SECHSTES CAPITEL.

DIE ASTRONOMISCHEN INSTRUMENTE.

79. Alle auf die Lage der Gestirne an der scheinbaren Himmelskugel sich beziehenden astronomischen Beobachtungen sind, der Natur der Sache nach, Richtungs- oder Winkelbeobachtungen, und die zur Anstellung derselben dienenden Instrumente demnach Winkelmess-Instrumente. Ein solches Instrument besteht in seiner einfachsten Form aus einem in Grade und dessen Theile getheilten Kreise oder Kreisbogen, um dessen Mittelpunct, mittelst einer auf die Kreisebene senkrechten Axe, die Alhidade, d. i. ein (in Form eines Armes oder Kreises) bis zur Theilung reichender und am Rande mit einem Indexstrich versehener beweglicher Theil sich dreht, mit welchem ein Fernrohr als Absehen oder Visir-Apparat verbunden ist. Wird das Fernrohr bei feststehendem Kreise um einen gewissen Winkel gedreht, so ist dieser gleich dem von dem Index an der Kreistheilung durchlaufenen Bogen, welcher durch die Differenz der beiden Ablesungen des Index vor und nach der Drehung erhalten wird. Man erreicht denselben Zweck, wenn der Kreis, mit dem Fernrohre fest verbunden, sich mit diesem dreht, und die Alhidade mit dem Index fest steht. — Lässt das Fernrohr auch eine Drehung um eine zur Ebene des ersterwähnten Kreises parallele Axe zu, und ist mit demselben ein zweiter auf diese Axe senkrechter Kreis fest verbunden, so eignet sich das Instrument zur vollständigen Bestimmung der zwei sphärischen Coordinaten eines Gestirnes, sobald der erste Kreis parallel zur Grundebene dieses Coordinatensystems (z. B. zum Horizonte) gestellt ist; der zweite Kreis stellt dann irgend einen auf die Grundebene senkrechten grössten Kreis (z. B. einen beliebigen Verticalkreis) vor.

Jedes Instrument soll gewissen theoretischen Bedingungen und Voraussetzungen entsprechen, welche jedoch auch bei der sorgfältigsten mechanischen Ausführung nie vollkommen erfüllt werden können, daher jedes Instrument mit gewissen Instrumental-Fehlern behaftet sein wird, welche wieder Fehler in den Resultaten der Beobachtungen zur Folge haben. Hieraus erhellt von selbst die Wichtigkeit einer gründlichen Kenntniss der Theorie und Einrichtung der Instrumente und der ihnen eigenthümlichen Fehler; der Mittel, diese, so weit wie möglich wegzuschaffen, ihren Einfluss auf die Beobachtungen zu berechnen und letztere davon zu befreien, so wie der Art und Weise, die Beobachtungen so anzuordnen, dass der Einfluss der nicht gänzlich zu beseitigenden Instrumentalfehler auf das Resultat möglichst klein werde.

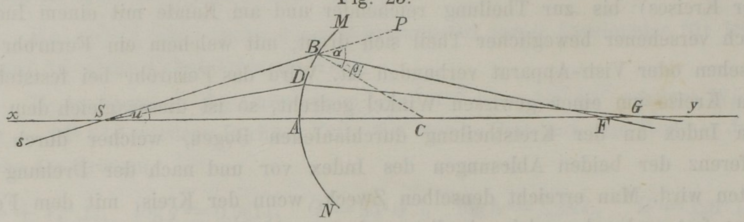
Dem Zwecke des Buches entsprechend werden wir uns nur mit jenen astronomischen Instrumenten und Hilfsapparaten beschäftigen, welche vorzüglich zur geographischen Ortsbestimmung angewendet werden, und wollen zuvörderst die den verschiedenen Instrumenten gemeinsamen Organe und Eigenschaften betrachten.

Die optischen Bestandtheile der Instrumente.

80. Es ist hier nicht der Ort, auf die Theorie der Fernröhre und anderer bei astronomischen Instrumenten zur Anwendung kommenden optischen Organe ausführlich einzugehen; es sollen nur die wesentlichsten Puncte berührt werden, welche zum Verständniss und richtigen Gebrauche der Instrumente unerlässlich sind.

