## 4. Zeitbestimmung aus beobachteten Meridian-Durchgängen der Sterne.

Bekanntlich ist die Sternzeit im Augenblicke der oberen Culmination irgend eines Sternes gleich der Rectascension desselben (§. 11). Beobachtet man daher den Durchgang eines Sternes durch den Meridian zur Uhrzeit $u$, so ist, wenn $x$ den Stand der Uhr gegen Sternzeit bezeichnet, $u + x$ die Sternzeit der Culmination, gleich der Rectascension $\alpha$ des Sternes, somit:

$$x = \alpha - u.$$

Geht die Uhr nach mittlerer Zeit, so verwandle man die Sternzeit $\alpha$ in mittlere Zeit $M$, und es wird $x = M - u$ der Stand der Uhr gegen mittlere Zeit sein.

Hiebei wird also der Durchgang des Sternes durch einen bestimmten Vertical, hier der Meridian, beobachtet, und zur Anstellung solcher Beobachtungen dient vorzugsweise das in §. 127 näher beschriebene Durchgangs- oder Passage-Instrument. Ist dasselbe so berichtiget und aufgestellt, dass, bei der Drehung des Fernrohrs um seine Axe, die verlängerte Absehenlinie des Mittelfadens an der scheinbaren Himmelskugel den Meridian beschreibt, so wird offenbar die Uhrzeit des Durchganges des Sternes durch den Mittelfaden die Uhrzeit der Culmination oder des Durchganges durch den Meridian sein. Hiezu wird nun erfordert, dass:

1. die Absehenlinie des Mittelfadens senkrecht stehe auf der Drehungsaxe des Fernrohrs;
2. diese Drehungsaxe horizontal sei, und
3. in der Richtung Ost-West liege.

Ist nämlich die erste Bedingung erfüllt, so wird die Absehenlinie eine auf die Drehungsaxe senkrechte Ebene beschreiben, welche die Himmelskugel in einem grössten Kreise schneidet; dieser Kreis wird ein Verticalkreis sein, wenn die Drehungsaxe des Fernrohrs horizontal ist, und endlich mit dem Meridiane zusammenfallen, wenn auch der 3ten Bedingung genügt ist.

Diese Bedingungen werden jedoch in der Regel nicht strenge erfüllt sein; es wird vielmehr im Allgemeinen die Absehenlinie einen kleinen Winkel $c$ (der sogenannte Collimationsfehler) mit einer auf die Drehungsaxe des Fernrohres senkrechten Ebene einschliessen und in Folge dessen einen kleinen Kreis beschreiben, welcher zu dem sogenannten grössten Kreise des Instrumentes, in welchem die Himmelskugel von der eben genannten Ebene geschnitten wird, parallel ist; die Drehungsaxe des Fernrohrs wird gegen den Horizont eine kleine Neigung $b$ haben, und endlich von der Richtung Ost-West um einen Winkel $k$, das sogenannte Azimuth des Instrumentes, abweichen. Die Wirkung dieser drei Instrumentalfehler ist offenbar, dass der

Mittelfaden nicht den Meridian beschreibt, und daher die Beobachtung des Sternes ausserhalb des Meridianes in einem kleinen Stundenwinkel $\tau$ erfolgt, um welchen die beobachtete Uhrzeit zu verbessern ist. Es wird im folgenden gezeigt werden, wie dieser Stundenwinkel $\tau$, die sogenannte Reduction auf den Meridian, berechnet werden kann, wenn die Instrumentalfehler bekannt sind und wie letztere bestimmt werden können; es genügt, wenn durch Berichtigung des Instrumentes diese Fehler auf einen geringen Betrag gebracht sind, was keiner Schwierigkeit unterliegt.

Wie schon in §. 128 bemerkt, wird die Horizontalstellung der Drehungsaxe mit Hilfe der Libelle bewerkstelliget und die Berichtigung der Absehenlinie oder des Collimationsfehlers wie bei dem Universal-Instrumente nach §. 119 vorgenommen; es erübrigt nur noch, das Instrument nahe in den Meridian zu bringen, wozu die Beobachtung von Sternen zu Hilfe genommen werden muss.

Zu diesem Zwecke stelle man das Instrument so auf, dass es dem Augenmasse nach in die Richtung des Meridianes zu stehen kommt (zu welcher vorläufigen Orientirung man auch eine Boussole, mit Berücksichtigung eines genäherten Werthes der magnetischen Declination benützen kann), stelle mittelst der Libelle die Axe horizontal, und schaffe den Collimationsfehler nahezu weg. Man berechne nun die Uhrzeit der Culmination eines dem Pole nahe stehenden Sternes, am besten des Polarsternes, mit Berücksichtigung des Standes der Uhr, soweit derselbe bekannt ist, richte das Fernrohr um diese Zeit auf den Stern, bringe denselben durch Drehung des Instrumentes in Azimuth (mittelst der Schrauben $\delta\delta$, Fig. 66) an den Mittelfaden und erhalte ihn durch fortgesetzte Drehung an demselben bis zu dem Momente der berechneten Uhrzeit, in welcher Lage sodann das Instrument mittelst der Schrauben $\delta\delta$ festgestellt wird. Da der Polarstern zur Zeit der Culmination in unseren Breiten sein Azimuth nur um etwa $33''$ in einer Zeitminute ändert, so wird das Instrument selbst bei einem grösseren Fehler in dem angenommenen Uhrstande so nahe orientirt sein, dass das noch übrig bleibende kleine Azimuth auf dem in §. 175 angegebenen Wege bestimmt werden kann. Sollte es auch an einer nur ungefähren Kenntniss der Zeit fehlen, so kann man vorerst einen nahe im Zenith durch den Meridian gehenden Stern am Mittelfaden beobachten; da, wie eine leichte Ueberlegung lehrt, eine Abweichung des Instrumentes im Azimuthe auf die Durchgangszeit solcher Sterne nur geringen Einfluss hat, so wird die Differenz zwischen der Rectascension des Sternes und der beobachteten Uhrzeit ein genäherter Werth des Standes der Uhr gegen Sternzeit sein, womit dann die weitere Orientirung mittelst eines Polsternes ausgeführt werden kann.

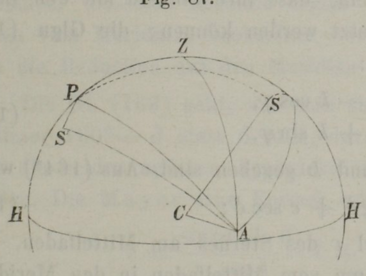
Man kann sich zu letzterem Zwecke auch der Sonne bedienen, indem man mit dem Mittelfaden einem der beiden Sonnenränder folgt; bezeichnet $\delta$ die Declination der Sonne, $r$ den Halbmesser derselben in Bogensecunden, so ist, für diesen Zweck genügend genau, $\frac{1}{15} r \sec\delta$ die Zeit, in Sternzeitsecunden, welche der Halbmesser der Sonne braucht, um durch den Meridian zu gehen, welche Zeit, zu der berechneten Uhrzeit des Meridiandurchganges des Sonnenmittelpunctes hinzugelegt, oder davon abgezogen, die Zeit des Meridiandurchganges des östlichen, beziehungsweise westlichen Sonnenrandes gibt.

Ist der Beobachter, wie dies in der Praxis meist der Fall, mit anderen Hilfsmitteln versehen, um die Zeit und durch Messung eines Azimuths (wie im folgenden Abschnitte gezeigt werden wird) die Richtung des Meridianes zu bestimmen, so hat die Orientirung des Passage-Instrumentes keine Schwierigkeit, und bedarf keiner weiteren Erörterung.

Zur Berichtigung des Aufsuch-Kreises (§. 128) benützt man einen Stern von bekannter Declination, indem man während des Durchganges das Fernrohr so stellt, dass der Stern in der Mitte zwischen beiden Horizontalfäden erscheint; die scheinbare Zenithdistanz des Sternes ergibt sich nach den Formeln des §. 28, wobei noch die Refraction in Abzug zu bringen ist. Die eben erwähnten Fäden endlich werden horizontal gestellt, indem man einen Stern in der Nähe des Aequators beim Eintritte in das Gesichtsfeld in die Mitte zwischen beide Fäden stellt, und eine während des Durchganges sich zeigende Ausweichung aus der Mitte durch Drehung des Ocularrohres mittelst der Schräubchen $tt$ (Fig. 66) wegschafft.

**171.** Es sei $C$ (Fig. 87) der Mittelpunct des Instrumentes, $CA$ die Drehungsaxe des Fernrohrs, welche, gegen West verlängert, die scheinbare Himmelskugel in einem Puncte $A$ (dem Pole des grössten Kreises des Instrumentes) treffen möge. Die Höhe dieses Punctes über dem Horizonte (gleich der Neigung der Drehungsaxe) sei $= i$, sein Azimuth $= 90^0 - k$; die Declination $= n$, der Stundenwinkel $= 90^0 - m$, wobei letzterer, so wie das Azimuth wie gewöhnlich von Süd über West von $0^0$ bis $360^0$ gezählt werden. Von diesen vier Grössen bestimmen offenbar je zwei, Höhe und Azimuth, oder Declination und Stundenwinkel des Punctes $A$ die Aufstellung des Instrumentes. In dem vom Puncte $A$ mit dem Zenith und Nordpol gebildeten Dreiecke $APZ$ ist nun, wenn $\varphi$ die Polhöhe bedeutet:

Fig. 87.




$$PZ = 90^0 - \varphi,\quad AZ = 90^0 - i,\quad AP = 90^0 - n,\quad \angle PZA = 90^0 + k,$$
$$\angle ZPA = 90^0 - m,$$

und man hat daher durch Anwendung der Formeln (6) auf dieses Dreieck die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \sin n &= \sin i \sin \varphi - \cos i \cos \varphi \sin k, \\ \cos n \sin m &= \sin i \cos \varphi + \cos i \sin \varphi \sin k, \\ \cos n \cos m &= \cos i \cos k. \end{aligned} \tag{163}$$

Die Absehenlinie $CS$ des Mittelfadens schliesse, in der Richtung nach dem Objective hin, mit dem gegen West gerichteten Axenende $CA$ den Winkel $SCA = 90^0 + c$ ein, wobei also, wenn $c$ positiv, der Mittelfaden östlich vom grössten Kreise des Instrumentes liegen wird, und sei auf einen Stern $S$ gerichtet, dessen Rectascension $= \alpha$, Declination $= \delta$ und östlicher Stundenwinkel $ZPS = \tau$ ist, so hat man in dem Dreiecke $APS$:

$$AP = 90^0 - n, \quad PS = 90^0 - \delta, \quad AS = 90^0 + c,$$
$$\angle APC = 90^0 - m + \tau = 90^0 + (\tau - m),$$

somit:

$$\sin c = -\sin \delta \sin n + \cos \delta \cos n \sin (\tau - m), \tag{164}$$

oder:

$$\sin (\tau - m) = \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} n + \sec \delta \sec n \sin c. \tag{164*}$$

Mittelst dieser Gleichungen (163) und (164) kann, wenn die Grössen $i$, $k$, $c$ gegeben sind, der Stundenwinkel $\tau$ des Sternes am Mittelfaden berechnet werden, und zwar ganz allgemein bei jeder Aufstellung des Instrumentes in einem beliebigen Vertical.

Ist nun das Instrument im Meridian aufgestellt, und nach dem im vorigen §. angegebenen Verfahren nahe berichtiget, so sind die Grössen $i$, $k$, $c$, folglich auch $m$, $n$ und $\tau$ immer so klein, dass ihre Sinusse mit den Bögen vertauscht und die Cosinus $= 1$ gesetzt werden können; die Glgn. (163) verwandeln sich dann in die folgenden:

$$\begin{aligned} n &= i \sin \varphi - k \cos \varphi, \\ m &= i \cos \varphi + k \sin \varphi, \end{aligned} \tag{165}$$

welche $m$ und $n$ bestimmen, sobald $i$ und $k$ gegeben sind. Aus (164*) wird:

$$\tau = m + n \operatorname{tg} \delta + c \sec \delta; \tag{166}$$

diese Gleichung gibt den Stundenwinkel $\tau$ des Sternes am Mittelfaden, also die Zeit, welche der Stern braucht, um vom Mittelfaden in den Meridian, oder umgekehrt, zu kommen, also die Reduction auf den Meridian.

Der Ausdruck (166) für diese Reduction rührt von Bessel her, und kann noch in anderen Formen dargestellt werden. Aus den Glgn. (165) findet man leicht:

$$\begin{aligned} i &= m \cos \varphi + n \sin \varphi, \\ k &= m \sin \varphi - n \cos \varphi, \end{aligned}$$

und aus der 1ten dieser Gleichungen:

$$m = i \sec \varphi - n \operatorname{tg} \varphi,$$

welcher Werth, in (166) substituirt, die von Hansen gegebene Form:

$$\tau = i \sec\varphi + n(\operatorname{tg}\delta - \operatorname{tg}\varphi) + c\sec\delta \tag{167}$$

darbietet. Substituirt man endlich in (166) die Werthe von $m$ und $n$ aus (165), so erhält man nach leichter Reduction die von T. Mayer angewendete Form:

$$\tau = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\delta} k + \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos\delta} i + c\sec\delta. \tag{168}$$

Von diesen drei Ausdrücken für $\tau$ benützt man mit Vortheil einen der beiden ersteren, wenn eine grössere Anzahl von Sternen zu reduciren ist; bei Zeitbestimmungen, wo man es meist mit wenigen Sternen zu thun hat, wird in der Regel die Anwendung der Formel (168) bequemer sein.

