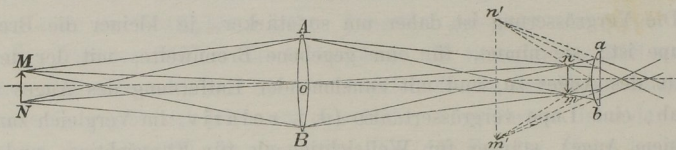


Bei Instrumenten finden die Lupen zur Ablesung der feinen Theilungen häufige Anwendung; gewöhnlich ist hiebei die Linse (von etwa 1.5 bis 2 Centimeter Brennweite) an dem einen Ende eines kurzen Rohres eingesetzt, dessen anderes Ende durch einen Deckel geschlossen ist, in dessen Mitte sich eine kreisförmige Oeffnung von 3 bis 4 Millimeter Durchmesser zur Einsicht für das Auge befindet. Die Abhaltung des Seitenlichtes befördert einerseits das deutliche Sehen, anderseits wird durch das Rohr dem Auge die Richtung gegeben, in welcher es senkrecht auf den entsprechenden Ort der Theilung sieht (indem man letzteren nahe in die Mitte des Gesichtsfeldes bringt), was zur Vermeidung einer Parallaxe zwischen der Nonius- und Kreistheilung erforderlich ist. Das Rohr ist in einer Hülse verschiebbar, um die Lupe in die dem Auge des Beobachters angemessene Entfernung von der Theilung bringen zu können.

Das Fernrohr.

84. Das Fernrohr besteht in seiner einfachsten Gestalt aus zwei Sammellinsen, von welchen die eine AB (Fig. 31) — das Objectiv genannt — Fig. 31.



dazu dient, um von einem entfernten Gegenstande MN ein reelles Bild mn zu erzeugen, welches sodann durch eine zweite Sammellinse ab — das Ocular — betrachtet wird. Letzteres wirkt hiebei als Lupe und erzeugt ein vergrößertes imaginäres Bild $m'n'$, wobei das Bild mn die Stelle des Objectes vertritt. Da hiebei das Bild mn zufolge der Theorie der Lupe immer äusserst nahe im Brennpuncte des Oculars sich befinden muss, so wird für sehr weit entfernte Objecte der Abstand beider Linsen gleich der Summe ihrer Brennweiten sein. Weil ferner das Bild mn um so grösser ist, je grösser die Brennweite des Objectivs, das Ocular aber, als Lupe, um so mehr vergrößert, je kleiner seine Brennweite ist, so wird das Fernrohr um so mehr vergrößern, je grösser die Brennweite des Objectivs und je kleiner jene des Oculars ist.

Zur Abhaltung des störenden nicht vom betrachteten Objecte kommenden Seitenlichtes werden die Linsen in im Innern geschwärzte Rohre eingesetzt, und zwar jede Linse in ein besonderes Rohr, so dass das Ocularrohr im Objectivrohr verschoben und hiedurch der Abstand des Oculars vom Objective geändert werden kann. Dies ist aus zwei Gründen nothwendig; weil erstens verschiedene Augen behufs des deutlichen Sehens eine verschiedene Entfernung der als Lupe wirkenden Ocularlinse von dem Bilde mn erfordern (§. 83), und zweitens der Ort des Bildes mn , d. i. seine Entfernung vom Objective,

vermöge der Gl. (123), mit der Distanz des Objectes MN vom Objective sich ändert. Bei einem gut construirten Fernrohre sollen die Linsen richtig centrirt sein, d. i. die Axen sämmtlicher Linsen sollen in eine gerade Linie fallen, oder mindestens die Axen des Objectivs und des Oculars zu einander parallel sein.

85. Sind im Ocularrohre in der Ebene des Bildes zwei feine Fäden senkrecht aufeinander gespannt, so werden diese gleichzeitig mit dem Bilde von dem Auge deutlich gesehen, und der Kreuzungspunct der Fäden wird bei jeder Aenderung der Richtung des Fernrohrs auf andere Punkte des Bildes fallen. Da nun das Bild eines leuchtenden Punctes immer in der diesen Punct mit dem optischen Mittelpuncte des Objectives verbindenden Geraden liegt (§. 82), so müssen diese beiden Punkte und der Kreuzungspunct der Fäden in einer Geraden liegen, sobald — was immer möglich ist — dem Fernrohre eine solche Richtung gegeben ist, dass das Bild des leuchtenden Punctes auf dem Kreuzungspuncte der Fäden erscheint. Durch diese Einrichtung wird das Fernrohr zum Visiren, d. i. zur Bestimmung von Richtungen geeignet; der optische Mittelpunct des Objectives und der Kreuzungspunct der Fäden bilden hiebei zwei feste Punkte im Fernrohr, das Absehen; die beide Punkte verbindende Gerade heisst die Absehenlinie, Collimationslinie oder auch die optische Axe des Fernrohrs; sie gibt die Richtung eines entfernten Punctes, wenn das Fernrohr so gerichtet wird, dass das Bild derselben im Kreuzungspuncte der Fäden erscheint.

Da die Fäden, durch das als Lupe wirkende Ocular betrachtet, stark vergrößert erscheinen, so müssen dieselben sehr fein sein, daher man sich zu diesem Zwecke allgemein der Spinnenfäden bedient. Sie werden auf einen eigenen Ring, die Fadenplatte, aufgespannt, welche im Ocularrohr eingesetzt ist und gewöhnlich durch eigene Schraubchen festgehalten wird, durch welche derselben — behufs Rectification des Instrumentes — eine kleine auf die Axe des Fernrohrs senkrechte Bewegung erteilt werden kann, wie dies in Fig. 34, Seite 201, ersichtlich ist*).

*) Da die Fäden bisweilen unbrauchbar werden, z. B. reissen oder schlapp werden, so ist es wichtig, dass der Beobachter im Stande sei, dieselben selbst einzuziehen, da die Hilfe eines Mechanikers nicht immer zu Gebote steht.

Man nimmt die Fadenplatte aus der Ocularröhre, nachdem man vorher die Linsen entfernt und die Schraubchen, welche sie festhalten, gelüftet hat, und befestigt sie mit etwas Wachs auf einer passenden Unterlage mit dunklem Grunde, damit die Fäden besser sichtbar werden. Die Spinnenfäden erhält man am zweckmässigsten aus den Cocons, in welche die Spinnen ihre Eier legen; man findet dieselben von verschiedener Feinheit der Fäden an Mauern, Planken, unter Dächern u. dgl. und muss, im Falle sie noch lebende Eier enthalten, diese herausklopfen, um durch Zerdrücken derselben die Fäden nicht zu verunreinigen. Fäden von Spinnnetzen sind unbrauchbar wegen des daran haftenden Staubes. In Ermanglung eines geeigneten Cocons kann man auch den frisch gesponnenen Faden der Spinne benützen,

86. Die Güte eines Fernrohres hängt in erster Linie von dem Objective ab, indem dieses dazu bestimmt ist, von dem entfernten Objecte ein Bild zu erzeugen, welches nur dann vollkommen sein wird, wenn alle von einem Punkte des Objectes ausgehenden auf das Objectiv fallenden Strahlen durch dasselbe wieder in einem Punkte vereinigt werden. Eine einfache Linse leistet dies aus doppeltem Grunde nicht; erstlich wegen der schon in §. 80 erwähnten sphärischen Abweichung; anderseits ist mit der Brechung des Lichtes immer eine Zerstreung desselben in Strahlen von verschiedener Farbe, d. i. von verschiedener Brechbarkeit verbunden, welchen daher in Folge der verschiedenen Brechungsexponenten eine verschiedene Vereinigungsweite entspricht. Die hiedurch hervorgerufene Unvollkommenheit des Bildes heisst die chromatische Abweichung. Diese kann dadurch beseitigt werden, dass man das Objectiv aus zwei Linsen zusammensetzt, von welchen die eine, eine Sammellinse, aus Crownglas (Spiegelglas), die andere, eine Zerstreulinse, aus Flintglas (einem Glase, welches Bleioxyd enthält) hergestellt wird. Da das Brechungsvermögen des Flintglases nur wenig, sein Zerstreungsvermögen aber bedeutend grösser ist, als jenes des Crownglases, so ist es möglich, die Brennweiten beider Linsen so zu wählen, dass die Combination beider als Sammellinse von gegebener Brennweite wirkt, und die Farbenzerstreung der Crownglaslinse durch die entgegengesetzt wirkende der Flintglaslinse aufgehoben wird. Die Combination zweier Linsen gestattet nun aber auch die Wegschaffung der sphärischen Abweichung, indem die Forderung, dass das Doppelobjectiv eine gegebene Brennweite erhalte und achromatisch werde, im Allgemeinen

den man erhält, wenn man die Spinne von einer Feder oder dgl. abschüttelt. Man öffnet nun einen Handzirkel etwas weiter als der Durchmesser der Fadenplatte, bestreicht dessen Schenkel mit Wachs, fährt mit der Fläche des Zirkels durch einen aus dem Cocon gezogenen Faden und befestigt ihn gut an den Schenkeln, worauf man ihn durch Oeffnen des Zirkels gehörig spannt. Es ist wesentlich, dem Faden eine möglichst grosse Spannung zu geben, damit er bei feuchter Witterung nicht schlapp werde; es ist daher zweckmässig, nachdem er auf dem Zirkel befestigt ist, ihn mit heissem Wasser zu benetzen, wodurch er befähigt wird, eine grössere Spannung zu ertragen, ohne zu reissen. Man legt hierauf mittelst des Zirkels den Faden nahe in der richtigen Lage auf die Fadenplatte, so dass er auf dieser aufliegt, und bringt ihn durch vorsichtiges Rücken genau in die richtige Lage, welche auf der Platte gewöhnlich durch feine Striche bezeichnet ist. Die Befestigung geschieht mit einem Tröpfchen heissen Wachses, das man etwa mit einer starken Stricknadel, die vorher erwärmt und dann in Wachs gestochen wird, an beiden Enden aufrägt und mit der warmen Nadel eben streicht. Auf diese Art können mehrere Fäden nebeneinander aufgelegt werden. Statt des Wachses, welches bei grösserer Kälte leicht springt und bei höherer Temperatur weich wird, bedient man sich mit Vortheil einer Mischung aus Wachs und Harz; oder man bringt, nachdem die Fäden vorläufig nur am Rande der Platte mit Wachs befestigt sind, ein Tröpfchen Firniss darauf, dessen sich die Mechaniker zum Firnissen des Messings bedienen; das Wachs darf dann erst, nachdem der Firniss vollkommen getrocknet ist, entfernt werden.

nur zwei Bedingungen liefert, mittelst welcher nur zwei von den vier Krümmungshalbmessern beider Linsen sich bestimmen; es bleiben daher noch zwei Halbmesser zur Verfügung, durch deren entsprechende Bestimmung auch die sphärische Abweichung beseitigt werden kann. Uebrigens kann weder die eine noch die andere der beiden Abweichungen in aller Strenge aufgehoben werden, doch ist dies in so hohem Grade möglich, dass bei richtiger Ausführung des Objectivs der übrigbleibende Rest ganz unmerklich wird*).

87. Auch das Ocular wird aus zwei Linsen zusammengesetzt, welche in einem bestimmten Abstände in ein besonderes Rohr gefasst sind. Man unterscheidet zwei Arten von astronomischen Ocularen.

Das astronomische Ocular erster Art oder das Huygens'sche Ocular (Fig. 32) besteht aus zwei Planconvexlinsen 1 und 2, deren convexe Seiten

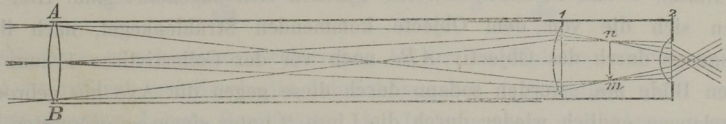


Fig. 32.