Es sei MN (Fig. 25) die sphärische Trennungsfläche zweier brechender Mittel, C der Mittelpunct der Kugelfläche, sB ein Lichtstrahl, welcher

Fig. 25.



die Fläche in B trifft und daselbst eine Brechung, und zwar zum Einfallslothe BC, nach der Richtung BF erleidet, wenn, wie wir annehmen wollen, das rechts von MN liegende Mittel das dichtere ist. Ziehen wir durch den Mittelpunct C eine Gerade xCy, welche den einfallenden Strahl in S schneidet und die Axe heissen mag, so ist es leicht, den Abstand AF ihres Durchschnittspunctes F mit dem gebrochenen Strahle von der brechenden Fläche zu bestimmen, wenn die Entfernung $SA = D$ des Durchschnittspunctes des einfallenden Strahles und der Axe von der Fläche, der Halbmesser $CA = CB = R$ der letzteren, die Neigung $BSA = u$ des einfallenden Strahles gegen die Axe und der Brechungsexponent $= \mu$ gegeben sind. Setzt man nämlich den Einfallswinkel $CBP = \alpha$, den Brechungswinkel $CBF = \beta$ und $AF = F$, so hat man die Gleichungen:

$$R \sin \alpha = (D + R) \sin u$$
$$\mu \sin \beta = \sin \alpha$$
$$(F - R) \sin(\alpha - \beta - u) = R \sin \beta,$$

von welchen die 1te und 3te aus den Dreiecken SBC und CBF folgen, und welche successive α, β und F geben.

Befindet sich in S selbst ein leuchtender Punct, welcher Strahlen nach allen Richtungen aussendet, so werden alle Strahlen, welche dieselbe Neigung u gegen die Axe haben, letztere in demselben Puncte F schneiden; dieser heisst daher der Vereinigungspunct und sein Abstand von der sphärischen

Fläche, $AF = F$, die Vereinigungsweite. Für ein hinter F befindliches Auge, welches einen Theil des Strahlenkegels aufnimmt, scheinen die im Puncte F sich schneidenden Strahlen von diesem Puncte auszugehen und es wird daher in F ein Bild des leuchtenden Punctes erblicken; daher heisst der Punct, in welchem sich die Strahlen nach der Brechung schneiden, auch der Bildpunct und sein Abstand von der brechenden Fläche, AF die Bildweite.

Wie aus obigen Gleichungen erhellt, ist die Vereinigungsweite AF von der Neigung u der einfallenden Strahlen gegen die Axe abhängig und Strahlen von verschiedener Elongation werden die Axe in verschiedenen Puncten schneiden (der Strahl SD z. B. in G). Hieraus folgt, dass eine sphärische brechende Fläche nicht alle von einem leuchtenden Puncte ausgehenden Strahlen wieder in einem einzigen Puncte zu vereinigen vermag; man nennt bekanntlich diese Erscheinung, welche eine Unvollkommenheit des Bildes zur Folge hat, die sphärische Abweichung, oder die Abweichung wegen der Kugelgestalt, und dieselbe wird um so beträchtlicher sein, je grösser für die äussersten Strahlen der Einfallswinkel α ist.

Eben so ersieht man aus obigen drei Gleichungen, dass es nicht möglich ist, die Vereinigungsweite F allgemein als Function der gegebenen Grössen D, u, R und μ in Form eines geschlossenen Ausdruckes darzustellen. In vielen Fällen genügt es aber, nur die sogenannten centralen oder Axen-Strahlen in Betracht zu ziehen, d. i. jene, welche sehr nahe an der Axe einfallen, für welche dann die Winkel u, α, β so klein sind, dass ihre Sinus mit den Bögen vertauscht werden können. Die obigen drei Gleichungen werden dann:

$$R\alpha = (D + R)u, \quad \alpha = \mu\beta, \quad (F - R)(\alpha - \beta - u) = R\beta.$$