Die obigen Ausdrücke von $\tau$ gelten für die obere Culmination. Findet die Beobachtung in der unteren Culmination statt, und nehmen wir an, dass hiebei der Stern in $S'$ (Fig. 87) westlich vom Meridian beobachtet wurde, so ist der von Nord gegen West gezählte Stundenwinkel $H'PS' = \tau$ die Reduction auf den Meridian. Die Glgn. (163) oder (165) bleiben ungeändert; im Dreiecke $APS'$ wird aber nun der Winkel $APS' = 180^0 - (90^0 - m) - \tau = 90^0 - (\tau - m)$, wodurch die Glgn. (164) und (166) beziehungsweise die Form:

$$\sin c = -\sin\delta \sin n - \cos\delta \cos n \sin(\tau - m),$$

und

$$\tau = m - n\operatorname{tg}\delta - c\sec\delta \tag{169}$$

annehmen. Dasselbe Resultat ergibt sich bei der Annahme, dass der Stern östlich vom Meridiane beobachtet worden wäre, weil mit dem Stundenwinkel auch die Reduction auf den Meridian ihr Zeichen ändert.

Die Gl. (169) geht, wie man sieht, aus jener (166) hervor, wenn man in dieser $180^0 - \delta$ statt $\delta$ setzt, durch welche Substitution selbstverständlich auch die beiden anderen Ausdrücke von $\tau$ für untere Culmination umgeformt werden. Die Mayer'sche Formel erhält dadurch folgende Gestalt:

$$\tau = \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos\delta} k + \frac{\cos(\varphi + \delta)}{\cos\delta} i - c\sec\delta.$$

Bezeichnet man daher in dieser Formel, wie dies im Folgenden der Kürze wegen geschehen soll, die Coefficienten von $k$, $i$, $c$ mit $K$, $I$, $C$, so hat man allgemein:

$$\tau = Kk + Ii + Cc, \tag{170}$$

wo:

$$K = \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos\delta}, \quad I = \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos\delta}, \quad C = \pm\sec\delta \tag{171}$$

ist, und die oberen Zeichen für obere, die unteren Zeichen für untere Culmination gelten. Da für obere Culminationen südlich vom Zenith die

Zenithdistanz $z = \varphi - \delta$, nördlich vom Zenith $z = \delta - \varphi$, für die untere Culmination aber $z = 180^0 - (\varphi + \delta)$ ist, so hat man auch:

$$K = \pm \frac{\sin z}{\cos \delta}, \quad I = \pm \frac{\cos z}{\cos \delta}, \tag{171*}$$

wo die oberen Zeichen für obere, die unteren Zeichen für untere Culmination gelten, und die Zenithdistanz $z$ positiv oder negativ zu nehmen ist, je nachdem der Stern südlich oder nördlich vom Zenith culminirt.

Bei Ableitung der Gl. (164) wurde vorausgesetzt, dass die Absehenlinie, in der Richtung gegen das Objectiv hin, mit dem gegen West gerichteten Axenende den Winkel $90^0 + c$ einschliesse.

Das Fernrohr sammt Axe kann aber in zwei verschiedenen Lagen in die Lager gelegt werden, wobei das Kreisende der Axe entweder gegen West (K. W.), oder gegen Ost (K. O.) gerichtet ist. Lassen wir daher $90^0 + c$, wo $c$ positiv oder negativ sein kann, nunmehr den Winkel bedeuten, welchen die Absehenlinie mit dem Kreisende der Axe einschliesst, so gelten die obigen Formeln unmittelbar für die Kreislage K. W.

Wird das Instrument in seinen Lagern umgelegt, und die Beobachtung in der Kreislage: Kreis Ost gemacht, so schliesst die Absehenlinie mit dem westlichen Axenende den Winkel $90^0 - c$ ein. Es wird daher auch in dem Dreiecke $ASP$ die Seite $AS = 90^0 - c$, wodurch in Gl. (164) und den daraus abgeleiteten das von $c$ abhängige Glied das Zeichen ändert. Für die Kreislage: K. O. erhält daher in obigen Formeln $c$ das entgegengesetzte Zeichen.

Es sei nun $u$ die beobachtete Uhrzeit des Durchganges des Sternes durch den Mittelfaden, $x$ der Stand der Uhr gegen Sternzeit, so ist $u + x + \tau$ die Sternzeit der oberen Culmination, somit, wenn $\alpha$ die Rectascension des Sternes:

u ΔU −t

$$\alpha = u + x + \tau, \tag{172}$$

oder mit Rücksicht auf (170):

$$\alpha = u + x + Kk + Ii + Cc, \tag{173}$$

woraus folgt:

$$x = \alpha - (u + Kk + Ii + Cc). \tag{174}$$

Die erstere Gleichung gibt die Rectascension des Sternes, wenn der Uhrstand; die letztere den Uhrstand, wenn die Rectascension, und in beiden Fällen die Instrumentalfehler $k$, $i$, $c$ bekannt sind. Wurde der Stern in der unteren Culmination beobachtet, so ist $\alpha + 12^h$ für $\alpha$ zu setzen.

Hierbei ist zu bemerken, dass unter $\alpha$ die scheinbare, mit der täglichen Aberration behaftete Rectascension zu verstehen ist. Lässt man daher $\alpha$ die scheinbare den Ephemeriden entnommene Rectascension bedeuten, und berücksichtiget, dass die tägliche Aberration in Rectascension im Meridiane, nach Gl. (112), $\pm\, 0^s.0207 \cos\varphi \sec\delta$ ist, wo das obere Zeichen für obere, das untere für untere Culmination gilt, so hat man in obigen Formeln $\alpha \pm 0.021 \cos\varphi \sec\delta$ für $\alpha$ zu setzen, und kann nun z. B. die letzte Gleichung, da der erwähnte Zeichenunterschied auch für den Coefficienten $C = \sec\delta$ gilt, in folgender Form schreiben:

$$x = \alpha - (u + Kk + Ii + Cc_1), \tag{175}$$

wo

$$c_1 = c - 0^s.0207 \cos\varphi$$

ist. Man berücksichtiget daher die tägliche Aberration vollständig, wenn man in obigen Formeln für $c$ die Grösse $c_1$ einführt. Diese erhält übrigens für beide Kreislagen einen verschiedenen Zahlenwerth. Z. B. für $\varphi = 48^0\ 12'$ wird $0^s.0207 \cos\varphi = 0^s.014$; ist daher bei einem Instrumente $c = -0^s.274$, so hat man, um der täglichen Aberration Rechnung zu tragen, bei K. W.: $c_1 = -0^s.274 - 0^s.014 = -0^s.288$, bei K. O.: $c_1 = +0^s.274 - 0.014 = +0^s.260$ zu nehmen.

**172.** Um die Genauigkeit zu erhöhen, beobachtet man den Stern nicht blos am Mittelfaden, sondern auch an mehreren zu beiden Seiten desselben befindlichen Seitenfäden und reducirt sodann die an letzteren beobachteten Durchgangszeiten auf den Mittelfaden.

Für die Beobachtung am Mittelfaden ergab sich aus dem Dreiecke $APS$ (Fig. 87) die Gl. (164*):

$$\sin(\tau - m) = \operatorname{tg} n \operatorname{tg}\delta + \sec n \sec\delta \sin c.$$

Beobachten wir aber den Stern an einem Seitenfaden, dessen östlicher Abstand vom Mittelfaden $= f$ ist, so wird in dem genannten Dreiecke die Seite $AS = 90^0 + c + f$, und, wenn wir den Stundenwinkel am Seitenfaden mit $l + \tau$ bezeichnen, der Winkel $APS = 90^0 - m + l + \tau = 90^0 + (l + \tau - m)$, wo $l$, in Zeit ausgedrückt, offenbar die Zeit ist, welche der Stern braucht, um vom Seitenfaden zum Mittelfaden zu kommen. Setzen wir daher in der obigen Gleichung $c + f$ statt $c$ und $l + \tau - m$ statt $\tau - m$, so erhalten wir die auf den Seitenfaden sich beziehende Gleichung:

$$\sin(l + \tau - m) = \operatorname{tg} n \operatorname{tg}\delta + \sec n \sec\delta \sin(f + c).$$

Durch Subtraction beider Gleichungen ergibt sich nun:

$$2 \sin \tfrac{1}{2} l \cos(\tfrac{1}{2} l + \tau - m) = 2 \sin \tfrac{1}{2} f \cos(\tfrac{1}{2} f + c) \sec\delta \sec n,$$

wofür, da $c$, $n$ und $\tau - m$ immer sehr kleine Grössen sind, ohne merklichen Fehler:

$$2 \sin \tfrac{1}{2} l \cos \tfrac{1}{2} l = 2 \sin \tfrac{1}{2} f \cos \tfrac{1}{2} f \sec\delta,$$

oder

$$\sin l = \sin f \sec\delta \tag{176}$$

geschrieben werden kann. Diese Gleichung gibt nun die Zeit $l$, welche der Stern braucht, um von einem Seitenfaden, dessen Abstand vom Mittelfaden $= f$ ist, zum Mittelfaden zu kommen oder umgekehrt, d. i. die gesuchte Reduction vom Seitenfaden auf den Mittelfaden.

Man kann, $f$ in Zeitsecunden ausdrückend, obige Gleichung auch in der Form:

$$\sin l = 15 \sin 1'' f^s \sec \delta \tag{177}$$

schreiben, da $f$ immer so klein ist, dass der Sinus mit dem Bogen vertauscht werden kann.

Ist der Stern nicht zu nahe am Pole, also $\sec \delta$ nicht sehr gross, so kann auch $\sin l = 15 \sin 1'' l^s$ gesetzt werden, wodurch obige Gleichung in die einfachere:

$$l^s = f^s \sec \delta \tag{178}$$

übergeht, deren man sich stets bedienen kann, so lange $\delta$ nicht grösser als $80^0$ ist.

Für Sterne innerhalb $10^0$ Poldistanz müssen jedoch die obigen strengen Formeln angewendet werden. Die etwas unbequeme Rechnung mit dem kleinen Winkel $l$ kann man durch Anwendung einer Hilfstafel vermeiden. Multiplicirt man die Gl. (177) beiderseits mit $\frac{l^s}{\sin l}$, so kommt:

$$l^s = f^s \sec \delta \,.\, \frac{15 \sin 1'' l^s}{\sin l},$$

somit, wenn man

$$d = \log \frac{15 \sin 1'' l^s}{\sin l} = \log \frac{l}{\sin l}, \tag{m}$$

setzt:

$$\log l^s = \log (f^s \sec \delta) + d. \tag{179}$$

Da nun $d$ vermöge der Gl. $(m)$ von $l$, und dieses wieder, zufolge (177), von $f^s \sec \delta$ abhängt, so kann man eine Tafel rechnen, welche mit dem Argumente $\log (f^s \sec \delta)$ die Grösse $d$ gibt; addirt man diese zu $\log (f^s \sec \delta)$, so erhält man sofort $\log l^s$.

Die folgende Tafel*) gibt $d$ in Einheiten der $6^{\text{ten}}$ Decimalstelle.

---

*) Eine nach kleineren Intervallen fortschreitende Tafel findet man in der Sammlung von „Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, von Dr. Th. Albrecht, Leipzig, 1874", welcher die obige auszugsweise entnommen ist.

| log $f^s \sec\delta$ | $d$ | $l$ | log $f^s \sec\delta$ | $d$ | $l$ | log $f^s \sec\delta$ | $d$ | $l$ | log $f^s \sec\delta$ | $d$ | $l$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.00 | 0 | $0^m\,10^s$ | 2.70 | 96 | $8^m\,21^s$ | 2.90 | 242 | $13^m\,15^s$ | 3.10 | 609 | $21^m\;1^s$ |
| 20 | 0 | 0 16 | 71 | 101 | 8 33 | 91 | 253 | 13 33 | 11 | 637 | 21 30 |
| 40 | 0 | 0 25 | 72 | 105 | 8 45 | 92 | 265 | 13 52 | 12 | 667 | 22 0 |
| 60 | 1 | 0 40 | 73 | 110 | 8 57 | 93 | 278 | 14 12 | 13 | 699 | 22 31 |
| 80 | 2 | 1 3 | 74 | 116 | 9 10 | 94 | 291 | 14 32 | 14 | 732 | 23 3 |
| 2.00 | 4 | 1 40 | 2.75 | 121 | 9 22 | 2.95 | 305 | 14 52 | 3.15 | 767 | 23 35 |
| 05 | 5 | 1 52 | 76 | 127 | 9 36 | 96 | 319 | 15 13 | 16 | 803 | 24 8 |
| 10 | 6 | 2 6 | 77 | 133 | 9 49 | 97 | 334 | 15 34 | 17 | 841 | 24 42 |
| 15 | 8 | 2 21 | 78 | 139 | 10 3 | 98 | 350 | 15 56 | 18 | 881 | 25 17 |
| 20 | 10 | 2 38 | 79 | 146 | 10 17 | 99 | 366 | 16 18 | 19 | 923 | 25 52 |
| 2.25 | 12 | 2 58 | 2.80 | 153 | 10 31 | 3.00 | 384 | 16 41 | 3.20 | 966 | 26 28 |
| 30 | 15 | 3 20 | 81 | 160 | 10 46 | 01 | 402 | 17 4 | 21 | 1012 | 27 6 |
| 35 | 19 | 3 44 | 82 | 167 | 11 1 | 02 | 421 | 17 28 | 22 | 1060 | 27 44 |
| 40 | 24 | 4 11 | 83 | 175 | 11 16 | 03 | 440 | 17 53 | 23 | 1110 | 28 23 |
| 45 | 30 | 4 42 | 84 | 183 | 11 32 | 04 | 461 | 18 18 | 24 | 1163 | 29 2 |
| 2.50 | 38 | 5 16 | 2.85 | 192 | 11 48 | 3.05 | 483 | 18 43 | 3.25 | 1218 | 29 43 |
| 55 | 48 | 5 55 | 86 | 201 | 12 5 | 06 | 506 | 19 9 | 26 | 1276 | 30 25 |
| 60 | 61 | 6 38 | 87 | 211 | 12 22 | 07 | 530 | 19 36 | 27 | 1336 | 31 8 |
| 65 | 76 | 7 27 | 88 | 221 | 12 39 | 08 | 555 | 20 4 | 28 | 1400 | 31 52 |
| 70 | 96 | 8 21 | 89 | 231 | 12 57 | 09 | 581 | 20 32 | 29 | 1466 | 32 36 |
| | | | 2.90 | 242 | 13 15 | 3.10 | 609 | 21 1 | 3.30 | 1536 | 33 22 |