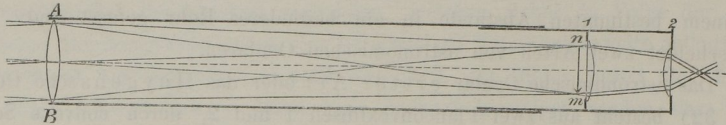
dem Objectiv *AB* zugekehrt sind. Die von einem entfernten Objecte kommenden Strahlen treffen nach ihrem Durchgange durch das Objectiv *AB* noch vor

*) Bei kleineren achromatischen Objectiven werden gewöhnlich die Halbmesser der beiden inneren einander zugekehrten Flächen gleich genommen; dies hat den Vortheil, dass beide Linsen zusammengekittet werden können, wodurch der durch die Reflexion an den inneren Flächen entstehende Lichtverlust, so wie die Verunreinigung dieser Flächen vermieden wird; überdies wird, behufs leichterer Ausführung, bei solchen kleineren Objectiven häufig noch die 4^{te} Fläche plan (oder wohl auch die Halbmesser der 1^{ten} und 4^{ten} Fläche gleich) gemacht, wo dann nur die chromatische, nicht aber die sphärische Abweichung aufgehoben ist, was an der geringeren Schärfe des Bildes gegen den Rand des Gesichtsfeldes hin leicht zu erkennen ist; für manche Zwecke, z. B. geodätische Instrumente, wo vorzugsweise nur in der Mitte des Gesichtsfeldes ein scharfes Bild erfordert wird, ist dies kein wesentlicher Nachtheil. — Sind die Halbmesser der beiden inneren Flächen ungleich, so sind zwischen beiden Linsen am Rande derselben in gleichen Abständen von 120° Staniolblättchen von genau gleicher Dicke eingelegt. Die Linsen werden in ihrer Fassung durch einen eingelegten Ring festgehalten, welcher gewöhnlich durch drei Schrauben mit der äusseren Fassung verbunden ist. Hat man behufs einer Reinigung ein solches Objectiv auseinander zu nehmen, so ist darauf zu achten, dass die Flächen nicht verwechselt und die Linsen wieder genau in derselben Lage in die Fassung gebracht werden, zu welchem Zwecke es räthlich ist, an der Fassung, den Rändern beider Linsen und dem Ringe eine correspondirende Marke zu machen. Gewöhnlich ist die Fassung sowohl als der Ring dort, wo sie an den äusseren Flächen anliegen, bis auf drei Stellen etwas unterdreht, so dass die Berührung nur an diesen drei Stellen stattfindet, welche mit den Staniolblättchen zusammenfallen müssen. Man entfernt den Staub von den Linsen mittelst eines weichen Pinsels, und putzt dieselben mit einem reinen Lappen weicher, feiner, alter Leinwand, indem man nöthigenfalls Weingeist zu Hilfe nimmt.

ihrer Vereinigung die Linse 1 (die sogenannte Collectiv-Linse), erhalten durch diese eine grössere Convergenz und vereinigen sich hinter derselben zum verkehrten Bilde mn , welches sodann durch die als Lupe wirkende Linse 2 vergrössert gesehen wird. Hier liegt also das Bild zwischen den beiden Bestandlinsen des Oculars.

Das astronomische Ocular zweiter Art (auch Ramsden'sches oder Mikrometer-Ocular genannt) (Fig. 33) besteht gleichfalls aus zwei Plan-

Fig. 33.

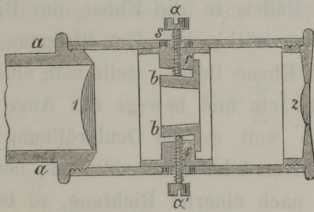
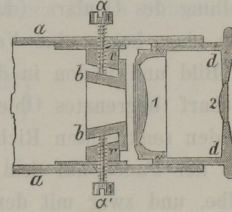


convexlinsen 1 und 2, deren convexe Flächen sich zugekehrt sind. Hier vereinigen sich die von dem Objecte kommenden Strahlenkegel, nach ihrem Durchgange durch das Objectiv AB , noch vor der Collectivlinse 1 zum verkehrten Bilde mn , werden sodann durch diese gegen die Axe hin gebrochen und gelangen endlich wieder durch die Linse 2 unter einem vergrösserten Sehwinkel in das Auge.

Bei beiden Ocularen erreicht man durch Hinzufügung der Collectivlinse 1 einerseits ein grösseres Gesichtsfeld, als dies bei Anwendung einer einzigen Linse bei derselben Vergrösserung möglich wäre, andererseits eine grössere Schärfe des Bildes, weil durch Vertheilung der Brechung auf zwei Linsen bei geeigneter Anordnung und Brennweite derselben die im Oculare entstehende sphärische und chromatische Abweichung wieder nahezu aufgehoben werden kann. Die Einrichtung der Oculare erster Art gestattet dies in höherem Grade als jene der Oculare der zweiten Art, daher erstere in optischer Beziehung vorzüglicher sind und immer angewendet werden, wenn es sich nur ums Sehen handelt; soll aber, wie dies zu Messungen erfordert wird, mit dem Oculare ein Mikrometer irgend welcher Art, z. B. ein Fadennetz verbunden werden, welches nothwendig in der Ebene des Bildes mn sich befinden muss, so hat das Ocular 1^{ter} Art den Nachtheil, dass das Mikrometer nur durch die eine zunächst am Auge befindliche Linse 2 des Oculars gesehen wird, und daher schon in geringer Entfernung von der Mitte des Gesichtsfeldes minder scharf und verzerrt erscheint, weil die Einrichtung des Oculars so getroffen ist, dass durch das Zusammenwirken beider Linsen derselben ein möglichst vollkommenes Bild erzeugt wird. Bei Fernröhren, welche zu astronomischen Messungen dienen, werden daher Oculare der zweiten Art verwendet. Steinheil in München liefert übrigens in neuerer Zeit auch solche Mikrometer-Oculare von grosser optischer Vollkommenheit, indem er die beiden einfachen Planconvexlinsen durch zwei Doppellinsen ersetzt, deren jede aus einer Crown- und Flintglaslinse besteht.

Beide Arten von Ocularen liefern ein verkehrtes Bild und werden bei Fernröhren zu astronomischen und grösseren geodätischen Instrumenten ausschliessend angewendet, da sie ein schärferes Bild geben als die sogenannten terrestrischen Oculare mit aufrechtem Bilde, welche aus vier Linsen bestehen, von welchen zwei die Umkehrung des Bildes bewirken.

In Fig. 34, *a* ist ein Huygens'sches, in Fig. 36, *b* ein Mikrometer-Ocular gewöhnlicher Construction im Durchschnitte dargestellt. *aa* ist das im

Fig. 34 *a*.Fig. 34 *b*.

Objectivrohre verschiebbare Ocularrohr, *bb* die Fadenplatte, welche auf dem Ringe *rr* aufliegt und durch die Schraubchen *aa'* festgehalten wird, mittelst welcher dieselbe, behufs Rectification des Instrumentes, eine kleine Verschiebung senkrecht auf die Axe des Rohres erhalten kann. Um bei dem Oculare 1^{ter} Art (Fig. 34, *a*) die Fäden in jene Entfernung von der Augenlinse 2 bringen zu können, bei welcher sie deutlich gesehen werden, ist entweder die Fadenplatte parallel zur Axe verschiebbar, zu welchem Zwecke die im Rohre angebrachten Schlitzen *ss* den Schrauben *aa'* die nöthige Bewegung gestatten, oder es ist die Fassung der Augenlinse 2 mit einem längeren Gewinde versehen, so dass sie durch Drehung in die entsprechende Entfernung von den Fäden gebracht werden kann; die letztere Einrichtung ist der ersteren vorzuziehen, weil bei dieser (in der Figur dargestellten) durch das Verschieben der Fadenplatte leicht die Lage der optischen Axe eine Störung erleidet. Bei den Mikrometer-Ocularen steckt das eigentliche Ocular *dd* entweder durch blosser Reibung oder mittelst Gewindes im Rohre *aa*, und kann durch Verschieben oder Drehen in die gehörige Entfernung von den Fäden gebracht werden.

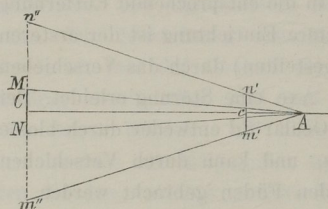
88. Es wurde schon bemerkt, dass die Fäden genau in der Ebene des Bildes sich befinden müssen, weil sonst nicht beide gleichzeitig deutlich gesehen werden und überdies jede kleine Aenderung in der Lage des Auges eine Verschiebung des Fadens auf dem Bilde (Parallaxe) zur Folge hat, wodurch eine genaue Beobachtung ganz unmöglich wird. Die richtige Einstellung des Oculars wird leicht auf folgende Weise erhalten. Man bringt zuerst, ohne auf das Bild im Fernrohre zu achten*), auf die im vorigen §. erwähnte Art

*) Noch besser ist es, hiebei das Fernrohr auf den hellen Himmelsgrund oder Nachts auf eine mässig erleuchtete weisse Fläche zu richten, damit das Auge durch kein Bild beirrt werde.

die Fäden zur grössten Deutlichkeit, so dass dieselben als schwarze scharf begrenzte Linien erscheinen. Soll nun das Ocular für die Beobachtung astronomischer oder sehr weit entfernter terrestrischer Objecte, deren Bild im Brennpuncte des Objectivs liegt, eingestellt werden, so richte man das Fernrohr auf ein genügend weit entferntes gut sichtbares Object*) oder einen hellen Fixstern, und bringe durch Verschiebung des Ocularrohres in dem Objectivrohre das Bild zur möglichsten Präcision. Namentlich bei der Wahl eines Sternes und wenn das Fernrohr gut ist, wird ein etwas geübtes Auge auf diese Weise die richtige Einstellung des Oculars (d. i. der Fäden in die Ebene des Bildes) so nahe treffen, dass kaum eine Verbesserung nöthig ist. Um übrigens noch zu prüfen, ob Bild und Fäden in derselben Ebene liegen, stelle man einen Faden auf ein scharf begrenztes Object genau ein und bewege das Auge in einer auf den Faden senkrechten Richtung, so weit es die Ocularöffnung erlaubt; hiebei muss der Faden auf dem Bilde unverrückt stehen bleiben; bewegt sich aber derselbe, und zwar mit dem Auge nach einerlei Richtung, so ist er dem Objective näher als das Bild und das Ocularrohr muss herausgezogen werden, und umgekehrt. Will man zu diesem Versuche einen Stern als Object wählen, so wird man, wegen der Bewegung desselben, einen Stern in der Nähe der Culmination mit einem Horizontalfaden, oder einen Circumpolarstern zur Zeit der grössten Digression mit einem Verticalfaden vergleichen.

89. Vergrößerung des Fernrohrs. Sei (Fig. 35) MN das Object, A das Auge, so ist der Winkel $MAN = z$ der Schinkel, unter welchem das

Fig. 35.



Object MN dem freien Auge erscheint, während im Fernrohre das Bild $m'n'$ unter dem Winkel $m'An' = y$ gesehen wird. Verlängert man daher An' und Am' bis n'' und m'' , so ist die lineare Vergrößerung v des Fernrohrs offenbar:

$$v = \frac{m''n''}{MN} = \frac{n''C}{MC} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} y}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} z}. \quad (m)$$

Der Winkel z kann dem Winkel $MoN = mon$ (Fig. 31) gleich gesetzt werden, unter welchem das Object oder das Bild mn vom optischen Mittelpuncte des Objectivs aus erscheint, da die Länge des Fernrohrs gegen die Entfernung des Objectes immer unmerklich klein ist. Bezeichnet man daher mit L die Brennweite des Objectivs, so ist:

*) Ist D die Distanz des Objectes, L die Brennweite des Objectivs, F die Bildweite, so folgt aus Gl. (123): $F - L = \frac{L^2}{D - L}$, woraus man leicht findet, dass bei einem Objective von z. B. 24 Zoll Brennweite die Entfernung nicht unter einer Meile betragen darf, damit das Bild nicht merklich über den Brennpunct hinausfalle.

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} z = \frac{\frac{1}{2} mn}{L'}$$

Das Bild mn wird durch das, als Lupe wirkende Ocular unter dem Winkel y gesehen, und es ist, zufolge Gl. (a) [§. 83]:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} y = \frac{\frac{1}{2} mn}{L} \left(1 + \frac{L-E}{S} \right),$$

wenn L die Brennweite des Oculars, S die deutliche Sehweite des Auges, E die Entfernung desselben vom Oculare bedeutet. Durch Substitution dieser Werthe in die Gl. (m) folgt:

$$v = \frac{L'}{L} \left(1 + \frac{L-E}{S} \right),$$

oder, da $\frac{L-E}{S}$ immer ein kleiner Bruch ist, hinreichend genau:

$$v = \frac{L'}{L};$$

d. i. die Vergrößerung des Fernrohrs ist gleich der Brennweite des Objectivs, getheilt durch die Brennweite des Oculars. Man kann daher bei demselben Objectiv durch blosse Vertauschung der Oculare eine verschiedene Vergrößerung erzielen, und diese wird um so grösser, je kleiner die Brennweite des Oculars.

Hiebei wurde das Ocular als einfache Linse vorausgesetzt; da dasselbe aber immer aus mehreren Linsen zusammengesetzt ist, so muss in obigen Ausdrücken für L die sogenannte äquivalente Brennweite gesetzt werden, d. i. die Brennweite einer einfachen Linse, welche, an die Stelle des zusammengesetzten Oculars gesetzt, denselben austretenden Strahlenkegel erzeugt, wie das zusammengesetzte Ocular. Die genaue Berechnung dieser äquivalenten Brennweite, aus den Brennweiten der Bestandlinsen und ihrer Entfernung, ist jedoch, da hier auch die Dicke derselben nicht mehr vernachlässigt werden darf, nicht so einfach, daher man zur Bestimmung der Vergrößerung eines Fernrohrs praktische Methoden vorzieht, deren einige hier angeführt werden mögen.

