

dem Gebrauche des Instrumentes überhaupt in den folgenden Abschnitten gehandelt wird.

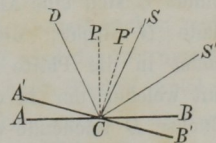
Der Aufsuchkreis ist gewöhnlich in der Art eingerichtet, dass derselbe die Zenithdistanz angibt, und zu diesem Zwecke eine Correction gestattet, um den Indexfehler $= 0$ zu machen. Man stellt das Fernrohr auf ein Object von bekannter Zenithdistanz z ein, so dass dasselbe in der Mitte zwischen den beiden Horizontalfäden erscheint; lüftet man nun die Schraube f , so kann der Kreis ein wenig um die Axe gedreht und hiedurch schon sehr nahe, zuletzt aber durch Verschiebung des Nonius mittelst der Schraubchen $\varepsilon \varepsilon$ genügend genau bewirkt werden, dass die Lesung $= z$ werde.

Der Spiegelsextant.

129. Bei dem Universal-Instrumente und anderen ähnlichen Instrumenten, z. B. den Theodoliten u. s. w., wird die Winkelmessung dadurch bewerkstelliget, dass ein beweglicher Instrumenttheil durch Drehung successive in die Richtung beider Winkelschenkel gebracht und der Drehungswinkel an einem feststehenden Theile des Instrumentes gemessen wird, wobei also eine feste Aufstellung des Instrumentes nothwendig ist. Ein anderes Princip liegt den Spiegelinstrumenten zu Grunde; bei diesen wird die Coincidenz zweier von den beiden Objecten kommenden Strahlen beobachtet, von welchen der eine direct, der andere durch Reflexion von einem oder mehreren Spiegeln in das Auge gelangt; die Beobachtung der Coincidenz ersetzt hier die Visur nach dem zweiten Objecte und macht hiedurch eine feste Aufstellung entbehrlich. In Folge dieser Eigenschaft sind die Spiegelinstrumente allein zur Beobachtung auf dem Meere anwendbar, aber auch zu Lande in vielen Fällen sehr nützlich, wenn sie auch ihrer Natur nach nicht dieselbe Genauigkeit wie die festen Instrumente zu gewähren vermögen.

Sie beruhen auf folgendem Satze: Wenn ein Spiegel AB (Fig. 67) auf welchen ein Strahl DC fällt, um eine auf die Einfallsebene senkrechte Axe um einen bestimmten Winkel $\angle ACA' = \alpha$ gedreht wird, so ist der Winkel $\angle SCS'$, welchen die reflectirten Strahlen SC und $S'C$ vor und nach der Drehung miteinander bilden, gleich dem doppelten Drehungswinkel des Spiegels.

Fig. 67.



Denn sind CP und CP' die Einfallslothe in beiden Lagen des Spiegels, also auch $\angle PCP' = \angle ACA' = \alpha$, so ist vermöge des Reflexionsgesetzes:

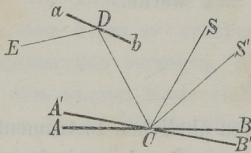
$$\begin{aligned} \angle DCS &= 2 DCP, \\ \angle DCS' &= 2 DCP' = 2(DCP + \alpha), \end{aligned}$$

woraus durch Subtraction folgt: $\angle SCS = 2\alpha$.

Nimmt man umgekehrt an, dass SC der einfallende von irgend einem Objecte S kommende Strahl sei, welcher von dem Spiegel AB in der Richtung CD reflectirt wird, so muss, damit der von einem andern Objecte S' kommende Strahl $S'C$ in der Richtung CD reflectirt werde, der Spiegel in die Lage $A'B'$ gebracht, also um den Winkel $\alpha = \frac{1}{2} SCS'$ gedreht werden. Der Drehungswinkel des Spiegels, an einem getheilten Kreisbogen abgelesen und verdoppelt, gibt daher den Winkel SCS' .

Hieran wird offenbar nichts geändert, wenn mit Hilfe eines zweiten festen Spiegels ab (Fig. 68) der reflectirte Strahl CD in eine beliebige andere Richtung DE gebracht wird. Stellt man die beiden Spiegel AB und ab zu einander parallel, so ist der Reflexionswinkel am Spiegel AB gleich dem Einfallswinkel am Spiegel ab , woraus sofort folgt, dass der doppelt reflectirte Strahl DE mit dem einfallenden SC parallel ist.

Fig. 68.

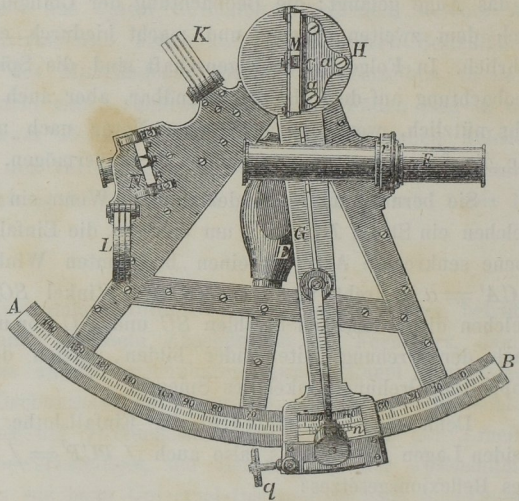


fallenden SC parallel ist.

Aus dieser Bemerkung, mit obigem Satze verbunden, ergibt sich noch unmittelbar der folgende: Wenn die beiden Spiegel AB und ab miteinander den Winkel φ einschliessen, so bildet der doppelt reflectirte Strahl DE mit dem einfallenden SC den Winkel 2φ .

130. Unter den Spiegelinstrumenten ist der Spiegelsextant (auch der Hadley'sche Sextant genannt*) das vorzüglichste und gebräuchlichste. In Fig. 69 und 70 ist ein Sextant gewöhnlicher Construction dargestellt. Er besteht aus einem Kreissector von etwa 70 Grad, um dessen Mittelpunkt C sich eine Alhidade G dreht; diese endet in die Platte H , mit welcher der in die Büchse D reichende conische Zapfen verbunden ist, um welchen die Drehung erfolgt. Die

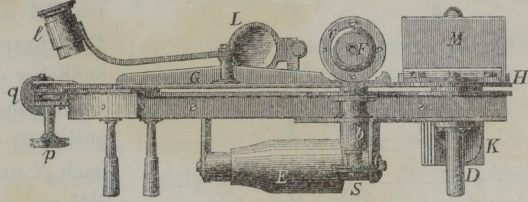
Fig. 69.



*) Weil Hadley ihn zuerst bekannt gemacht. Der eigentliche Erfinder ist Newton, von dessen Hand sich eine Beschreibung des Instrumentes nach Hadley's Tode unter den Papieren desselben vorfand.

Platte *H* trägt den auf die Ebene des Sextanten senkrechten grossen Spiegel *M*, welcher in einen Rahmen gefasst mittelst der Schrauben *a* befestigt ist. Ein zweiter kleiner Spiegel *N* steht, gleichfalls senkrecht auf die Ebene des Instru-

Fig. 70.