Beispiel. 1874, September 4, wurden am Passage-Instrumente des Observatoriums der k. k. technischen Hochschule zu Wien folgende Fadenantritte des Sternes $\delta$ *Ursae minoris*, dessen Declination an diesem Tage $\delta = +\,86^0\;36'\;36''$ war, beobachtet:

| Faden II | III | IV | V |
|---|---|---|---|
| $3^m\;41^s.0$ | $6^m\;22^s.0$ | $9^m\;1^s.0$ | $18^h\;11^m\;40^s.0.$ |

Die Distanzen $f$ der Seitenfäden vom Mittelfaden V waren:

$$\mathrm{II} = 28^s.3283, \qquad \mathrm{III} = 18^s.8582, \qquad \mathrm{IV} = 9^s.4022$$

Hiemit findet man nach Gl. (179):

| | II | III | IV |
|---|---|---|---|
| $\log f =$ | 1.452221 | 1.275500 | 0.973230 |
| $\log\sec\delta =$ | 1.228176 | 1.228176 | 1.228176 |
| $\log f\sec\delta =$ | 2.680397 | 2.503676 | 2.201406 |
| Aus d. Taf. m. d. Arg: $\log f\sec\delta$: $d =$ | + 88 | + 38 | + 10 |
| $\log l^s =$ | 2.680485 | 2.503714 | 2.201416 |
| $l =$ | $7^m\,59^s.16$ | $5^m\,18^s.94$ | $2^m\,39^s.01$ |

Die auf den Mittelfaden reducirten Durchgangszeiten sind demnach:

| | | |
|---|---|---|
| Faden II | $18^h\ 11^m$ | 40.16 |
| III | | 40.94 |
| IV | | 40.01 |
| V | | 40.00 |
| Mittel | 18 11 | 40.28 |

Die obigen Formeln, nach $f$ aufgelöst, dienen nun auch dazu, um aus den beobachteten Zeitintervallen $l$ die Fadenabstände $f$ zu berechnen. Man hat zu diesem Zwecke aus (176) und (179):

$$\begin{aligned} \sin f &= \sin l \cos \delta, \\ \log f^s &= \log (l^s \cos \delta) - d, \end{aligned} \tag{180}$$

welche Formeln für Sterne in der Nähe des Poles anzuwenden sind; bei Benützung der zweiten wird die Grösse $d$ der obigen Tafel mit dem Argumente $l$ entnommen, zu welchem Behufe die correspondirenden Werthe dieser Grösse, auf ganze Zeitsecunden abgerundet, beigefügt sind.

Für Sterne, deren Declination kleiner als 80°, kann man sich wieder der einfacheren Formel

$$f^s = l^s \cos \delta \tag{181}$$

bedienen.

Beispiel. Wären die in obigem Beispiele berechneten Werthe von $l$ durch Beobachtung gegeben, und daraus die Fadenabstände $f$ zu rechnen, so hätte man nach Gl. (180):

| | | | |
|---|---|---|---|
| $l =$ | $7^m\,59^s.16$ | $5^m\,18^s.94$ | $2^m\,39^s.01$ |
| $\log l^s =$ | 2.680485 | 2.503714 | 2.201416 |
| $\log \cos\delta =$ | 8.771824 | 8.771824 | 8.771824 |
| | 1.452309 | 1.275538 | 0.973240 |
| Aus d. Taf. m. d. Arg. $l$: $d =$ | $-$ 88 | $-$ 38 | $-$ 10 |
| $\log f =$ | 1.450221 | 1.275500 | 0.973230 |

Zur Bestimmung der Fadendistanzen benützt man mit Vortheil, namentlich bei grösseren Instrumenten, Sterne von grosser Declination, weil für solche $\cos\delta$ klein, und hierdurch der Einfluss eines Fehlers in $l$ auf den berechneten Werth von $f$ verringert wird. Differenzirt man die erste der Glgn. (180), so kommt: $df = \cos l \cos \delta\, dl$. Ist nun $\varepsilon$ der wahrscheinliche Fehler eines beobachteten Fadenantrittes, so wird $dl = \varepsilon \sqrt{2}$, somit, wenn wir für $\varepsilon$ den Werth aus Gl. (138) setzen, und beachten, dass im Meridian $p = 0$ ist:

$$df = \cos l \sqrt{2} \sqrt{a^2 \cos\delta^2 + \left(\frac{b}{v}\right)^2}.$$

Dieser Ausdruck zeigt, dass mit zunehmender Declination der Fehler $df$ der berechneten Fadendistanz abnimmt, übrigens nur so lange in erheblicherem Masse, als das Glied $a^2 \cos\delta^2$ gegen das andere $(b : v)^2$ nicht verschwindend klein wird, was bei Instrumenten mit geringer Vergrösserung schon bei mässigen Declinationen eintritt, wie aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich ist, welche die Werthe von $df$ für mehrere Declinationen und für zwei Vergrösserungen: $v = 36$ und $v = 120$ berechnet enthält, wobei $f = 40^s$, $a = 0^s.07$, $b = 3^s.18$ angenommen ist:

| | $\delta = 88^0\,40'$ | $80^0$ | $70^0$ | $60^0$ | $40^0$ | $20^0$ | $0^0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $v = 36$: | $df = 0^s.124$ | $0^s.126$ | $0^s.129$ | $0^s.134$ | $0^s.146$ | $0^s.156$ | $0^s.159$ |
| $v = 120$: | $df = 0.037$ | $0.041$ | $0.050$ | $0.062$ | $0.084$ | $0.100$ | $0.106$ |

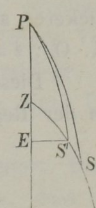
Hieraus folgt, dass für $v = 36$ der Durchgang eines Polsternes nur eine $1\,^2/_3$mal grössere Genauigkeit gewährt, als der Durchgang eines dem Aequator nahe stehenden Sternes, während für $v = 120$ dieses Verhältniss $= 8 : 1$ ist.

Man kann die Fadenintervalle $f$ auch nach dem in §. 96 beschriebenen, zuerst von Gauss angegebenen Verfahren durch directe Winkelmessung bestimmen, wodurch man rasch zur Kenntniss derselben gelangt. Die definitiven Werthe wird man dann aber sicherer aus einer grossen Anzahl beobachteter Sterndurchgänge ableiten.*)

---

*) Anmerkung. Es mag hier noch des Einflusses erwähnt werden, welchen die Refraction bei der hier behandelten Aufgabe hat. Nehmen wir an, dass — was hier offenbar zulässig ist — der Mittelfaden den Meridian $PZ$ (Fig. 88) beschreibe, und dass ein Stern $S'$ an einem Seitenfaden beobachtet werde, dessen Abstand vom Mittelfaden $S'E = f$ sei. Da die Refraction im Verticalkreise wirkt, so wird der wahre Ort des Sternes zur Zeit der Beobachtung in einem Puncte $S$ des durch $S'$ gelegten Verticalkreises $ZS'$ liegen und daher der Stundenwinkel $ZPS = l$ die Zeit sein, welche der Stern braucht, um zum Mittelfaden zu kommen, also die gesuchte Reduction. Setzen wir nun:

Fig. 88.




$$\angle ZPS' = l',\ PS = 90^0 - \delta,\ PS' = 90^0 - \delta',\ SZ = z,\ S'Z = z',$$

so folgt aus dem Dreiecke $EPS'$:

$$\sin l' = \sin f \sec \delta',$$

und aus den Dreiecken $ZPS$ und $ZPS'$:

$$\sin PZS = \sin PZS' = \frac{\sin l \cos \delta}{\sin z} = \frac{\sin l' \cos \delta'}{\sin z'};$$

diese Gleichung gibt:

$$\sin l = \sin l' \frac{\cos \delta'}{\cos \delta} \frac{\sin z}{\sin z'},$$

d. i. mit Rücksicht auf obigen Werth von $\sin l'$:

$$\sin l = \sin f \sec \delta \frac{\sin z}{\sin z'}.$$

Man kann hier genügend genau die Refraction $= k \operatorname{tg} z'$ (§. 54), also $z = z' + k \operatorname{tg} z'$ setzen, wo $k = 57''.5$ ist, woraus $\sin z' = \sin z' + k \sin 1'' \sin z'$, also $\frac{\sin z}{\sin z'} = 1 + k \sin 1'' = 1.00028$ folgt. Hiemit wird:

Es bedarf kaum der Erinnerung, dass, da der Werth des Fadenintervalls von der Entfernung der Fäden vom Objective abhängt, diese zuvor scharf in die Ebene des Bildes gestellt werden müssen, und dann das Ocularrohr nicht mehr verstellt werden darf.

**173.** Schreiten wir nun zur Bestimmung der Instrumentalfehler $b$, $c$, $k$, deren Kenntniss zur Berechnung der Reduction auf den Meridian erforderlich ist.

Bestimmung der Neigung $i$. Diese ergibt sich durch Nivellirung der Axe mittelst der Libelle nach §. 102. Sind $w$, $o$ die Ablesungen des westlichen und östlichen Blasenendes in der ersten; $w'$, $o'$ die Ablesungen in der zweiten Lage der Libelle, und bedeutet $\mu$ den Winkelwerth eines Scalentheiles in Zeitsecunden, so ist, wenn, wie gewöhnlich, der Nullpunct in der Mitte der Scala liegt, also die Ablesung nach beiden Seiten erfolgt, die unmittelbar beobachtete Neigung:

$$b = \tfrac{1}{4}\mu[(w + w') - (o + o')], \qquad (182)$$

welcher Ausdruck $b$ positiv gibt, wenn das westliche Axenende das höhere, in Uebereinstimmung mit der in §. 171 gemachten Annahme.*)

Die so gefundene Neigung bedarf noch einer Correction, wenn die Zapfendurchmesser ungleich sind. Bezeichnet man diese durch die Glgn. (129) oder (129*) gegebene Correction mit $y$, positiv, wenn der Kreiszapfen der dickere, so ist die wahre Neigung der Axe bei K. W.: $i = b - y$, bei K. O.: $i = b + y$.

Diese Methode, die Neigung mittelst der Libelle zu bestimmen, wird in der Regel angewendet. Gestattet die Aufstellung des Instrumentes die Be-

---

$$\sin l = \mu \sin f \sec \delta, \quad \text{wo} \quad \mu = 1.00028. \qquad (n)$$

Hieraus folgt:

1) berechnet man die Reductionen $l$ mit den wahren Declinationen der Sterne und den wahren Werthen von $f$, wie letztere z. B. durch directe Messung nach der Gauss'schen Methode erhalten werden, so sind die berechneten Werthe von $l$ noch mit $\mu$ zu multipliciren, oder, was auf dasselbe hinauskommt, man hat nicht die wahren Werthe von $f$, sondern die Werthe $\mu f$ anzuwenden.

2) Bestimmt man aber die Werthe von $f$ aus beobachteten Sterndurchgängen nach der gewöhnlichen Formel: $\sin f = \sin l \cos \delta$ oder den daraus abgeleiteten [(180), (181)], so erhält man dadurch, wie die Vergleichung mit Gl. ($n$) zeigt, nicht die wahren Werthe von $f$, sondern $\mu f$, also eben jene Werthe, welche zur Berechnung von $l$ anzuwenden sind.

*) Liegt der Nullpunct an einem Ende der Scala, so ist es wohl am bequemsten den Ausdruck in folgender Form zu schreiben:

$$b = \tfrac{1}{4}\mu(w + w' + o + o'),$$

wobei in jener Lage der Libelle, bei welcher der Nullpunct in West liegt, beide Ablesungen negativ zu nehmen sind.

nützung eines Quecksilber-Horizontes, so kann die Neigung auch ohne Hilfe der Libelle nach einer der beiden folgenden Methoden bestimmt werden.

Man stelle den Horizont so auf, dass das reflectirte Bild eines dem Pole nahe stehenden Sternes in demselben beobachtet werden kann. Beobachtet man nun die Antritte des Sternes an einigen Seitenfäden direct, an einigen anderen die Antritte des reflectirten Bildes, und bezeichnet beziehungsweise mit $u_d$, $u_r$ die auf den Mittelfaden reducirten Durchgangszeiten bei beiden Beobachtungen, so hat man nach Gl. (173), wenn man für $K$ und $I$ die Werthe (171*) einführt, für die directe Beobachtung:

$$\alpha = u_d + x \mp \frac{\sin z}{\cos \delta} k \pm \frac{\cos z}{\cos \delta} i \pm c \sec \delta,$$

und für die Beobachtung des Spiegelbildes, da für dieses $z$ in $180^0 - z$ übergeht:

$$\alpha = u_r + x \mp \frac{\sin z}{\cos \delta} k \mp \frac{\cos z}{\cos \delta} i \pm c \sec \delta;$$

aus beiden Gleichungen folgt durch Subtraction:

$$i = \pm \tfrac{1}{2} (u_r - u_d) \frac{\cos \delta}{\cos z}, \quad \text{oder} \quad i = \tfrac{1}{2} (u_r - u_d) \frac{\cos \delta}{\cos (\varphi \mp \delta)}, \qquad (183)$$

wo die oberen Zeichen für obere, die unteren für untere Culmination gelten. Die Beobachtung eines Polsternes in der oberen Culmination ist günstiger, weil für diese der Nenner $\cos z$ einen grösseren Werth erhält. Dieses Verfahren gibt die wahre Neigung der Umdrehungsaxe für jene Kreislage, in welcher die Beobachtung gemacht wurde, frei von dem Einflusse einer Ungleichheit der Zapfendurchmesser.

