelangen, auch entsprechend stärker von ihrer Bahn abgelenkt werden müssen. Nun ist aber aus dem Vorhergehenden klar, dass, je grösser der brechende Winkel des Prismas, um so länger auch das durch ihn erzeugte Spectrum ist. Im Brennpunkt fallen aber alle diese unendlich vielen (allmählich wachsenden) Spectren über einander und verursachen in diesem Punkte einen schwer zu definirenden, chromatischen Wirrwarr! Um die Betrachtung zu vereinfachen, gehen wir daher wie im 1. Kapitel von unendlich kleinen Linsenöffnungen und unendlich wenig zur Axe geneigten Strahlen aus und beschränken uns auf die Betrachtung von zwei Strahlen verschiedener Farbe (Wellenlänge), etwa n_C (feuerroth) und n_F (lichtblau) und erinnern uns, dass die auf den blauen Strahl verwendete optische Arbeit immer grösser als die auf den rothen Strahl verwendete ist. Unter Benutzung unserer Formel No. 14 können wir nun leicht die Wirkung der Farbenabweichung entwickeln. Setzen wir $\frac{\sin x}{\sin y} = n_C$, welches für den rothen Strahl gelten mag und $\frac{\sin x}{\sin y_1} = n_C + \triangle n = n_F$, welches der Werth für den blauen Strahl sein mag. Nennen wir die combinirte Flächenkraft einer Linse $= r_1 - r_2 = \varrho$, so ist die reciproke Brennweite dieser Linse für Roth $= p_C = (n_C - 1)\,\varrho = a_C\,\varrho$, für Blau $p_F = a_F\,\varrho$, der chromatische Fehler in den beiden Linsenkräften $= \zeta = p_C - p_F = \varrho\,(a_C - a_F)$, da aber $a_C - a_F = n_C - n_F$ ist, so ist es auch gleich $\triangle n$, demnach wird $\zeta = \varrho\,.\,\triangle n$. Betrachten wir die Fig. 18, in welcher die Wirkung der chromatischen Aberration dargestellt ist, und verlassen die bisher gemachte Beschränkung der unendlich kleinen Oeffnung und gehen zur endlichen Linsenöffnung mit dem Radius derselben $=$ s über und bezeichnen die Brennweite der rothen Strahlen mit p_C, die der blauen mit p_F, und nennen die

Fig. 17.



Differenz beider $= l = p_C - p_F$, so ist $l = \frac{1}{p_C} - \frac{1}{p_F}$. Errichten wir in dem Focus der blauen Strahlen einen Perpendikel $= \mathfrak{f}_1$ auf die optische Axe und einen andern im Focus der rothen Strahlen

Fig. 18.



und verbinden die beiden (zwischen diesen beiden Linien $\mathfrak{f}_1$ und $\mathfrak{f}_2$ liegenden) Kreuzungspunkte der blauen und rothen Strahlen durch eine Linie $\mathfrak{f}$ (welche gleichfalls Axenperpendikel ist), so sieht man leicht aus den vorhandenen Dreiecken, dass $\mathfrak{f} \mp \frac{\mathfrak{f}_1 + \mathfrak{f}_2}{2}$ ist. Ferner sieht man, dass kein farbiger Strahl (roth oder blau) ausserhalb $\mathfrak{f}$ liegt; man nennt daher $\mathfrak{f}$ den Durchmesser des kleinsten Kreises der chromatischen Aberration, welcher der Linsenöffnung $= 2\,s$ angehört. Es spielt nun dieser Aberrationskreis in Bezug auf die Undeutlichkeit des Bildes eine ähnliche Rolle wie das Loch in unserer Lochcamera. Da die Grössen $\mathfrak{f}$ und l das Maass der chromatischen Undeutlichkeit des Bildes bestimmen, so müssen wir dieselben aus den obigen Grössen ableiten. Da sich das Maass der gesammten optischen Arbeit, welche die Focallänge bedingt, zur Arbeit der Dispersion wie $n-1 : \triangle n$ verhält, so verhält sich auch die ganze Focallänge p zur Längenaberration l, also: $n-1 : \triangle n = p : l$, es ist l daher $= \frac{\triangle n}{n-1}\,p = l$, es war aber die Grösse $\frac{\triangle n}{n-1} = \frac{1}{\nu}$ nach der Abbe'schen Bezeichnung in Schott's Catalog, so dass wir l unmittelbar für jede der Glassorten für jede mögliche Brennweite p hieraus bestimmen können. Kennt man aber l, so ergiebt sich $\mathfrak{f}$ aus der Proportion der rechtwinkligen Dreiecke, deren eine Kathete die entsprechenden Theile der optischen Axe p und l bilden und deren andere Katheten aus dem Mittelwerth $\frac{\mathfrak{f}_1 + \mathfrak{f}_2}{2} \mp \mathfrak{f}$, so wie der halben Oeffnung s gebildet wird.