Durch Gleichsetzung der aus der 1^{ten} und 3^{ten} Gleichung folgenden Werthe von u erhält man:

$$\frac{R\alpha}{D + R} = \alpha - \frac{F\beta}{F - R},$$

und findet, nach Substitution des Werthes $\alpha = \mu\beta$, und Wegschaffung der Brüche:

$$\mu DR = F(\mu D - D - R),$$

woraus F sich ergibt. Einfacher wird aber der Ausdruck durch Einführung der reciproken Grössen: $\frac{1}{F} = f$, $\frac{1}{R} = r$, $\frac{1}{D} = d$, $\frac{1}{\mu} = m$; dividirt man zu diesem Zwecke die letzte Gleichung durch μDFR, so kommt:

$$f = (1 - m)r - md, \tag{120}$$

und dies ist die Grundgleichung für die Brechung centraler Strahlen durch sphärische Flächen. Hiebei sind zufolge der Ableitung, D, R und F

positiv angenommen, wenn D auf der Seite des einfallenden, R und F auf der Seite des gebrochenen Strahles liegen.

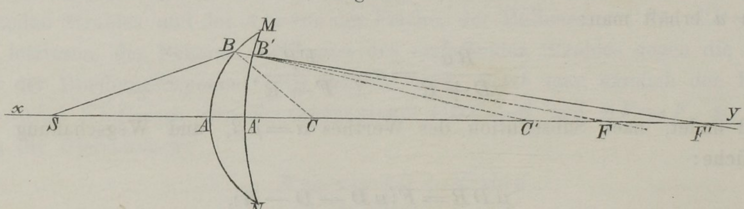
81. Einen von zwei sphärischen Flächen begrenzten Theil eines brechenden Mittels nennt man eine Linse. Je nach der Anordnung und den Krümmungshalbmessern der beiden Flächen unterscheidet man biconvexe und biconcave Linsen, deren beide Flächen beziehungsweise erhaben oder hohl sind; planconvexe und planconcave Linsen, deren eine Fläche eben (Radius $= \infty$), die andere erhaben oder hohl ist; endlich concav-convexe und convex-concave (auch Menisken genannt), bei welchen die eine Fläche erhaben, die andere hohl ist, und welche beziehungsweise den ersteren oder letzteren Namen führen, je nachdem die erhabene oder die hohle Fläche den kleineren Halbmesser (die stärkere Krümmung) besitzt. In der Rechnung werden diese verschiedenen Arten der Linsen einfach durch das Zeichen der Krümmungshalbmesser der beiden Flächen unterschieden.

Die durch die Mittelpuncte beider sphärischen Flächen — beziehungsweise durch den Mittelpunct der einen, senkrecht auf die andere ebene Fläche — gelegte Gerade heisst die Axe der Linse.

Es hat keine Schwierigkeit, den Gang eines auf eine Linse fallenden Lichtstrahles auf gleiche Art, wie dies im vorhergehenden §. für eine sphärische Fläche geschah, durch trigonometrische Rechnung zu verfolgen und den Punct zu bestimmen, in welchem der gebrochene Strahl nach dem Durchgange durch die Linse die Axe schneidet. Für centrale Strahlen kann der Abstand dieses Punctes von der Linse wieder durch einen geschlossenen Ausdruck dargestellt werden, der sich leicht durch zweimalige Anwendung der Gl. (119) ergibt.

Sei (Fig. 26) MN eine Linse, C und C' die Mittelpuncte der beiden sphärischen Flächen MAN und $MA'N$, somit $xCC'y$ die Axe der Linse. Ein

Fig. 26.



auf die Linse fallender Lichtstrahl SB wird durch die erste Fläche in die Richtung BB' zum Einfallslothe CB gebrochen, und würde, seinen Weg geradlinig fortsetzend, die Axe in F schneiden, so dass, zufolge der Gl. (120):

$$\frac{1}{AF} = (1 - m)\, r - md$$

ist, wenn wir die Entfernung $SA = D = 1 : d$, den Halbmesser der 1ten Fläche $CA = R = 1 : r$ und den Brechungsexponenten für den Uebergang des

Lichtes aus dem umgebenden Mittel (Luft) in das Mittel der Linse (Glas) $=\mu=1:m$ setzen.