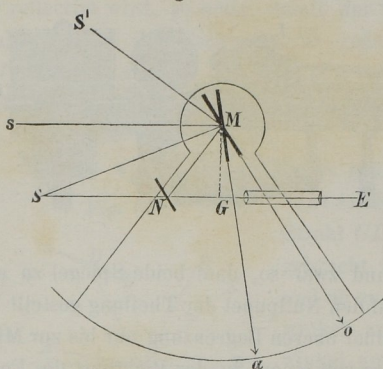


mentes, dem Fernrohre *F* gegenüber und zwar so, dass beide Spiegel zu einander parallel sind, wenn die Alhidade auf den Nullpunct der Theilung gestellt ist. Dieser kleine Spiegel reicht jedoch mit seiner oberen Begrenzung nur bis zur Mitte der Objectivöffnung des Fernrohrs, so dass von einem in der Richtung des Fernrohrs befindlichen Objecte directe Strahlen durch die obere Hälfte des Objectivs ins Fernrohr treten können, während die untere Hälfte die vom Spiegel reflectirten Strahlen aufnimmt. Der kleine Spiegel ist mit Correctionschrauben versehen, um demselben eine doppelte Bewegung ertheilen zu können: erstlich, eine Drehung um eine zur Ebene des Sextanten parallele Axe zu dem Zwecke, um seine Neigung gegen diese Ebene genau gleich jener des grossen Spiegels machen zu können; zweitens, eine Drehung um eine auf die Ebene des Sextanten senkrechte Axe, um denselben, wenn die Alhidade auf den Nullpunct der Theilung gestellt ist, parallel zum grossen Spiegel stellen zu können. Der Ring *r*, welcher das zur Ebene des Sextanten parallele Fernrohr trägt, ist an einem prismatischen, in die Büchse *b* reichenden Zapfen befestigt, auf welchen die Schraube *S* wirkt, mittelst welcher das Fernrohr etwas gehoben und gesenkt werden kann, um nach Erforderniss die relative Helligkeit des directen und reflectirten Bildes zu reguliren. Die Schrauben *p* und *q* dienen zur Klemmung und feinen Bewegung der Alhidade, deren Nonius *n* mittelst der Lupe *l* abgelesen wird. *K* und *L* sind zwei Systeme von je 3 oder 4 Blendgläsern von verschiedener Färbung, welche bei Sonnenbeobachtungen gebraucht werden, um das intensive Licht abzuschwächen und für das Auge unschädlich zu machen. An dem Handgriff *E* wird das Instrument beim Gebrauche in der Hand gehalten. Man hat wohl auch Stative, welche so eingerichtet sind, dass der Sextant in jede beliebige Ebene gebracht werden kann; bei einiger Uebung wird man jedoch, von besonderen Fällen abgesehen, den Gebrauch in freier Hand bequemer finden.

131. Die Anwendung des Instrumentes zur Winkelmessung ergibt sich unmittelbar aus den in §. 129 angeführten Sätzen. Nehmen wir an, dass

(Fig. 71) die Alhidade auf den Nullpunkt o der Theilung gestellt und bei

Fig. 71.



dieser Stellung der grosse Spiegel M parallel sei zum kleinen Spiegel N . Das Fernrohr sei auf ein in unendlicher oder mindestens so grosser Entfernung befindliches Object S gerichtet, dass die von demselben nach N und M gelangenden Strahlen SN und sM als parallel betrachtet werden können. Unter diesen Voraussetzungen treten die auf den grossen Spiegel fallenden Strahlen sM nach zweimaliger Reflexion in einer Richtung NE in das Fernrohr, welche

parallel ist zu den einfallenden Strahlen sM , also auch zu den direct ins Fernrohr tretenden Strahlen SN , und es werden daher die von beiden Strahlenbüscheln erzeugten Bilder genau aufeinanderfallen oder sich decken.

Sei nun S' ein zweites in der Ebene des Sextanten liegendes Object und bringen wir die Alhidade in eine solche Lage Ma , dass die von S' auf den grossen Spiegel fallenden Strahlen $S'M$ nach zweimaliger Reflexion wieder in der Richtung NE in das Fernrohr treten, und folglich die Bilder der beiden Objecte S und S' sich decken, so muss der Drehungswinkel oMa des Spiegels gleich sein der Hälfte des Winkels sMS' , welchen die beiden Objecte S und S' im Punkte M bilden. Dieser Drehungswinkel wird durch die Ablesung des Nonius erhalten; um aber die Verdoppelung der Ablesung zu ersparen, sind die Theilstriche schon mit ihrem doppelten Werthe beziffert, so dass ein halber Grad als ein ganzer gezählt ist; bezeichnet man daher die Ablesung mit a , so hat man einfach:

$$\sphericalangle sMS' = a.$$

Man sieht leicht, dass es hiebei nicht nothwendig ist, zuerst die beiden Bilder von S zur Deckung zu bringen, weil man im voraus weiss, dass hiebei die Ablesung $=0$ erhalten wird; es genügt, sofort die Bilder der beiden Objecte S und S' , deren Winkelabstand gemessen werden soll, zur Deckung zu bringen, so dass also der Winkel durch eine einzige Operation erhalten wird.

Ist die Entfernung des durch die directe Visur genommenen Objectes S nicht so gross, dass die beiden Strahlen SN und SM als parallel betrachtet werden können, so ist der durch die Beobachtung erhaltene Winkel $sMS' = a$ von dem zu messenden SMS' um den Winkel $sMS = MSE = p$ verschieden, und man hat:

$$\sphericalangle SMS' = a + p.$$

Der Winkel p findet sich aus der Gleichung:

$$\sin p = \frac{e}{D}, \text{ oder } p = 206265 \frac{e}{D} \text{ Sec.}, \quad (m)$$

wobei $D = SM$ die Entfernung des direct beobachteten Objectes vom Mittelpunkte des Instrumentes, und $e = MG$ den Abstand des letzteren von der Axe des Fernrohrs bedeutet; er wird gewöhnlich die Parallaxe des Sextanten genannt. Für ein bestimmtes Instrument ist e constant und kann daher eine kleine Tafel gerechnet werden, welche den Winkel p für verschiedene Entfernungen D gibt. Er ist übrigens immer klein, da e nicht über 5—6 Centimeter beträgt, und daher mit Rücksicht auf die mit Sextanten erreichbare Genauigkeit schon für Distanzen über 2000 Meter ganz unmerklich.

132. Im Vorhergehenden wurde vorausgesetzt, dass die Ablesung $= 0$ sei, wenn die beiden Spiegel zu einander parallel stehen. Dies wird im Allgemeinen nicht der Fall sein; bezeichnet man nun die Ablesung bei paralleler Stellung der Spiegel mit c , positiv genommen, wenn der Nullpunkt des Nonius links vom Nullpunkte der Theilung, also in der Richtung der Bezeichnung liegt, so ist der doppelte Drehungswinkel des Spiegels $= a - c$, also auch der gemessene Winkel:

$$sMS' = a - c,$$

oder für ein Object in der Entfernung $= D$:

$$SMS' = a - c + p. \quad (n)$$

Fällt bei paralleler Stellung der Spiegel der Nullpunkt des Nonius rechts vom Nullpunkte der Theilung (für welchen Fall daselbst noch einige Grade, der sogenannte Excedens, aufgetragen sind), so ist die Lesung c , vom Nullpunkte ab gezählt, negativ zu nehmen.

Die Grösse c wird der Index- oder Collimationsfehler genannt. Will man denselben wegschaffen, so stelle man die Alhidade auf den Nullpunkt der Theilung scharf ein, und bringe, durch Drehung des kleinen Spiegels mittelst der hiezu bestimmten Schraube um eine auf die Sextantenebene senkrechte Axe, die beiden Bilder eines weit entfernten Objectes zur Deckung. Es ist aber zweckmässiger, den Collimationsfehler auf diese Art nur überhaupt klein zu machen, dann aber ihn scharf zu bestimmen und an den Ablesungen in Abzug zu bringen. Man bringt zu diesem Zwecke beide Bilder desselben Objectes zur Deckung, und hat dann, weil in diesem Falle $\angle SMS' = 0$ ist, vermöge der Gl. (n):

$$c = a + p,$$

wobei a die Ablesung bedeutet und p nach Gl. (m) zu berechnen ist, wenn die Distanz des Objectes nicht so gross ist, dass p als verschwindend betrachtet werden kann.

Gewöhnlich benützt man als Object die Sonne, wobei $p = 0$ wird, und beobachtet nicht die Deckung der beiden Bilder, sondern die einer schärferen Auffassung fähige Berührung ihrer Ränder, indem man das doppelt reflectirte Bild einmal den einen, dann den andern Rand des directen Bildes berühren lässt. Sind a, a' die beiden Berührungen entsprechenden Ablesungen (wobei eine auf den Excedens fallende selbstverständlich negativ zu nehmen ist), so ist das arithmetische Mittel aus beiden offenbar die der Deckung entsprechende Lesung, also:

$$c = \frac{1}{2}(a + a'),$$

und, wenn a die grössere Lesung, $D = \frac{1}{2}(a - a')$ der scheinbare Durchmesser der Sonne.