Es findet demnach die Proportion statt: $s : p = \mathfrak{f} : l$, hieraus ist $\mathfrak{f} = \frac{s\,.\,l}{p}$, da l aber $= \frac{p}{\nu}$ war, so ist $\mathfrak{f} = \frac{s}{\nu}$ (No. 21); in dieser Formel ist indess k e i n e Rücksicht auf das vorhererwähnte Wachsen der Länge des Spectrums genommen, wenn die endlichen Oeffnungen beträchtlich werden. Sind die Oeffnungen **nicht** beträchtlich, so kann man sich ihrer ohne erheblichen Fehler bedienen, und hängt dann nur die Grösse $\mathfrak{f}$ von dem Material, also der Grösse ν und der Grösse s (dem Radius der Blendenöffnung der Linse oder des Linsensystems) ab, daher auch dieser chromatische Fehler durch stärkeres Abblenden sehr verbessert wird, aber **nie** gehoben werden kann, da selbst bei der Oeffnung $= 0$ immer noch die Längenaberration $= 1$ vorhanden ist, die, wie wir später sehen werden, der sogenannten Focusdifferenz identisch ist, wenn für C und F die Maxima der optischen und chemisch wirksamen Strahlen gesetzt werden, während die Vereinigung von C mit F nur optischen Achromatismus allein bewirken würden. Nennen wir den Diameter des kleinsten chromatischen Aberrationskreises, welcher auch auf das Wachsen der Randprismen (in erster Näherung) Rücksicht nimmt $= \mathfrak{f}^*$, so sieht man leicht, dass $\mathfrak{f}^*$ aus zwei Theilen bestehen muss, einem Theil, den er schon für unendlich kleine Oeffnungen besitzt $= \mathfrak{f}$, und einen andern, der vom Wachsen der Prismen abhängt und den wir vorläufig x nennen wollen, also $\mathfrak{f}^* = \mathfrak{f} + x$. Um nun x zu bestimmen, haben wir folgende Betrachtung anzustellen, in welcher wir indess auf die Lage des so gewachsenen Prismas keine Rücksicht nehmen und für die Linse deren Flächenkraft ϱ substituiren, welche, wie wir erinnern, gleich $r_1 - r_2$ war. Diese Flächenkraft wächst nun mit dem Wachsen der Linsenöffnung conform dem Wachsen der brechenden Winkel der Randprismen. Das Wachsthum beträgt also das Produkt beider sonach $= s \,.\, \varrho$, es ist aber ϱ der reciproke Radius der äquivalenten Brechungsfläche der Linse, den wir r nennen wollen, nun ist aber $\frac{s}{r} = s \,.\, \varrho$ und $\frac{s}{r} = \sin \alpha$ im rechtwinkligen Dreieck, welches durch s als Kathete, das entsprechende Stück der optischen Axe als andere Kathete und r als Hypotenuse gebildet wird; wo α der veränderliche Winkel ist, welcher durch das Maass des wachsenden s bestimmt wird. Die hierdurch erzeugte additionelle Aberration ist also $\mathfrak{f} \,.\, \sin \alpha$, wofür wir als Näherung aus der Sinusreihe $= \frac{(s \,.\, \varrho)^3}{6}\, \mathfrak{f}$ setzen können. Sonach bestimmt sich $\mathfrak{f}^* = \mathfrak{f}\left(1 + \frac{(s \,.\, \varrho)^3}{6}\right)$. Dieser Zuwachs ist, wie man leicht sieht, **nicht sehr** erheblich, daher man, wie oben bemerkt, denselben für mässige Oeffnungen vernachlässigen kann. Einen weitern Zuwachs werden wir noch bei der Betrachtung der sphärischen Aberration kennen lernen (der auch verhältnissmässig klein ist), und der in der chromatischen Differenz der sphärischen Aberration besteht.

Wie früher bemerkt, kann man unter den dort angegebenen Bedingungen durch Berüchsichtigung der Cardinalpunkte und der durch die Dicke der Linse entstehenden Variation iu der Brennweite derselben die Formeln für dickenlose Linsen darauf anwenden und das gilt auch hier, so dass hiermit alles Wünschenswerte auf eine Linse und deren Brennweiten berücksichtigt ist. Es braucht wohl kaum bemerkt zu werden, dass die Grösse $\mathfrak{k}$ unabhängig von der Lage des Objects und Bildes bei einer dickenlosen Linse ist, während l sich der Aenderung der Spitze des ganzen Lichtkegels proportional ändert. Gehen wir nun auf das wichtigste Problem über, ich meine die Achromatisirung mit Hülfe zweier Linsen aus zwei verschiedenen Glasarten, zuerst in Berührung und dann in Distance und der Consequenzen der Einführung der Linsendistance in diesem Falle. Aus obigen Formeln ist übrigens auch ersichtlich, dass die Grössen $\mathfrak{k}$ und l sich bei Linsen mit negativer Brennweite, wenn die übrigen Constanten dieselben sind, nicht ändern, nicht einmal im Vorzeichen. Nur liegen $\mathfrak{k}$ und l auf derselben Seite der einfallenden Strahlen für parallel einfallendes Licht. Verbinden wir zwei oder mehrere gleichartige Linsen, so ist die chromatische Aberration der Summe der sich berührenden Linsen, gleich der chromatischen Aberration der äquivalenten Linse derselben. Wenn wir jedoch ungleichartige Linsen, von denen die eine positiv, die andere negativ ist, anwenden, liegt die Sache jedoch anders und ist in diesem Fall eine Compensirung der Aberration, also die Achromatisirung derselben möglich. Wir erreichen dieses, wenn wir den Diameter des chromatischen Abweichungskreises der Linsencombination $= 0$ setzen, also $\mathfrak{k}_2$ (für zwei Linsen) $= 0$. Da bei den sich berührenden Linsen die Grössen $s = s_1$ gesetzt werden können, so fallen auch diese aus und wir haben $\mathfrak{k} = \mathfrak{k}_1 = \frac{s}{\nu} - \frac{s_1}{\nu_1}$. Dieser Abweichungskreis verschwindet nun aber, wenn die Grösse der combinirten Längenaberration $l_1 = 0$ wird. Zu diesem Zweck setzen wir:

$$\mathfrak{p}'_C + \mathfrak{p}''_C = \mathfrak{p}'_F + \mathfrak{p}''_F \qquad \text{No. 23.}$$

Es kann dieser Gleichung nur genügt werden, wenn $\mathfrak{p}'$ oder $\mathfrak{p}''$ negativ wird.

Setzen wir $\mathfrak{p}'_C$ vorübergehend $= 1$ und $\mathfrak{p}''_C = - x$

$$1 - x = \frac{n_F - 1}{n_C - 1} - x\left(\frac{n'_F - 1}{n'_C - 1}\right) \quad \text{hieraus ist}$$

$$x = \frac{1 - \dfrac{n_F - 1}{n_C - 1}}{1 - \dfrac{n'_F - 1}{n'_C - 1}} = \frac{(n'_C - 1)(n_C - n_F)}{(n'_C - n'_F)(n_C - 1)} = \frac{n'_C - 1}{\triangle_1 n'} \cdot \frac{\triangle n}{n_C - 1} \qquad \text{No. 24.}$$