Für die 2te Fläche ist nun $BB'F$ der einfallende Strahl, welcher nach seiner Brechung in B' die Axe in F' schneiden möge. Nennt man $R'=1:r'$ den Halbmesser der 2ten Fläche und beachtet, dass für diese zweite Brechung $D=-A'F$ zu setzen und der Brechungsexponent für den Uebergang aus der Linse in das umgebende Mittel $=1:\mu=m$ ist, so hat man, wieder vermöge der Gl. (120):

$$\frac{1}{A'F'}=\left(1-\frac{1}{m}\right)r'+\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{A'F}.$$

Vernachlässigt man nun die Dicke AA' der Linse und setzt demnach $A'F=AF$, so erhält man, in der letzten Gleichung für $A'F$ den Werth von AF aus der ersten substituirend:

$$\frac{1}{A'F'}=(1-\mu)r'+(\mu-1)r-d,$$

oder, wenn man $A'F'=F=\frac{1}{f}$ setzt:

$$f=(\mu-1)(r-r')-d. \tag{121}$$

Diese Gleichung gibt die Vereinigungsweite für centrale Strahlen, welche von einem leuchtenden Puncte S in der Axe kommen, dessen Entfernung von der Linse $=D$ ist.

Setzen wir $D=\infty$, d. i. nehmen wir an, dass die Strahlen parallel auf die Linse fallen, so wird $d=0$ und $f=(\mu-1)(r-r')$. Man nennt die Vereinigungsweite für parallele Strahlen die Brennweite der Linse, den Vereinigungspunct derselben den Brennpunct. Bezeichnen wir die Brennweite mit L, ihren reciproken Werth mit l, so ist demnach:

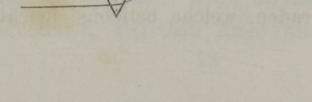
$$l=(\mu-1)(r-r'), \tag{122}$$

und

$$f=l-d. \tag{123}$$

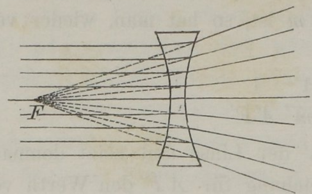
Durch entsprechende Aenderung der Zeichen von r und r' lässt sich die Gl. (121) oder (122), welche unmittelbar für den Meniskus Fig. 26 gilt, leicht auf die verschiedenen oben erwähnten Gattungen von Linsen übertragen und man überzeugt sich leicht, dass für die biconvexe, planconvexe und concav-convexe Linse l wesentlich positiv ist, dass folglich für diese Linsen der Brennpunct in Bezug auf die einfallenden Strahlen auf entgegengesetzter Seite der Linse liegt, die parallel auf die Linse auffallenden Strahlen daher durch die Brechung convergirend gemacht werden (Fig. 27), daher diese Linsen auch Sammellinsen heissen. Für die drei anderen Gattungen von Linsen hingegen wird l negativ. Der Meniskus (Fig. 26) nämlich geht z. B. in eine biconcave Linse über, wenn die erste Fläche

Fig. 27.



ihre hohle Seite den einfallenden Strahlen zuwendet, ihr Halbmesser daher auf die Seite dieser Strahlen fällt, also negativ genommen wird; setzt man aber r negativ, so wird $l = -(\mu - 1)(r + r')$ also, da $\mu > 1$, wesentlich negativ. Eben so verhält es sich bei der planconcaven und convex-concaven Linse. Liegt nun der Brennpunct F auf der Seite der einfallenden Strahlen (Fig. 28), so müssen die Strahlen divergirend aus der Linse treten, daher diese Linsen auch Zerstreuungslinsen genannt werden. Wird ein Theil des divergirend austretenden Strahlenkegels vom Auge aufgenommen, so erblickt dieses gleichfalls in F, von welchem Puncte die Strahlen zu kommen scheinen, ein Bild des leuchtenden Punctes, welches jedoch nicht durch wirkliche Durchkreuzung der Strahlen zu Stande kommt und daher ein imaginäres oder virtuelles Bild genannt wird, zum Unterschiede von den durch Sammellinsen erzeugten reellen Bildern, bei welchen die Strahlen im Bildpuncte sich wirklich schneiden.

Fig. 28.