1) Richtet man das Fernrohr, nachdem das Ocular auf unendliche Distanz (etwa mittelst eines sehr weit entfernten Objectes) scharf eingestellt ist, auf den hellen Himmelsgrund, so sieht man, wenn das Auge in einiger Entfernung rückwärts vom Oculare in der verlängerten Axe des Rohres sich befindet, einen kleinen hellen Kreis, welcher nichts anderes ist, als das vom Oculare erzeugte Bild der erhellten freien Objectiv-Oeffnung. Bezeichnet man daher den Durchmesser der letzteren mit O , mit B den Durchmesser des kleinen hellen Kreises, so ist, zufolge Gl. (124): $\frac{O}{B} = \frac{D-L}{L}$, wenn L die (äquivalente) Brennweite des Oculars und D den Abstand der Objectiv-Oeffnung,

welche hier die Stelle des Objectes vertritt, vom Oculare bedeutet. Im vorliegenden Falle ist aber, wenn L' die Brennweite des Objectivs, $D = L + L'$, somit:

$$\frac{O}{B} = \frac{L'}{L} = v.$$

Der Quotient aus den Durchmessern der Objectiv-Oeffnung und des hellen Kreises gibt also die Vergrößerung. Der Durchmesser des letzteren muss möglichst scharf gemessen werden, was am sichersten mittelst eines fein getheilten Glasmikrometers mit Zuhilfenahme einer Lupe geschieht; ersteres wird dabei in einen solchen Abstand vom Oculare gebracht, dass, wenn die Scala durch die Lupe vollkommen deutlich gesehen wird, auch der Lichtkreis scharf begrenzt und möglichst klein erscheint. In Ramsden's Dynameter sind Mikrometer und Lupe in kurze Auszugröhrchen gefasst, wodurch die Messung sehr erleichtert wird.

2) Man richte das Fernrohr gegen die Sonne, so dass ihr Licht am Oculare frei austreten kann; dieser Lichtbüschel läuft in einem Kegel fort, dessen Spitze sich am Oculare befindet, und wenn A der Winkel dieses Kegels, a der scheinbare Sonnendurchmesser ist, so hat man, zufolge der Gl. (m):

$$y = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} A}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} a}.$$

a ist aus den Ephemeriden bekannt; um A zu erhalten, fängt man den Lichtkegel mit einem senkrecht gegen die Axe des Fernrohrs gerichteten Papierschirme auf, auf welchem mehrere Parallellinien gezogen sind, und bewirkt durch Aenderung der Entfernung des Schirmes vom Oculare, dass der Lichtkreis genau von zwei Parallellinien tangirt wird. Ist d der Abstand derselben, D die Entfernung des Schirmes vom Oculare, so ist $\operatorname{tg} \frac{1}{2} A = \frac{d}{2D}$, somit:

$$v = \frac{d}{2D} \operatorname{cotg} \frac{1}{2} a.$$

Will man genau verfahren, so hat man D bis zu jenem Punkte vor dem Oculare zu messen, wo der Lichtkegel seinen kleinsten Querschnitt hat, und d um den Durchmesser dieses Querschnittes zu verkleinern. Um den Lichtkreis auf dem Schirme gut zu sehen, muss von letzterem das directe Sonnenlicht abgehalten werden. Bei stärkeren Vergrößerungen wird das Gesichtsfeld des Fernrohrs nicht das ganze Sonnenbild fassen; man hat dann für a den Winkel-Durchmesser des Gesichtsfeldes zu nehmen, welcher leicht bestimmt werden kann (§. 90).

3) Richtet man das Fernrohr umgekehrt mit dem Oculare gegen ein Object und sieht durch das Objectiv in das Fernrohr, so erblickt man ein Bild des Objectes, eben so vielmal verkleinert, als dasselbe bei directem Gebrauche des Fernrohrs vergrößert erscheint. Man stelle daher einen Theodo-

liten auf der Objectivseite des Fernrohrs auf und richte sein Fernrohr gegen das andere so, dass die Objective beider sich zugekehrt sind und ihre Axen nahe in eine gerade Linie kommen, und dass man, durch das Theodolit-Fernrohr in das Objectiv des anderen hineinsehend, irgend ein passendes Object deutlich erblickt. Man wählt hiezu zwei gut sichtbare Punkte in möglichst grosser Entfernung, deren Bilder nahe an den Enden eines horizontalen Durchmessers des Gesichtsfeldes erscheinen, damit der Winkel möglichst gross werde. Man messe nun mittelst des Theodoliten, der selbstverständlich in gewöhnlicher Weise horizontal gestellt wird, den Winkel $= a$ zwischen den Bildern beider Punkte, sodann — nachdem das Fernrohr entfernt worden — den Winkel $= A$ zwischen den beiden Punkten selbst, so ist:

$$v = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} A}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} a}.$$

Da der Winkel a immer sehr klein, so muss derselbe scharf gemessen werden.

90. Unter dem Gesichtsfelde des Fernrohrs versteht man den Raum, welchen man im Fernrohr auf einmal übersieht. In dem Ocularrohre befindet sich immer an der Stelle, wo das Bild entsteht, ein Ring (Blendung oder Diaphragma genannt, bei Fernröhren mit Fadenkreuz die Fadenplatte) mit gewöhnlich kreisförmiger Oeffnung. Denkt man sich zwei Strahlenkegel, deren Spitzen (Bildpunkte) in die Endpunkte eines Durchmessers der Blendung fallen, so bestimmt der Winkel, welchen die im optischen Mittelpunkte des Objectivs sich schneidenden Hauptstrahlen dieser Strahlenkegel an diesem Mittelpunkte bilden, die Grösse des Gesichtsfeldes. Sie ist mit anderen Worten, der Winkel, unter welchem ein Durchmesser der Blendung aus dem optischen Mittelpunkte des Objectivs erscheint, und hängt daher nur von dem Durchmesser der Blendung und der Brennweite des Objectivs, nicht aber von der Oeffnung des letzteren ab.

Da das ganze, vom Objectiv erzeugte und die Oeffnung der Blendung ausfüllende Bild bis zum Rande durch das als Lupe wirkende Ocular noch deutlich gesehen werden soll, so wird der Durchmesser der Blendung um so kleiner werden müssen, je schärfer das Ocular, d. i. je kleiner seine Brennweite ist. Je stärker also die Vergrösserung ist, welche man einem Fernrohre von bestimmter Brennweite gibt, desto kleiner wird das Gesichtsfeld. Aus diesem Grunde macht man, wenn bei starker Vergrösserung doch ein grösseres Gesichtsfeld erlangt werden soll, das Ocular verschiebbar senkrecht auf die Axe des Rohres, um jederzeit die gerade zu beobachtende Stelle des Bildes nahe in die Axe des Oculars bringen zu können.

Um die Grösse des Gesichtsfeldes näherungsweise zu bestimmen, suche man zwei Objecte, deren Bilder im Fernrohre am Rande des Gesichtsfeldes in einem horizontalen Durchmesser erscheinen; der Winkel, welchen die beiden

Objecte am Objective des Fernrohrs einschliessen, und welchen man etwa mittelst eines Theodoliten messen kann, ist die gesuchte Grösse. (Nach dem in §. 96 angegebenen Verfahren kann dieselbe, wie man leicht finden wird, genau gemessen werden).

91. Die Helligkeit des Bildes im Fernrohre hängt von dem Durchmesser des Objectivs (der Oeffnung) ab und nimmt wie das Quadrat dieses Durchmessers zu; denn je grösser die Oeffnung ist, desto mehr Strahlen kann das Objectiv aufnehmen, die sämmtlich zur Erzeugung des Bildes mitwirken. Dagegen nimmt die Helligkeit mit zunehmender Vergrösserung im quadratischen Verhältnisse ab, weil, je stärker die Vergrösserung, um so grösser die Fläche des Bildes ist, auf welche sich die Lichtmenge vertheilt.

Es sei H die Helligkeit im Fernrohre, jene für das freie Auge $= 1$ angenommen; O die Oeffnung des Objectivs; v die Vergrösserung; $1:m$ das Verhältniss, in welchem das Licht bei seinem Durchgange durch sämmtliche Linsen des Fernrohrs, theils durch Absorbition, theils durch Reflexion an den Flächen derselben geschwächt wird. Da die Lichtmenge, welche durch das Objectiv eintritt, zu jener, welche vom Objecte ins freie Auge gelangt, sich verhält, wie $O^2:p^2$, wenn p den Durchmesser der Pupille des Auges bedeutet, so hat man als Ausdruck für die Helligkeit im Fernrohr:

$$H = m \frac{O^2}{p^2 v^2},$$

vorausgesetzt, dass die gesammte in das Objectiv tretende Lichtmenge — abgesehen von dem Lichtverlust in den Linsen — durch das Ocular in das Auge gelangt.

Bezeichnet man mit d den Durchmesser des aus dem Oculare tretenden Lichtbüschels, so ist $d = \frac{O}{v}$ [§. 89, 1)]. Ist nun $d = \frac{O}{v} = p$, d. i. der Durchmesser des austretenden Lichtbüschels gleich jenem der Pupille, so wird $H = m$, und dieser Werth ist zugleich das Maximum der Helligkeit im Fernrohre. Zwar würde die obige Formel $H > m$ geben, wenn $pv < O$ wird, was durch Vergrösserung von O , oder Verminderung von v erreicht werden kann; eine Zunahme der Helligkeit hat dies aber nicht mehr zur Folge, weil dann $\frac{O}{v}$ oder $d > p$ wird, also nicht mehr die gesammte aus dem Oculare tretende Lichtmenge von dem Auge aufgenommen werden kann. Es ist also H constant $= m$, so lange $v \leq \frac{O}{p}$, und da für gute achromatische Fernröhre etwa $m = 0.85$ ist, so ist die Helligkeit im Fernrohr immer kleiner als für das freie Auge. Wird $d < p$, d. i. $v > \frac{O}{p}$, so nimmt die Helligkeit rasch, wie das Quadrat von v , ab.

Von der Helligkeit, oder dem Lichteindrucke, welchen das ganze Bild auf das Auge macht, ist die Lichtstärke, d. i. die Intensität der Beleuchtung der einzelnen Punkte des im Fernrohr entstehenden Bildes wohl zu unterscheiden. Da nämlich das Bild eines leuchtenden Punktes immer wieder ein Punkt ist, das Fernrohr mag viel oder wenig vergrössern, so ist die Lichtstärke von der Vergrösserung ganz unabhängig, sobald diese nur $\geq \frac{O}{p}$ ist, so dass $d \leq p$ wird, also der ganze aus dem Oculare tretende Lichtbüschel vom Auge aufgenommen werden kann. Die Lichtstärke wird daher durch den Ausdruck:

$$L = m \frac{O^2}{p^2}$$

dargestellt, und nimmt also mit dem Quadrate der Oeffnung fortwährend zu. Dies ist der Grund, dass man ausserordentlich schwache Sterne durch ein Fernrohr mit grossem Objectiv noch sehen kann.