Dieses ist aber nach Prof. Abbe's Bezeichnung nicht anders als $x = \frac{\nu_1}{\nu}$, das gewöhnlich mit ω bezeichet wird, wenn $\mathfrak{p}'_C = 1$ ist, so ist $\mathfrak{p}''_C = \omega$. Das bedeutet aber, dass die Brennweiten p_1 und p_2 im Verhältniss von $\omega : 1$ stehen müssen, und die Linse aus dem stärker dispergirenden Material negativ sein muss, wenn das Aequivalent eines solchen Achromaten positiv werden soll und umgekehrt. Da beide Linsen eines solchen Achromaten sich berühren, so sind auch (bei dickenlosen Linsen) die verschiedenfarbigen Bilder gleich gross, wenn sie in derselben Ebene liegen. Gleicherweise ist ein solches System stabil achromatisch, d. h. für alle möglichen Entfernungen des Objectes und des Bildes. Addiren wir nämlich auf jede Seite der Gleichung No. 23 die reciproke Distance des Objectes $= \mathfrak{d}$, so ändert dieses die Werthe, von denen die Ausgleichung der Farbenabweichung abhängt, nicht; es ändert nur die Bildweite um den Betrag dieser Grösse. Die weitere Frage ist nun: wie verhalten sich einfache Linsen, welche achromatisirt sind, wenn dieselben einander nicht berühren, sondern durch die Distance $= \triangle$ von einander getrennt sind? Die Aufstellung der hierzu nöthigen Formeln zeigt, wie bekannt, dass es nicht möglich ist, beide Bedingungen des Achromatismus (d. h. die farbigen Bilder in eine Ebene zu bringen und gleich gross zu machen) gleichzeitig zu erfüllen! Sind die Linsen nur durch einen geringen Zwischenraum getrennt und werden nur kleine Felder benutzt (d. h. nur wenig zur Axe geneigte Cardinalstrahlen), so ist der Fehler in der Praxis wenig merklich. Für die Photographie hingegen, wo fast immer grosse Felder erforderlich sind, liegt die Sache anders. Es sind für die Photographie alle sogenannte dialytische Constructionen, bei denen die Einzellinsen der Achromate getrennt sind, ausgeschlossen! Als Ausnahmsfall kann man nur den Fall betrachten, bei welchen solche Combinationen wieder zu symmetrischen Combinationen zusammengestellt sind. In diesem einzigen Ausnahmsfall lassen sich beide Bedingungen zugleich erfüllen! Wir müssen jedoch auf alle Fälle den Fall wenig getrennter Linsen zum Verständniss der Achromate betrachten, da selbst zwei zusammengekittete Linsen in Bezug auf ihre zugeordneten Cardinalpunkte immerhin noch als getrennte Linsen gelten müssen, wenn diese Distance $\triangle$ (die Entfernung vom 2. Cardinalpunkt der 1. Linse zum 1. Cardinalpunkt der 2. Linse) nicht zufällig oder absichtlich $= 0$ ist. Diese Entfernung kann nicht allein positiv, sondern auch (und zwar bei Meniscen) negativ sein! Der Effect der Distance $\triangle$ ist natürlich im zweiten Fall dem Effect des ersten Falles entgegengesetzt. Vernachlässigen wir bei der Entwickelung der hierzu nöthigen Formel (zum Zweck der Vereinfachung) alle höhern Potenzen als die zweite, so erhalten wir $\mathfrak{p}_2 = -\frac{\mathfrak{p}_1 \omega}{(1 - \triangle \mathfrak{p}_1)^2}$. Wird diese Gleichung für die entsprechenden Strahlen im Spectrum erfüllt, so fällt also die Focusdifferenz aus, aber nicht der farbige Saum ausserhalb der Mitte des Sehfeldes! In dieser Formel bedeutet, wie vorher $\mathfrak{p}_1$ die reciproke Brennweite der Crownlinse und $\mathfrak{p}_2$ die reciproke Brennweite der Flintlinse. Diese Formel gilt aber nur für parallel einfallendes Licht; für divergentes oder convergentes ist die Formel nicht mehr völlig richtig, da mit der Trennung der Bestandlinsen eines Achromaten auch die Stabilität des Achromatismus schwindet! Es mag noch in Bezug auf die Farbensäume ausser der Mitte des Sehfeldes daran erinnert werden, dass dieselben im Negativ so lange nur als Verwaschenheit der Contouren auftreten werden, als man nicht im Stande ist, Photographien in natürlichen Farben herzustellen! ist dieser Fortschritt gemacht, so werden auch die Ansprüche an den optischen Theil der Apparate gesteigert werden; man würde in obigem Fall die Contouren der Objecte ausser der Mitte des Sehfeldes mit den Farben des Regenbogens umsäumt finden! Gauss meinte freilich in seiner Abhandlung, dass sich die Dickenverhältnisse eines Achromaten so bestimmen liessen, dass beiden Bedingungen des Achromatismus Genüge geleistet werde. Dies ist theoretisch richtig, nur wird eine der Dicken der Linsen dann negativ, und dies ist natürlich praktisch unausführbar. Wird jedoch $\triangle =$ oder nahe ∓ 0, so ist diese Bedingung, wie bereits erwähnt, erfüllt, falls man die chromatische Aberration der Cardinalpunkte als sehr klein vernachlässigt. Wir wollen nun das Vorhergehende durch ein recht extremes Beispiel erläutern, das auch noch in der Hinsicht lehrreich ist, dass sämmtliche Brechungen des Strahls nach der Axe gerichtet sind und dennoch ein Zusammenfallen der verschiedenfarbigen Bilder stattfindet; ein Fall, dessen Möglichkeit in manchen Lehrbüchern verneint wird.

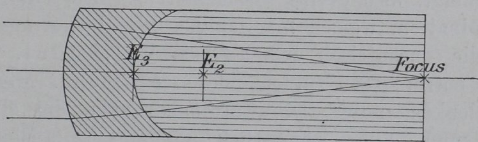
Wir verbinden eine concentrische Negativlinse mit einer convexplanen Crownlinse derart, dass die Farbenlängenaberration verschwinden und das achromatische Bild dieser Combination zugleich auf die Planfläche der zweiten Linse fallen soll. Wir bedienen uns zur concentrischen Linse des Glases Schott No. 26 und zur Convexplanlinse des Glases No. 4. Verbinden wir die Formel No. 25 mit den Formeln für die Cardinalpunkte und setzen den Radius der Contactfläche beider Linsen $= 1$, so erhalten wir für

$r_1 = 2{,}0315$	1. Glasdicke $= 1{,}0315 = q_1$
$r_2 = 1{,}0000$	2. „ $= 4{,}2390 = q_2$
$r_3 = \infty$	

Die Distance beider Linsen $= \triangle = - r_2 = - 1$.