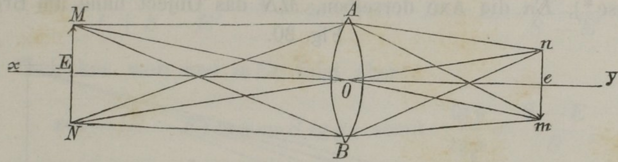


Die Gl. (123) gibt den Abstand F des Bildes von der Linse für beliebige Entfernungen D des leuchtenden Punctes. Für Sammellinsen insbesondere folgt daraus, dass das Bild sich von der Linse entfernt, wenn der leuchtende Punct sich derselben nähert. Kommt derselbe in den Brennpunct, so ist $d = l$, also $f = 0$, $F = \infty$; das Bild liegt in unendlicher Entfernung, d. h. die Strahlen treten parallel aus der Linse. Rückt endlich der leuchtende Punct noch näher, so dass $D < L$, also $d > l$ ist, so wird f und F negativ, d. i. der Vereinigungspunct kommt auf die Seite der einfallenden Strahlen zu liegen und diese treten nach der Brechung divergirend aus der Linse; in diesem Falle, wenn der leuchtende Punct innerhalb der Brennweite sich befindet, liefert also auch eine Sammellinse kein reelles, sondern ein imaginäres Bild.

82. Ist es nicht bloss ein leuchtender Punct, sondern ein leuchtender Körper, welcher Licht auf eine Sammellinse sendet, so ist dieser als ein Aggregat von leuchtenden Puncten zu betrachten, deren jeder einen Strahlenkegel auf die Linse wirft, durch dessen Vereinigung ein Bild eines jeden Punctes erzeugt wird; und da diese Bilder der einzelnen Puncte offenbar in derselben Ordnung neben einander liegen, wie letztere am Objecte, so entsteht ein vollständiges Bild des ganzen Objectes.

Sei MN (Fig. 29) das Object und AMB der von dem Puncte M ausgehende Strahlenkegel, welcher sich hinter der Linse zum Bilde m vereinigt. Eine durch den leuchtenden Punct M und sein Bild m gezogene Gerade schneidet die Axe xy der Linse in einem Puncte O, welcher der optische Mittelpunct der Linse heisst und die Eigenschaft besitzt, dass alle Geraden, welche beliebige leuchtende Puncte des Objectes mit ihren Bildern verbinden (man nennt diese Geraden häufig die Hauptstrahlen der entsprechenden Strahlenkegel), sich in diesem Puncte schneiden. Das Bild des Punctes N wird

Fig. 29.



daher in der Verlängerung der Geraden NO, in n liegen. Der Ort des optischen Mittelpunctes lässt sich für jede Linse oder ein beliebiges System von Linsen (deren Axe in eine und dieselbe gerade Linie fallen) durch Rechnung bestimmen; für unsere Zwecke genügt es, sich gegenwärtig zu halten, dass der optische Mittelpunct einer Linse oder eines Linsensystems stets in der Axe desselben liegt und sein Ort in dieser Geraden ein völlig bestimmter von der Beschaffenheit des Linsensystems und der Distanz des Objectes abhängiger ist; so wie, dass das Bild eines leuchtenden Punctes stets in der Geraden liegt, welche den leuchtenden Punct mit dem optischen Mittelpuncte verbindet. In den meisten praktisch verkommenden Fällen liegt der optische Mittelpunct innerhalb der Linse oder innerhalb der äussersten Flächen des Linsensystems.

Man sieht leicht, dass das Bild stets gegen das Object in verkehrter Lage erscheint, wenn beide auf entgegengesetzten Seiten der Linse liegen.

Der Winkel $MON = mOn$, welchen Object und Bild am optischen Mittelpuncte der Linse machen, heisst der optische Winkel; er ist für Object und Bild derselbe.