Beispiel. Am 24. Juli 1869 wurden folgende Messungen des Sonnendurchmessers gemacht:

	Lesungen	2c	2D
$a =$	31'' 0''		
$a' =$	— 31 55	— 55''	62' 55''
	31 25	30	63 20
	— 31 45	20	63 10
	31 10	35	62 55
	— 31 55	45	63 5
	31 5	50	63 0
	— 31 55	50	63 0
	31 5	50	63 0
	— 31 55	50	63 0
	31 15	40	63 10
	Mittel:	$2c = -42.5$	$2D = 63 \quad 3.2$
		$c = -21''.2$	$D = 31' \quad 31''.6$

Das Berl. Astr. Jahrb. hat für diesen Tag $D = 31' \quad 32''.2$.

Will man zur Bestimmung von c ein Object in geringer Entfernung benützen, so wählt man mit Vortheil sehr kleine Distanzen, wobei die Messung im Zimmer gemacht werden kann, und der Sextant in horizontaler Lage auf einen Tisch gelegt wird. Macht man hiebei mehrere Beobachtungen in verschiedenen Distanzen, so gelangt man hiedurch auch zur Kenntniss der Grösse e mit sonst nicht leicht erreichbarer Schärfe. Aus der Gleichung $c = a + p$ folgt nämlich, in Verbindung mit Gl. (m):

$$\sin(c - a) = \sin p = \frac{e}{D};$$

Die Entfernung D des Objectes vom Mittelpunkte des Instrumentes kann leicht mit genügender Schärfe gemessen werden, und die Gleichung enthält dann noch zwei Unbekannte c und e , zu deren Bestimmung daher zwei Beobachtungen bei verschiedenen Entfernungen D erforderlich werden. Löst man den Sinus auf und setzt:

$$\frac{\sin c}{e} = x, \quad -\frac{\cos c}{e} = y,$$

so verwandelt sich die Gleichung in folgende:

$$\frac{1}{D} = x \cos a + y \sin a, \quad (p)$$

und man kann, wenn die Anzahl der Beobachtungen, deren jede eine solche Gleichung liefert, grösser als 2 ist, die Werthe von x und y nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen. Es wird dann:

$$\operatorname{tg} c = -\frac{x}{y}; \quad c = \frac{\sin c}{x} = -\frac{\cos c}{y}.$$

Beispiel. Die folgenden Beobachtungen wurden mit einem Pistor'schen Prismen-Sextanten gemacht, wobei als Object eine kurze schwarze Linie auf weissem Grunde benützt und successive in verschiedene Entfernungen vom Instrumente gebracht wurde.

D	a	$R - B$
0.852 <i>m</i>	2° 59' 50''	- 5''.9
1.290	2 0 45	+ 1 .8
1.931	1 22 35	+ 8 .7
2.739	1 0 10	- 1 .3
3.685	0 46 20	- 2 .7
4.639	0 38 5	- 2 .6

Bei diesen Instrumenten, an welchen der kleine Spiegel durch ein Prisma ersetzt ist, hat die Gl. (n) die Form: $\sphericalangle SMS' = a - c - p$ [§. 141], und obige Gl. (p) wird daher:

$$-\frac{1}{D} = x \cos a + y \sin a.$$

Man erhält demnach folgende Gleichungen, in welchen die Coefficienten Logarithmen sind:

$$\begin{aligned} 0 &= 0.06956 + 9.99941 x + 8.71840 y \\ 0 &= 9.88941 + 9.99973 x + 8.54552 y \\ 0 &= 9.71422 + 9.99987 x + 8.38058 y \\ 0 &= 9.56241 + 9.99993 x + 8.24306 y \\ 0 &= 9.43356 + 9.99996 x + 8.12961 y \\ 0 &= 9.33358 + 9.99997 x + 8.04445 y. \end{aligned}$$

Hieraus findet man die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} 0 &= 3.31648 + 5.99481 x + 0.153376 y \\ 0 &= 0.11347 + 0.153376 x + 0.0051548 y \end{aligned}$$

und durch Auflösung derselben die Werthe: $\log x = 8.62108$, $\log y = 1.36654 n$; hiemit endlich:

$$c = + 6' 10''.6; \quad c = 0.04299, m = 43.00 \text{ mm.}$$

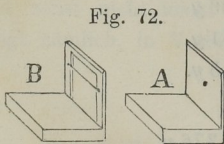
Substituirt man diese Werthe in die Gleichung $\sin(a - c) = \frac{e}{D}$, so erhält man durch Vergleichung der so berechneten Werthe der Lesung a mit den beobachteten die oben unter der Ueberschrift: $R - B$ (Rechn. — Beob.) angesetzten übrigbleibenden Fehler der einzelnen Beobachtungen, welche zeigen, dass dieses Verfahren einer bedeutenden Schärfe fähig ist. Ist die Grösse e für ein bestimmtes Instrument durch eine solche Beobachtungsreihe einmal ausgemittelt, so gibt jede einzelne Beobachtung ohne Mühe einen Werth von c .

Uebrigens müssen vor der Bestimmung des Collimationsfehlers die im folgenden §. angeführten Berichtigungen des Sextanten vorgenommen sein.

133. Damit die Theilung für jeden Winkel den richtigen Werth angebe, müssen der directe und der doppelt reflectirte Strahl in einer zur Ebene des Sextanten parallelen Ebene liegen, wozu offenbar erfordert wird, dass beide Spiegel auf der Sextantenebene senkrecht stehen, und die Absehenlinie des Fernrohres zu derselben parallel sei. Man kann das Instrument in Bezug auf diese Eigenschaften auf folgende Weise untersuchen.

1. Stellung des grossen Spiegels. *a)* Man stelle die Alhidade nahe in die Mitte des Kreisbogens, und beobachte, während man das Auge hinter den grossen Spiegel und nahe in die Ebene des Sextanten bringt, ob der direct gesehene Bogen und sein reflectirtes Bild im Spiegel einen continuirlichen Bogen bilden, was offenbar nur der Fall sein wird, wenn der Spiegel auf der Ebene des Sextanten senkrecht steht. Erscheint ein Bruch, so ist der Spiegel geneigt, und zwar nach vor- oder rückwärts, je nachdem das Bild zu hoch oder zu tief liegt. Correctionsschrauben sind in der Regel nicht vorhanden; zeigt sich ein Fehler, so kann derselbe beseitigt werden, indem man nach Lüftung der Schraubchen a (Fig. 69), ein Stückchen Papier von gehöriger Dicke zwischen die Platte H und die Fassung des Spiegels an der entsprechenden Stelle bringt, oder man nimmt den Spiegel aus einem Rahmen, und bewirkt die Correction durch Feilstriche an einer oder zweien der drei Stützen, auf welche die vordere Spiegelfläche gelagert ist.

b) Genauer geschieht diese Berichtigung mit Hilfe zweier kleiner Diopter (Figur 72), bei welchen das Sehloch und der Faden genaue gleiche Höhe über der Basis haben. Man



legt den Sextanten in horizontaler Lage auf seinen Tisch, stellt das mit dem Sehloche versehene Ocular-Diopter A am Ende des Kreisbogens, das Objectiv-Diopter B nahe an der Platte H (Fig. 69) auf die Ebene des Sextanten und dreht die Alhidade so weit über den Nullpunkt zurück, dass die Ebene des grossen Spiegels nahe senkrecht auf die Richtung der beiden Diopter zu stehen kommt,*) so dass man, durch A über B visirend, das Bild des Diopters A und des Sehloches im Spiegel

erblickt. Man sieht leicht ein, dass der Spiegel senkrecht auf der Ebene des Sextanten steht, wenn das Bild des Schloches centrisch von dem Faden geschnitten wird. Auf diese Weise kann die Berichtigung der Neigung des grossen Spiegels leicht bis auf etwa 3 Minuten genau bewerkstelliget werden, was vollkommen genügt. Ist δ der Durchmesser des Schloches, d die Entfernung desselben von dem Spiegel, so ist $3438 \frac{\delta}{2d}$ der Schwinkel in Minuten, unter welchem der Durchmesser des Bildes erscheint, durch dessen Vergleichung mit der Abweichung des Fadens von der Mitte des Bildes der Neigungswinkel des Spiegels gegen die Sextantenebene geschätzt werden kann.