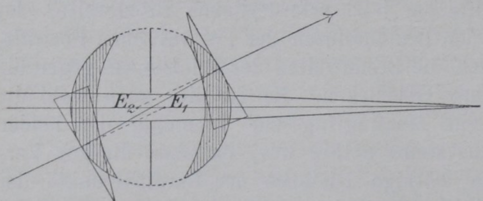
Der zweite Cardinalpunkt der ersten Linse E_2 liegt im Krümmungscentrum von r_1 und r_2, und der erste Cardinalpunkt E_3 der zweiten Linse liegt im Scheitel von r_2, daher die negative Entfernung beider Linsen (trotzdem dieselben verkittet sein können), um die Länge des zweiten Radius. Die Controlrechnung ergiebt nun als Bildweite für rothes Licht $C = 4{,}239$ und für blaues Licht $F = 4{,}237$ vom Scheitel r_2 an gemessen. Es sollte für beide Strahlen $= q_2 = 4{,}239$ sein. Der Fehler der Rechnung beträgt daher nur 0,002. (In Folge der Vernachlässigung der höhern Potenzen als die zweite). In Fig. 19 ist diese Linse in richtigen Verhältnissen dargestellt. Ein weiterer Effect der negativen Linsendistancen ist der, dass die Kraft der Flintglaslinse gegenüber sich berührenden Linsen heruntergeht. In diesem Fall natürlich sehr bedeutend. Es ist die Brennweite der Crownlinse $= p_1 = 1{,}693$ und der Flintlinse $p_2 = - 5{,}640$, da nun aber $\omega = 0{,}7597$ für diese Gläser ist, so wäre p_2, im Fall die Grösse $\triangle = 0$ gewesen wäre, d. h. dass die Linsen keine Distance gehabt hätten, unter Beibehaltung von $p_1 = 1{,}693$; $p_2 = - 2{,}232$ geworden; also noch nicht die Hälfte der jetzt erforderlichen Brennweite. Ist $\triangle$ positiv, wie z. B. bei den Bestandlinsen der Petzval'schen Portraitlinsen, so verkürzen sich die Brennweiten der Flintlinsen gegen die der Crownlinsen durch ihre Glasdicken. Es ist dies auch wohl die Hauptursache, weshalb ein Messingring zur Trennung der beiden Hinterlinsen dieses Linsensystems nöthig war, da sonst die zur Vermeidung der Farbensäume nöthige Distance der Cardinalpunkte der Front und Hinterlinse nicht stattfinden würde. Bei der Form der verkitteten Frontlinse ist die positive Distance der beiden Bestandlinsen nicht unbeträchtlich; bei der Hinterlinse aber nahe = 0 oder gar negativ (je nachdem die absoluten Dicken gewählt sind), falls der Messingring entfernt wird! Man hat es nun durch Justirung des Messingringes ganz in seiner Gewalt, diese Bedingung auf das Schärfste zu erfüllen, darf aber dabei nicht vergessen, dass sich zugleich die Längenaberration in Farbe und sphärisch ändert. Bei der bekannten Dallmeyerschen Landschaftslinse findet jedoch in Folge der Meniscenform dieser drei verkitteten Linsen gerade das Gegentheil statt. Diese Linsen haben negative Distance. Es liegt daher die Ordnung der

Fig. 19.



Farben der farbigen Säume, welche dieselbe giebt, in entgegengesetzter Lage, als wenn man die Frontlinse des Petzvalschen Linsensystems als Landschaftslinse verwendet, wo die Linsendistance positiv ist. Wir hätten jetzt nur noch den Fall zu betrachten, in welchem zwei Achromaten, in denen die verschiedenfarbigen Bilder bereits in derselben Ebene liegen, jedoch noch ungleich gross sind, durch das Princip der Symmetrie gleich gross gemacht werden, ohne eine wiedereintretende Trennung der Bilder auf der Axe. Der einfachste Fall dieser Art ist der, wo gar keine Achromate auftreten, sondern nur zwei einfache Linsen; die verschiedenfarbigen Bilder daher nur gleich gross gemacht werden sollen und die Längenaberration bleibt, also event. Focusdifferenz. Die einfachste symmetrische Combination, welche möglich ist, besteht nur aus zwei brechenden Flächen, die concentrisch sind, also die Vollkugel, welche man sich in ihrem Centrum (das zugleich deren optischer Mittelpunkt ist), abgeblendet denken muss. Die Cardinalstrahlen, die eine solche Blende durchlaufen, fallen sämmtlich mit den Einfallslothen (Radien der Kugel) in diesem Fall zusammen. Die Brechung und Zerstreuung für dieselben ist daher in diesem Fall = 0. Denkt man sich nun zwei symmetrische Kugelschalen eingefügt (Fig. 20), so sieht man leicht, dass, wenn der Kugelmittelpunkt leuchtend gedacht wird, derselbe die Cardinalstrahlen nach beiden Seiten aussenden wird und dass dieselben symmetrisch gebrochen und zerstreut werden und zwar, weil beide auf entgegengesetzten Seiten der Axe liegen, so liegen auch die Farbensäume, in welche dieselben zerlegt werden, entgegengesetzt, und da dieselben gleich gross sind, so heben sie sich ebenso vollständig auf, als in der Vollkugel ohne Brechung und Dispersion. Rückwärts verlängert schneiden dann die beiden austretenden Strahlen die Axe in den Punkten E und E_*, welche wieder die Cardinalpunkte des Systems darstellen, die also durch symmetrische Anordnung achromatisirt sind.

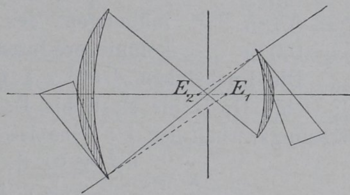
Fig. 20.



Früher hatte Steinheil hierauf basirend ein System aus zwei einfachen Menisceu hergestellt, das natürlich nicht frei von Focusdifferenz, wohl aber von Farbensäumen war. Es ist beschrieben im Monkhoven pag. 136. Fig. 67. Es brauchen natürlich für diesen Zweck keine Meniscen zu sein (wir werden später Steinheils Gründe kennen lernen); die Farbenreinheit tritt bei allen Linsenformen ein, so lange die

Bedingung der Symmetrie nur erfüllt ist! Die Bedingung der Symmetrie ist übrigens auch dann noch gewahrt, wenn die eine Bestandlinse des Systems nach einem ganz *andern Maassstabe* (also viel kleiner oder grösser) wie die erste Linse ausgeführt ist, wenn nur ihre *Verhältnisse* dieselben bleiben und das Diaphragma wieder in dem jetzt (exentrisch liegenden) optischen Mittelpunkt (siehe Formel No. 12) steht, wie Fig. 21 es darstellt. Was nun hier für die primären Fehler *einfacher* Linsen gilt, gilt ebensowohl für die weit geringeren Fehler dieser und ähnlicher Art für verkittete und ungekittete Achromate, welche man paarweise zu Systemen zusammensetzt.

Fig. 21.



Wir wollen jetzt auf die Fehler höherer Ordnung übergehen, da in neuester Zeit von Prof. Abbe bereits Apochromate auch für die Zwecke der Photographie hergestellt sind und es doch zum Verständniss des *Wesens* der Sache nothwendig ist. Wir haben bisher der Einfachheit wegen immer vorausgesetzt, wir hätten es im Spectrum *nur* mit zwei Strahlen zu thun! Das Spectrum besteht aber aus unendlich vielen Strahlen! Wir können uns nun fragen, was geschieht denn, wenn wir nur zwei Farben, also z. B. Feuerroth und Lichtblau vereinigen. Durch diese Operation klappen wir das Spectrum gleichsam zusammen und zwar so, dass also C mit F zusammenfällt! Wäre das Spectrum nun ganz symmetrisch, so würden die Farben paarweise zusammenfallen, und wenn wir dazu die Complementärfarben wählten, so würde der Effect immerhin vollkommene Farbenreinheit sein, keineswegs aber alle Aberration hinwegschaffen, da ein *weisser* Aberrationskreis alsdann übrig bliebe, welcher der Apertur der Linse und der ursprünglichen Länge des Spectrums angemessen wäre. Aber auch dieses ist nicht einmal der Fall! Die Spectren der Crown- und Flintgläser sind *unsymmetrisch*; es bleibt daher ein unvereinter Rest übrig, der aus Mischfarben besteht, denen man den Namen des *secundären* Spectrums giebt!