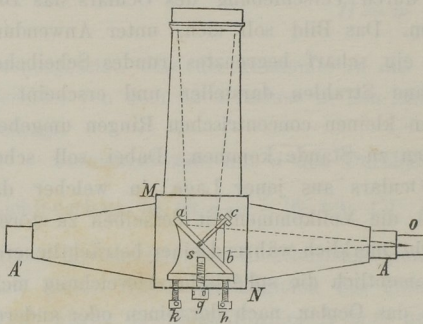
92. Fernröhre an astronomischen und geodätischen Instrumenten sollen möglichst vollkommen sein; denn je schärfer und deutlicher das Bild, desto genauer kann die zu beobachtende Erscheinung aufgefasst werden. Um die Güte des Fernrohrs zu prüfen, richte man dasselbe auf einen hellen Fixstern (1^{ter} oder 2^{ter} Grösse) und suche durch Verschiebung des Oculars das Bild zur möglichsten Präcision zu bringen. Das Bild soll sich, unter Anwendung einer stärkeren Vergrösserung, als ein scharf begrenztes rundes Scheibchen von sehr kleinem Durchmesser, ohne Strahlen darstellen und erscheint in vorzüglichen Fernröhren mit einigen kleinen concentrischen Ringen umgeben, welche durch Interferenz der Strahlen zu Stande kommen. Dabei soll schon eine sehr geringe Verstellung des Oculars aus jener Lage, in welcher das Bild am besten erscheint, hinreichen, die Vollkommenheit desselben zu stören. Aendert das Bild sein Aussehen nicht merklich während einer beträchtlicheren Verschiebung des Oculars, so ist namentlich die sphärische Abweichung nicht gehörig aufgehoben. Verschiebt man das Ocular, nach der einen oder anderen Seite, aus seiner richtigen Stellung, so soll das Bild sich allmählig in einen gut begrenzten gleichmässig erhellten Kreis erweitern; im Gegenfalle, wenn die Figur nicht nahe kreisförmig bleibt, wird schon das Bild bei der besten Stellung des Oculars den oberwähnten Character der Vollkommenheit nicht erreichen, sondern nach einer oder mehreren Richtungen geschwänzt erscheinen, wovon der Grund in Gestaltfehlern der Flächen der Objectivlinsen, oder in einer nicht vollkommenen Homogenität des Glases derselben liegt. Auch eine nicht richtige Centrirung der beiden Bestandlinsen des Objectivs bringt eine solche Unvollkommenheit des Bildes hervor, welche durch Berichtigung der Centrirung beseitigt werden kann. Zur Beurtheilung des Achromatismus des Fernrohres sind besonders sehr helle Objecte, wie der Mond oder Jupiter,

geeignet; wenn man das Ocular von der Stellung, wo das Bild am vollkommensten erscheint, etwas hineinschiebt oder herauszieht, sollen die Ränder des Bildes im ersten Falle in schwach purpurnem, im letzteren in schwach grünlichem Lichte erscheinen; diese Erscheinung rührt von dem sogenannten secundärem Spectrum her und tritt eben in der bezeichneten Weise hervor, wenn die von den hellsten Farben im Spectrum herrührende chromatische Abweichung möglichst vollkommen aufgehoben ist. Ein vorzügliches Object zur Beurtheilung der Präcision des Fernrohrs überhaupt sind feine Doppelsterne von sehr kleiner Distanz, weil zur Trennung derselben namentlich Schärfe des Bildes erfordert wird.

Uebrigens sollen dergleichen Prüfungen bei einem günstigen Zustande der Atmosphäre vorgenommen werden, wo die Bilder im Fernrohre möglichst ruhig erscheinen; auch soll die Höhe der beobachteten Objecte nicht zu klein sein. Helle Sterne erscheinen im Fernrohre bei geringen Höhen immer farbig, was von der mit einer Farbenzerstreuung verbundenen Strahlenbrechung in der Atmosphäre herrührt.

93. Bei verschiedenen astronomischen Instrumenten ist das Fernrohr um eine horizontale Axe drehbar, wobei der Unterbau des Instrumentes die Beobachtung von Sternen in der Nähe des Zenithes nicht gestattet, wenn das

Fig. 36.



Fernrohr, wie bisher angenommen wurde, ein gerades ist, dessen optische Axe eine gerade Linie bildet. Man wendet daher in solchen Fällen sogenannte gebrochene Fernrohre an (Fig. 36), indem man, ungefähr in der Mitte zwischen Objectiv und Bild, einen ebenen Spiegel ab einsetzt, welcher, unter 45° gegen die optische Axe geneigt, den vom Objective kommenden Strahlenkegel unter

einem rechten Winkel bricht und in die eine Hälfte der durchbohrten Axe AA' wirft, an deren Ende das Ocular O angebracht ist.

Statt des Spiegels*) wird gewöhnlich ein Glasprisma angewendet, dessen Querschnitt acb ein gleichschenkeliges Dreieck ist. Es wird mittelst einer über

*) Metallspiegel sind zu diesem Zwecke nicht sehr geeignet, weil sie einen bedeutenden Theil des auffallenden Lichtes absorbiren und dadurch die Helligkeit des Bildes vermindern, überdies in kurzer Zeit anlaufen; dem ersteren Uebelstande sind die sogenannten Silberspiegel (Plangläser, an der reflectirenden Fläche mit einer äusserst dünnen Silberschichte auf galvanischem Wege versehen) nicht unterworfen, sie bedürfen jedoch auch von Zeit zu Zeit einer Erneuerung der Versilberung.

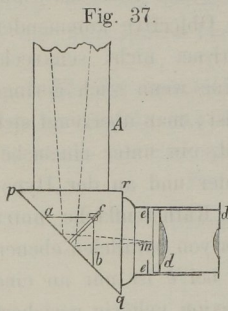
die Kante c gelegten Spange und zweier Schrauben an dem Sattel s festgehalten, welcher mit seiner unteren ebenen Fläche entweder auf 3 Schrauben h , k (die 3^{te} ist in der Figur durch k gedeckt), oder unmittelbar auf der inneren Wand des hohlen Würfels MN aufsitzt, und durch die Zugschraube g festgehalten wird. Der Strahlenkegel tritt durch die Kathetenfläche ac in das Prisma und fällt auf die unter 45° gegen die Axe geneigte Hypotenusenfläche ab unter einem hinreichend grossen Einfallswinkel, um an derselben, das Prisma mag aus Flint- oder Crownglas hergestellt sein, eine totale Reflexion zu erfahren; hier vertritt also die Hypotenusenfläche ab die Stelle des ebenen Spiegels. Solche Reflexionsprismen, in die Mitte des Strahlenkegels eingesetzt, müssen in hohem Grade vollkommen hergestellt sein; nicht nur wird erfordert, dass die Masse des Glases völlig homogen und die drei Flächen genau plan seien, es müssen auch die drei Kanten des Prisma zu einander parallel und die beiden spitzen Winkel bei a und b genau gleich sein, weil hievon der Achromatismus des Prisma abhängt. Da nämlich die Strahlen des vom Objective kommenden Strahlenkegels (mit Ausnahme eines Strahles) das Prisma nicht senkrecht treffen, so erleiden sie an beiden Kathetenflächen eine wenn auch geringe Brechung*), womit eine Farbenzerstreuung verbunden ist; man überzeugt sich aber leicht, dass, wenn die Winkel a und b gleich sind, ein unter einem beliebigen Winkel bei der einen Kathetenfläche eintretender und an der Hypotenusenfläche total reflectirter Strahl bei der anderen Kathetenfläche unter demselben Winkel und folglich (gerade so wie bei einem von parallelen ebenen Flächen begrenzten Glase) farblos austritt. Der Winkel bei c ist nur an eine obere Grenze gebunden und soll, damit die totale Reflexion gehörig gesichert sei, nicht grösser als 90° sein; gewöhnlich und auch am zweckmässigsten wird derselbe nahe $= 90^\circ$ gemacht. Meistens wird die Ursache, wenn ein gebrochenes Fernrohr ein schlechtes Bild zeigt, in dem Prisma liegen; man kann sich davon überzeugen, wenn man das Objectiv ohne Prisma prüft, indem man ersteres an ein gerades Rohr provisorisch adaptirt. Uebrigens hängt die Güte des Bildes auch von der Stellung des Prisma in dem Würfel MN ab; es sollen, wie leicht einzusehen, die Kanten des Prisma auf der durch die Axe AA' und die Mitte des Objectivs gelegten Ebene senkrecht stehen; diese Stellung kann bei sonst richtiger Construction der Theile schon beim Einsetzen des Prisma nahe getroffen, und sodann nöthigenfalls durch Drehung

Der Spiegel muss vollkommen plan sein, damit der Gang der von demselben reflectirten Strahlen nicht gestört und dadurch die Vollkommenheit des Bildes beeinträchtigt werde.

*) Eine Folge dieser Brechung ist auch, dass durch das Prisma die Brennweite des Objectivs vergrössert wird, und zwar um $d\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)$, wenn d die Dicke $ac = bc$ des Prisma, und μ den Brechungsexponenten des Glases bedeutet; z. B. für ein Crownglasprisma ($\mu = 1.52$) von 1 Zoll Dicke um 0.34 Zoll.

des Prisma um die Schraube g verbessert werden, bis das Bild eines hellen Sternes möglichst vollkommen erscheint. Bei manchen Instrumenten finden sich zu diesem Zwecke zwei Schrauben in den zu der oberwähnten Ebene parallelen Würfelflächen, welche bis an den Sattel reichen; durch Lüftung der einen und Nachziehen der anderen kann der Sattel sammt dem Prisma gedreht werden, wonach die Schraube g , welche früher etwas zu lüften ist, wieder fest angezogen wird.

Eine andere Einrichtung, um das Fernrohr bis in das Zenith richten zu können, namentlich bei Universalinstrumenten häufig angewendet, besteht darin, dass das gerade Fernrohr an dem einen Ende der Axe angebracht wird, wo nun der Untertheil des Instrumentes der Bewegung des Fernrohrs nicht hinderlich ist. Um bei jeder Zenithdistanz bequem in das Fernrohr sehen zu können, wird der Strahlenkegel wieder durch ein, jedoch unmittelbar vor der Vereinigung zum Bilde in das Ocularrohr eingesetztes Prisma rechtwinkelig gebrochen. In Fig. 37 ist A



das im Objectivrohre verschiebbare Ocularrohr, an dessen Ende sich das Gehäuse pqr mit dem Prisma acb befindet. Das an die Fläche rq angesetzte kurze Rohr trägt in der Ebene des Bildes m die Fadenplatte ee , und das verschiebbare Ocular dd . Bei dieser Einrichtung genügt ein kleines und wohl auch minder vollkommenes Prisma, weil es sich unmittelbar vor dem Bilde befindet. Ein solches Ocular wird ein prismatisches genannt.

94. Um bei Nacht die Fäden sehen zu können, muss das Gesichtsfeld des Fernrohrs beleuchtet werden. Dies geschieht bei kleineren Instrumenten durch einen Illuminator, d. i. ein elliptischer aus schwachem Blech geschnittener Ring, welcher vor dem Objective auf die Fassung desselben mittelst eines federnden Ringes aufgesetzt wird, und dessen eine Fläche matt versilbert oder mit Papier überzogen ist. Ist diese Fläche einer zur Seite stehenden Lampe zugekehrt, so wird bei entsprechender Neigung des Ringes gegen die Axe des Fernrohrs ein Theil des Lichtes der Lampe in das Fernrohr geworfen und dadurch das Gesichtsfeld hinreichend erhellt. Der vom Sterne kommende Strahlenkegel gelangt durch den elliptischen Ausschnitt unbehindert in das Fernrohr, indem es genügt, die kleine Axe des Ausschnittes nur etwa 1 Linie kleiner zu machen, als der Durchmesser des Objectivs beträgt.

Dieselbe Einrichtung kann bei gebrochenen Fernröhren angewendet werden; bei solchen (wie überhaupt bei grösseren Instrumenten) ist es aber zweckmässiger, das Licht der Lampe durch die andere Hälfte (A' , Fig. 36) der durchbohrten Axe zum Oculare zu leiten. Um dies zu ermöglichen, wird an die Hypotenusenfläche des in dem Würfel befindlichen Reflexionsprisma abc

(Fig. 38) ein zweites sehr kleines rechtwinkeliges Prisma $\alpha\beta\gamma$ mittelst Canada-Balsam ange kittet, wo nun dem Lichte der Durchgang durch die beiden parallelen Flächen $\alpha\beta$ und bc in der geraden Richtung mn der Axe gestattet ist; selbst-

verständlich geht der Theil des vom Objective kommenden Strahlenkegels, welcher auf die Fläche $\alpha\gamma$ fällt, verloren, daher das Prisma $\alpha\beta\gamma$ möglichst klein gemacht werden muss. Es ist daher auch zweckmässiger und zugleich einfacher, in die Hypotenusenfläche ab des Prisma ein rundes Loch $\alpha\beta\gamma$ (Fig. 39) zu bohren, dessen zu bc parallele Grundfläche leicht polirt wird, wobei ein Durchmesser von 1 Millimeter vollkommen genügt; bei beiden Einrichtungen gelangt das Lampenlicht central in der Richtung der Axe zum Gesichtsfelde, was wesentlich ist, weil eine schiefe Beleuchtung zu Fehlern in der Auffassung der Fadenantritte der Sterne Anlass gibt. Eine schiefe Beleuchtung tritt aber ein, wenn das Licht der Lampe mittelst kleiner Prismen um das Haupt-Prisma abc herum geleitet wird, wie dies bei manchen Instrumenten noch angetroffen wird.