2) Berichtigung des kleinen Spiegels. Man stelle die Alhidade in die Nähe des Nullpunctes der Theilung, so werden, wenn man das Fernrohr auf ein Object richtet, zwei Bilder desselben im Gesichtsfelde erscheinen; kann man nun, durch Bewegung der Alhidade, die Bilder zur Deckung bringen, so dass beide wie eines erscheinen, so haben beide Spiegel gleiche Neigung gegen die Sextantenebene, und der kleine Spiegel wird demnach auch auf diese senkrecht sein, nachdem der grosse Spiegel bereits nach 1) berichtigt ist. Kann man jedoch die Deckung nicht zu Stande bringen, indem das reflectirte Bild über oder unter dem directen hinweggeht, so wird der Fehler durch Aenderung der Neigung des kleinen Spiegels gegen die Sextantenebene mittelst einer an demselben befindlichen Correctionsschraube weggeschafft.

Diese Berichtigung kann leicht und sehr scharf bewerkstelliget werden; das geeignetste Object ist ein nicht zu heller Fixstern, etwa 3^{ter} Grösse.

3) Berichtigung des Fernrohrs. a) In der Bildebene des Fernrohrs sind zwei (häufig auch vier, ein Quadrat bildende) Fäden eingezogen, welche durch Drehung des Ocularrohres parallel zur Ebene des Sextanten gestellt werden, und in deren Mitte stets die Deckung oder Berührung der Bilder bewirkt werden soll. Eine Gerade, durch den optischen Mittelpunkt des Objectivs und die Mitte zwischen beiden Fäden gelegt, bildet daher die Absehenlinie des Fernrohres, welche zur Ebene des Sextanten parallel sein soll. Um dies zu prüfen, lege man den Sextanten in horizontaler Lage auf einen Tisch und stelle die Diopter (Fig. 72) in einer zum Fernrohr nahe parallelen Richtung auf den Kreisbogen, so, dass eine in einiger Entfernung angebrachte Marke sowohl im Fernrohr als auch durch die Diopter gesehen wird; stellt man nun, entweder durch eine entsprechende Neigung des Sextanten, oder durch Verschiebung der Marke, diese genau auf den Faden des Diopters ein, so soll dieselbe auch im Fernrohre in der Mitte zwischen den beiden Fäden erscheinen. Zur Wegschaffung einer etwaigen Abweichung, ist gewöhnlich folgende Einrichtung getroffen. Auf dem Ringe r (Fig. 69) liegt, mittelst zweier in einem zur Sextantenebene parallelen Durchmesser befindlicher

*) Zu diesem Zwecke muss jedoch das Fernrohr, sammt dem Zapfen, auf welchem dasselbe befestiget ist, vorher entfernt werden.

Spitzen, ein zweiter Ring, in welchen erst das Fernrohr geschraubt ist, und welcher mittelst zweier, in einem auf den ersteren senkrechten Durchmesser liegenden Schrauben am Ringe r festgehalten wird; mittelst dieser Schrauben kann nun das Fernrohr um die beiden Spitzen etwas gedreht, und dadurch sein Neigung gegen die Ebene des Sextanten geändert werden.

Fehlt eine solche Vorrichtung, so kann man die richtige Lage der Absehenlinie, wie sie aus obigen Versuchen gefunden wird, durch Schätzung ihrer Abstände von den beiden Fäden sich merken, oder wohl auch durch Einziehen anderer Fäden an der gehörigen Stelle den Fehler beseitigen.

b) Ein anderes Verfahren zur Untersuchung der Lage des Fernrohrs ist folgendes. Man wähle zwei gut sichtbare Objecte in 100 bis 120⁰ Entfernung, und bringe ihre Bilder an dem unteren der Sextantenebene näheren Faden zur Berührung; lässt man nun die Bilder durch eine kleine Bewegung des Sextanten an den oberen Faden treten und zeigt sich die Berührung eben so scharf, so ist die Absehenlinie durch die Mitte der Fäden parallel zur Sextantenebene. Trennen sich aber die Bilder, so liegt das Objectivende des Fernrohrs zu tief; im Gegenfalle zu hoch, wenn sich die Bilder übergreifen. Dieses Verfahren setzt übrigens voraus, dass beide Spiegel schon senkrecht zur Ebene des Sextant gestellt sind.

134. Untersuchen wir nun den Einfluss, welchen eine Neigung der Spiegel und der Absehenlinie des Fernrohrs auf einen mit dem Sextanten gemessenen Winkel ausüben. Da es sich hiebei bloss um die Winkel zwischen verschiedenen Geraden handelt, so ist es offenbar gestattet, diese Geraden durch andere zu ersetzen, welche parallel zu den ersteren durch einen Punkt gezogen werden und an einer aus diesem Punkte beschriebenen Kugelfläche grösste Kreisbogen begrenzen, welche das Maass der eingeschlossenen Winkel sind.

Beschreiben wir also aus dem Mittelpunkte O des Sextanten (Fig. 73)

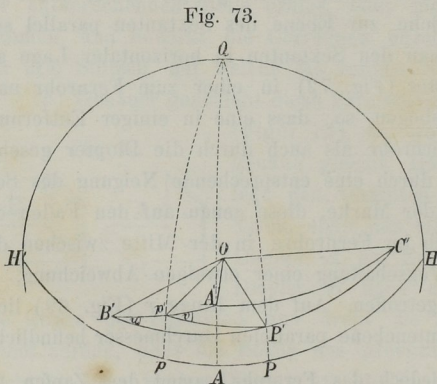


Fig. 73.

eine Kugel, welche von der Ebene desselben in dem grössten Kreise HAH' geschnitten wird, dessen Pol Q sein mag. Seien OP, Op' die Richtungen der Einfallslothe, beziehungsweise am grossen und kleinen Spiegel, also P, p' die Pole der Spiegelebenen, und zwar P auf Seite der reflectirenden Ebene, p' auf der rückwärtigen Seite des betreffenden Spiegels; OA' die Richtung der Absehenlinie des Fernrohrs, also A' der Ort

des Objectes an der Kugel, auf welches das Fernrohr gerichtet ist. Bezeichnen wir mit:

i die Neigung der Absehenlinie des Fernrohrs
 l „ „ des grossen Spiegels
 k „ „ „ kleinen Spiegels

gegen die Ebene des Sextanten, und nehmen diese Fehler positiv, wenn die Punkte A', P', p' oberhalb des grössten Kreises HAH' liegen. Es ist dann:

$$QA' = 90^\circ - i; \quad QP' = 90^\circ - l, \quad Qp' = 90^\circ - k.$$

Sei $C'O$ die Richtung der auf den grossen Spiegel einfallenden Strahlen, welche nach zweimaliger Reflexion in der Richtung $A'O$ in das Fernrohr treten, also C' der Ort des Objectes an der Kugel, dessen gespiegeltes Bild mit dem directen Bilde von A' zur Deckung gebracht ist. Der Punkt C' findet sich, indem man den Gang des Strahles in umgekehrter Richtung verfolgt. Da $A'O$ auch den vom kleinen Spiegel in das Fernrohr reflectirten Strahl vorstellt, so liegt der auf diesen Spiegel einfallende, vom grossen Spiegel reflectirte Strahl OB' in der Ebene $A'O'p'$ und ergibt sich, wenn man den grössten Kreisbogen $A'p'$ verlängert und $p'B' = A'p'$ macht. Legt man ferner einen grössten Kreisbogen durch die Punkte B', P' und macht auf dessen Verlängerung $P'C' = P'B'$, so ist C' der gesuchte Ort, und folglich:

$$\angle A'OC' = \text{arc } A'C' = x$$

der wahre Winkel zwischen beiden Objecten, deren Bilder zur Coincidenz gebracht sind. Der am Sextanten abgelesene Winkel s ist aber gleich dem doppelten Bogen pP , d. i. gleich dem doppelten Winkel, welchen die Projectionen der beiden Einfallslothe auf die Ebene des Sextanten einschliessen. Setzen wir also:

$$pP = \alpha, \quad \text{so ist } s = 2\alpha,$$

und die Differenz $x - s = x - 2\alpha$ stellt den Fehler des gemessenen Winkels dar.