Die Methode, nach welcher der berühmte Optiker Fraunhofer dieses Problem behandelt, ist die vollkommenste, bis jetzt vorhandene, indem er von dem Princip ausging, die sechs farbigen Räume im Spectrum, welche von den sieben Hauptlinien des Spectrums begrenzt werden, derartig in Rechnung zu ziehen, dass dieselben genau im Verhältniss ihrer Lichtintensitäten in Rechnung gezogen sind. Fraunhofer bezeichnete die Menge des Lichtes in den farbigen Räumen des Sonnenspectrums mit:

$\beta = 0{,}021$
$\nu = 0{,}299$
$\delta = 1{,}000$
$\varepsilon = 0{,}328$
$\xi = 0{,}185$
$\eta = 0{,}035$

Welche er auf photometrischem Wege erhielt (der allerdings damals noch recht unvollkommen war), und verdanken wir erst in neuester Zeit den Bemühungen des Prof. Vierordt bei weitem vollkommenere Intensitätsmessungen des Sonnenspectrums.

Die Buchstaben β ν δ ε ξ η beziehen sich auf die Räume B bis C; C bis D; D bis E; E bis F; F bis G; G bis H. Heisst das Zerstreuungsverhältniss 1 : x, so ist

$$x = \frac{b\beta + c\nu + d\delta + e\varepsilon + f\xi + g\eta}{\beta + \nu + \delta + \varepsilon + \xi + \eta}$$

Es sind hier b, c, d, e, f, g die Quotienten von $\frac{n'_C - n'_B}{n_C - n_B}$, $\frac{n'_D - n'_C}{n_D - n_C}$ etc., wo die Zähler sich auf das Flintglas und die Nenner sich auf das Crownglas beziehen. Ein Beispiel mag dieses Verfahren noch besser erläutern, zugleich auch dazu dienen, dem Leser einen ungefähren Begriff von der wirklich sehr beträchtlichen Dimension des secundären Spectrums zu geben. Wir wählen dazu zwei Glasarten, welche etwa die besten waren, die vor Einführung der neuen Gläser von Abbe-Schott zur Disposition standen. Ich meine Hard Crown und Dense Flint v. Chance, Birmingham.

Es seien die Indices des

Hard Crown.	Dense Flint.
B = 1,5132	B = 1,6140
C = 1,5142	C = 1,6158
D = 1,5167	D = 1,6206
E = 1,5200	E = 1,6272
F = 1,5226	F = 1,6327
G = 1,5280	G = 1,6440
H = 1,5321	H = 1,6541

Hieraus ergeben sich die Grössen:

$$b = \frac{0{,}0018}{0{,}0010} = 1{,}800$$
$$c = \frac{0{,}0048}{0{,}0025} = 1{,}920$$
$$d = \frac{0{,}0066}{0{,}0033} = 2{,}000$$
$$e = \frac{0{,}0055}{0{,}0026} = 2{,}115$$
$$f = \frac{0{,}0113}{0{,}0054} = 2{,}093$$
$$g = \frac{0{,}0101}{0{,}0041} = 2{,}463$$

Diese Coëfficienten müssten einander gleich sein, wenn kein secundäres Spectrum resultiren sollte! Man kann sich viel mehr wundern, dass das, bei so bedeutenden Differenzen erzeugte Bild dem Auge noch achromatisch genug erscheint. Es liegt dies indess an dem günstigen Umstand, dass gerade die mittleren Strahlen eine so grosse Helligkeit haben, während nach beiden Seiten das Spectrum sehr schnell an Helligkeit abnimmt!

Man erhält nun für x folgenden Werth aus obigen Ziffern

$$x = \frac{1,800 . 0,021 + 1,920 . 0,299 + 2,000 . 1 + 2,115 . 0,328 + 2,093 . 0,185 + 2,463 . 0,035}{0,021 + 0,299 + 1,000 + 0,328 + 0,185 + 0,035}$$

sonach $x = \frac{3,779}{1,868} = 2,023$. Diese Grösse bedeutet nun nach dem früher Mitgetheilten das Verhältniss der unendlich kleinen Winkel der achromatischen Prismen aus diesen Glasarten. Um nun dies Verhältniss durch die Grösse ω (dem Brennweitenverhältniss der Bestandlinsen des Achromaten) auszudrücken, haben wir die Gleichung

$$\omega = \frac{1}{x} \cdot \frac{n_D' - 1}{n_D - 1} = \frac{1}{2,023} \cdot \frac{0,6206}{0,5167} = 0,5937,$$

Alle Versuche, die bisher gemacht wurden, durch leichtere oder schwerere Flintgläser diesen Defect wesentlich zu verringern, sind als gescheitert zu betrachten, denn nach beiden Richtungen vermehrt sich sogar das secundäre Spectrum. Bei schwerem Flint nimmt die zerstreuende Kraft noch viel mehr nach dem blauen Ende des Spectrums zu, wie in diesem Beispiel, so dass der Umstand, dass zur Hervorbringung derselben optischen Arbeit die Verlängerung der Brennweiten der Bestandlinsen des Achromaten diesen Defect nicht zu decken vermochten, während bei kleinerer Dispersion des Flintglases die Brennweiten der Bestandlinsen des Achromaten sich so sehr verkürzten, dass die Abnahme der Differenzen der obigen Coëfficienten b c d e f g nicht allein nichts nützten, sondern dass sich das secundäre Spectrum trotzdem noch vermehrte! Dieser Umstand wurde selbst von ganz namhaften Theoretikern übersehen! In neuester Zeit hat Dr. S. Czapski in der Instrumentenkunde 1886 noch besonders diesen Umstand hervorgehoben. Könnte man über 3 Glasarten von verschiedenen Dispersionsverhältnissen für die einzelnen Coëfficienten disponiren, so würde man das secundäre Spectrum bis auf das tertiäre vermindern können. Es gelang mir auch früher schon, solche Glasarten zu finden, die ausserdem weiss und wetterbeständig sind und keine zu tiefe Curven für Objective erfordern. Es wurde mir aber leider keine Gelegenheit gegeben, sie anzuwenden!