95. Bekanntlich treten Strahlen, welche von einem im Brennpuncte einer Linse befindlichen leuchtenden Punkte ausgehen, parallel aus der Linse aus, und zwar in der Richtung der Geraden, welche den leuchtenden Punkt mit dem optischen Mittelpuncte der Linse verbindet. Richten wir daher zwei Fernrohre A und B , nachdem in jedem das Fadenkreuz in die Ebene des Brennpunctes gebracht ist, so gegen einander, dass die Objective sich zugekehrt, und die Axen beider Fernrohre nahe parallel sind, und leiten in das eine derselben, z. B. A , beim Oculare Tages- oder Lampenlicht hinein, um das Gesichtsfeld oder die Fäden zu erleuchten, so werden die von jedem Punkte der Fäden ausgehenden und auf das Objectiv des Fernrohres A fallenden Strahlen aus demselben parallel aus- und in das Objectiv des Fernrohres B eintreten, und folglich im Brennpuncte dieses Fernrohres ein deutliches Bild des Fadenkreuzes des Fernrohres A erzeugen. Der Beobachter wird daher, in das Fernrohr B sehend, im Gesichtsfelde desselben nebst dem Fadenkreuze dieses Fernrohres auch ein deutliches und vergrössertes Bild des Fadenkreuzes des Fernrohres A erblicken, gerade so wie das Bild eines weit entfernten Objectes, auf welches das Fernrohr B gerichtet ist. Gestattet nun das letzere Fernrohr eine Bewegung nach allen Richtungen, und wird dasselbe so gerichtet, dass die Bilder beider Fadenkreuze sich genau decken, so müssen die optischen Axen oder Absehenlinien beider Fernrohre [§. 85] zu einander parallel sein. Denn sind

Fig. 38.

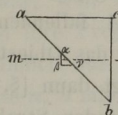


Fig. 39.

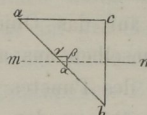
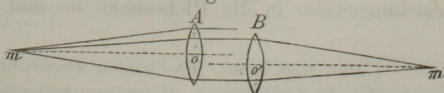


Fig. 40.

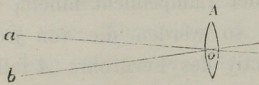


(Fig. 40) A, B die Objective beider Fernrohre, o, o' ihre optischen Mittelpunkte, m der Kreuzungspunct der Fäden im Fernrohre A , so treten die von m auf das Objectiv A fallenden Strahlen parallel in der Richtung mo aus demselben aus und in das Objectiv B ein; das von letzterem erzeugte Bild m' des Punctes m liegt dann [§. 82] in der Geraden $o'm'$, welche durch o' parallel zu den einfallenden Strahlen, also zu mo gezogen wird; befindet sich also in m' auch der Kreuzungspunct der Fäden des Fernrohrs B , was durch gehörige Drehung desselben immer bewirkt werden kann, so werden die Kreuzungspuncte beider Fadenkreuze sich im Bilde decken und die beiden Absehlennlinien $mo, m'o'$ parallel sein*). Dass übrigens letztere eben nur parallel werden, und keineswegs in eine und dieselbe gerade Linie zu liegen kommen (was auch für die praktischen Anwendungen nicht nöthig ist), geht aus dem Gesagten von selbst hervor.

Auf diese Weise kann ein fest aufgestelltes mit einem Fadenkreuze versehenes Fernrohr benützt werden, um einem zweiten beweglichen mit einem Instrumente verbundenen Fernrohre eine bestimmte Richtung zu geben, ersteres vertritt auf diese Art die Stelle eines entfernten festen Punctes, der nicht immer in entsprechender Weise zu Gebote steht. Ein zu diesem Zwecke benütztes Fernrohr heisst ein Collimator-Fernrohr, oder einfach Collimator. (Ueber die Einrichtung eines Collimators zur Herstellung einer horizontalen Richtung s. §. 107).

96. Gewöhnlich sind in den Fernröhren astronomischer Instrumente mehrere zu einander parallele Fäden eingezogen, deren Winkel-Abstand von einander behufs Reduction der Beobachtungen bekannt sein muss, und mit Anwendung des im vorhergehenden §. benützten Principis leicht gemessen werden

Fig. 41.



kann. Sind nämlich a und b (Fig. 41) zwei z. B. verticale Fäden in der Ebene des Brennpunctes eines Fernrohrs, A dessen Objectiv, so nennt man den (in einer auf die Fäden senkrechten Ebene liegenden) Winkel aob , welchen die beiden Fäden am optischen Mittelpunkte o des Objectivs einschliessen, den Winkel-Abstand oder kurz die Distanz oder das Intervall der beiden Fäden. Stellt man nun diesem Fernrohre gegenüber einen Theodoliten auf, und richtet das Fernrohr desselben so, dass im Gesichtsfelde desselben das Fadennetz des Fernrohrs A erscheint, so kann der Winkel aob gerade so wie der Winkel zwischen zwei terrestrischen Objecten gemessen werden, indem man den Vertikalfaden des Theodoliten abwechselnd auf die Bilder der Fäden a und b einstellt, wodurch das Theodolit-Fernrohr beziehungsweise in die Richtungen ao und bo gebracht wird. Der so erhaltene

*) Man sagt dann: die beiden Fernrohre sind auf einander „collimirt“, weil der Ausdruck „Collimiren“ überhaupt bedeutet: das Fadenkreuz eines Fernrohrs auf ein bestimmtes Object einstellen.

Werth des Winkels ist übrigens noch mit $\cos h$ zu multipliciren, wenn die Visur des Theodolit-Fernrohrs bei der Messung nicht horizontal, sondern gegen den Horizont um den Winkel h geneigt war, weil bekanntlich durch den Theodoliten nicht die Winkel selbst, sondern ihre Projectionen auf den Horizont gemessen werden. Denkt man sich nämlich aus o mit dem Halbmesser $ao = bo$ eine Kugel beschrieben und die Punkte a, b mit dem Zenithpunkte Z an der Kugel durch grösste Kreise verbunden, so sind in dem sphärischen Dreiecke abZ die Seite $ab = f$ die gesuchte Fadendistanz, der opponirte Winkel am Zenith $= f'$ die gemessene horizontale Projection desselben, und die Seiten $aZ = bZ = 90^\circ - h$, somit:

$$\cos f = \sin h^2 + \cos h^2 \cos f',$$

$$\text{oder: } \sin \frac{1}{2} f^2 = \cos h^2 \sin \frac{1}{2} f'^2,$$

folglich, da f und f' immer kleine Winkel, $f = f' \cos h$.

Da es, wegen der scheinbaren Dicke der Fäden, nicht wohl möglich ist, zwei parallele Fäden auf einander scharf zu collimiren, so ist es zweckmässig, behufs dieser Messung das Fadenkreuz des Theodoliten so zu drehen, dass die beiden Fäden um 45° gegen den Horizont geneigt sind, wo dann der Kreuzungspunct beider Fäden mit grosser Schärfe auf die Fäden des anderen Fernrohrs eingestellt werden kann. Ist jedoch der Theodolit mit einem verticalen Doppelfaden (zwei sehr nahe Parallelfäden) versehen, so gewährt die Einstellung nach dem Augenmaasse genau in die Mitte der Parallelfäden dieselbe Schärfe.

97. Das zusammengesetzte Mikroskop findet bei Instrumenten zum Ablesen der Kreistheilungen Anwendung. Es besteht in seiner einfachsten Gestalt aus zwei Sammellinsen, dem Objective A (Fig. 42) und dem Oculare a ; ersteres liefert von dem ausserhalb der Brennweite befindlichen Objecte MN ein vergrössertes reelles Bild mn , welches durch das Ocular, das hiebei als Lupe wirkt, betrachtet wird. Die Vergrößerung wird also durch das Product aus der Vergrößerung, welche die Lupe gewährt, mit jener des reellen Bildes mn gemessen.

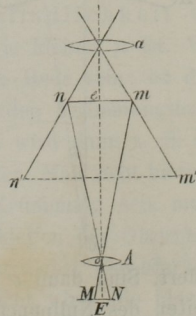
Die Grösse des Bildes mn hängt von der Brennweite L des Objectives und der Bildweite $oc = F'$ ab, wodurch auch die Entfernung $oE = D$ des Objectes von dem Objective bestimmt ist. Denn es ist: $mn : MN = F' : D$, und

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{L} - \frac{1}{D}, \text{ also:}$$

$$mn = MN \frac{L}{D - L} = MN \frac{F - L}{L}.$$

Ist also die Bildweite F , durch welche wesentlich die Länge des Mikroskopes bestimmt wird, gegeben, so wird das Bild mn um so grösser, je kleiner die

Fig. 42.

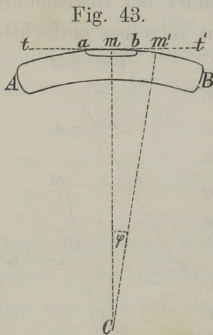


Brennweite des Objectivs ist; umgekehrt nimmt bei demselben Objective die Grösse des Bildes mit seiner Entfernung vom Objective zu und ab. Die Distanz des Objectes vom Objective ist durch die Gleichung: $\frac{1}{D} = \frac{1}{L} - \frac{1}{F}$ bestimmt, und wird um so kleiner, je kleiner L , oder je grösser F wird.

Das Objectiv wird, wie beim Fernrohre, um die sphärische und chromatische Abweichung möglichst zu beseitigen, aus einer Crown- und Flintglaslinse zusammengesetzt und überdies eine Combination von zwei oder mehreren solchen Doppellinsen angewendet, um die hier eintretenden starken Brechungen mehr zu vertheilen und hiedurch auch eine grössere Oeffnung des Objectivs und vermehrte Helligkeit des Bildes zu erzielen. Als Oculare werden die im §. 87 beschriebenen angewendet.

Die Libelle.

98. Die Libelle (das Niveau, oder die Wasserwage) dient dazu, um gewisse Theile von Instrumenten horizontal oder vertical zu stellen und vorzüglich, um kleine Neigungen derselben gegen den Horizont oder die Verticallinie scharf zu messen. Sie besteht aus einer beiderseits geschlossenen schwach kreisförmig gekrümmten Glasröhre, welche bis auf einen kleinen in Form einer Blase erscheinenden Raum mit Weingeist, Schwefeläther oder einer Mischung aus beiden gefüllt ist. Stellt man eine solche Röhre nahe horizontal, ihre convexe Seite nach oben gekehrt, so wird ein Punct der Krümmung der höchste sein und nach bekannten hydrostatischen Grundsätzen die Blase sich so stellen, dass ihre Mitte diesen höchsten Punct einnimmt. Ist daher (Fig. 43) AB die Libelle, deren obere Krümmung wir als kreisförmig voraussetzen, ab die Blase, m deren Mitte, so ist der Punct m der höchste Punct des Kreisbogens und eine an diesen Punct gezogene Tangente tt' nothwendig horizontal, der zugehörige Krümmungshalbmesser mC vertical.



Um den Ort der Blase angeben zu können, wird die Röhre mit einer Theilung versehen, der Strich nahe in der Mitte der Röhre mit O bezeichnet (Nullpunct) und von diesem aus nach beiden Seiten die Scala beziffert. Sind dann α und β die Ablesungen der beiden Blasenenden zu beiden Seiten des Nullpunctes, so ist, wie leicht einzusehen,

$$\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

der Ort der Mitte der Blase, oder die Ausweichung derselben vom Nullpuncte, und zwar nach jener Seite, welcher die grössere Lesung entspricht*).

*) Der Nullpunct kann auch an einem Ende der Theilung angebracht werden; dann ist $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ der Ort der Mitte der Blase.

Ist $\alpha = \beta$, d. i., wie man zu sagen pflegt, spielt die Libelle ein, so ist die Tangente am Nullpunkte horizontal.

Neigt man die Libelle AB aus jener Lage, bei welcher der Halbmesser Cm vertical steht, z. B. nach links um den Winkel $mcm' = \varphi$, so kommt der Halbmesser Cm' in die verticale, die Tangente an m' in die horizontale Lage, und die Mitte der Blase nach m' ; der Bogen mm' an der kreisförmigen Krümmung, um welchen sich hierbei die Blase bewegt, ist daher stets dem Winkel gleich, um welchen die Libelle geneigt wird, und hierauf beruht der Gebrauch derselben zum Messen kleiner Neigungen. Der Weg mm' , um welchen die Blase sich bewegt, kann an der Scala in Theilen derselben abgelesen werden. Ist, in einem beliebigen Längenmaasse, die Länge des Bogens $mm' = d$, δ die Länge eines Scalentheiles und $d = n\delta$, $R = mC$ der Krümmungshalbmesser der Libelle, so hat man in Bogensekunden:

$$\varphi = 206265 \frac{n\delta}{R}.$$

Für $n = 1$ gibt dieser Ausdruck den Winkel:

$$\mu = 206265 \frac{\delta}{R},$$

um welchen sich die Neigung der Libelle ändert, wenn die Blase um einen Scalentheil vorrückt. Man nennt diesen Winkel, welcher im Folgenden mit μ bezeichnet werden soll, den Winkelwerth eines Scalentheiles.

Man sieht leicht, dass dieser Werth μ nur dann für die ganze Scala constant ist, wenn R constant, also die Krümmung genau kreisförmig ist; dies ist also eine wesentliche Eigenschaft einer guten Libelle, welche zum Messen von Neigungen dienen soll.