Ziehen wir noch:

$$p'P' = \alpha',$$

und setzen wir:

den Einfallswinkel am grossen Spiegel: $C'P' = P'B' = \varepsilon$

„ „ „ „ kleinen Spiegel: $B'p' = p'A' = \eta$

die Projection von η auf die Sextantenebene $Ap = \beta$,

ferner:

$$\angle p'B'P' = u, \quad \angle A'p'P' = v.$$

Man hat nun aus dem Dreiecke $B'p'P'$:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha' &= \cos \varepsilon \cos \eta + \sin \varepsilon \sin \eta \cos u \\ \sin \alpha' \sin v &= \sin \varepsilon \sin u \\ \sin \alpha' \cos v &= -\cos \varepsilon \sin \eta + \sin \varepsilon \cos \eta \cos u, \end{aligned} \right\} (a)$$

und aus dem Dreiecke $A'B'C'$:

$$\cos x = \cos 2\varepsilon \cos 2\eta + \sin 2\varepsilon \sin 2\eta \cos u. \quad (b)$$

Erhebt man die Glgn. (a) zum Quadrate und substituirt den Werth von $\cos \alpha'^2$, so wie den durch Addition der Quadrate der 2^{ten} und 3^{ten} folgenden Werth von $\sin \alpha'^2$ in die Gleichung: $\cos 2\alpha' = \cos \alpha'^2 - \sin \alpha'^2$, so kommt:

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha' = & \cos \varepsilon^2 (\cos \eta^2 - \sin \eta^2) + \sin 2\varepsilon \sin 2\eta \cos u \\ & - \cos u^2 \sin \varepsilon^2 (\cos \eta^2 - \sin \eta^2) - \sin \varepsilon^2 \sin u^2, \end{aligned}$$

oder, wenn man $\cos 2\eta$ statt $\cos \eta^2 - \sin \eta^2$, $1 - \sin u^2$ statt $\cos u^2$, und $2 \sin \eta^2$ statt $1 - \cos 2\eta$ schreibt:

$$\cos 2\alpha' = \cos 2\varepsilon \cos 2\eta + \sin 2\varepsilon \sin 2\eta \cos u - 2 \sin \varepsilon^2 \sin \eta^2 \sin u^2.$$

Verbindet man diese Gleichung mit jener (b) und beachtet, dass vermöge (a): $\sin \varepsilon \sin u = \sin \alpha' \sin v$ ist, so erhält man:

$$\cos 2\alpha' - \cos x = -2 \sin \alpha'^2 \sin \eta^2 \sin v^2. \quad (c)$$

Um α' , η , v durch die bekannten Grössen: i , k , l , α auszudrücken, hat man aus dem Dreiecke $Qp'P'$:

$$\begin{aligned} \cos \alpha' &= \sin l \sin k + \cos l \cos k \cos \alpha \\ \sin \alpha' \sin Qp'P' &= \cos l \sin \alpha \\ \sin \alpha' \cos Qp'P' &= \sin l \cos k - \cos l \sin k \cos \alpha, \end{aligned}$$

und aus dem Dreiecke $QA'P'$:

$$\begin{aligned} \sin \eta \sin Qp'A' &= \cos i \sin \beta \\ \sin \eta \cos Qp'A' &= \sin i \cos k - \cos i \sin k \cos \beta, \end{aligned}$$

wobei $\angle Qp'P' - \angle Qp'A' = v$ ist. Da nun i , k , l immer sehr kleine Grössen sind, so kann man mit Vernachlässigung der 3^{ten} und höheren Potenzen setzen: $\sin i = i$, $\cos i = 1 - \frac{1}{2}i^2$, u. s. w., wodurch sich diese Gleichungen in folgende verwandeln:

$$\begin{aligned} \cos \alpha' &= \cos \alpha + kl - \frac{1}{2}(k^2 + l^2) \cos \alpha & (d) \\ \sin \alpha' \sin Qp'P' &= \sin \alpha - \frac{1}{2}l^2 \sin \alpha & (e) \\ \sin \alpha' \cos Qp'P' &= l - k \cos \alpha & (f) \\ \sin \eta \sin Qp'A' &= \sin \beta - \frac{1}{2}i^2 \sin \beta & (g) \\ \sin \eta \cos Qp'A' &= i - k \cos \beta, & (h) \end{aligned}$$

Durch Substitution des aus (d) folgenden Werthes von $\cos \alpha'^2$ in die Gleichung: $\cos 2\alpha' = 2 \cos \alpha'^2 - 1$ erhält man mit Weglassung der Glieder 3^{ter} Ordnung:

$$\cos 2\alpha' = \cos 2\alpha + 4kl \cos \alpha - 2(k^2 + l^2) \cos \alpha^2. \quad (i)$$

Ferner folgt aus der Verbindung der vier letzten Gleichungen nach dem Schema: $(e) \times (h) - (f) \times (g)$:

$$\sin \alpha' \sin \eta \sin v = i \sin \alpha - k \sin(\alpha - \beta) - l \sin \beta. \quad (k)$$

Substituirt man endlich die durch die Glgn. (i) und (k) gegebenen Werthe

in die Gl. (c), und berücksichtigt, dass $\cos 2\alpha - \cos x = 2 \sin \frac{1}{2}(x - 2\alpha) \sin \frac{1}{2}(x + 2\alpha)$ ist, wofür man, da $x - 2\alpha$ sehr klein ist, auch $(x - 2\alpha) \sin 2\alpha$ schreiben kann, so erhält man, wenn man noch $2\alpha = s$ setzt, als Ausdruck des Fehlers in Bogensekunden:

$$x - s = [(k^2 + l^2) \cos \frac{1}{2}s - 2kl] \operatorname{cosec} \frac{1}{2}s \sin 1'' \\ - 2 [i \sin \frac{1}{2}s - k \sin (\frac{1}{2}s - \beta) - l \sin \beta]^2 \operatorname{cosec} s \sin 1''. \quad (A)$$

Aus dieser allgemeinen Formel lässt sich nun leicht der Einfluss ableiten, welchen die einzelnen Fehler auf die Winkelmessung ausüben, wobei nur jene Fälle von praktischem Interesse sind, welche $k = l$ voraussetzen, weil die Berichtigung, durch welche beide Spiegel gleiche Neigung zur Sextantenebene erhalten, leicht und sehr genau ausführbar ist.

Für $k = l$ kann der Gl. (A), wie man leicht findet, auch folgende Form gegeben werden:

$$x - s = -2 \operatorname{tg} \frac{1}{4}s \{ l^2 + \sec \frac{1}{2}s [i \cos \frac{1}{4}s - l \cos (\frac{1}{4}s - \beta)]^2 \} \sin 1''. \quad (B)$$

135. 1) Einfluss einer Neigung der Spiegel. Setzt man in (B) $i = 0$, so erhält man:

$$x - s = -2l^2 \operatorname{tg} \frac{1}{4}s [1 + \sec \frac{1}{2}s \cos (\frac{1}{4}s - \beta)]^2 \sin 1''$$

als Ausdruck des Fehlers, welcher entsteht, wenn beide Spiegel um den Winkel l gegen die Sextantenebene geneigt sind, und die Absehnlinie zu dieser parallel ist. Durch das in §. 133, 1, b) angegebene Verfahren kann die Senkrechtstellung des grossen Spiegels ohne Schwierigkeit auf 3 bis 4 Minuten erreicht werden. Setzen wir also $l = 5'$, und, um das Maximum des Fehlers zu erhalten $s = 140^0$, so wird, da bei den Hadley'schen Sextanten der Winkel β 15^0 bis 17^0 beträgt, der grösste Fehler $x - s = -2''.2$, also mit Rücksicht auf die Genauigkeit der Ablesung schon unmerklich.