In dem neuen Catalog von Schott befinden sich auch solche Glasarten, doch erfordern dieselben tiefe Curven, und sind die dort aufgeführten Glasarten (bis auf eine einzige), welche für Doppelachromate hinreichend frei von secundärem Spectrum sind, leider nicht wetterbeständig, erfordern auch tiefe Curven. Es ist in dieser Richtung, trotz des Erreichten, noch Raum genug zu Fortschritten! Was nun hier über den optischen Achromatismus gesagt ist, gilt nun auch für den chemischen. Nur muss man andere Intensitätscoëfficienten für die obigen Grössen β ν δ ε ξ η einführen, nämlich solche, welche sich auf die actinische Wirksamkeit des Lichtes in den verschiedenen Spectralräumen beziehen. Trotz der schönen Arbeiten auf diesem Gebiet vom Prof. H. W. Vogel und andern sind wir doch noch weit davon entfernt, dass wir solche Coëfficienten für das actinische Licht besitzen, wie wir sie in Vierordt's Arbeit für optisch wirksame Strahlen haben! Die Sache liegt für die Photographie aber auch nicht so einfach, wie für die optisch wirksamen Strahlen (wo man nur mit dem menschlichen Auge zu thun hat). Jedes Verfahren, bei dem in der Photographie andere Materialien unter andern Umständen angewandt werden, würde auch andere Coëfficienten liefern, so dass, streng genommen, eine photographische Linse nur achromatisch für ein bestimmtes photographisches Verfahren sein kann! Seiner Zeit hat Dr. Oscar Lohse auf Veranlassung des Prof. H. C. Vogel einen schüchternen Versuch dieser Art gemacht, um mich mit den Coëfficienten für die Construction des Heliographen-Objectivs für Potsdam zu versehen. Die Coëfficienten fielen jedoch so ungenau aus, dass es wirklich schade um meine dabei verlorene, sorgfältige Arbeit der Ausführung war und dass ich, hätte ich ganz ohne alle Rücksicht auf diese Coëfficienten die Maxima des sichtbaren und actinischen Spectrums vereinigt, ein ganz vorzügliches Resultat erhalten haben würde!

Der gewöhnliche Weg, der zur Achromatisirung photographischer Linsen eingeschlagen wird (von fast allen praktischen Optikern), ist nun eigentlich der des Compromis, welcher zugleich dem Photographen die grosse Bequemlichkeit gewährt, dass er beim Einstellen des optischen Bildes auch zugleich das actinische Bild mit eingestellt hat! Von einigen Theoretikern ist diese Sache nun ganz falsch aufgefasst worden. Man hat dieses Problem so angesehen, als ob dieser Bequemlichkeit für die Photographen (ein von Focusdifferenz freies Bild zu liefern), der actinische Achromatismus geopfert sei! Dieses ist glücklicherweise unwahr! Wenigstens für die gebräuchlichen Chemikalien und die gebräuchlichen Glasarten. Ich habe früher Versuche in dieser Richtung angestellt, die zu ganz denselben Resultaten geführt haben, wie die ganz unabhängig davon angestellten Versuche der Firma Ross & Co. hierselbst. Man kann nämlich noch einen ganz andern Weg, der direct empirisch ist, einschlagen. Aus den Formeln für die Bestandlinsen eines Achromaten in Distance ist ersichtlich, dass man dadurch, dass man diese Distance variabel macht (natürlich noch anderweit erforderliche Vorsichtsmaassregeln dabei trifft, auf welche hier aus Mangel an Raum nicht eingegangen werden kann), man im Stande ist, von einem bestimmten Object ein Bild nnter verschiedenen Correctionszuständen aufzunehmen. Man kann leicht die Correction so viel verändern, dass man einmal ein optisch möglichst achromatisirtes Bild erhält, mit welchem natürlich eine bedeutende Focusdifferenz verbunden ist, und nimmt man dennoch das beste actinische Bild auf (mit Hülfe eines Focimeters), so ist dasselbe schlechter definirt, wie das optische Bild. Verändert man nun allmählich die Farbencorrection (indem man dieselbe mehr untercorrigirt werden lässt), so rücken die beiden Bilder (das optische und das actinische Bild einander näher); während dieses Näherrückens nimmt die Definition des optischen Bildes an Qualität ab, die des actinischen Bildes aber zu! Wird die Distance beider Bilder = 0, also verschwindet die Focusdifferenz, so hat das actinische Bild seine höchste Definition erreicht, und nimmt dieselbe wieder ab, wenn beide Bilder sich trennen, d. h. dass der vorher längere Focus des actinischen Bildes jetzt der kürzere Focus, gegenüber dem Focus des optischen Bildes, geworden ist. Würde obige Voraussetzung der Theoretiker richtig gewesen sein, dass die beste Achromasie des actinischen Bildes einer andern Correction als der Coïncidenz des optischen und actinischen Bildes entspräche, so würde das actinische Bild das Maximum seiner Qualität erhalten haben, während zugleich eine bestimmte, vielleicht beträchtliche Focusdifferenz $\pm$ damit verbunden ist. Es ist sogar auffallend, dass selbst eine kleine Focusdifferenz das actinische Bild gar nicht unerheblich verschlechtert! Es scheint mir ausserdem noch ein anderer Umstand (der bisher bei derartigen Versuchen übersehen worden ist?) mitzuwirken. Ich meine die ungleiche Grösse der verschiedenfarbigen Bilder, die bei gut construirtem System gleichfalls ein Minimum wird, wenn die Focusdifferenz verschwindet! In anderer Richtung waren diese Experimente gleichfalls sehr lehrreich. Betrachtet man nämlich ein Negativ unter dem Mikroskop, so stark vergrössert, dass man das Korn des Bildes deutlich wahrnimmt, so sieht man, dass scharfe Contouren im Bilde auf dem Negativ unscharf dadurch sind, dass das Korn, statt plötzlich abzufallen (wo Hell an Dunkel setzt), ganz allmählich abnimmt. Man könnte nun wohl auf die Idee kommen, dass die chemischen Molecularkräfte dieses verursachen! Dem ist jedoch nicht so. Wer jemals die photographirten Mikrometer (meines früheren Schülers) Herrn J. D. Möller, Wedel, gesehen hat, wird sich überzeugen, dass es möglich ist, solche reine Contouren zu erhalten, dass dieselben eine 300fache Linearvergrösserung vertragen! Die Linsensysteme, mit welchen diese Photographien erzeugt werden, habe ich derzeit für Herrn Möller sorgfältig berechnet, und zeigte es sich auch dabei, dass eine ganz vollkommene Fortschaffung der Focusdifferenz (das Letzte auf indirectem Wege) unerlässlich war! Noch ein Factor ist in dieser Richtung sehr wichtig! Es ist die Länge oder Zeitdauer der Expositionszeit. Bei zu schneller Exposition kommen bekanntlich nicht alle die feinen Details zur Geltung, welche ein möglichst fehlerfreies actinisches Bild zu liefern im Stande ist! Exponirt man ungewöhnlich lange (wie es z. B. in der Astrophotographie vorkommt), so kommen noch Strahlen im Spectrum zur Wirkung, welche bis zur Linie Q im Ultraviolett liegen (falls die angewandten Glassorten actinisch durchsichtig genug sind) und wenn dann ein grosses secundäres Spectrum vorhanden ist (wie bisher), so werden die Photographien dementsprechend unscharf, so dass z. B. das Bild eines Fixsterns allmählich an Dimension zunimmt! Es ist daher in dieser Richtung (ein leider bis jetzt von den Astronomen noch ignorirter Vortheil), wenn das Spectrum nicht allein einmal zusammengeklappt ist, wie bei den Doppelachromaten, sondern zweimal zusammengeklappt wie bei den erwähnten 3fachen Achromaten aus den 3 Glasarten, wie oben erwähnt. Alle diese Achromate, welche ein so stark verringertes secundäres Spectrum haben, dass nicht 2, sondern 3 Strahlen in demselben zugleich vereinigt sind, also nur ein tertiäres Spectrum übrig lassen, werden nach Prof. Abbe „Apochromate“ genannt, unter welchen natürlich auch die Doppelachromate zu zählen sind, wenn deren Materialien geeignet sind, das secundäre Spectrum zu vernichten. Bei einem Apochromaten darf natürlich von einer Focusdifferenz überhaupt keine Rede sein, und sind zugleich auch die actinischen Strahlen achromatisirt. Im ersten Theil der vierten Auflage von Prof. H. W. Vogels Handbuch der Photographie finden sich auf Tafel XI Aufnahmen des Sonnenspectrums mit gewöhnlichen und farbenempfindlichen Platten, welche das Obige bestätigen.