Eine andere Methode wurde bereits in §. 122 unter 4) erläutert. Diese erfordert nicht die Beobachtung eines Sternes, setzt aber voraus, dass das Ocular mit einem Schraubenmikrometer versehen, die Gleichung der Zapfendurchmesser bekannt ist, und die Construction und Aufstellung des Instrumentes die Anbringung des Quecksilber-Horizontes im Nadir gestattet.

Beide Methoden kommen übrigens nur bei grösseren Instrumenten mit Vortheil zur Anwendung und gewähren bei kleinen nicht die durch eine gute Libelle leicht erreichbare Genauigkeit.

**174.** Bestimmung des Collimationsfehlers $c$. Richtet man das Fernrohr auf einen dem Pole nahe stehenden Stern, so wird die Bewegung desselben hinreichend langsam sein, um während des Durchganges des Sternes durch das Fadennetz das Instrument umlegen, und in jeder der beiden Kreislagen den Antritt des Sternes an mehreren Seitenfäden beobachten zu können. Sind nun $u_w$ und $u_0$ die Mittel der auf den Mittelfaden reducirten Antrittszeiten der einzelnen Seitenfäden beziehungsweise bei Kreis West und Kreis Ost, so hat man zufolge der Gl. (173) für Kreis West:

$$\alpha = u_w + x + Kk + Ii + c \sec\delta,$$

und für Kreis Ost:

$$\alpha = u_o + x + Kk + Ii' - c \sec\delta,$$

oder, wenn man die wegen der Neigung der Axe verbesserten Uhrzeiten:

$$u_w + Ii = t_w, \quad u_o + Ii' = t_o$$

setzt:

$$\alpha = t_w + x + Kk + c \sec\delta = t_o + x + Kk - c \sec\delta,$$

woraus

$$c = \tfrac{1}{2}(t_o - t_w) \cos\delta \tag{184}$$

folgt. Wurde der Stern in der unteren Culmination beobachtet, so ist $180^0 - \delta$ für $\delta$, oder $\cos\delta$ negativ zu nehmen. Vor der Beobachtung in der ersten, und nach jener in der zweiten Kreislage, oder auch während der beiden Durchgänge, wenn diese hinreichend langsam stattfinden, ist die Axe zu nivelliren, und an den beobachteten Neigungen die Correction wegen Ungleichheit der Zapfendurchmesser anzubringen.

Je näher der Stern dem Pole steht, um so kleiner wird $\cos\delta$, also auch der Einfluss eines Fehlers von bestimmter Grösse in den beobachteten Zeiten $t_w$ und $t_o$ auf die Bestimmung von $c$; da jedoch die Unsicherheit in den beobachteten Antrittszeiten mit abnehmender Poldistanz zunimmt, so geht der aus der Verkleinerung des Factors $\cos\delta$ entspringende Gewinn grösstentheils wieder verloren, und zwar um so mehr, je geringer die Vergrösserung des Fernrohrs ist. Bezeichnet man die wahrscheinlichen Fehler in $t_w$ und $t_o$ mit $\varepsilon_w$, $\varepsilon_o$, so wird der wahrscheinliche Fehler in $c$: $\Delta c^2 = \frac{1}{4} \cos\delta^2 (\varepsilon_o^2 + \varepsilon_w^2)$. Nimmt man nun an, dass der Stern in jeder Kreislage an $n$ Fäden beobachtet worden, und bezeichnet mit $\varepsilon$ den wahrscheinlichen Fehler eines Fadenantrittes, so wird $\varepsilon_o^2 = \varepsilon_w^2 = \frac{\varepsilon^2}{n}$, $\Delta c^2 = \frac{\varepsilon^2}{2n} \cos\delta^2$, somit, wenn man für $\varepsilon$ den Ausdruck (138) einsetzt, und beachtet, dass, weil die Beobachtung im Meridiane stattfindet, $p = 0$ ist:

$$\Delta c = \frac{1}{\sqrt{2\,n}} \sqrt{a^2 \cos\delta^2 + \left(\frac{b}{v}\right)^2}.$$

Setzt man z. B. $n = 4$, so findet man hieraus mit den Werthen: $a = 0^s.07$, $b = 3^s.18$, und für die beiden Vergrösserungen $v = 36$ und $120$:

| | $\delta = 88^0\,40'$ | $85^0$ | $80^0$ | $75^0$ |
|---|---|---|---|---|
| $v = 36$: | $\Delta c = 0^s.0312$ | $0^s.0313$ | $0^s.0315$ | $0^s.0318$ |
| $v = 120$: | $\Delta c = 0\,.0094$ | $0\,.0096$ | $0\,.0103$ | $0\,.0114$ |

Man ersieht hieraus, dass mit Polsternen von verschiedener Declination nahezu dieselbe Genauigkeit in der Bestimmung von $c$ erzielt wird.

Es bedarf kaum der Erwähnung, dass zur sicheren Bestimmung der Collimation nach dieser Methode die genaue Kenntniss der Fädendistanzen erfordert wird. Macht man eine grössere Reihe von Bestimmungen von $c$, in der Art, dass die Beobachtung eines Durchganges abwechselnd bei K. O. und K. W. begonnen wird, so werden in beiden Fällen andere Fäden in Anspruch genommen, und es wird als Controle der Richtigkeit der angewendeten Fadendistanzen betrachtet werden dürfen, wenn die in beiden Fällen erlangten Werthe von $c$ keinen systematischen Unterschied erkennen lassen.

Ist das Ocular des Passage-Instrumentes mit einem Schraubenmicrometer versehen, so kann der Collimationsfehler auch nach den in §. 122, unter 2), 3) und 4) dargestellten Methoden bestimmt werden. (Vergl. auch §. 177).

**175.** Bestimmung des Azimuthes $k$. Diese erfordert die Beobachtung zweier Sterne, welche nach (175) die zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} \alpha &= u + x + Kk + Ii + Cc_1, \\ \alpha' &= u' + x' + K'k + I'i' + C'c_1, \end{aligned}$$

darbieten, wobei vorausgesetzt wird, dass das Azimuth $k$ sich während der Zwischenzeit der Beobachtungen nicht geändert hat. Bezeichnet man nun mit $u_0$ eine angenommene den beobachteten Uhrzeiten $u$, $u'$ nahe liegende Zeit, mit $x_0$ den Stand der Uhr zur Uhrzeit $u_0$, mit $\varDelta x$ den wenigstens näherungsweise bekannten stündlichen Gang der Uhr gegen Sternzeit, so ist:

$$x = x_0 + (u - u_0)\varDelta x, \quad x' = x_0 + (u' - u_0)\,\varDelta x.$$

Substituirt man diese Werthe in die obigen Gleichungen, so enthalten dieselben, da die Neigung der Axe, sowie die Collimation als bekannt anzunehmen sind, noch die zwei Unbekannten $x_0$ und $k$. Setzt man zur Abkürzung:

$$\begin{aligned} T &= u + (u - u_0)\,\varDelta x + Ii + Cc_1 \\ T' &= u' + (u' - u_0)\,\varDelta x + I'i' + C'c_1, \end{aligned} \tag{185}$$

wo demnach $T$ und $T'$ die wegen Neigung der Axe, Collimation und Uhrgang verbesserten Durchgangszeiten beider Sterne bedeuten und bekannte Grössen sind, so verwandeln sich obige Gleichungen in folgende:

$$\alpha - T = x_0 + Kk \text{ und } \alpha' - T' = x_0 + K'k, \tag{186}$$

aus welchen folgt:

$$k = \frac{(\alpha' - T') - (\alpha - T)}{K' - K}. \tag{187}$$

Um den Einfluss eines Fehlers in dem angenommenen Uhrgange unmerklich zu machen, insbesondere aber mit Rücksicht auf die oben gemachte

Voraussetzung der Beständigkeit des Azimuthes ist es räthlich, die Sterne so zu wählen, dass die Beobachtungen bald nach einander folgen.

Das Azimuth ergibt sich auch durch Beobachtung eines Circumpolarsternes in der unteren und oberen Culmination; in diesem Falle wird, da $\delta = \delta'$ gesetzt werden kann, $K' = K = 2 \cos\varphi \operatorname{tg}\delta$, somit:

$$K = \frac{(\alpha' + 12^h - T') - (\alpha - T)}{2 \cos\varphi \operatorname{tg}\delta}.$$

Bei diesem Verfahren bleibt ein Fehler in der Rectascension des Sternes ohne Einfluss, weil die Differenz $\alpha' - \alpha$ nur die Aenderung derselben durch Präcession, Aberration und Nutation darstellt und genau bekannt ist; es kann jedoch nur dann angewendet werden, wenn der zwölfstündige Uhrgang hinreichend genau bekannt und die Unveränderlichkeit des Azimuthes durch die Stabilität der Aufstellung des Instrumentes gesichert ist, oder eine allfällige Aenderung desselben durch Beobachtung einer Mire in Rechnung gebracht werden kann.

Der Einfluss einer Unsicherheit in den Grössen $T$, $T'$, $\alpha$, $\alpha'$ auf den nach Gl. (187) berechneten Werth des Azimuthes wird im Allgemeinen um so geringer sein, je grösser der Nenner $K' - K$ wird. Letzterer erhält durch Substitution der entsprechenden Werthe (171) für $K$ und $K'$ die Form:

$$K' - K = \frac{\cos\varphi \sin(\delta \mp \delta')}{\cos\delta \cos\delta'} = \cos\varphi (\operatorname{tg}\delta \mp \operatorname{tg}\delta'),$$

wo die oberen Zeichen gelten, wenn beide Sterne in der oberen Culmination beobachtet sind, die unteren, wenn der eine Stern in der oberen, der andere, auf welchen sich die accentuirten Buchstaben beziehen, in der unteren Culmination beobachtet wird. Aus dieser Form erkennt man, dass im ersteren Falle der Nenner $K' - K$ um so grösser wird, je näher der eine Stern dem Pole, und je weiter der andere von ihm entfernt ist. Im zweiten Falle wird $K' - K$ um so grösser, je näher beide Sterne dem Pole stehen.

Indess bewirkt der Umstand, dass mit abnehmender Poldistanz die Unsicherheit der beobachteten Durchgangszeit $u$ erheblich zunimmt, hier in ähnlicher Weise wie bei der Bestimmung des Collimationsfehlers, dass die Genauigkeit der Bestimmung des Azimuthes keineswegs in dem Masse sich erhöht, als der Nenner $K' - K$ in dem Ausdrucke (187) grösser wird, wie folgende Betrachtung zeigt.*) Bezeichnet man den wahrscheinlichen Fehler einer Grösse durch Vorsetzung der Charakteristik $\Delta$, so folgt aus Gl. (187) der wahrscheinliche Fehler in $k$:

---

*) In ähnlicher Art zuerst in der Abhandlung: „Ueber die Bestimmung von Längendifferenzen mit Hilfe des electrischen Telegraphen. Von Dr. Th. Albrecht. Leipzig 1869“ veröffentlicht.

$$\Delta k^2 = \frac{\Delta\alpha^2 + \Delta\alpha'^2 + \Delta T^2 + \Delta T'^2}{(K' - K)^2},$$

und aus den Glgn. (185), wenn man den Uhrgang als fehlerfrei betrachtet:

$$\Delta T^2 = \Delta u^2 + I^2 \Delta i^2 + C^2 \Delta c^2,$$
$$\Delta T'^2 = \Delta u'^2 + I'^2 \Delta i'^2 + C'^2 \Delta c^2.$$

Hat man, wie dies meistens der Fall sein wird, bei der Beobachtung des Polsternes das Instrument, behufs Bestimmung des Collimationsfehlers, umgelegt, so ist das Mittel $T'$ aus den in beiden Kreislagen beobachteten Durchgangszeiten frei von dem Einflusse eines Fehlers $\Delta c$ in dem berechneten Collimationsfehler, und es kann daher das Glied $C'^2 \Delta c^2$ in dem Ausdrucke von $\Delta T'$ weggelassen und überdies $\Delta i = \Delta i'$ gesetzt werden. Hiedurch wird:

$$\Delta k^2 = \frac{\Delta\alpha^2 + \Delta\alpha'^2 + \Delta u^2 + \Delta u'^2}{(K' - K)^2} + \frac{I^2 + I'^2}{(K' - K)^2}\Delta i^2 + \frac{C^2}{(K' - K)^2}\Delta c^2.$$

Bezeichnet man noch den wahrscheinlichen Fehler der Rectascension eines Sternes im Aequator mit $\varepsilon$, so ist $\Delta\alpha = \varepsilon \sec\delta$, $\Delta\alpha' = \varepsilon \sec\delta'$ zu setzen; ferner, wenn man annimmt, dass jeder Stern an $n$ Fäden beobachtet worden sei, nach Gl. (138):

$$\Delta u^2 = \frac{1}{n}\left(a^2 + \frac{b^2}{v^2}\sec\delta^2\right), \quad \Delta u'^2 = \frac{1}{n}\left(a^2 + \frac{b^2}{v^2}\sec\delta'^2\right).$$

Hiemit wird nun:

$$\Delta k^2 = \frac{2\,a^2}{n\,(K' - K)^2} + \left(\frac{1}{n}\frac{b^2}{v^2} + \varepsilon^2\right)\frac{\sec\delta^2 + \sec\delta'^2}{(K' - K)^2} + \frac{I^2 + I'^2}{(K' - K)^2}\Delta i^2$$
$$+ \frac{C^2}{(K' - K)^2}\Delta c^2,$$

nach welcher Formel für jeden speciellen Fall die in der Bestimmung des Azimuthes zu erwartende Unsicherheit berechnet werden kann. Auf diese Art ergeben sich für einige Combinationen von Sternen die folgenden Werthe von $\Delta k$, wobei $a = 0^s.07$, $b = 3^s.18$; die Vergrösserung des Fernrohrs $v = 120$, die Anzahl der Fäden $n = 10$ gesetzt, und $\varepsilon = \Delta i = \Delta c = 0^s.02$, endlich $\varphi = 48^0$ angenommen ist.