2. Einfluss einer Neigung des Fernrohrs. Für $k = l = 0$ folgt aus (A) oder (B):

$$x - s = -i^2 \operatorname{tg} \frac{1}{2}s \sin 1'',$$

als Ausdruck des Fehlers, welcher durch eine Neigung des Fernrohrs $= i$ erzeugt wird. Setzen wir $i = 5'$, welchen Werth die Neigung bei sorgfältiger Berichtigung des Fernrohrs nach dem in §. 133, 3, a) angegebenen Verfahren nicht erreichen wird, so ergibt sich für $s = 140^0$ das Maximum des Fehlers $= 1''.20$, also gleichfalls unmerklich. Uebrigens ist es immer zu empfehlen, diese Berichtigung möglichst scharf zu machen, weil der Fehler mit dem Quadrate der Neigung zunimmt, und, wenn die Beobachtung der Deckung oder Berührung der Bilder nicht genau in der Mitte der Fäden gelingt, was leicht vorkommt, die Ausweichung nach der einen Seite sich zu i addirt.

3) Im Vorstehenden findet auch die in §. 133, 3, b) angeführte Methode zur Berichtigung des Fernrohrs ihre Begründung. Es sei die Neigung beider Spiegel gegen die Sextantenebene $= l$. Bringen wir die Bilder beider

Objecte, welche wir zur Berichtigung wählen, an dem oberen von der Ebene des Sextanten entfernteren Faden zur Berührung, und bezeichnen jetzt die Neigung der Absehenlinie dieses Fadens mit i , die Ablesung mit s , so ist der Fehler durch die Gl. (B) gegeben. Für die Berührung am unteren Faden seien diese Grössen i' , s' , deren Substitution in die Gl. (B) den Fehler für diese zweite Beobachtung ergibt. Subtrahiren wir nun die beiden so entstehenden Gleichungen und berücksichtigen, dass $s' - s$ sehr klein ist, also im 2^{ten} Theile der 2^{ten} Gleichung ohne merklichen Fehler s statt s' geschrieben werden kann, so erhalten wir:

$$s' - s = (i'^2 - i^2) \operatorname{tg} \frac{1}{2} s \sin 1'' - 4l(i' - i) \sin \frac{1}{4} s \sec \frac{1}{2} s \cos(\frac{1}{4} s - \beta) \sin 1''.$$

Es sei nun J die Neigung der durch die Mitte beider Fäden gehenden Absehenlinie, um deren Parallelstellung zur Sextantenebene es sich handelt, ferner f der Abstand beider Fäden, so ist:

$$\begin{aligned} \text{für den oberen Faden: } i &= J - \frac{1}{2}f, \\ \text{,, ,, unteren Faden: } i' &= J + \frac{1}{2}f, \end{aligned}$$

folglich: $i' - i = f$, $i'^2 - i^2 = 2fJ$, und hiemit wird:

$$s' - s = 2fJ \operatorname{tg} \frac{1}{2} s \sin 1'' - 4fl \sin \frac{1}{4} s \sec \frac{1}{2} s \cos(\frac{1}{4} s - \beta) \sin 1''.$$

Nun wird das Fernrohr so berichtigt, dass die Berührung der Bilder an beiden Fäden stattfindet bei unveränderter Stellung der Alhidade, also $s = s'$ werde. Hiemit folgt aus der letzten Gleichung:

$$J = \sec \frac{1}{4} s \cos(\frac{1}{4} s - \beta) l.$$

Dieser Ausdruck, in welchem s nicht einen beliebigen, sondern den bestimmten von den beiden Objecten, deren man sich bei der Rectification bedient hat, eingeschlossenen Winkel bezeichnet, gibt also die Neigung J , welche die durch die Mitte beider Fäden gehende Absehenlinie durch die Berichtigung erhält; der Coefficient von l bleibt für alle Werthe von s nahe $= 1$, so dass immer sehr nahe $J = l$, und also nur dann $= 0$ wird, wenn $l = 0$ ist, d. i. die Spiegel senkrecht auf der Ebene des Sextanten stehen.

Für $l = 0$ folgt aus der vorletzten Gleichung:

$$J = \frac{s' - s}{2f \sin 1''} \operatorname{cotg} \frac{1}{2} s,$$

welche Gleichung die Neigung J gibt, wenn der Fadenabstand f bekannt ist. Diesen erhält man aber leicht mittelst des Sextanten selbst, wenn man die Fäden durch Drehung des Ocularrohres senkrecht auf die Sextantenebene stellt, und, auf ein entferntes Object visirend, die beiden Bilder mit je einem Faden zur Coincidenz bringt; dann aber durch Verstellung der Alhidade die Bilder gegen die Fäden vertauscht, so dass das reflectirte Bild auf jenem Faden erscheint, mit welchem früher das directe Bild zusammen fiel, und umgekehrt. Sind nun a , a' die in beiden Fällen gemachten Ablesungen, und

a' die grössere derselben, so ist, wenn die Distanz des Objectes so gross, dass die Parallaxe unmerklich wird: $f = \frac{1}{2}(a' - a)$, wo a negativ zu nehmen, wenn diese Lesung auf den Excedens fällt.

136. In den vorhergehenden Formeln kommt der constante Winkel β vor, welchen die Absehenlinie des Fernrohrs mit dem Einfallslothe am kleinen Spiegel bildet, und welcher immer nahe bei 15^0 beträgt. Ein einfaches Verfahren, diesen Winkel zu messen, gründet sich auf die Bemerkung, dass in Fig. 71 [§. 131] $\angle MNE = 2\beta$, also im Dreiecke MNS :

$$\angle NMS = 2\beta - p$$

ist, wenn mit p wieder die Parallaxe $= \angle MSN$ bezeichnet wird. Legt man den Sextanten in horizontaler Lage auf einen Tisch, und bringt die beiden Bilder irgend eines Objectes S zur Deckung, so ist, wenn a die Lesung und c der Collimationsfehler:

$$a - c + p = 0.$$

Man stelle nun ein mit Fadenkreuz versehenes Hilfsfernrohr in der Höhe der Sextantenebene auf und richte dasselbe auf den grossen Spiegel, so dass in diesem Fernrohre das gespiegelte Bild des Objectes S auf dem Verticalfaden erscheint; dadurch kommt die Absehenlinie dieses Fernrohrs in die Richtung MN , und es kann nun der Winkel NMS mit dem Sextanten selbst gemessen werden, indem man das Fernrohr desselben auf das Fadenkreuz des Hilfsfernrohrs richtet, und mit dem Bilde desselben das doppelt reflectirte Bild von S zur Deckung bringt. Ist nun die Ableseung $= a'$, so hat man

$$\angle NMS = a' - c = 2\beta - p,$$

woraus in Verbindung mit der vorhergehenden Gleichung folgt:

$$\beta = \frac{1}{2}(a' - a).$$

Dieser Winkel β bestimmt auch die Grenze der mit dem Sextanten noch messbaren Winkel. Ist nämlich ϵ der Einfallswinkel der Strahlen am grossen Spiegel, so ist (Fig. 71) $\angle S'MN = 2\epsilon = sMS' + sMN = sMS' + 2\beta$, also der gemessene Winkel $sMS' = 2\epsilon - 2\beta$; die Reflexion hört aber auf, sobald $\epsilon = 90^0$, somit ist $180^0 - 2\beta$ die Grenze der Messung. Uebrigens darf, damit das reflectirte Bild noch genügend hell und deutlich erscheine, ϵ nicht wohl über 80^0 steigen, daher das Maximum der messbaren Winkel nahe $= 130^0$ ist.

137. Die beiden Spiegel des Sextanten sollen von vollkommen ebenen und parallelen Flächen begrenzt sein, damit sie ein möglichst deutliches Bild liefern. Bringt man das directe und doppelt reflectirte Bild der Sonne oder eines nicht zu hellen Sternes in das Gesichtsfeld des Fernrohrs, und erscheinen bei derselben Stellung des Oculars beide Bilder gleichzeitig deutlich und scharf begrenzt, so sind die Flächen der Spiegel genügend plan.