Die gewöhnlichen Platten reichen bei 5 Secunden Expositionszeit wenig weiter wie die Linien G, und F. Ein Achromat, bei dem diese beiden Farben zusammenfielen, wäre also für die gewöhnliche Gelatin-Platte und Momentaufnahmen genügend achromatisirt. Wollte man aber Momentaufnahmen mit einer Jod-Eosin-Gelatine-Platte machen, so würde schon eine bedeutende Abweichung zwischen den Linien D u. E entstehen! Noch viel schlimmer erginge es aber einer solchen Linse, wenn man mit derselben Platte 30 Secunden oder gar noch länger belichten wollte, da würde das Bild völlig unbrauchbar werden. Hätte man aber die Linien D und G zur Coïncidenz gebracht, so würde die Aufnahme mit allen 3 Platten-Arten kein schlechtes Bild ergeben haben, denn ausserdem zieht sich das ganze Spectrum sehr stark zusammen, wenn man es so zusammenklappt, dass G mit D zusammenfällt, während, im Fall H mit G zusammenfällt, das Spectrum um einen Punkt zwischen G und H zusammengeklappt wird, das ganze lange Stück von G bis A vollständig hinausragt über die Punkte H G!

Man könnte mit einem derartig achromatisirten Objectiv nur brauchbare Bilder mit Platten erhalten, welche jenseit H und G (nach beiden Richtungen) vollständig farbenblind sind! Mit farbenblinden Platten werden aber die erhaltenen Photographien dem Object bekanntlich nicht ähnlich, z. B. würden in diesem Falle alle, selbst sehr lichtschwache Sterne mit blauem Licht auf der Platte erscheinen, keineswegs aber würden Sterne mit rothem oder gelbem Licht sichtbar werden!

Anmerkung. Die Brennweiten der Strahlen für Axe und Rand des erwähnten Heliographenobjectivs lagen nach der Controlrechnung meines damaligen Assistenten Herrn Ing. Moser (jetzt bei Herrn Goerz thätig) wie folgt: Die Brennweiten sind in Millimeter gegeben.

Chemischer Strahl	Axenstrahl	Randstrahl
Maximalstärke:	3996,14	3996,15
Strahl D (Gelb)	4015,25	4014,96
Strahl C (Roth)	4023,25	4022,86

Also betrug die Längenaberration der Axe = 27,11
" " " " am Rande = 26,71.

Zum Vergleich mit Vorstehendem mag hier ein Beispiel eines Objectivs der 3 von mir erwähnten Glasarten stehen, bei welchem das Spectrum zwei mal zusammengeklappt ist. Vollkommener als dieses ist es jedoch mit Hinzuziehung aller 7 Spectralstrahlen des Spectrums zugleich zu rechnen. Dieses ist bis jetzt für 3fache Objective nur von Willibald Schmidt geschehen und zwar auf einem höchst mühsamen Wege. Ich gebe daher in Nachstehendem den von mir eingeschlagenen Weg an, welcher eigentlich nur der Fraunhofersche für 2 Linsen benutzte Weg, auf 3 Linsen ausgedehnt ist. Die dazu benutzten Formeln sind folgende:

Es seien die 3 Brennweiten der drei Linsen $= {}^1/\mathfrak{p}_1$; ${}^1/\mathfrak{p}_2$; ${}^1/\mathfrak{p}_3$ so ist:

$$\mathfrak{p}_1 = \frac{1}{1-\omega_2}$$

$$\mathfrak{p}_2 = \frac{1}{1-\omega_3} \cdot \frac{1}{1-\omega_1} \quad \text{No. 26.}$$

$$\mathfrak{p}_3 = -\frac{\omega_2}{1-\omega_2} - \frac{\omega_3}{1-\omega_3} \cdot \frac{1}{1-\omega_1}$$

Die combinirte Brennweite der drei Linsen ist alsdann:

$$P = \frac{1}{\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2 + \mathfrak{p}_3}$$

Die hier benutzten Grössen ω_1; ω_2; ω_3 werden aus der Combination der 3 anzuwendenden Medien (analog dem ω aus der Fraunhofer'schen Formel) abgeleitet. Es heisse das 1. Medium a; das 2. b und das 3 c. Es geben dann die Medien a und b; ω_1, die Medien a und c; ω_2 und die Medien b und c die Grösse ω_3 in ihren Combinationen. Die Scheiteldistancen der Linsen sind in dieser Formel = 0 und werden später nach den andern oben angegebenen Formeln nach Bedarf als Grössen höherer Ordnung eingeführt. Man kann diese

Formel (deren Bildungsgesetz ersichtlich ist, leicht auf eine beliebige Linsenanzahl ausdehnen. Das Resultat solcher Rechnung ergiebt dann, dass die 7 verschiedenen Farben abwechselnd durchs ganze Spectrum etwas zu kurz oder etwas zu lang sind und dass das Quantum ihrer Abweichung genau im Verhältniss der ihnen gegebenen Gewichte der Berücksichtigung steht (ganz ähnlich wie in der Methode der kleinsten Fehlerquadrate von Gauss). Es weicht also irgend ein farbiger Strahl um so viel mehr ab, je lichtschwächer er ist.