Bezeichnet man mit O, B die Grösse des Objectes und des Bildes, mit D, F und L, wie bisher, die Objects-Distanz, Bildweite und die Brennweite der Linse, so hat man, vermöge der Aehnlichkeit der Dreiecke MON und mOn: $B:O = F:D$, und hieraus mit Zuziehung der Gl. (122):

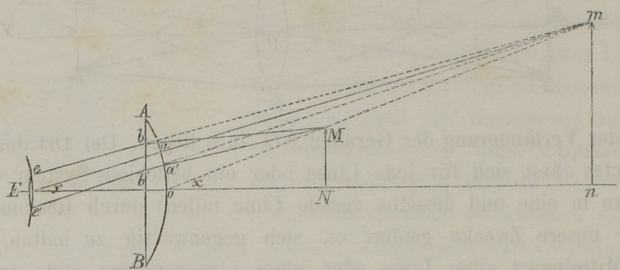
$$B = O\frac{L}{D-L}. \tag{123}$$

83. Eine der einfachsten Anwendungen der Sammellinsen sind die Lupen, deren man sich bedient, um sehr kleine Gegenstände vergrössert zu sehen. Bekanntlich nimmt das Auge einen Gegenstand nicht mehr deutlich wahr, wenn der Sehwinkel, unter welchem derselbe erscheint, von einzelnen Fällen abgesehen, merklich unter eine Minute sinkt. Zwar würde der Sehwinkel in dem Maasse sich vergrössern, als man das Auge dem Objecte mehr und mehr nähert; allein das Auge sieht einen selbst hinlänglich grossen Gegenstand nicht mehr deutlich, sobald die Entfernung desselben merklich kleiner wird, als die sogenannte deutliche Sehweite, welche für ein normales Auge 20 bis 25 Cent. beträgt. Durch Vermittlung einer Sammellinse, zwischen Auge und

Object gestellt, kann jedoch auch bei grösserer Nähe des Objectes ein deutliches Sehen bewirkt werden.

Der Vorgang des Sehens ist hiebei folgender. Seien (Fig. 30) AB die Sammellinse*), En die Axe derselben, MN das Object nahe am Brennpuncte,

Fig. 30.



aber innerhalb der Brennweite stehend; in E das Auge, das Object deutlich sehend, ee' die Oeffnung der Pupille. Von dem Puncte M des Objectes fällt ein Strahlenkegel aMa' auf die Linse, so dass derselbe nach seinem Durchgange durch dieselbe mit einer solchen Convergenz der Seiten be, $b'e'$ in das Auge tritt, als wäre seine Spitze in m, nämlich in jener Entfernung, in welcher das Auge am deutlichsten sieht. Dasselbe geschieht mit jedem anderen Puncte des Objectes MN, wornach das Auge ein vergrössertes Bild mn in der deutlichen Sehweite erblickt. Die Construction des in der Figur dargestellten Strahlenkegels ergibt sich leicht aus dem früher Angeführten. Ist o der optische Mittelpunct der Linse**), so liegt das Bild des Punctes M in der Geraden oM, und zwar auf derselben Seite der Linse wie M, weil MN innerhalb der Brennweite. Die Distanz om bestimmt sich nach Gl. (123), wodurch sich der Bildpunct m ergibt, welcher mit e, e' verbunden, den austretenden Strahlenkegel $ebe'b'$ gibt.

Sei die Entfernung des Objectes von der Linse $oN = D$, die Bildweite $on = F$, die Brennweite der Linse $= L$, so ist nach Gl. (123), da hier F negativ genommen werden muss, weil der Vereinigungspunct auf der Seite der einfallenden Strahlen liegt:

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{L} - \frac{1}{D}, \quad \text{somit: } F = \frac{DL}{L - D}.$$

Ist nun, unter Vernachlässigung der Dicke der Linse, $Eo = E$ die Entfernung des Auges von der Linse, S die deutliche Sehweite des Auges, so

---

*) Man wählt gewöhnlich eine Planconvex-Linse, deren convexe Fläche dem Objecte zugekehrt wird, weil bei dieser Anordnung die spärische Abweichung nahe jenes Minimum erreicht, welches bei Linsen der besten Form noch stattfindet.