Sind die beiden Flächen des grossen Spiegels nicht parallel, so wirkt derselbe wie ein Prisma; der Reflexionswinkel wird von dem Einfallswinkel der Strahlen verschieden sein und hiedurch, da der Unterschied beider Winkel sich mit dem Einfallswinkel ändert, ein Fehler in dem gemessenen Winkel entstehen. Ueberdies wird bekanntlich ein Theil des auffallenden Lichtes von der vorderen Fläche reflectirt, welcher gleichfalls ein Bild erzeugt; sind nun die beiden Flächen parallel, so sind, wie leicht einzusehen, auch die von beiden Flächen reflectirten Strahlen parallel, und die beiden Bilder werden im Fernrohre sich decken und wie ein einziges erscheinen, während im Falle einer prismatischen Gestalt des Spiegels, die von beiden Flächen reflectirten Strahlen nicht parallel sind und zwei Bilder (ein schwächeres neben dem helleren Hauptbilde) erzeugen, welche gegeneinander mehr oder weniger verschoben sind. Da diese Verschiebung mit dem Einfallswinkel zunimmt, so stelle man, behufs der Prüfung, die Alhidade auf etwa 120° und bringe das doppelt reflectirte Bild in das Fernrohr; zeigt sich ein merklicher Fehler, so ist der Spiegel durch einen besseren zu ersetzen, weil in diesem Falle die scharfe Beobachtung der Ränderberührung des directen und reflectirten Bildes überhaupt nicht möglich ist. Eine prismatische Gestalt des kleinen Spiegels hat dieselbe Erscheinung zur Folge; sie wird jedoch wegen des kleinen Einfallswinkels β nicht leicht merklich hervortreten; da überdies dieser Winkel constant ist, so ist auch der aus der prismatischen Gestalt des kleinen Spiegels entspringende Fehler für jede Lesung derselbe, daher hieraus kein Fehler in den gemessenen Winkeln entsteht.

Auch die farbigen Blendgläser sollen von parallelen Ebenen begrenzt sein, widrigenfalls dieselben als Prismen wirken und die Richtung der durchgehenden Lichtstrahlen verändern, wodurch ein Fehler in dem gemessenen Winkel entsteht.*) Die Prüfung ist sehr einfach, wenn die Blendgläser eine Drehung um 180° um eine auf die Sextantenebene senkrechte Axe gestatten; bestimmt man den Collimationsfehler in beiden Lagen der Gläser, so gibt offenbar der halbe Unterschied beider Werthe den Fehler der bei der Beobachtung gebrauchten Combination der Blendgläser. Durch geeignete Wahl des Objectes (Sonne, Mond) können auf diese Art die Fehler beliebiger Combinationen und der einzelnen Gläser bestimmt werden. Uebrigens kann bei dieser Einrichtung der Einfluss der Blendgläser dadurch eliminirt werden, dass man zwei (oder überhaupt eine gleiche Anzahl) Beobachtungen in beiden Stellungen der Blendgläser macht; das Mittel ist von diesem Einflusse frei. Lassen die Blendgläser eine Drehung nicht zu, so vergleicht man die unter Anwendung verschiedener Combinationen von Blendgläsern erhaltenen Werthe des Collimations-

*) Nur wenn der Collimationsfehler mit derselben bei der Messung des Winkels benützten Combination von Blendgläsern bestimmt wird, ist selbstverständlich der Winkel fehlerfrei.

fehlers mit jenem Werthe desselben, welchen man ohne Mitwirkung der Blendgläser, also fehlerfrei erhält, indem man bei Benützung der Sonne ein Blendglas vor dem Oculare, zwischen diesem und dem Auge anbringt, welches, weil auf beide Lichtbüschel in gleicher Weise wirkend, keinen Einfluss übt.

138. Da der Sextant nur mit einem Nonius versehen ist, so wird im Allgemeinen jede Lesung a mit einem Excentricitätsfehler behaftet sein, und daher, zufolge der Gl. (132) [§. 114] die Correction $+k \sin \frac{1}{2}(a - u)$ erfordern, wo der Kürze wegen $k = 206265 \frac{e}{r}$ gesetzt ist, und der Factor $\frac{1}{2}$ von der doppelten Bezifferung der Theilung herrührt. Zur Kenntniss der Elemente k und u gelangt man nach §. 116 durch Vergleichung mehrerer mit dem Sextanten beobachteten Winkel von verschiedener Grösse mit den wahren Werthen derselben. Ist nämlich A der wahre Werth des Winkels, a die am Sextanten erhaltene Ablesung, c der nach §. 132 bestimmte Collimationsfehler, so hat man, da letzterer gleichfalls mit dem Einflusse der Excentricität behaftet ist:

$$A = a + k \sin \frac{1}{2}(a - u) - c - k \sin \frac{1}{2}(c - u),$$

d. i. wenn man die bekannte Grösse $A - a + c = \mathcal{A}$ setzt:

$$\mathcal{A} = 2k \sin \frac{1}{4}(a - c) \cos \left[\frac{1}{4}(a + c) - \frac{1}{2}u \right],$$

welche Gleichung, wie in §. 115, durch Auflösung des Cosinus und Einführung der Unbekannten: $y = 2k \cos \frac{1}{2}u$, $z = 2k \sin \frac{1}{2}u$ linear gemacht wird. Solcher Gleichungen erhält man so viele, als Winkel gemessen wurden und aus der Auflösung derselben nach der Methode der kleinsten Quadrate zunächst die Werthe von x und y , und aus diesen k und u . Die an jedem mit dem Instrumente gemessenen Winkel $a - c$ anzubringende Correction ist dann:

$$+k \sin \frac{1}{2}(a - u) - k \sin \frac{1}{2}(c - u),$$

oder, wenn c klein, genügend genau:

$$+k \sin \frac{1}{2}(a - u) + k \sin \frac{1}{2}u,$$

welche in eine kleine Tafel mit dem Argumente $a =$ Lesung gebracht werden kann.

Zu dieser Bestimmung benützt man am zweckmässigsten Distanzen von Fixsternen, deren man leicht mehrere Paare von etwa 10^0 bis 120^0 Distanzen in den Ephemeriden aufgeführten Fundamentalsternen entnimmt. Hiebei muss jedoch die scheinbare mit der Refraction behaftete Distanz der Sterne angewendet, und zu diesem Zwecke die Zeit der Messung, so wie der Stand des Barometers und Thermometers aufgeschrieben werden. Man kann dann die scheinbare Distanz auf zweifache Art berechnen:

1. Man suche aus der Sternzeit der Beobachtung und der wahren Rectascension der Sterne ihre Stundenwinkel, und mit diesen, den wahren

Declinationen und der Polhöhe ihre wahren Zenithdistanzen und Azimuthe, wornach aus ersteren durch Anbringung der Refraction die scheinbaren Zenithdistanzen sich ergeben. In dem Dreiecke zwischen dem Zenith und den scheinbaren Oertern beider Sterne sind dann zwei Seiten, die scheinbaren Zenithdistanzen und der eingeschlossene Winkel (Differenz der wahren Azimuthe) gegeben, womit die dritte Seite = der scheinbaren Distanz erhalten wird.

2. Man berechne für jeden Stern Zenithdistanz und parallaktischen Winkel q , suche die Refraction r , so ist, wenn α , δ die wahre Rectascension und Declination des Sternes bedeuten, die scheinbare mit der Refraction behaftete Rectascension und Declination:

$$\alpha' = \alpha + r \sin q \sec \delta, \quad \delta' = \delta + r \cos q. *)$$

Die scheinbare Distanz erhält man dann aus dem Dreiecke zwischen dem Pol und den beiden scheinbaren Sternörtern, in welchem zwei Seiten (die scheinbaren Poldistanzen) und der eingeschlossene Winkel (Differenz der scheinbaren Rectascensionen) gegeben sind. Es genügt hiebei, Zenithdistanz und parallaktischen Winkel nur auf Minuten zu rechnen, wozu die Formeln:

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{cotg} \varphi \cos t, \quad \operatorname{tg} z \sin q = \frac{\operatorname{tg} t \sin M}{\sin(\delta + M)}, \quad \operatorname{tg} z \cos q = \operatorname{cotg}(\delta + M)$$

dienen können.