Die 3 Glassorten, welche ich im Jahre 1882 fand, ergaben folgendes Resultat für die 6 Strahlen des Spectrums:

B = 3997,20 mm
C = 4000,00 „
D = 4006,96 „
E = 4000,00 „
F = 4000,80 „
G = 4000,00 „

Dieses wurde, wie man sieht, durch zweimaliges Zusammenklappen des Spectrums hervorgebracht.

Die Glassorten waren St. Gobain Spiegelglas; Light Flint Chauce und Extra Light Flint Chauce.

Die Foci, die erforderlich waren für die 3 Linsen, waren genähert

für St. Gobain = 2232,64 mm
„ Extra Light Flint = 1805,08 „
„ Light Flint = — 1330,03 „

Uebrigens fand ich zu gleicher Zeit noch bessere Glassorten, und ist Obiges nicht einmal auf grösste Vertheilung der Fehler, wie die Formel No. 26 es giebt, gerechnet. Ich bemerke hier noch, dass die Indices des St. Gobainglas, welche man in manchen Physikbüchern findet, total falsch angegeben sind!

Dies Vorstehende wird indess genügen, um den grossen Vortheil der Apochromate zu zeigen.

Zum Schluss möchte ich mir noch einige nähere Erläuterungen über die verschiedenen Verhältnisse, betreffend die ungleiche Grösse verschiedenfarbiger Bilder, erlauben. Wie schon erwähnt, haben alle symmetrische Linsencombinationen, wenn im optischen Centrum abgeblendet, sie mögen sonst achromatisirt sein oder nicht, immer gleich grosse farbige Bilder. Ferner lassen sich die verschiedenfarbigen Bilder bei allen möglichen Combinationen immer gleich gross machen, wenn man nicht verlangt, dass zugleich die Farbenlängenaberration gehoben sein soll! Bei Doppelachromaten lassen sich beide Bedingungen durch richtige Wahl der Glasdicken erfüllen, wenn man nur verlangt, dass die Randstrahlen von nur zwei farbigen Strahlen gleiche Austrittshöhe haben. Dadurch erlangt man, dass ein weisser Cardinalstrahl wohl in Farben zerlegt, dass dieselben aber alle parallel mit dem einfallenden Strahl wieder austreten. Eine Identität der farbigen Cardinalpunkte ist aber bei den gewöhnlichen Glasdicken für die axialen Strahlen und 2 einfachen Linsen, wie schon erwähnt (ausser dem Fall der Symmetrie) und wenn dieselben sehr nahe liegen oder gar verkittet sind, nicht zu erreichen; obgleich die Abweichungen in diesem Fall meistens sehr klein sind. Durch Anwendung der betreffenden Formel von Gauss lässt sich dies leicht zeigen. Es müsste in diesem Fall die Distance beider Cardinalpunkte in einer Doppellinse für wenigstens 2 Farben constant sein. Es ist aber diese Distance =

$$J = i + i_1 - \frac{t^2}{p + p_1 - t} \quad \text{No. 27.}$$

wenn nun i den Zuwachs von δ für eine andere Farbe erhält und i_1 von δ_1, so müsste der Zuwachs von p, p_1 und t aus demselben Grunde schon sehr beträchtlich und die Grösse $p + p_1 - t$ positiv sein, damit J constant bleibt, was aber nicht vereinbar mit der positiven Brennweite eines Doppelachromaten ist, da die Flintlinse $- p_1$ immer $> p$. Werden hingegen p und p_1 positiv, dann ist es möglich, wie ich bereits erwähnt habe, ebenso bei einem symmetrischen 3fachen (selbst verkitteten) Achromaten. Es bedeuten hier i und i_1 die Distancen der Cardinalpunkte in den Bestandlinsen; J in der Combination und t die Distance der zugeordneten Cardinalpunkte und p und p_1 die Brennweiten der Bestandlinsen. Wird hier $t = 0$, so müsste der Zuwachs an i oder i_1 negativ sein, wenn $i + \delta + i_1 + \delta_1 = J$ sein sollte, wie leicht ersichtlich ist. Dies involvirte aber, wie schon erwähnt, eine negative Linsendicke, da δ und δ_1 ihrer Natur nach immer positiv sind. In den Figuren 22 und 23 ist der Vorgang der ungleich grossen farbigen Bilder in den verschiedenen Combinationen mit oder ohne Längenaberration dargestellt.

Figur 22a und b stellen die farbigen Bilder in einer Ebene, aber ungleich gross, dar.

Fig. 22 a.

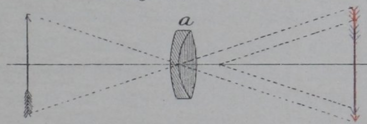
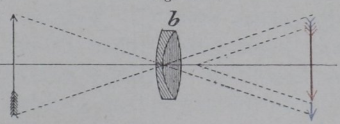


Fig. 22 b.



Figur 23 und 24 stellen die farbigen Bilder sowohl ungleich gross, als auch nicht in einer Ebene liegend, dar.

Fig. 23 a.

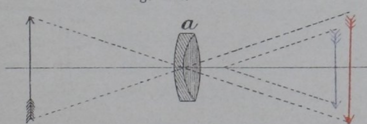
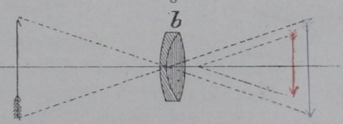


Fig. 23 b.



Figur 22a Violettes Bild *kleiner* als das rothe Bild;
„ 22b „ „ *grösser* „ „ „ „
„ 23a „ „ *kleiner* „ „ „ „ und näher der Linse;

Figur 23b Violettes Bild *grösser* als das rothe Bild und weiter von der Linse;

Figur 24a Violettes Bild *kleiner* als das rothe Bild und weiter von der Linse;

Figur 24b Violettes Bild *grösser* als das rothe Bild und der Linse näher.

Fig 24a.

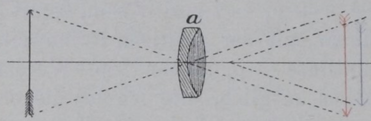
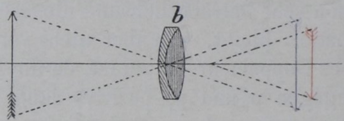


Fig. 24b.



Hiermit sind die möglichen Fälle erschöpft.