Beide Sterne in oberer Culmination:

| $\delta'$ | $\delta =$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $-30^0$ | $0^0$ | $+30^0$ | $+60^0$ |
| $75^0$ | $0^s.041$ | $0^s.047$ | $0^s.057$ | $0_s.100$ |
| 80 | 0 .040 | 0 .043 | 0 .049 | 0 .067 |
| 85 | 0 .039 | 0 .041 | 0 .042 | 0 .049 |
| 88 40′ | 0 .039 | 0 .040 | 0 .040 | 0 .042 |

Der eine Stern in oberer, der andere in unterer Culmination.

| U. C. δ | O. C. δ = −30° | 0° | +30° | +60° | +75° | +80° | +85° | +88° 40′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 75° | 0ˢ.050 | 0ˢ.042 | 0ˢ.037 | 0ˢ.036 | 0ˢ.033 | 0ˢ.035 | 0ˢ.039 | 0ˢ.046 |
| 80 | 0 .044 | 0 .040 | 0 .036 | 0 .033 | 0 .032 | 0 .032 | 0 .036 | 0 .044 |
| 85 | 0 .041 | 0 .039 | 0 .037 | 0 .034 | 0 .032 | 0 .031 | 0 .032 | 0 .040 |
| 88° 40′ | 0 .040 | 0 .039 | 0 .039 | 0 .038 | 0 .036 | 0 .035 | 0 .033 | 0 .032 |

Die Werthe in den letzten vier Spalten entsprechen der Combination zweier Circumpolarsterne und können dadurch, dass man auch bei der Beobachtung des zweiten Sternes umlegt und dadurch die Unsicherheit der Collimationsbestimmung eliminirt, auf folgende Grössen herabgebracht werden:

| U. C. δ′ | O. C. δ = + 75 | + 80 | + 85 | + 88° 40′ |
|---|---|---|---|---|
| 75° | 0ˢ.029 | 0ˢ.030 | 0ˢ.032 | 0ˢ.037 |
| 80 | 0 .029 | 0 .029 | 0 .030 | 0 .035 |
| 85 | 0 .031 | 0 .029 | 0 .028 | 0 .032 |
| 88° 40′ | 0 .036 | 0 .035 | 0 .032 | 0 .028 |

Aus dieser Uebersicht geht hervor, dass man die schärfste Bestimmung des Azimuthes aus der Combination zweier Circumpolarsterne von nahe gleicher Declination und in verschiedenen Culminationen erhält, dass es jedoch keinen wesentlichen Vortheil gewährt, wenn die Sterne so nahe als möglich am Pole stehen, da zwei Sterne von 75° Declination das Azimuth noch nahezu mit derselben Genauigkeit geben, als zwei Sterne in der Poldistanz des Polarsternes. *) Zugleich zeigen aber die obigen Zahlenwerthe, dass sich das Azimuth

*) Die Combination zweier dem Pole nahe stehenden Sterne in oberer und unterer Culmination kann jedoch nur dann angewendet werden, wenn es sich einzig und allein um die Bestimmung des Azimuthes (z. B. einer Mire, §. 177) handelt; soll aus der Beobachtung beider Sterne auch der Uhrstand mit grösserer Schärfe erlangt werden, so muss einer derselben in grösserem Abstande vom Pole sich befinden, weil der wahrscheinliche Fehler der beobachteten Durchgangszeit $u$, welcher, wie die Glgn. (186) und (185) zeigen, mit seinem vollen Betrage auf den Uhrstand $x_0$ übergeht, mit abnehmender Poldistanz erheblich zunimmt.

aus der Combination eines Polsternes und eines vom Pole entfernteren Sternes fast ebenso genau ergibt, als aus der Combination zweier Circumpolarsterne.

Ist die Beobachtung eines Polsternes unmöglich und man auf Culminationen südlich vom Zenith beschränkt, so muss man einen möglichst nahe am Zenith culminirenden Stern mit einem anderen von kleiner Meridianhöhe verbinden.

**176.** Aus dem bisher Gesagten ergibt sich von selbst die vortheilhafteste Art der Anordnung der Beobachtungen zum Zwecke der Zeitbestimmung. Mit der Beobachtung eines Polsternes, bei welcher das Instrument behufs Bestimmung der Collimation umgelegt wird, verbindet man die Beobachtung von zwei oder mehreren vom Pole entfernten Sternen (Zeitsternen) in der Art, dass von letzteren eine gleiche Anzahl in beiden Kreislagen beobachtet wird, wodurch das Mittel der aus sämmtlichen Zeitsternen folgenden Uhrstände nahezu frei wird von dem Einflusse einer Unsicherheit der Collimationsbestimmung, und zwar um so mehr, je näher sich die Zeitsterne in Declination stehen. Der Coefficient $K = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\delta}$ und somit auch der Einfluss einer Unsicherheit im Azimuthe auf die Reduction auf den Meridian wird um so kleiner, je näher am Zenith der Stern culminirt und wird $= 0$ für $\delta = \varphi$. Man wird daher namentlich dann, wenn man des Azimuthes nicht sehr sicher ist, mit Vortheil nahe am Zenith culminirende Zeitsterne wählen. Sterne in der Nähe des Horizontes sind auch deshalb minder vortheilhaft, weil für solche in Folge der Unruhe der Bilder die Unsicherheit in der beobachteten Durchgangszeit $u$ grösser wird, als dies mit Rücksicht auf ihre Declination zu erwarten ist.

Die Nivellirung der Axe ist mit Sorgfalt mindestens vor und nach der Beobachtung des Polsternes, und im Falle einer längeren Dauer der Beobachtungen auch mehrmals vorzunehmen, um eine allfällige Aenderung der Neigung in Rechnung bringen zu können, zu welchem Zwecke die Zeit jedes Nivellements zu notiren ist.

Beispiel. 1874, September 4, wurde am Passage-Instrumente des Observatoriums der k. k. technischen Hochschule zu Wien folgende Zeitbestimmung gemacht. Die Fadenantritte der Zeitsterne sind am Chronographen registrirt.

| Stern | Kreislage | Faden | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX |
| | | s | s | s | s | h m s | s | s | s | s |
| *μ Herculis* | K. O. | 10.77 | 59.86 | 49.26 | 38.47 | 17 40 27.92 | 17.06 | 6.48 | 55.73 | 44.92 |
| *γ Dracon.* | K. W. | — | — | 6.32 | 21.53 | 17 52 36.50 | 51.77 | 7.07 | 22.07 | 37.56 |
| | | | m s | m s | m s | | | | | |
| *δ Ursae m.* | K. W. | — | 3 41.0 | 6 22.0 | 9 1.0 | 18 11 40.0 | — | — | — | — |
| | | m s | | | | | | | | |
| *δ Ursae m.* | K. O. | 22 16.5 | 19 34.5 | 16 54.0 | 14 14.5 | — | — | — | — | — |
| *α Lyrae* | K. O | 25.03 | 12.74 | 0.62 | 48.63 | 18 31 36.52 | 24 30 | 12.07 | 59.99 | — |
| *ω Aquilae* | K. W. | — | 22.69 | 32.22 | 41.95 | 19 10 51.64 | 1.18 | 10.77 | 20.64 | 30.26 |

N i v e l l e m e n t s:

| $17^h\ 35^m$, K. O. | | $17^h\ 58^m$, K. W. | | $18^h\ 26^m$, K. O. | | $19^h\ 6^m$, K. W. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| W. | O. | W. | O. | W. | O. | W. | O. |
| 16.6 | 11.4 | 16.6 | 11.8 | 16.8 | 12.1 | 16.4 | 13.1 |
| 15.2 | 12.8 | 15.0 | 13.3 | 15.4 | 13.5 | 15.4 | 14.1 |

Polhöhe $\varphi = 48^0\ 11'\ 59''$; Werth eines Niveautheiles $\mu = 0^s.0835$; Gleichung der Zapfen: $b_w - b_o = -0^s.024$; täglicher Gang der Uhr $= + 0^s.65$. Mit I ist jener Seitenfaden bezeichnet, welcher bei K. W. von einem Sterne in der oberen Culmination zuerst angetreten wird.

Die scheinbaren Oerter der Sterne, dem Nautical Almanac entnommen, waren folgende, mit Beifügung der nach den Formeln (171) berechneten Werthe der Coefficienten $K$, $I$ und $\sec\delta$:

| Stern | $\alpha$ | $\delta$ | $K$ | $I$ | $\sec\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *μ Herculis* | $17^h\ 41^m\ 33^s.29$ | $+\ 27^0\ 47'\ 50''$ | 0.394 | 1.060 | 1.130 |
| *γ Draconis* | 17 53 42.20 | + 51 30 25 | − 0.093 | 1.604 | 1.607 |
| *δ Ursae min.* | 18 12 56.53 | + 86 36 36 | − 10.507 | 13.251 | 16.911 |
| *α Lyrae* | 18 32 42.10 | + 38 40 12 | 0.212 | 1,263 | 1.281 |
| *ω Aquilae* | 19 11 56.31 | + 11 22 17 | 0.611 | 0.816 | 1.020 |

Die Logarithmen der Fadendistanzen $f$ (in Zeitsecunden), so wie die nach den Formeln in §. 172 für die einzelnen Sterne berechneten Reductionen der Seitenfäden auf den Mittelfaden sind:

| Faden | $\log f$ | Reduction auf den Mittelfaden | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *α Herc.* | *γ Drac.* | *α Lyrae* | *ω Aquil.* | *δ Ursae min.* |
| I | 1.579001 | $42^s.88$ | $60^s.94$ | $48^s.58$ | $38^s.69$ | $10^m\ 41^s.70$ |
| II | 1.452221 | 32 .02 | 45 .51 | 36 .28 | 28 .90 | 7 59 .16 |
| III | 1.275500 | 21 .32 | 30 .30 | 24 .15 | 19 .24 | 5 18 .94 |
| IV | 0.973230 | 10 .63 | 15 .11 | 12 .04 | 9 .59 | 2 39 .01 |
| VI | 0.975709 | 10 .69 | 15 .19 | 12 .11 | 9 .65 | 2 39 .92 |
| VII | 1.277681 | 21 .43 | 30 .45 | 24 .28 | 19 .33 | 5 20 .55 |
| VIII | 1.453425 | 32 .11 | 45 .64 | 36 .38 | 28 .98 | 8 0 .50 |
| IX | 1.579754 | 42 .95 | 61 .05 | 48 .67 | 38 .76 | 10 42 .82 |

Aus den obigen Nivellements findet man nun die beobachteten Neigungen der Umdrehungsaxe, und durch Anbringung der Correction wegen Ungleichheit der Zapfendurchmesser die wahren Neigungen, wie folgt:

| | $17^h\ 35^m$, K. O. | $17^h\ 58^m$, K. W. | $18^h\ 26^m$, K. O. | $19^h\ 6^m$, K. W. |
|---|---|---|---|---|
| Beob. Neigung $b$: | $+\ 0^s.159$ | $+\ 0^s.136$ | $+\ 0^s.138$ | $+\ 0^s.096$ |
| Zapfencorrection | $-$ 0 006 | $+$ 0 .006 | $-$ 0 .006 | $+$ 0 .006 |
| Wahre Neigung $i$: | $+$ 0 .153 | $+$ 0 .142 | $+$ 0 .132 | $+$ 0 .102 |

Die Neigung hat demnach während der Beobachtungen eine Aenderung erfahren; man kann die für jeden einzelnen Stern anzuwendende Neigung durch Interpolation suchen, wobei selbstverständlich stets nur zwischen zwei bei derselben Kreislage beobachtete Neigungen zu interpoliren ist. Strenger ist, wenn die grösste Schärfe erreicht werden soll, das folgende Verfahren. Reducirt man die zwei bei K. O. beobachteten Neigungen mittelst der Zapfengleichung: $b_w = b_o - 0^s.024$ auf K. W., so erhält man die folgenden, für K. W. und die beigesetzten Zeiten geltenden beobachteten Neigungen:

$$\begin{array}{lll} 17^h\ 35^m: & b_w = & +\ 0^s.135 \\ 17\quad 58 & & +\ 0\ .136 \\ 18\quad 26 & & +\ 0\ .114 \\ 19\quad\ 6 & & +\ 0\ .096 \end{array}$$