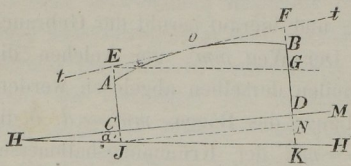
Der Werth von μ gibt das Maass für die Empfindlichkeit der Libelle; man sagt, die Libelle sei um so empfindlicher, je kleiner μ ist. Von der Bestimmung dieses Werthes wird später (§. 106) die Rede sein; ist derselbe gegeben, so findet man aus der obigen Gleichung den Krümmungshalbmesser. Gewöhnlich ist δ ungefähr = 2 Millimeter; es wird dann z. B. für $\mu = 10'' : R = 412.5$ Meter, für $\mu = 1'' : R = 4125$ Meter. Man sieht hieraus, wie ungemein gering bei empfindlichen Libellen die Krümmung sein muss. Solche Libellen werden daher durch sorgfältiges Ausschleifen des Glasrohres hergestellt, um demselben die gewünschte und dabei möglichst gleichförmige Krümmung zu geben, wodurch zugleich der Zweck erreicht wird, die inneren Röhrenwände möglichst glatt zu machen, damit die Reibung der Flüssigkeit an denselben die Beweglichkeit der Blase so wenig als möglich beeinträchtigt.

Das Glasrohr wird in ein Messingrohr gefasst, an welchem sich ein Ausschnitt befindet, der die Theilung frei lässt; das Messingrohr ist, je nachdem die Libelle zum Nivelliren von Ebenen oder cylindrischen Axen bestimmt ist, entweder mit einer ebenen Lamelle, oder zwei Füßen an den Enden ver-

bunden, mittelst welcher die Libelle auf die Axe gesetzt, oder an dieselbe gehängt wird. An dieser Montirung sind auch die Correctionsschrauben angebracht, welche zur Rectification der Libelle dienen.

99. Es sei (Fig. 44) $ABCD$ eine Libelle, mit ihrer ebenen Basis CD auf der um den Winkel α gegen den Horizont HH' geneigten Ebene HM stehend; AB die kreisförmige Krümmung der Röhre, O der Nullpunct der Theilung, tt die Tangente am Nullpuncte, welche die verlängerten Geraden CA und DB in E und F schneidet, und mit der Horizontalen EG den Winkel $FEG = x$ einschliesst. Setzen wir $DF = a$, $CE = b$, welche Entfernungen

Fig. 44.



kurz die Füsse der Libelle genannt werden mögen und bestimmte Werthe haben, da die Tangente tt am Nullpuncte als eine mit der Libelle unveränderlich verbundene Gerade zu betrachten ist, endlich die Länge der Libelle $CD = L$, so ist, da bei der Kleinheit der hier in Betracht kommenden Neigungen ohne allen merklichen Fehler das $\triangle EFG$ als rechtwinkelig und $EG = EF = CD = L$ angenommen werden kann:

$$\operatorname{tg} x = \frac{FG}{EG} = \frac{FK - EJ}{L} = \frac{DF - EC + DK - CJ}{L} = \frac{a - b}{L} + \frac{DK - CJ}{L}.$$

Es ist aber $\frac{DK - CJ}{L} = \frac{NK}{JN} = \operatorname{tg} \alpha$, folglich, wenn man die Tangenten mit den Bögen vertauscht, was hier immer zulässig, und die Winkel α und x in Bogensecunden ausdrückt:

$$x = \alpha + \frac{a - b}{L \sin 1''}.$$

Keht man die Libelle um 180° um, so wird nur a mit b vertauscht, und man hat, wenn x' wieder die Neigung der Tangente am Nullpuncte gegen den Horizont bedeutet, in demselben Sinne wie früher gezählt:

$$x' = \alpha - \frac{a - b}{L \sin 1''}.$$

Ist $a = b$, d. i. die Tangente am Nullpuncte parallel zur Basis CD der Libelle, so wird $x = x'$, d. h. die Tangente tt macht in beiden Lagen der Libelle denselben Winkel mit dem Horizonte und die Blase wird in beiden Lagen gleichweit vom Nullpuncte nach derselben Seite ausweichen. In diesem Zustande heisst die Libelle *berichtigt* oder *rectificirt*; setzt man dieselbe auf eine horizontale Ebene, so wird, wegen $x = x' = \alpha = 0$, die Tangente tt in beiden Lagen horizontal und die Blase am Nullpuncte einspielen.

Hieraus folgt, dass $\frac{a - b}{L \sin 1''}$ den Fehler der Libelle bedeutet, d. i. die Ausweichung der Blase vom Nullpuncte, wenn die Libelle auf einer horizontalen

Ebene steht. Bezeichnet man diese Ausweichung in Scalentheilen der Libelle mit f , mit μ den Winkelwerth eines Scalentheiles, so ist $\frac{a-b}{L \sin 1''} = \mu f$, und die obigen Gleichungen verwandeln sich in:

$$\alpha = x - \mu f \text{ und } \alpha = x' + \mu f.$$

Es seien nun l, r die Ablesungen der beiden Blasenenden links und rechts in der ersten Lage der Libelle; l', r' dieselben für die zweite Lage, so sind $\frac{1}{2}(r-l)$ und $\frac{1}{2}(r'-l')$ die Ausweichungen der Blase vom Nullpuncte in beiden Lagen, und man hat: $x = \frac{1}{2}\mu(r-l)$, $x' = \frac{1}{2}\mu(r'-l')$, somit:

$$\alpha = \frac{1}{2}\mu(r-l) - \mu f, \quad \alpha = \frac{1}{2}\mu(r'-l') + \mu f.$$

Ist also $\mu f = 0$, d. i. die Libelle genau berichtigt, so gibt die Ablesung der Libelle in jeder Lage die Neigung α der Ebene AM . Da dies aber selten in aller Strenge der Fall ist, so wird man die Libelle in beiden entgegengesetzten Lagen aufsetzen und ablesen; man hat dann durch Addition beider Gleichungen:

$$\alpha = \frac{1}{2}\mu \left[\frac{1}{2}(r-l) + \frac{1}{2}(r'-l') \right],$$

d. i. die wahre Neigung der Linie HM , frei vom Fehler der Libelle, ist gleich der halben Summe der Ausweichungen der Blase in beiden Lagen.

Für die Anwendung ist es bequemer, die Gleichung in folgender Form zu schreiben:

$$\alpha = \frac{1}{4}\mu [(r+r') - (l+l')], \quad (125)$$

und es ist die rechte oder die linke Seite die höhere, je nachdem $(r+r')$ grösser oder kleiner als $(l+l')$.

Subtrahirt man die obigen Gleichungen, so erhält man den Fehler der Libelle, ausgedrückt in Scalentheilen:

$$f = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}(r'-l') - \frac{1}{2}(r-l) \right], \quad (126)$$

d. h. gleich der halben Differenz der Ausweichungen der Blase vom Nullpuncte in beiden Lagen.

In ganz gleicher Weise wird die Libelle angewendet, um eine verticale Umdrehungsaxe vertical zu stellen, beziehungsweise eine kleine Neigung derselben gegen die Verticallinie zu messen. Denkt man sich nämlich die Libelle mit einer auf CD (Fig. 44) senkrechten Axe verbunden, so ist der Winkel α die Neigung dieser Axe gegen die Verticale (u. zw. in der durch die Libelle gelegten Vertical-Ebene) und wird offenbar durch die Gl. (125) gegeben, wenn man die Libelle vor und nach einer Drehung der Axe um 180° abliest.

100. Wiewohl durch das Umkehren der Libelle um 180° der Fehler derselben eliminirt wird, so ist es doch aus praktischen Gründen zweckmässig,

wenn derselbe nur klein, also die Libelle nahe berichtigt ist. Das Verfahren ergibt sich aus dem Vorhergehenden. Durch die Rectification soll $f=0$, also $a=b$, d. i. die Tangente am Nullpuncte parallel zur Basis gemacht werden, zu welchem Zwecke eine oder zwei Correctionsschrauben angebracht sind, mittelst welcher die Neigung des Glasrohrs gegen die Basis der Libelle geändert werden kann, entweder durch Verkürzung oder Verlängerung des einen der beiden Libellenfüsse a , b , oder durch Aenderung der Lage des Glasrohres in dem Messingrohre.

Die Berichtigung kann man dann auf zweifache Weise vornehmen.

a) Man ändere die Neigung α der Ebene HM , auf welcher die Libelle steht, bis die Blase einspielt, d. i. die beiden Enden gleichweit vom Nullpuncte abstehen; kehrt man nun die Libelle um 180° um, und spielt die Blase abermals ein, so ist die Libelle berichtigt, denn es ist dann $r'-l'=r-l=0$, also auch nach Gl. (126) $f=0$. Wo nicht so führe man durch Anwendung der Correctionsschraube die Blase um die halbe Ausweichung gegen den Nullpunct zurück.

b) Will oder kann man die Neigung α der Unterlage nicht verändern, so lese man die Libelle in beiden Lagen ab und suche daraus die Abweichungen des Blasenmittels vom Nullpuncte: $\frac{1}{2}(r-l)$ und $\frac{1}{2}(r'-l')$; sind diese der Zahl und dem Zeichen nach gleich, so ist wieder $f=0$ und die Libelle berichtigt; wo nicht, so führe man die Blase mittelst der Correctionsschraube um den halben Unterschied gegen die erste Lage zurück. Bleibt die Blasenlänge ungeändert, so genügt es, nur das eine Ende derselben abzulesen, weil dann wegen $r+l=r'+l'$, offenbar $f=\frac{1}{2}(r'-r)=\frac{1}{2}(l-l')$ wird.

Bei beiden Verfahren wird man den Versuch wiederholen, bis man die Berichtigung für genügend erachtet.

101. Die horizontalen Umdrehungsaxen der Fernrohre an astronomischen und geodätischen Instrumenten ruhen mit zwei cylindrischen Zapfen in V-förmigen Lagern, so dass der Zapfen nur an zwei Puncten das Lager berührt. Die Libelle wird entweder auf die Zapfen aufgesetzt oder an dieselben gehängt, zu welchem Zwecke ihre Füsse mit ähnlich geformten Ausschnitten oder Hacken versehen sind. Die Berührung derselben mit den Zapfen soll stets in denselben Querschnitten stattfinden, mit welchen die Zapfen in den Lagern ruhen. Setzen wir die Querschnitte der Zapfen als genau kreisförmig voraus, so bildet offenbar die durch ihre Mittelpuncte gezogene Gerade die geometrische Axe, um welche sich das Fernrohr dreht, und diese Gerade ist es daher, welche durch die Libelle horizontal gestellt, oder deren Neigung gegen den Horizont gemessen werden soll.

Wären nun die Halbmesser beider Zapfen genau gleich, so würde der in §. 99 entwickelten Theorie der Libelle für den vorliegenden Fall nichts

in der entgegengesetzten Lage auf, so wird nur a mit b , legen wir die Axe in den Lagern um, r mit r_1 vertauscht, wobei durch die Umlegung der Axe offenbar auch ihre Neigung α sich ändert und in α' übergehen möge. So gelangen wir, von der obigen ausgehend, zu folgenden vier Gleichungen:

$$\text{K. W. } L_I: x_1 = \alpha + \frac{a-b}{L \sin 1''} + \frac{r_1-r}{L \sin 1'' \sin \lambda},$$

$$\text{K. W. } L_{II}: x_2 = \alpha - \frac{a-b}{L \sin 1''} + \frac{r_1-r}{L \sin 1'' \sin \lambda},$$

$$\text{K. O. } L_I: x_3 = \alpha' + \frac{a-b}{L \sin 1''} - \frac{r_1-r}{L \sin 1'' \sin \lambda},$$

$$\text{K. O. } L_{II}: x_4 = \alpha' - \frac{a-b}{L \sin 1''} - \frac{r_1-r}{L \sin 1'' \sin \lambda}.$$

Nun ist wieder $\frac{a-b}{L \sin 1''}$ der Fehler der Libelle $= \mu f$; setzen wir ferner die constante Grösse $\frac{r_1-r}{L \sin 1''} = \mu A$; sie bedeutet offenbar den Winkel, welchen die Gerade cc_1 mit einer durch die Endpunkte zweier paralleler Halbmesser der Zapfenquerschnitte gezogenen Geraden einschliesst, und welchen man den Unterschied der Zapfenhalbmesser, in Bogensekunden ausgedrückt, nennen kann. Sind nun o_1, w_1 die Ablesungen des östlichen und westlichen Blasenendes in der ersten Lage, so ist $x_1 = \mu \frac{w_1 - o_1}{2}$, und ähnlich für die folgenden Lagen.