139. Um mit dem Sextanten einen Winkel zwischen zwei Objecten zu beobachten, richtet man das Fernrohr auf das eine, in der Regel das links liegende Object, dreht den Sextanten um die Gesichtslinie, bis die Ebene des Instrumentes durch das zweite Object geht, und so, dass der grosse Spiegel nach der Seite dieses Objectes gerichtet ist; man bewegt nun die Alhidade, bis das reflectirte Bild des zweiten Objectes im Gesichtsfelde erscheint und sich näherungsweise mit dem directen Bilde des ersten Objectes in Deckung oder Berührung befindet, klemmt sodann die Alhidade, und bringt die beiden Bilder mittelst der Einstellschraube q (Fig. 69) scharf zur Deckung oder Berührung. Wesentlich ist für eine gute Beobachtung eine richtige Einstellung des Oculars, so dass die Bilder präcis und scharf begrenzt erscheinen, ferner, dass beide Bilder möglichst nahe gleiche Helligkeit haben. Letzteres kann theils durch Heben oder Senken des Fernrohrs mittelst der Schraube S (Fig. 70), theils, namentlich bei Beobachtung der Sonne oder des Mondes, durch Anwendung der Blendgläser in entsprechender Combination erzielt werden. Ueberdiess ist, bei grösserem Helligkeitsunterschiede beider

*) Aus Gl. (1), S. 85, folgt $da = -dt$, und die durch die Refraction bewirkte Aenderung der Declination und des Stundenwinkels findet man leicht durch Differenziation der Gleichungen:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sin h \sin \varphi - \cos h \cos \varphi \cos A, \\ \sin A \operatorname{cotg} t &= \operatorname{tg} h \cos \varphi + \sin \varphi \cos A, \end{aligned}$$

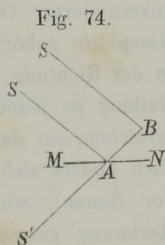
[§. 17], wobei φ und A constant, und $dh = r$ zu setzen ist.

Objecte, das Fernrohr stets auf das schwächere Object zu richten, weil die Reflexion an den zwei Spiegeln mit einem erheblichen Lichtverlust verbunden ist.

140. Zur Messung der Höhe eines Gestirnes bedient man sich eines künstlichen Horizontes, d. i. eines ebenen, horizontalen Spiegels. Quecksilber, in eine flache Schale gegossen, bildet einen vorzüglichen künstlichen Horizont, indem es von selbst eine vollkommen ebene, horizontale, spiegelnde Fläche darbietet. Um die Bewegung der Oberfläche durch Luftzug und Wind hintanzuhalten, wird die rechtwinkelige Schale mit einem Dache bedeckt, welches aus zwei ungefähr unter einem rechten Winkel gegen einander geneigten Glasplatten gebildet ist. Diese Glasplatten müssen von vollkommen ebenen und parallelen Flächen begrenzt sein, weil im Falle einer prismatischen Gestalt die Richtung der Lichtstrahlen geändert und dadurch die beobachtete Höhe fehlerhaft wird. Man kann den Fehler dadurch eliminiren, dass man gleichviel Beobachtungen in den zwei entgegengesetzten Lagen des Daches macht; das Mittel aus allen ist dann von diesem Fehler frei. Statt der Glasplatten verwendet man mit Vortheil Platten von Glimmer (Frauenglas), dessen Spaltungsflächen genau parallel sind.

Ist MN (Fig. 74) der horizontale Spiegel, auf welchen von einem Gestirne Strahlen in der Richtung SA fallen, so empfängt ein Beobachter in B die in der Richtung AB reflectirten Strahlen, als ob dieselben von einem Punkte S' kämen, dessen Winkelabstand MAS' unter dem Horizonte gleich ist der Höhe MAS des Gestirnes über dem Horizonte; sind nun SB Strahlen, welche parallel zu SA direct vom Gestirne kommen, so kann mit dem Sextanten der Winkel $SAS' = SBS' = 2SAM$ gemessen werden, indem man, das Fernrohr auf das vom Horizont reflectirte Bild S' richtend, dieses mit dem andern, von den Strahlen SA durch doppelte Reflexion am grossen und kleinen Spiegel des Sextanten erzeugten Bilde zur Deckung oder Berührung bringt. Der am Sextanten abgelesene Winkel, um den Collimationsfehler verbessert, ist die doppelte, scheinbare Höhe des Gestirnes. Ist dieses die Sonne, so beobachtet man die Berührung des oberen Randes des einen mit dem unteren Rande des anderen Bilde; die um den Collimationsfehler corrigirte Lesung ist das Doppelte der scheinbaren Höhe des unteren oder des oberen Sonnenrandes, je nachdem der scheinbar untere oder obere Rand des vom Horizont reflectirten Bilde zur Berührung gebracht wurde.

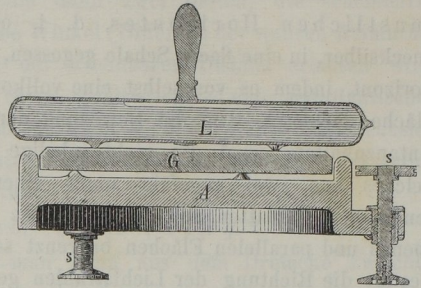
Ein in oben erwähnter Art hergestellter Quecksilber-Horizont erfordert eine sehr feste Aufstellung, und ist daher in Gebäuden in der Nähe befahrener Strassen häufig nicht wohl verwendbar, weil die geringsten Erschütterungen die Oberfläche des Quecksilbers und hiedurch das reflectirte Bild in eine zitternde, eine genaue Beobachtung hindernde Bewegung versetzen. Minder



empfindlich ist in dieser Beziehung ein angequikter Quecksilber-Horizont (§. 122, Anmerkung S. 260). Aus diesem Grunde bedient man sich häufig eines Glas-Horizontes (Fig. 75).

Dieser besteht aus einer vollkommen eben geschliffenen Glasplatte *G*, welche auf einem Untersatze *A* ruht und mittelst einer Libelle *L* und dreier Stellschrauben *s* horizontal gestellt werden kann. Die Glasplatte ist auf ihrer unteren Fläche matt geschliffen, so dass die Reflexion nur an der oberen Fläche stattfindet, wodurch die Nothwendigkeit eines genauen

Fig. 75.



Parallelismus beider Flächen entfällt. Wesentlich ist, dass die obere reflectirende Fläche vollkommen plan sei; man überzeugt sich hievon, indem man ein gutes nicht zu schwaches Fernrohr zuerst direct auf ein Gestirn (Sonne, Mond oder einen hellen Fixstern) richtet und durch scharfe Einstellung des Oculars das Bild zur möglichsten Präcision bringt; richtet man sodann das Fernrohr auf das vom Horizonte reflectirte Bild, und erscheint dieses, bei unveränderter Ocularstellung, wieder eben so präcis wie früher, so ist die Glasplatte gehörig plan. Die Glasplatte soll genau horizontal sein, insbesondere in der Richtung nach dem zu beobachtenden Objecte. Die genaue Horizontalstellung ist jedoch nicht nur sehr zeitraubend, sondern überhaupt schwer zu erreichen, so dass man sich meistens mit einer Näherung begnügen muss; auch ändert sich die Lage des Horizontes während der Beobachtung (zumal der Sonne), welcher Aenderung nach dem gewöhnlichen Verfahren nicht Rechnung getragen wird. Aus diesen Gründen ist es zweckmässiger, den Horizont nur genähert zu nivelliren, die übrigbleibende Neigung aber unmittelbar vor und nach der Beobachtung mittelst der Libelle scharf zu messen, und ihren Einfluss auf die Beobachtung in Rechnung zu bringen. Die Beobachtung gibt stets den Winkel, welchen der einfallende Strahl mit der Ebene des Spiegels bildet. Bezeichnet man daher die beobachtete scheinbare Höhe mit h , die Neigung des Horizontes (u. z. das Mittel aus beiden Nivellements vor und nach der Beobachtung) mit J , positiv, wenn die dem Gestirne zugekehrte Seite die höhere, so ist die corrigirte Höhe $= h + J$. Bei dem Nivellement ist die Libelle in der Richtung nach dem beobachteten Gestirne auf den Horizont zu setzen, und bei Sonnenbeobachtungen durch einen vorgehaltenen Schirm vor den Sonnenstrahlen sorgfältig zu schützen.

Der Prismen-Kreis und Sextant von Pistor und Martins.

141. Eine erhebliche Verbesserung in der Construction der Spiegelinstrumente wurde von Pistor und Martins in Berlin dadurch erzielt, dass