Unter der Voraussetzung, dass die Aenderung der Neigung der Zeit proportional stattgefunden habe, kann man die Neigung zur Zeit $t$: $b_w = x + y(t - 18^h)$ setzen, wenn mit $x$ die Neigung um $18^h.0$, mit $y$ die Aenderung derselben in einer Zeitminute bezeichnet, und $t - 18^h$ in Minuten ausgedrückt wird. Die vier Nivellements geben dann folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0.135 &= x - 25\,y \\ 0.136 &= x - \ \ 2\,y \\ 0.114 &= x + 26\,y \\ 0.096 &= x + 66\,y \end{aligned}$$

welche nach der Methode der kleinsten Quadrate die Normal-Gleichungen:

$$0.481 = 4x + 65y$$
$$5.653 = 65x + 5660y$$

darbieten, aus welchen $x = + 0^s.128$, $y = - 0^s.00047$ folgt. Die Neigung bei K. W. zur Zeit $t$ ist daher durch folgende Gleichung gegeben:

$$b_w = + 0^s.128 - 0^s.00047\,(t - 18^h),$$

welche die zu Grunde gelegten Beobachtungen mit den übrigbleibenden Fehlern $+ 5$, $- 7$, $+ 2$, $+ 1$ in Einheiten der 3[ten] Decimalstelle, also sehr genau, darstellt. Die wahre zur Zeit $t$ stattfindende Neigung ist dann:

bei K. W.: $i_w = b_w - \frac{1}{4}(b_w - b_o) = b_w + 0^s.006$

bei K. O.: $i_o = b_o + \frac{1}{4}(b_w - b_o) = b_w - (b_w - b_o) + \frac{1}{4}(b_w - b_o) =$

$$b_w - \tfrac{3}{4}(b_w - b_o) = b_w + 0^s.018.$$

Hiernach berechnen sich die für die einzelnen Sterndurchgänge anzuwendenden Neigungen, wie folgt:

| | | $t - 18^h$ | $b_w$ | Zapf.-Corr. | $i$ | $Ii$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *μ Herc.* | K. O. | $- 20^m$ | $+ 0^s.137$ | $+ 0^s.018$ | $+ 0^s.155$ | $+ 0^s.16$ |
| *γ Drac.* | K. W. | $- 7$ | $+ 0.131$ | $+ 0.006$ | $+ 0.137$ | $+ 0.22$ |
| *δ Ursae m.* | K. W. | $+ 8$ | $+ 0.124$ | $+ 0.006$ | $+ 0.130$ | $+ 1.72$ |
| " | K. O. | $+ 18$ | $+ 0.120$ | $+ 0.018$ | $+ 0.138$ | $+ 1.83$ |
| *α Lyrae* | K. O. | $+ 32$ | $+ 0.113$ | $+ 0.018$ | $+ 0.131$ | $+ 0.16$ |
| *ω Aquil.* | K. W. | $+ 71$ | $+ 0.095$ | $+ 0.006$ | $+ 0.101$ | $+ 0.08$ |

wo in der letzten Spalte auch sofort die Producte $Ii$, d. i. die Correctionen der Durchgangszeiten wegen der Neigung der Axe beigefügt sind.

Zur Bestimmung des Collimationsfehlers $c$ aus der Beobachtung von *δ Ursae minoris* erhalten wir, an die beobachteten Antrittszeiten an den Seitenfäden die Reduction auf den Mittelfaden anbringend:

| | K. W. | K. O. |
|---|---|---|
| Faden I | — | $18^h\ 11^m\ 34^s.80$ |
| II | $18^h\ 11^m\ 40^s.16$ | 35 .34 |
| III | 40 .94 | 35 .06 |
| IV | 40 .01 | 35 .49 |
| V | 40 .00 | — |
| Mittel = | 18 11 40 .28 | 18 11 35 .17 |
| $Ii$ = | + 1 .72 | + 1 .83 |
| | $t_w$ = 18 11 42 .00 | $t_o$ = 18 11 37 .00 |

Hiemit erhält man nach Gl. (184):

$t_o - t_w = - 5^s.00$, $\frac{1}{2}(t_o - t_w) = - 2^s.50$ log $0.3979\,n$

log cos $\delta$ = $8.7718$

log $c = 9.1697\,n$ $c = - 0^s.148$.

Es ist somit die anzuwendende Collimation, mit Rücksicht auf die tägliche Aberration:

bei K. W.: $c_1 = \quad c - 0^s.0207 \cos\varphi = - 0^s.148 - 0^s.014 = - 0^s.162$,
bei K. O.: $c_1 = - c - 0.0207 \cos\varphi = + 0.148 - 0.014 = + 0.134$.

Reduciren wir endlich die beobachteten Durchgangszeiten $u$ wegen des täglichen Ganges der Uhr $(+ 0^s.65)$ auf die Uhrzeit $u_0 = 18^h.0$, so erfordert jede derselben die Correction: $+ \frac{0.65}{24.60}(u - 18^h)$, wenn die Zwischenzeit $u - 18^h$ in Minuten ausgedrückt wird.

Hiernach ergibt sich für die einzelnen Sterne durch Reduction der Seitenfäden auf den Mittelfaden, und Anbringung der Correctionen wegen Uhrgang, Neigung und Collimation:

| | *μ Herc.* | *γ Drac.* | *α Lyrae* | *ω Aquil.* | *δ Ursae min.* | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | K. O. | K. W. | K. O. | K. W. | K. W. | K. O. |
| | $17^h$ | $17^h$ | $18^h$ | $19^h$ | $18^h$ | $18^h$ |
| | $40^m 27^s.89$ | — | $31^m 36^s.45$ | — | | |
| | 84 | — | 46 | $10^m 51^s.59$ | | |
| | 94 | $52^m 36^s.62$ | 47 | 46 | | |
| | 84 | 64 | 59 | 54 | | |
| | 92 | 50 | 52 | 64 | | |
| | 75 | 58 | 41 | 53 | | |
| | 91 | 62 | 35 | 44 | | |
| | 84 | 41 | 37 | 66 | | |
| | 87 | 51 | — | 50 | | |
| Mittel $u$ = | 40 27 .87 | 52 36 .55 | 31 36 .45 | 10 51 .55 | 11 40 .28 | 11 35.17 |
| Uhrgang = | — 0 .01 | 0 .00 | + 0 .01 | + 0 .03 | + 0 .01 | + 0.01 |
| $Ii$ = | + 0 .16 | + 0 .22 | + 0 .16 | + 0 .08 | + 1 .72 | + 1.83 |
| $c \sec\delta$ = | + 0 .15 | — 0 .26 | + 0 .17 | — 0 .17 | — 2 .74 | + 2.27 |
| $T$ = | 40 28 .17 | 52 36 .51 | 31 36 .79 | 10 51 .49 | 11 39 .27 | 11 39.28*) |
| $\alpha$ = | 41 33 .29 | 53 42 .20 | 32 42 .10 | 11 56 .31 | 12 56 .53 | |
| $\alpha - T$ = | + 65 .12 | + 65 .69 | + 65 .31 | + 64 .82 | + 77 .26 | |

*) Für die reducirte Zeit $T$ muss aus den Beobachtungen des Polsternes in beiden Kreislagen derselbe Werth folgen, weil der Collimationsfehler $c$ dieser Bedingung gemäss bestimmt wird.

Man findet daher $T$ einfacher, wenn man aus den, beiden Kreislagen entsprechenden, wegen Neigung verbesserten Durchgangszeiten das Mittel nimmt, und an diesem die Correction wegen Uhrgang und täglicher Aberration ($- 0^s.0207 \cos\varphi \sec\delta$, wo bei unterer Culmination $\sec\delta$ negativ zu nehmen) anbringt. Es waren oben die für Neigung verbesserten Durchgangszeiten:

| | | | |
|---|---|---|---|
| bei K. W. | $18^h$ | $11^m$ | $42^s.00$ |
| bei K. O. | 18 | 11 | 37 .00 |
| Mittel = | 18 | 11 | 39 .50 |
| Uhrgang = | | + | 0 .01 |
| tägl. Aberr. = | | — | 0 .23 |
| $T$ = | 18 | 11 | 39 .28, wie oben. |

Man hat nunmehr die Glgn. (186):

$$
\begin{aligned}
+ 65.12 &= x + 0.394\,k \\
+ 65.69 &= x - 0.093\,k \\
+ 65.31 &= x + 0.212\,k \qquad (m) \\
+ 64.82 &= x + 0.611\,k \\
+ 77.26 &= x - 10.507\,k,
\end{aligned}
$$

aus welchen man durch Verbindung der letzten auf den Polstern sich beziehenden mit jeder der vorhergehenden die folgenden Gleichungen zur Bestimmung von $k$ erhält:

$$
\begin{aligned}
-12.14 &= 10.901\,k, \quad \text{hieraus:} \quad k = -1^s.114 \\
-11.57 &= 10.414\,k \qquad\qquad\qquad -1\,.111 \\
-11.95 &= 10.719\,k \qquad\qquad\qquad -1\,.115 \\
-12.44 &= 11.118\,k \qquad\qquad\qquad -1\,.119 \\
&\qquad\qquad \text{Mittel } k = -1\,.115.
\end{aligned}
$$

Durch Substitution dieses Werthes in die Glgn. $(m)$ ergibt sich endlich der Uhrstand $x$:

| | | |
|---|---|---|
| aus $\mu$ *Herc.* | $x = + 65^s.56$ | |
| „ $\gamma$ *Drac.* | 65 .59 | |
| „ $\alpha$ *Lyrae* | 65 .55 | |
| „ $\omega$ *Aquil.* | 65 .50 | |
| Mittel: | $x = + 65\,.55$ | um $18^h.0$ Uhrzeit. |

**177.** Die Genauigkeit der Zeitbestimmung hängt, abgesehen von der Sicherheit der Rectascensionen der benützten Sterne und der beobachteten Durchgangszeiten, wesentlich von der genauen Kenntniss der Instrumentalfehler ab. Von diesen wird der Collimationsfehler und die Neigung stets ohne besondere Schwierigkeit mit genügender Schärfe bestimmt werden können; auch ist der erstere bei guter Construction und sachkundiger Behandlung des Instrumentes erfahrungsmässig sehr constant, und eine während der Beobachtungsreihe stattfindende allmälige Aenderung der Neigung kann durch wiederholte Nivellirungen unschädlich gemacht werden. Schwieriger ist an und für sich die genaue Bestimmung des Azimuthes und eine allmälige Aenderung desselben wird bei einer in der Art des vorigen Beispieles ausgeführten Zeitbestimmung nur eine minder gute Uebereinstimmung der aus den einzelnen Zeitsternen folgenden Uhrstände zur Folge haben, ohne dass aber die Beobachtungen das Mittel bieten würden, die Aenderung selbst genauer zu bestimmen. Man kann zwar in solchem Falle das der Uhrzeit $u$ entsprechende Azimuth $k$, in der Voraussetzung, dass die Aenderung $\Delta k$ desselben der Zeit proportional sei, in der Form: $k = k_0 + (u - u_0)\,\Delta k$ in die Gleichungen $(m)$ [§. 176] einführen, wo $k_0$ das zu einer beliebig angenommenen Uhrzeit $u_0$ stattfindende Azimuth bedeutet; diese Gleichungen, welche alsdann drei Unbekannte, $x$, $k_0$ und $\Delta k$ enthalten, werden jedoch $\Delta k$ nur dann hinreichend sicher bestimmen, wenn sich unter den beobachteten Sternen zwei Polsterne, durch eine grössere Zwischenzeit getrennt, befinden.

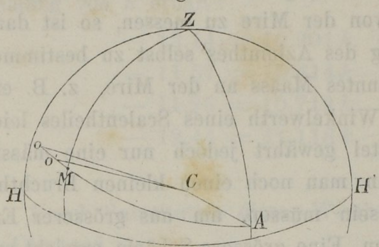
Es ist daher wichtig, für das Azimuth noch eine andere von den Sternbeobachtungen unabhängige Controle zu haben; eine solche gewährt ein Meridianzeichen oder eine Mire, d. i. eine feste Marke in der Nähe des Horizontes, auf welche das Fernrohr von Zeit zu Zeit gerichtet werden kann. So lange der Mittelfaden (oder ein anderer fester Faden) seinen Abstand von der Mire nicht ändert, wird — die Collimation als constant vorausgesetzt — auch das Azimuth sich nicht geändert haben; gestattet die Einrichtung, eine Aenderung des Abstandes des Fadens von der Mire zu messen, so ist damit auch das Mittel gegeben, die Aenderung des Azimuthes selbst zu bestimmen. Man kann zu diesem Zwecke ein bekanntes Maass an der Mire, z. B. eine horizontale Scala benützen, indem der Winkelwerth eines Scalentheiles leicht ausgemittelt werden kann; dieses Mittel gewährt jedoch nur eine mässige Genauigkeit, weil die Scalentheile, wenn man noch einen kleinen Bruchtheil der Secunde schätzen will, zu klein sein müssen, um aus grösserer Entfernung noch deutlich gesehen zu werden. Eine grössere Schärfe erreicht man durch ein am Oculare angebrachtes Schraubenmicrometar mit beweglichem verticalem Faden, mittelst dessen der Abstand des Mittelfadens von der Mire zu jeder Zeit scharf gemessen werden kann.

Die Mire muss möglichst fest angebracht sein, damit sie nicht selbst Aenderungen ihrer Lage in azimuthalem Sinne erleide, und sich in hinreichend grosser Entfernung vom Instrumente befinden, damit ihr Bild nahe genug in die Ebene der Fäden falle.