Die obigen Gleichungen verwandeln sich dadurch in folgende:

$$\text{K. W. } L_I: \alpha = \mu \frac{w_1 - o_1}{2} - \mu f - \frac{\mu A}{\sin \lambda} \quad (a)$$

$$\text{K. W. } L_{II}: \alpha = \mu \frac{w_2 - o_2}{2} + \mu f - \frac{\mu A}{\sin \lambda} \quad (b)$$

$$\text{K. O. } L_I: \alpha' = \mu \frac{w_3 - o_3}{2} - \mu f + \frac{\mu A}{\sin \lambda} \quad (c)$$

$$\text{K. O. } L_{II}: \alpha' = \mu \frac{w_4 - o_4}{2} + \mu f + \frac{\mu A}{\sin \lambda} \quad (d)$$

Zu diesen Gleichungen tritt nun noch eine Relation zwischen α und α' . Zieht man nämlich durch den Punct G eine Horizontale GJ und setzt $FJ = h$, so wird für K. W.:

$$\text{tg } \alpha = \frac{c_1 H}{c H} = \frac{c_1 G - c J}{L} = \frac{\frac{r_1}{\sin g} - \frac{r}{\sin g} - h}{L},$$

also

$$\alpha = \frac{r_1 - r}{L \sin 1'' \sin g} - \frac{h}{L \sin 1''} = \frac{\mu A}{\sin g} - \frac{h}{L \sin 1''},$$

und eben so für K. O., nach Vertauschung von r mit r_1 :

$$\alpha' = -\frac{\mu A}{\sin g} - \frac{h}{L \sin 1''}$$

Unter der Voraussetzung, dass durch das Umlegen der Axe oder während der Zwischenzeit die beiden Lager ihre relative Höhe nicht geändert haben, also h für beide Lagen denselben Werth hat, ist demnach:

$$\frac{\alpha - \alpha'}{2} = \frac{\mu A}{\sin g}. \quad (e)$$

Aus den fünf Gleichungen (a) bis (e) lassen sich nun die Vorschriften für den Gebrauch der Libelle leicht ableiten.

102. Bestimmung der Neigung (Nivellement) der Axe. Zu diesem Zwecke wird man die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen auf die Axe setzen und ablesen; man hat dann durch Addition der zwei Gln. (a) und (b), oder (c) und (d):

$$\begin{aligned} \text{für K. W.: } \alpha &= \frac{\mu}{4} [(w_1 + w_2) - (o_1 + o_2)] - \frac{\mu A}{\sin \lambda}, \\ \text{für K. O.: } \alpha' &= \frac{\mu}{4} [(w_3 + w_4) - (o_3 + o_4)] + \frac{\mu A}{\sin \lambda}. \end{aligned} \quad (127)$$

Sind daher die Zapfenhalbmesser gleich, also $\mu A = 0$, so gibt bei jeder Kreislage der Ausdruck:

$$\alpha = \frac{1}{4} \mu [(w_1 + w_2) - (o_1 + o_2)], \quad (128)$$

welcher mit (125) identisch ist, die wahre Neigung der Axe cc_1 gegen den Horizont und man findet dieselbe, wenn man von der Summe der Ablesungen des westlichen Blasenendes in beiden Lagen der Libelle, die Summe der östlichen Ablesungen subtrahirt) und die Differenz mit $\frac{1}{4}$ des Scalenwerthes der Libelle multiplicirt. Das westliche Axenende ist das höhere, wenn α positiv, oder $w_1 + w_2 > o_1 + o_2$, und umgekehrt.

Beispiel. An einem Passage-Instrumente wurde das folgende Nivellement der Axe bei K. O. vorgenommen:

Ablesungen der Libelle:

Ost	West
25.9	21.0
22.1	24.8
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
48.0	45.8

$$\begin{aligned} \text{Diff.} &= -2.2 : 4 \\ &= -0.55 \end{aligned}$$

Es war also die Neigung $= -0.55$ (Scalentheile) und da der Werth eines Scalentheils $\mu = 1''.032$, so war die Neigung $= -0.57$, und zwar das östliche Ende das höhere.

Wie die Glgn. (127) zeigen, bedarf die so bestimmte Neigung noch einer Correction $= \frac{\mu A}{\sin \lambda} = \frac{r_1 - r}{L \sin 1'' \sin \lambda}$, wenn die Zapfendurchmesser nicht genau gleich sind.

103. Bestimmung der Correction wegen Ungleichheit der Zapfendurchmesser. Nivellirt man die Axe in beiden Lagen des Kreises, und sind:

$$b_w = \frac{\mu}{4} [(w_1 + w_2) - (o_1 + o_2)], \quad b_o = \frac{\mu}{4} [(w_3 + w_4) - (o_3 + o_4)]$$

die nach Gl. (128) berechneten Neigungen beziehungsweise bei K. W. und K. O., so sind die wahren Neigungen, vermöge der Glgn. (127):

$$\alpha = b_w - \frac{\mu A}{\sin \lambda}, \quad \alpha' = b_o + \frac{\mu A}{\sin \lambda}$$

Durch Subtraction beider Glgn. erhält man mit Zuziehung der Gl. (e) §. 101:

$$\frac{\alpha - \alpha'}{2} = \frac{b_w - b_o}{2} - \frac{\mu A}{\sin \lambda} = \frac{\mu A}{\sin g},$$

und hieraus die gesuchte Correction:

$$\frac{\mu A}{\sin \lambda} = \frac{1}{2} (b_w - b_o) \frac{\sin g}{\sin \lambda + \sin g}. \quad (129)$$

Meistens sind die beiden Winkel λ und g einander gleich; man hat dann einfach:

$$\frac{\mu A}{\sin \lambda} = \frac{1}{4} (b_w - b_o). \quad (129^*)$$

Zur Erzielung grösserer Genauigkeit wird man eine Reihe von Nivellirungen machen und zwischen je zweien die Axe umlegen; je zwei auf einander folgende geben dann einen Werth von $\frac{\mu A}{\sin \lambda}$. Hiebei ist, weil die Gl. (e) in Anspruch genommen wurde, wohl darauf zu achten, dass die Lager während der Untersuchung ihre relative Höhe nicht ändern; die Umlegungen der Axe sind daher mit Vorsicht vorzunehmen und hiebei Stösse und Erschütterungen, so wie raschere einseitige Temperaturänderungen zu vermeiden. Aus demselben Grunde muss dafür gesorgt sein, dass der Druck der Axe auf jedes Lager nahe derselbe sei, weil sonst, wegen der nicht ganz zu beseitigenden Zusammendrückbarkeit der Lager oder ihrer Träger, beim Umlegen die Grösse h sich ändert und das Resultat unrichtig wird.

Für den Unterschied der Zapfenhalbmesser selbst erhält man aus obigen Gleichungen den Ausdruck:

$$r_1 - r = \mu A \cdot L \sin 1'' = \frac{1}{2} (b_w - b_o) L \sin 1'' \cdot \frac{\sin g \sin \lambda}{\sin \lambda + \sin g}. \quad (130)$$

Beispiel. Die folgenden Beobachtungen wurden bei der Untersuchung der Zapfen des im vorhergehenden §. erwähnten Passage-Instrumentes erhalten:

Kreislage	Libelle		b	$b_w - b_o$
	Ost	West		
K. O.	25.9	21.0	-0'' .55	+ 1'' .97
	22.1	24.8		
K. W.	23.8	22.9	+ 1 .42	
	20.0	26.6		
K. O.	26.1	20.5	-0 .50	
	21.5	25.1		
K. W.	24.1	22.4	+ 1 .30	
	19.8	26.7		
K. O.	26.1	20.3	-0 .67	
	21.6	24.7		
K. W.	24.0	22.3	+ 1 .40	
	19.5	26.8		
K. O.	25.9	20.2	-0 .50	
	21.2	24.9		
K. W.	24.1	21.9	+ 1 .30	
	19.3	26.7		
K. O.	25.9	20.1	-0 .48	
	21.0	24.9		

Mittel = + 1'' .90

Es war $\mu = 1''.032$, also $b_w - b_o = + 1''.96$, und somit, da $2g = 2\lambda = 90^\circ$, die gesuchte Correction $\frac{\mu A}{\sin \lambda} = + 0''.49$.

Die wahre Neigung der mathematischen Axe cc_1 ist daher:

bei K. W. $b - 0''.49$

bei K. O. $b + 0 .49$.

In dem im vorhergehenden §. gegebenen Beispiele war demnach die wahre Neigung der Axe $= - 0''.57 + 0''.49 = - 0''.08$.

Für den Unterschied der Zapfenhalbmesser findet man aus (130) wegen $g = \lambda = 45^\circ$:

$$r_1 - r = \frac{1}{8} (b_w - b_o) L \sin 1'' \sqrt{2},$$

und hiemit, da $L = 460$ Millimeter: $r_1 - r = + 0.000773$ Millimeter, und zwar ist der Kreiszapfen der dickere.

Man sieht hieraus, dass schon eine sehr geringe Ungleichheit der Halbmesser genügt, um, wenn sie unberücksichtigt bleibt, einen merklichen Fehler in der Neigung zu erzeugen, und dass daher, wo es auf die genaue Kenntniss der Neigungen ankommt, die Untersuchung der Zapfen nicht unterlassen werden darf.

104. Nivellement der Axe, wenn diese mit der Libelle zugleich umgelegt wird. Grössere Universal- und Passage-Instrumente sind gewöhnlich mit einem Mechanismus versehen, um die horizontale Umdrehungsaxe des Fernrohrs bequem und sicher umlegen zu können, wobei überdies die Construction in der Art angeordnet werden kann, dass beim Umlegen die Libelle auf der Axe stehen oder an ihr hängen bleibt, also mit derselben zugleich umgelegt wird.

Liest man dann die Libelle in der einen Kreislage ab, legt um und macht abermals eine Ablesung, so hat man von den vier Glgn. (a) bis (d) zwei solche zu verbinden, welche verschiedenen Lagen des Kreises und der Libelle entsprechen, also z. B. (a) und (d); durch Addition derselben und Division durch 2 ergibt sich:

$$\frac{1}{2}(\alpha + \alpha') = \frac{1}{4}\mu [(w_1 + w_4) - (o_1 + o_4)]. \quad (131)$$

Durch diese Operation erhält man also das arithmetische Mittel der wahren Neigungen der Axe in beiden Lagen, frei von dem Einflusse einer Ungleichheit der Zapfendurchmesser und vom Fehler der Libelle (vorausgesetzt, dass letzterer in der Zwischenzeit sich nicht geändert hat), gleichgiltig, ob die Lager in der Zwischenzeit ihre relative Höhe geändert haben oder nicht; welches Mittel bei gewissen Beobachtungsmethoden allein benöthigt wird.

Ist die Correction wegen Ungleichheit der Zapfendurchmesser bekannt, so ergeben sich auch die einzelnen Neigungen α , α' . Denn setzt man das aus der Beobachtung bekannte Mittel $\frac{1}{2}(\alpha + \alpha') = M$, so gibt die Verbindung dieser Gleichung mit jener (e) §. 101:

$$\alpha = M + \frac{\mu \Delta}{\sin g}, \quad \alpha' = M - \frac{\mu \Delta}{\sin g},$$

wo $\frac{\mu \Delta}{\sin g} = y \cdot \frac{\sin \lambda}{\sin g}$ ist, wenn $y = \frac{\mu \Delta}{\sin \lambda}$ die im vorhergehenden §. bestimmte Correction wegen Ungleichheit der Zapfendurchmesser bedeutet. Diese Bestimmung setzt jedoch, in Folge der Inanspruchnahme der Gl. (e) die Unveränderlichkeit der Lager voraus, eine Voraussetzung, welche nur bei sehr solider Aufstellung des Instrumentes und nicht zu langer Zwischenzeit zulässig ist.

105. Für den Fehler der Libelle f findet man aus den Glgn. (a) — (d) [§. 101] wieder den in §. 99 erhaltenen Ausdruck (126), und es bleibt daher das in §. 100 beschriebene Verfahren zur Rectification der Libelle, durch welche die Tangente am Nullpunkte zur Umdrehungsaxe des Fernrohrs parallel gestellt wird, unverändert.

Es tritt jedoch hier noch eine andere Berichtigung hinzu. Wenn nämlich die Libelle auf einer cylindrischen Axe steht oder hängt, so muss derselben behufs sicheren Aufsitzens ein wenn auch kleiner Spielraum gestattet sein,

innerhalb welches dann eine kleine Drehung der Libelle um die Axe stattfinden kann; hiebei darf die Blase offenbar ihren Ort nicht ändern, weil dieser sonst nicht allein von der Neigung der Axe, sondern auch von der zufälligen Art des Aufsitzens der Libelle abhängen würde. Dies wird aber nur dann der Fall sein, wenn die Längensaxe des Glasrohres sich in einer durch die Umdrehungsaxe des Instrumentes gelegten Ebene befindet, weil dann bei einer kleinen Drehung der Libelle um letztere Axe die Tangente am Nullpuncte ihre Neigung gegen dieselbe nicht ändert, und somit die Blase in Ruhe bleibt. Um die Libelle in dieser Beziehung berichtigen zu können, befinden sich an derselben eine oder zwei horizontale Correctionsschrauben, mittelst welcher das Libellenrohr in horizontalem Sinne gegen die Umdrehungsaxe bewegt werden kann. Wenn der Beobachter die Libelle ein wenig gegen sich hin dreht und die Blase hiebei z. B. nach rechts geht, so ist, da sich die Blase immer nach dem höheren Ende hin bewegt, die rechte Seite des Rohres von dem Beobachter weiter entfernt als die linke, woraus man erkennt, in welchem Sinne die Correctionsschrauben zu drehen sind; man setzt den Versuch fort, bis die Blase bei einer kleinen Drehung der Libelle ihren Ort nicht mehr ändert.

Durch diese Correction wird übrigens die in §. 100 besprochene Rectification meist wieder gestört, und man wird beide Berichtigungen mehrmals abwechselnd wiederholen müssen, bis dieselben in genügender Weise erreicht sind. Es ist, namentlich bei sehr empfindlichen Libellen, rätlich, mit der hier besprochenen Correction in horizontalem Sinne zu schliessen, weil ein hiernach etwa noch übrigbleibender kleiner Fehler in verticalem Sinne durch das Umsetzen der Libelle eliminirt wird, und daher unschädlich ist.

106. Die Bestimmung des Winkelwerthes eines Scalentheiles der Libelle geschieht am bequemsten mittelst eines einfachen Apparates, welcher aus einem starken Träger besteht, der mit dem einen etwas verbreiterten Ende auf zwei Füßen, mit dem anderen auf einer genau gearbeiteten Schraube ruht, deren Kopf mit einer getheilten Trommel versehen ist. Man bringt die Libelle auf diesen Apparat parallel zu der durch die Axe der Schraube senkrecht auf die Verbindungslinie beider Füße gezogenen Geraden, und beobachtet die Anzahl der Scalentheile, um welche sich die Blase bewegt, wenn die Schraube um eine gewisse Anzahl Theile am Schraubenkopfe gedreht wird.

Der Winkelwerth eines Schraubenganges ist aber in Bogensekunden $= 206265 \frac{h}{d}$, wenn h die Höhe eines Schraubenganges, und d die senkrechte Entfernung der Axe der Schraube von der Verbindungslinie der beiden Füße bedeutet, welche Grössen mit genügender Schärfe gemessen werden können*).

*) Die Höhe eines Schraubenganges findet man, indem man eine grössere Zahl derselben, etwa 50 oder mehr, in den Zirkel nimmt, und auf einem guten Trans-

Hiemit kann leicht die Untersuchung der Libelle bezüglich der Gleichförmigkeit ihrer Krümmung verbunden werden, indem man die Schraube wiederholt um eine gleiche Anzahl Trommeltheile dreht, und die entsprechende Bewegung der Blase beobachtet, welche stets dieselbe sein soll. Man wird auf diese Weise die Blase mehrmals hin und her führen, um ein sicheres Mittel zu erhalten.

Beispiel. Folgende Untersuchung wurde mit der Libelle eines 12zölligen Universal-Instrumentes von G. Starke vorgenommen; der Werth eines Schraubenganges war = 232".68, die Trommel in 100 Theile getheilt; die Schraube wurde um je 5 Theile gedreht.

Schraube	Vorwärts			Rückwärts			Vorwärts			Rückwärts		
	Lesung		Beweg. der Blase	Lesung		Beweg. der Blase	Lesung		Beweg. der Blase	Lesung		Beweg. der Blase
	links	rechts		links	rechts		links	rechts		links	rechts	
0.00	37.2	14.6	5 ^p .60	36.6	15.1	5 ^p .65	36.7	14.9	5 ^p .70	36.5	15.1	5 ^p .80
5	31.6	20.2	6 .00	30.9	20.7	6 .25	31.0	20.6	6 .00	30.7	20.9	6 .15
10	25.6	26.2	6 .10	24.7	27.0	6 .25	25.0	26.6	6 .20	24.6	27.1	6 .20
15	19.5	32.3	6 .10	18.5	33.3	6 .10	18.8	32.8	6 .00	18.4	33.3	6 .20
20	13.4	38.4	6 .10	12.4	39.4	6 .10	12.8	38.8	6 .00	12.2	39.5	6 .20

Vereinigt man die zu derselben Stellung der Blase gehörigen Zahlen zu Mitteln, so erhält man die einer Drehung der Schraube um 5 Theile = 11".634 entsprechende Bewegung der Blase:

$$5^p.69, \quad 6^p.10, \quad 6^p.19, \quad 6^p.10,$$

und, wenn man 11.634 durch diese Zahlen dividirt:

$$\mu = 2''.045, \quad 1''.907, \quad 1''.879, \quad 1''.907.$$

Die Krümmung ist hiernach hinreichend gleichförmig, indem nur an dem einen Röhrende μ merklich grösser sich ergibt. Das Mittel ist $\mu = 1''.934$; sorgt man aber dafür, was immer möglich ist, dass bei dem Gebrauche des Instrumentes die Blasenenden nicht über 32 Theile vom Nullpunkte sich entfernen, so wird man richtiger $\mu = 1''.898$, als Mittel der drei letzten Werthe, nehmen.

Es ist bei dieser Untersuchung, namentlich bei sehr empfindlichen Libellen, wesentlich, die Libelle in dem Zustande auf den Apparat zu bringen, in welchem sie sich am Instrumente befindet, weil sonst leicht eine Aenderung in der Spannung des Glasrohrs eintreten kann, wodurch die Krümmung desselben und mit dieser der Werth von μ sich ändert. Aus demselben Grunde hat auch die Temperatur bei vielen Libellen einen Einfluss auf den Werth eines Niveauthells, wozu noch kommt, dass in Folge der Ausdehnung der Flüssigkeit durch die Wärme die Blasenlänge mit der Temperatur sich ändert. Es ist daher rätlich, diesen Werth bei verschiedenen Temperaturen zu be-

versal-Maasstabe abmisst. Man kann zu diesem Zwecke die Schraube auf Papier abdrücken, wodurch die Messung sicherer wird.

stimmen. Sind μ , μ_0 die zu den Blasenlängen l , l_0 gehörigen Scalenerthe, so kann man

$$\mu = \mu_0 + a(l - l_0),$$

setzen, wo a eine Constante bedeutet, und, für l_0 einen mittleren Werth der Blasenlänge annehmend, aus mehreren bei verschiedenen Blasenlängen l_1 , l_2 , l_3 , . . . beobachteten Werthen μ_1 , μ_2 , μ_3 , . . . die Werthe von μ_0 und a nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen; obige Gleichung gibt dann den zu einer gegebenen Blasenlänge l gehörigen Werth von μ .

In neuerer Zeit wird häufig bei grösseren Libellen an dem einen Ende des Glasrohrs ein Reservoir angebracht, welches, zum Theil mit Flüssigkeit gefüllt, durch eine kleine Oeffnung mit dem Rohre in Verbindung steht; neigt man eine solche Libelle, das Reservoirende nach oben gehalten, so wird ein Theil der Flüssigkeit aus letzterem in das Rohr fliessen, wodurch die Blase verkürzt wird; bei entgegengesetzter Neigung der Libelle, das Reservoir nach unten, tritt Flüssigkeit aus dem Rohr in das Reservoir, und die Blase wird länger. Hiedurch ist man im Stande, die Blase stets von nahe gleicher Länge zu erhalten. Uebrigens ist auch bei dieser Einrichtung die Untersuchung der Libelle bei verschiedenen Temperaturen zu empfehlen. Ihr Hauptvortheil liegt in der Beseitigung des Uebelstandes, dass bei niedrigen Temperaturen die Enden der Blase wegen der grossen Länge derselben zu nahe an die Enden der Theilung kommen, wo bei den meisten Libellen der Werth der Scalentheile sich mehr oder weniger ändert.

Theodolite und Universalinstrumente, welche auf drei Fusschrauben ruhen, die ein nahe gleichseitiges Dreieck bilden, und gewöhnlich ein ziemlich feines Gewinde haben, können unmittelbar zur Untersuchung der Libelle angewendet werden, indem man sich einer der drei Fusschrauben, deren Kopf zu diesem Zwecke mit einer Theilung versehen wird, als Messschraube bedient. Die Libelle wird auf das Instrument gebracht und durch Drehung desselben um die verticale Axe parallel zu der Geraden gestellt, welche von der zuletzt erwähnten Schraube senkrecht auf die Verbindungslinie der beiden anderen Schrauben geht. Die Ausmittelung des Winkelwerthes eines Schraubenganges geschieht wie bei dem oben beschriebenen Apparate, wobei der senkrechte Abstand d der Axe der Schraube von der Verbindungslinie der beiden anderen Schrauben aus dem Dreiecke, welches die Spitzen der drei Schrauben bilden, erhalten wird.

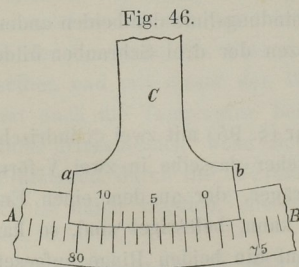
107. Versieht man ein Collimator-Fernrohr (§. 95) mit zwei cylindrischen Ringen von gleichem Durchmesser, mittelst welcher dasselbe in zwei V-förmigen Lagern ruht, welche auf einem starken Träger, der an dem einen Ende mittelst Schrauben erhöht oder gesenkt werden kann, befestigt sind, so kann das Fernrohr mit Hilfe einer Libelle, welche auf die beiden Ringe aufgesetzt wird, wie die horizontale Umdrehungsaxe eines Fernrohrs horizontal gestellt

und überhaupt wie eine solche behandelt werden. Setzt man die nach §§. 100 und 105 rectificirte Libelle auf die Ringe und bringt mittelst der an dem einen Trägerende befindlichen Schrauben die Blase zum Einspielen, so wird offenbar, die Gleichheit der Ringdurchmesser vorausgesetzt, die Ringaxe, d. i. die die Mittelpunkte beider Ringe verbindende Gerade horizontal; ist dann noch die optische Axe parallel zur Ringaxe, so wird auch die optische Axe des Collimators horizontal und somit für ein zweites Fernrohr eine horizontale Richtung oder Visur darbieten. Um aber den Parallelismus der optischen und Ringaxe zu untersuchen, stelle man den Kreuzungspunct der Fäden des Collimators auf ein entferntes Object, oder besser auf den Horizontalfaden eines zweiten Fernrohrs (nach §. 95) scharf ein, und drehe hierauf den Collimator um 180° um seine Ringaxe, so muss der Kreuzungspunct abermals das benützte Object genau treffen; wo nicht, so wird der Fehler weggeschafft, indem man das Fadenkreuz des Collimators mittelst der Schraubchen aa' (Fig. 34, S. 201), welche auf die Fadenplatte wirken, um die halbe Abweichung auf- oder abwärts rückt. Der Versuch wird einige Male zu wiederholen sein, bis keine merkliche Abweichung eintritt.

Die genaue Neigung der Ringaxe gegen den Horizont findet man in jedem Falle durch Nivellirung des Collimators nach §. 102; sie bedarf, im Falle einer Ungleichheit der Ringdurchmesser, noch eine Correction, zu deren Kenntniss das in §. 103 beschriebene Verfahren führt. Um sich endlich auch von einem kleinen Fehler im Parallelismus der optischen und der Ringaxe unabhängig zu machen, wird man das Fernrohr des Instrumentes, dessen Absehenlinie mittelst des Collimators horizontal gerichtet werden soll, zweimal auf den Collimator einstellen, das zweitemal, nachdem letzterer um 180° um seine Ringaxe gedreht worden; das Mittel aus beiden Einstellungen ist dann frei von einem Fehler im Parallelismus beider Axen.

Der Nonius oder Vernier und das Ablesemikroskop.

108. Der Nonius oder Vernier dient dazu, um an einer geradlinigen oder Kreis-Theilung noch kleinere Theile, als die unmittelbar an der Theilung



befindlichen, ablesen zu können. Es sei AB (Fig. 46) ein Stück eines getheilten Kreises, um dessen Mittelpunkt sich die Alhidade C sammt dem Fernrohre dreht; mit der Alhidade ist ein mit dem Kreise concentrisches Bogenstück ab verbunden, auf welchem sich eine Theilung befindet, bei welcher die Länge von $n - 1$ Theilen des Kreises in n gleiche Theile getheilt ist. Diese Theilung heisst ein Nonius oder Vernier; der erste Strich derselben, mit 0 bezeichnet, bildet den Null-