In Folge der hiezu, selbst für kleinere Fernrohre, erforderlichen bedeutenden Entfernung wird jedoch das Bild der Mire selten so ruhig erscheinen, um noch eine genaue Beobachtung zu gestatten. Dieser Uebelstand kann dadurch beseitiget werden, dass man die Mire in einer geringen Entfernung, z. B. von 100 bis 200 Meter anbringt, und in unmittelbarer Nähe des Fernrohrs eine Collimatorlinse, deren Brennweite ihrer Entfernung von der Mire gleich ist, fest aufstellt, so dass die von der Mire kommenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse parallel in das Fernrohr treten, und ein deutliches Bild in der Ebene der Fäden erzeugen. Die Richtung, in welcher die Mire, durch das Fernrohr gesehen, erscheint, ist durch die gerade Linie gegeben, welche die Mire mit dem optischen Mittelpuncte der Linse verbindet, und bleibt so lange unverändert, als beide ihre relative Lage im Raume nicht ändern, zu welchem Zwecke eine möglichst feste Aufstellung der Mire und der Collimatorlinse erforderlich wird, und zwar um so mehr, je kleiner ihre Entfernung von einander ist. Bei 100 Meter Distanz würde z. B. durch eine relative Verrückung von Mire und Linse in horizontalem Sinne um 1 Millimeter das Azimuth der Mire schon um nahe $0^s.15$ geändert. Eine in dieser Art eingerichtete Mire gewährt überdies den Vortheil, dass sie auch Nachts benützt werden kann; ein kleines kreisrundes Loch in einer Metallplatte, welches bei Tage durch das Licht des Himmelsgrundes, nöthigenfalls durch Vermittlung eines hinter der Platte befindlichen Spiegels, Nachts durch eine Lampe erleuchtet wird, gewährt einen vorzüglichen Zielpunct.

Mittelst einer Mire kann nun auch, wenn das Azimuth derselben einmal genau bekannt ist, das Azimuth $k$ des Instrumentes ohne die Beobachtung von Sternen und, wie bereits bekannt, auch der Collimationsfehler immer leicht bestimmt werden. Es sei (Fig. 89) $CA$ das nach West verlängerte Ende der Drehungsaxe, $i$ deren wahre Neigung, $90^0 - k = AZH'$ das westliche Azimuth des Instrumentpoles; $M$ die Mire, die wir auf der Nordseite westlich vom Meridiane annehmen wollen; $MZ = z$ die Zenithdistanz der Mire, $\angle HZM$ deren Azimuth, von Nord gegen West positiv gezählt. Der grösste Kreisbogen $AM$ werde, wenn das Fernrohr auf die Mire gerichtet wird, von der Absehenlinie bei Kreis West in $o$, bei Kreis Ost in $o'$ getroffen, so ist arc $Ao = 90^0 + c$, arc $Ao' = 90^0 - c$. Nun sind $oM = m_w$, $o'M = m_o$ die Abstände des Mittelfadens von der Mire, welche mit dem Mikrometer gemessen werden können; nimmt man dieselben positiv, wenn, wie in der Figur, die Absehenlinie östlich von der Mire liegt (d. i. also, wenn im geraden Fernrohr der Mittelfaden westlich, im gebrochenen östlich von der Mire erscheint), so ist bei K. W.: $AM = Ao - oM = 90^0 - (m_w - c)$, bei K. O.: $AM = Ao' - o'M = 90^0 - (m_o + c)$. Das Dreieck $AMZ$, in welchem $MZ = z$, $AZ = 90^0 - i$, $\angle AZM = 90^0 + (k - A)$ ist, liefert daher folgende Gleichungen:

Fig. 89.




$$\text{bei K. W.:}\ \sin(m_w - c) = \sin i_w \cos z - \cos i_w \sin z \sin(k - A),$$
$$\text{bei K. O.:}\ \sin(m_o + c) = \sin i_o \cos z - \cos i_o \sin z \sin(k - A),$$

oder, wegen der Kleinheit der Bögen $m \mp c$, $i$ und $k - A$:

$$m_w - c = i_w \cos z - (k - A) \sin z,$$
$$m_o + c = i_o \cos z - (k - A) \sin z,$$

aus welchen man durch Subtraction und Addition:

$$m_w - m_o = (i_w - i_o) \cos z + 2c,$$
$$m_w + m_o = (i_w + i_o) \cos z - 2(k - A) \sin z$$

erhält. Hieraus folgt, wenn $m_w$ und $m_o$ in Schraubengängen ausgedrückt werden und $R$ den Werth eines Schraubenganges in Zeitsecunden bedeutet, ferner $i$, $c$, $k$ und $A$ gleichfalls in Zeitsecunden verstanden werden:

$$\left.\begin{aligned} c &= \tfrac{1}{2} R (m_w - m_o) - \tfrac{1}{2} \cos z (i_w - i_o), \\ k &= A - \tfrac{1}{2} R \operatorname{cosec} z (m_w + m_o) + \tfrac{1}{2} \operatorname{cotg} z (i_w + i_o) \end{aligned}\right\} \quad (188)$$

In der Voraussetzung, dass zwischen den Beobachtungen der Mire in beiden Kreislagen die absolute Neigung oder die relative Höhe der beiden Lager sich nicht geändert hat, ist $\frac{1}{2}(i_w - i_o)$ eine constante Grösse, nur abhängig von der Ungleichheit der Zapfenhalbmesser; und zwar ist, wenn Libellen- und Lagerwinkel gleich sind, $\frac{1}{2}(i_w - i_o) = \frac{1}{4}(b_w - b_o)$, wo $b_w$ und $b_o$ die durch die Libelle erhaltenen Neigungen sind, also gleich der Zapfencorrection. Da diese Grösse, so wie auch $\cos z$ immer sehr klein sind, so wird das 2^te Glied in dem Ausdrucke von $c$ immer verschwinden; hingegen kann das von den Neigungen abhängige Glied in dem Ausdrucke von $k$ merklich werden.

Bei der im vorhergehenden §. als Beispiel benützten Zeitbestimmung wurde auch die Mire mit dem Fadenmikrometer des Passageinstrumentes beobachtet, wie folgt:

| Uhrzeit | Mire K. W. | Mire K. O. | Mittelfaden |
|---|---|---|---|
| $17^h\ 47^m$ | 4.363 | 5.713 | 4.990 |
| 18 55 | 4.329 | 5.748 | 4.990 |

Die Zenithdistanz der Mire ist $z = 94^0\ 22'$, ihr Azimuth $A = + 0^s.9395$, der Werth eines Schraubenganges des Mikrometers $R = 2^s.9260$; die Gleichungen (188) für diese Mire sind daher:

$$c = 1^s.4630\ (m_w - m_o),$$
$$k = 0^s.9395 - 1^s.4673\ (m_w + m_o) - 0.0382\ (i_w + i_o).$$

Hiemit findet man:

| Uhrzeit | $m_w$ | $m_o$ | $m_w - m_o$ | $m_w + m_o$ | $i$ | $c$ | $k =$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $17^h\ 47^m$ | 0.627 | 0.723 | −0.096 | 1.350 | $+0^s.146$ | $-0^s.140$ | $A - 1^s.9920 = -1^s.0525$ |
| 18 55 | 0.661 | 0.758 | −0.097 | 1.419 | +0 .114 | −0 .142 | $A - 2\ .0927 = -1\ .1532$ |

Der Werth von $c$ stimmt sehr nahe mit dem aus der Beobachtung von *δ Ursae min.* erhaltenen; die Mire zeigt ferner eine Aenderung des Azimuthes um $- 0^s.1007$ in $68^m$, oder $- 0^s.00148$ in $1^m$ an, und sie gibt mit der Constante $A = + 0^s.9395$, für die Beobachtungszeiten der vier Zeitsterne folgende Werthe des Azimuthes, durch deren Substitution in die entsprechenden Gleichungen ($m$) [§. 176] man die nebenstehenden Uhrstände erhält:

| | | |
|---|---|---|
| *μ Herc.* | $k = - 1^s.042$ | $x = + 65^s.53$ |
| *γ Drac.* | − 1 .061 | 65 .59 |
| *α Lyrae* | − 1 .119 | 65 .55 |
| *ω Aquil.* | − 1 .177 | 65 .54 |
| | | Mittel $x = + 65\ .55$ um $18^h.0$. |

Will man der Mire blos die Aenderung des Azimuthes entnehmen, dieses selbst aber, ohne Zuziehung der Constante $A$, mit Hilfe des Polsternes bestimmen, so sei $k_0$ das Azimuth zur Zeit $18^h.0$; für das Azimuth $k$ zur Zeit $u$ hat man dann zu setzen:

$$k = k_0 - 0^s.00148\,(u - 18^h), \qquad (n)$$

wo $u - 18^h$ in Zeitminuten auszudrücken ist. Substituirt man diesen Werth von $k$, in welchem für $u$ die den einzelnen Sternen entsprechenden Durchgangszeiten zu setzen sind, in die Glgn. ($m$) [§. 176], so werden diese:

$$\begin{aligned} 65.11 &= x + 0.394\,k_0 \\ 65.69 &= x - 0.093\,k_0 \\ 65.32 &= x + 0.212\,k_0 \\ 64.88 &= x + 0.611\,k_0 \\ 77.08 &= x - 10.507\,k_0, \end{aligned}$$

aus welchen man, auf demselben Wege wie in §. 176, findet:

$$\begin{array}{lrr} -11.97 = 10.901\,k_0, & k_0 = -1^s.098, & x = +65^s.54 \\ -11.39 = 11.414\,k_0 & 1\,.094 & 65\,.59 \\ -11.76 = 10.719\,k_0 & 1\,.097 & 65\,.55 \\ -12.20 = 11.118\,k_0 & 1\,.097 & 65\,.55 \\ \hline \text{Mittel } & k_0 = -1\,.096 & x = +65\,.56 \text{ um } 18^h.0. \end{array}$$

Das auf diese Art mit Hilfe des Polsternes gefundene Azimuth kann nun auch umgekehrt zur Bestimmung des Azimuthes $A$ der Mire benützt werden. Die Beobachtung derselben zur Uhrzeit $u = 17^h\ 47^m$ ergab $k = A - 1^s.9920$; substituirt man diese Werthe $u$ und $k$, nebst jenem $k_0 = -1^s.096$ in obige Gl. ($n$), so folgt $A = +0^s.915$.

Wenn es sich übrigens um die Bestimmung von $A$ handelt, so ist es am vortheilhaftesten, zwei Polsterne von nahe gleicher Declination je in oberer und unterer Culmination zu beobachten; das Instrument wird bei jedem Sterne umgelegt, und vor der Beobachtung des ersten und nach jener des zweiten Sternes, so wie auch in der Zwischenzeit die Mire in beiden Kreislagen beobachtet. Sind dann $u_1$, $u_2$, $u_3$ die Uhrzeiten der drei Beobachtungen der Mire, $k_0$ das Azimuth des Instrumentes zur Uhrzeit $u_0$, $\varDelta k$ die Aenderung desselben in 1 Zeitminute, so hat man aus den Beobachtungen der Mire die Gleichungen:

$$\begin{aligned} k_0 + (u_1 - u_0)\,\varDelta k &= A - s_1 \\ k_0 + (u_2 - u_0)\,\varDelta k &= A - s_2 \\ k_0 + (u_3 - u_0)\,\varDelta k &= A - s_3, \end{aligned}$$

wo $s_1$, $s_2$, $s_3$ bekannte Grössen, die Summe der zwei letzten Glieder in der 2ten der Glgn. (188), bedeuten, und aus welchen $\varDelta k$ gefunden wird.

Die beiden Polsterne geben nun, wenn $x_0$ den Uhrstand zur Zeit $u_0$, $\varDelta x$ den Uhrgang, $u$ und $u'$ die Durchgangszeiten bedeuten, die Gleichungen:

$$\alpha = u + x_0 + (u - u_0)\varDelta x + K\,[k_0 + \varDelta k(u - u_0)] + Ii + Cc_1,$$
$$\alpha' = u' + x_0 + (u' - u_0)\varDelta x + K'[k_0 + \varDelta k(u' - u_0)] + I'i' + C'c_1,$$

oder, mit Einführung der bekannten Grössen:

$$T = u + (u - u_0)\varDelta x + K(u - u_0)\varDelta k + Ii + Cc_1,$$
$$T' = u' + (u' - u_0)\varDelta x + K(u' - u_0)\varDelta k + I'i' + C'c_1:$$
$$\alpha = T + x_0 + Kk_0, \quad \alpha' = T' + x_0 + K'k_0,$$

aus welchen

$$k_0 = \frac{(\alpha' - T') - (\alpha - T)}{K' - K}$$

folgt. Mit diesem Werthe $k_0$ erhält man dann aus obigen Gleichungen der Mire $A$.

**178.** Die in den §§. 171 und 172 entwickelte Methode zur Reduction der Durchgangszeit von einem Seitenfaden auf den Mittelfaden und von diesem auf den Meridian setzt voraus, dass das Gestirn keine in kurzer Zeit merkliche eigene Bewegung habe, wie dies bei Fixsternen, welche allein zur genauen Zeitbestimmung angewendet werden, der Fall ist. Sie erleiden eine Modification, wenn das Gestirn, wie Sonne, Mond und die Planeten eine eigene Bewegung und, wie immer in diesem Falle, auch einen messbaren Durchmesser und eine Parallaxe hat. Wir wollen daher noch die allgemeine Aufgabe lösen, aus der beobachteten Antrittszeit des Randes eines solchen Gestirnes an einem Seitenfaden die Zeit des Durchganges des Mittelpunctes desselben durch den Meridian abzuleiten.

Bedeutet, wie bisher, $f$ den Abstand des Seitenfadens vom Mittelfaden, positiv, wenn ersterer östlich von letzterem sich befindet, $R'$ den scheinbaren Halbmesser des Gestirnes, so ist, wenn in Fig. 87 $S$ den Mittelpunct des Gestirnes bezeichnet, $AS = 90^0 + c + f \pm R'$, wo das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem der westliche (erste) oder östliche (zweite) Rand des Gestirnes beobachtet ist. Hiemit wird die Gl. (164):

$$\sin(c + f \pm R') = -\sin\delta' \sin n + \cos\delta' \cos n \sin(\tau - m),$$

wo $\tau$ den, gegen Ost positiv gezählten, scheinbaren Stundenwinkel des Gesirnes, $\delta'$ dessen scheinbare, d. i. mit der Parallaxe behaftete Declination bedeutet. Bezeichnet man mit $\alpha'$ die scheinbare Rectascension, mit $\theta$ die Sternzeit des Antrittes des Randes an dem Seitenfaden, so ist $\tau = \alpha' - \theta$, und man erhält aus obiger Gleichung mit Rücksicht auf die Kleinheit der Grössen $\tau$, $m$, $n$, $c$, $f$ und $R'$:

$$(\alpha' - \theta)\cos\delta' = f \pm R' + m\cos\delta' + n\sin\delta' + c. \qquad (p)$$

Die scheinbaren Grössen $\alpha'$, $\delta'$, $R'$ können nun durch die wahren oder geocentrischen Grössen $\alpha$, $\delta$, $R$ ausgedrückt werden, wozu die Glgn. (82) dienen, in welchen $\varDelta$, $\varDelta'$ die Entfernungen des Gestirnes beziehungsweise vom Mittelpuncte der Erde und vom Beobachtungsorte, $\varrho$ die Entfernung des letzteren vom Mittelpuncte der Erde bezeichnen. Dividirt man diese Gleichungen durch $\varDelta$ und beachtet, dass $\frac{\varrho}{\varDelta} = \varrho \sin p$ [Gl. (68)] ist, wenn $p$ die Aequatorial-Horizontal-Parallaxe des Gestirnes bedeutet und $\varrho$ in Theilen des Halbmessers des Erdäquators ausgedrückt wird, so erhält man, $\varDelta = 1$ annehmend:

$$\begin{aligned}
\varDelta' \cos\delta' \cos\alpha' &= \cos\delta \cos\alpha - \varrho \sin p \cos\varphi' \cos\theta, \\
\varDelta' \cos\delta' \sin\alpha' &= \cos\delta \sin\alpha - \varrho \sin p \cos\varphi' \sin\theta, \\
\varDelta' \sin\delta' &= \sin\delta \qquad\quad - \varrho \sin p \sin\varphi'.
\end{aligned}$$

Multiplicirt man die 1te dieser Gleichungen mit $\sin\theta$, die 2te mit $\cos\theta$ und subtrahirt, so erhält man:

$$\varDelta' \cos\delta' \sin(\alpha' - \theta) = \cos\delta \sin(\alpha - \theta);$$

multiplicirt man aber die 1te Gleichung mit $\cos\theta$, die 2te mit $\sin\theta$ und addirt, so kommt:

$$\varDelta' \cos\delta' \cos(\alpha' - \theta) = \cos\delta \cos(\alpha - \theta) - \varrho \sin p \cos\varphi'.$$

Da nun $\alpha - \theta$ und $\alpha' - \theta$ kleine Bögen sind, so hat man:

$$\begin{aligned}
(\alpha' - \theta)\, \varDelta' \cos\delta' &= (\alpha - \theta) \cos\delta, \\
\varDelta' \cos\delta' &= \cos\delta - \varrho \sin p \cos\varphi', \\
\varDelta' \sin\delta' &= \sin\delta - \varrho \sin p \sin\varphi'.
\end{aligned}$$

Aus den zwei letzten dieser Gleichungen folgt noch, wenn man sie quadrirt und addirt, und das Quadrat von $p$ vernachlässiget, für die vorliegende Aufgabe hinreichend genau:

$$\varDelta' = 1 - \varrho \sin p \cos(\varphi' - \delta).$$

Multipliciren wir nun die Gl. ($p$) mit $\varDelta'$ und schreiben dieselbe in der Form:

$$(\alpha' - \theta)\, \varDelta' \cos\delta' = \varDelta' f \pm \varDelta' R' + \varDelta' \cos\delta' (m + n \operatorname{tg}\delta' + c \sec\delta').$$

Es ist aber $R' : R = \varDelta : \varDelta'$, d. i. $\varDelta' R' = \varDelta R = R$, weil $\varDelta = 1$ angenommen wurde; setzt man noch für $(\alpha' - \theta)\, \varDelta' \cos\delta'$, $\varDelta' \cos\delta'$ und $\varDelta'$ die obigen Werthe und dividirt durch $\cos\delta$, so kommt:

$$\alpha - \theta =$$
$$\frac{1 - \varrho \sin p \cos(\varphi' - \delta)}{\cos\delta} f \pm \frac{R}{\cos\delta} + \left(1 - \frac{\varrho \sin p \cos\varphi'}{\cos\delta}\right)(m + n \operatorname{tg}\delta' + c \sec\delta').$$

Hier ist nun $\alpha - \theta$ der wahre Stundenwinkel des Mittelpunctes des Gestirnes im Momente des Antrittes des Randes an den Seitenfaden, und somit auch die Zeit, welche der Mittelpunct braucht, um diesen Stundenwinkel zu durchlaufen oder in den Meridian zu gelangen, vorausgesetzt, dass das Gestirn keine eigene Bewegung hat. Ist letzteres der Fall und $\lambda$ die Zunahme der Rectascension in $1^s$ Sternzeit, in Zeitsecunden ausgedrückt, so ist die

Geschwindigkeit des Gestirnes in der Richtung von Ost nach West $=1-\lambda$, somit die Zeit, in welcher der Mittelpunct den Stundenwinkel $\alpha-\theta$ durchlauft, $=\frac{\alpha-\theta}{1-\lambda}$, folglich die Sternzeit der Culmination, d. i. die wahre Rectascension des Mittelpunctes des Gestirnes im Augenblicke des Meridiandurchganges $=\theta+\frac{\alpha-\theta}{1-\lambda}$.

Lässt man daher nunmehr $\alpha$ diese letztere Rectascension bedeuten und substituirt für $\alpha-\theta$ den obigen Werth, so hat man, wenn der Kürze wegen:

$$F=\frac{1-\varrho\sin p\cos(\varphi'-\delta)}{(1-\lambda)\cos\delta},$$

$$P=\frac{1-\varrho\sin p\cos\varphi'\sec\delta}{1-\lambda}$$

gesetzt wird:

$$\alpha=\theta+Ff\pm\frac{R\sec\delta}{1-\lambda}+P(m+n\operatorname{tg}\delta'+c\sec\delta'). \tag{189}$$

In diesem Ausdrucke bedeutet das Glied:

$$l=Ff \tag{190}$$

die Reduction vom Seitenfaden auf den Mittelfaden. Reducirt man daher mit Hilfe dieses Ausdruckes die einzelnen Seitenfäden auf den Mittelfaden und bezeichnet mit $U$ das Mittel aller Fäden, mit $\varDelta u$ den Stand der Uhr gegen Sternzeit zur Uhrzeit $U$, so wird:

$$\alpha=U+\varDelta u\pm\frac{R\sec\delta}{1-\lambda}+P(m+n\operatorname{tg}\delta'+c\sec\delta'). \tag{191}$$

Das Glied $R\sec\delta:(1-\lambda)$ drückt die Zeit aus, welche der Halbmesser des Gestirnes braucht, um durch den Meridian zu gehen. Man findet sie, für Sonne und Mond, in den Ephemeriden angegeben.

Das letzte Glied bedeutet die Reduction vom Mittelfaden auf den Meridian.

Sind, statt der Grössen $m$ und $n$, das Azimuth $k$ des Instrumentes und die Neigung $i$ der Drehungsaxe gegeben, so ist auch:

$$m+n\operatorname{tg}\delta'+c\sec\delta'=\frac{\sin(\varphi-\delta')}{\cos\delta'}k+\frac{\cos(\varphi-\delta')}{\cos\delta'}i+c\sec\delta';$$

der Faktor $P$ kann, wenn die Instrumentalfehler sehr klein sind, auch $=1$ gesetzt werden.

Die scheinbare mit der Parallaxe behaftete Declination $\delta'$ erhält man für diesen Zweck genügend genau aus der Ablesung am Einstellkreise des Instrumentes oder mittelst der Formel:

$$\delta'=\delta-p\sin(\varphi'-\delta).$$

Die vorstehenden Formeln finden namentlich auf den Mond Anwendung. Für die Sonne und die Planeten, deren Parallaxen sehr klein sind, kann stets

$$P = 1 \quad \text{und} \quad F = \frac{\sec\delta}{1-\lambda}$$

gesetzt werden.

Die Ephemeriden geben die Positionen dieser Gestirne mit dem Argumente: mittlere Zeit; man findet daher leicht durch Interpolation für die auf den Meridian der Ephemeride reducirte Beobachtungszeit die stündliche Aenderung $\varDelta\alpha$ der Rectascension des Gestirnes in $1^h$ mittlerer Zeit; es ist dann, da $1^h$ Sternzeit $= 0^h.99727$ mittlerer Zeit:

$$\lambda = \frac{0.99727}{3600}\varDelta\alpha.$$

Beispiel. 1853, November 11, wurde zu Graz der Durchgang des Mondes an den fünf Fäden eines kleinen Passage-Instrumentes beobachtet, wie folgt:

| | Faden I | II | III | IV | V |
|---|---|---|---|---|---|
| ☽ westl. Rand | $25^m\ 32^s.2$ | $25^m\ 59^s.8$ | $0^h\ 26^m\ 28^s.0$ | $26^m\ 55^s.7$ | $27^m\ 23^s.5$ |

Es war für diesen Tag:

Uhrstand um $22^h\ 47^m$: $+ 17^s.04$; täglicher Gang $= + 2^s.880$.

Das Azimuth des Instrumentes: $k = - 2^s.825$; Neigung $i = + 1^s.84$; $c = 0$.

$\log f$ für Faden I $= 1.7379$, II $= 1.4431$, IV $= 1.4294$, V $= 1.7338$.

Ferner für den Beobachtungsort:

$\varphi = 47^0\ 4'.2$; genäherte Länge $= 1^h\ 2_m$ östl. v. Greenwich.
$\varphi' = 46\ \ 52.5$; $\log\varrho = 9.99922$.

Es ist nun die genäherte Sternzeit des Antrittes des Randes am Mittelfaden $= 0^h\ 26^m\ 28^s + 17^s = 0^h\ 26^m\ 45^s$, welcher die mittlere Grazer Zeit $9^h\ 3^m\ 16^s$, somit die mittlere Greenwicher Zeit $8^h\ 1^m\ 16^s$ entspricht. Für diese Zeit findet man aus dem Nautical Almanac:

$$\delta = - 2^0\ 11'.1, \quad p = 55'\ 39''.1, \quad R = 15'\ 11''.7 = 60^s.78.$$

| | | $\varDelta\alpha$ |
|---|---|---|
| Ferner für $7^h$ mittl. Greenw. Zt.: $\alpha$☽ $=$ | $0^h\ 25^m\ 49^s.94$ | |
| | | $+ 113^s.18$ |
| „ 8 „ „ „ | $0\ \ 27\ \ 43.12$ | |
| | | $+ 113.07$ |
| „ 9 „ „ „ | $0\ \ 29\ \ 36.19$ | |

Hieraus folgt die Aenderung der Rectascension des Mondes in $1^h$ mittlerer Zeit um $8^h\ 2^m.3$ : $\varDelta\alpha = 113^s.12$, womit man findet:

$$\lambda = 0^s.03134, \quad 1 - \lambda = 0.96866.$$

Endlich wird:

$$\varphi' - \delta = 49^0\ 3'.6; \quad \delta' = - 2^0\ 54'.$$

Mit diesen Werthen berechnet man nun:

$$\log F = 0.00953, \quad P = 1.021;$$

$$\frac{\sin(\varphi - \delta')}{\cos\delta'} = K = +0.767, \quad \frac{\cos(\varphi - \delta')}{\cos\delta'} = I = +0.644,$$

und erhält nach Gl. (190) die Reductionen der Seitenfäden auf den Mittelfaden:

$$\mathrm{I} = +55^s.90, \quad \mathrm{II} = +28^s.35, \quad \mathrm{IV} = -27^s.47, \quad \mathrm{V} = -55.37,$$

ferner:

$$m + n\operatorname{tg}\delta' + c\sec\delta' = Kk + Ii + c\sec\delta' = -2^s.17 + 1^s.19 = -0^s.98,$$

somit die Reduction auf den Meridian $= -0^s.98\,P = -1^s.00$.

Endlich wird:

$$\frac{R}{(1-\lambda)\cos\delta} = 62^s.79.$$

Man hat nun:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ☽ I. Rand am Mittelfaden | $0^h$ | $26^m$ | $28^s.10$ | |
| | | | 28 .15 | |
| | | | 28 .00 | |
| | | | 28 .23 | |
| | | | 28 .13 | |
| Mittel . . . . . . . . . $U =$ | 0 | 26 | 28 .12 | |
| Uhrcorrection . . . $\Delta u =$ | + | | 17 .24 | |
| Durchgszt. d. ☽ Rad. | + | 1 | 2 .79 | |
| Red. a. d. Meridian . . | — | | 1 .00 | |
| ☽Centrum im Merid. um | 0 | 27 | 47 .15 | Stzt. $= \alpha$. |

Es war daher die beobachtete wahre oder geocentrische Rectascension des Mittelpunctes des Mondes im Augenblicke des Durchganges durch den Meridian des Beobachtungsortes: $\alpha = 0^h\ 27^m\ 47^s.15$.

## 5. Zeitbestimmung mit dem Passage- oder Universal-Instrumente aus beobachteten Sterndurchgängen ausserhalb des Meridians, im Vertical des Polarsternes.

**179.** Da die Zahl der dem Pole nahe stehenden Fundamentalsterne, deren scheinbare Oerter in den astronomischen Ephemeriden gegeben sind, nur klein ist, so wird der Beobachter in Feldobservatorien, wo häufig die Zeit, von anderen Beobachtungen in Anspruch genommen, drängt, nicht immer in der Lage sein, den Meridiandurchgang eines solchen Polsternes abzuwarten; man kann in diesem Falle das Instrument zu beliebiger Zeit auf den Polstern