**) Bei einer Planconvex-Linse, deren convexe Fläche den einfallenden Strahlen zugekehrt ist, fällt, wenn das Object nahe im Brennpuncte steht, der optische Mittelpunct in die convexe Fläche.

muss $E+F=S$ sein, damit ein deutliches Sehen stattfinde. Substituirt man in diese Gleichung obigen Werth von F und bestimmt D, so wird:

$$D=\frac{L(S-E)}{L+S-E}, \text{ oder genähert: } D=L-\frac{L^2}{S-E}.$$

Aus den Dreiecken mon und mEn folgt aber:

$$mn=(S-E)\operatorname{tg}x=S\operatorname{tg}y, \text{ somit: } \frac{\operatorname{tg}y}{\operatorname{tg}x}=\frac{S-E}{S};$$

ferner ist: $MN=D\operatorname{tg}x$, folglich:

$$\frac{mn}{MN}=\frac{S}{D}\frac{\operatorname{tg}y}{\operatorname{tg}x}=\frac{S-E}{D}.$$

Das Verhältniss $\frac{mn}{MN}$ gibt aber offenbar die Vergrösserung der Lupe an; bezeichnet man daher diese mit v und substituirt für D den oben erhaltenen Werth, so kommt:

$$v=\frac{S-E}{L}+1.$$

Die Vergrösserung ist daher um so stärker, je kleiner die Brennweite der Lupe ist; sie nimmt, für eine gegebene Brennweite, mit der deutlichen Sehweite des Auges zu, und mit zunehmender Entfernung des Auges von der Lupe ab; eine Lupe vergrössert also (d. i. relativ, im Vergleich zum Sehen mit freiem Auge) stärker für Weitsichtige als für Kurzsichtige, und um die stärkste Vergrösserung zu erhalten, muss das Auge möglichst nahe an die Lupe gehalten werden. Da übrigens:

$$\operatorname{tg}y=\frac{S-E}{S}\operatorname{tg}x=\frac{S-E}{S}.\frac{MN}{D}=MN.\frac{L+S-E}{LS}=\frac{MN}{L}\left(1+\frac{L-E}{S}\right)\ (a)$$

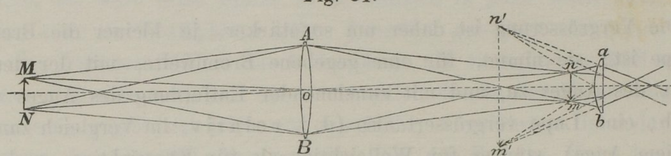
ist, und y den Sehwinkel bedeutet, unter welchem das Object MN, durch die Lupe gesehen, dem Auge erscheint, so ist die absolute Vergrösserung einer Lupe von kleiner Brennweite für verschiedene Augen nahezu dieselbe, weil dieser Ausdruck, so lange L klein ist im Vergleich zu S, innerhalb der zulässigen Grenze von S seinen Werth nur wenig ändert. Ferner erhellt aus obigem Werthe von D, dass D mit S zu- und abnimmt; das kurzsichtige Auge muss daher die Lupe dem Objecte näher bringen als das normale, und dieses wieder näher als das weitsichtige Auge. Da endlich mit abnehmender Brennweite der Linse auch deren Krümmungshalbmesser abnimmt und mit der stärkeren Krümmung für die etwas entfernter von der Axe auffallenden Strahlen auch eine stärkere die Deutlichkeit des Bildes störende sphärische und Farben-Abweichung verbunden ist, so wird der Raum, den man durch die Lupe gleichzeitig noch deutlich übersieht (Gesichtsfeld) um so kleiner, je mehr dieselbe vergrössert.

Bei Instrumenten finden die Lupen zur Ablesung der feinen Theilungen häufige Anwendung; gewöhnlich ist hiebei die Linse (von etwa 1.5 bis 2 Centimeter Brennweite) an dem einen Ende eines kurzen Rohres eingesetzt, dessen anderes Ende durch einen Deckel geschlossen ist, in dessen Mitte sich eine kreisförmige Oeffnung von 3 bis 4 Millimeter Durchmesser zur Einsicht für das Auge befindet. Die Abhaltung des Seitenlichtes befördert einerseits das deutliche Sehen, anderseits wird durch das Rohr dem Auge die Richtung gegeben, in welcher es senkrecht auf den entsprechenden Ort der Theilung sieht (indem man letzteren nahe in die Mitte des Gesichtsfeldes bringt), was zur Vermeidung einer Parallaxe zwischen der Nonius- und Kreistheilung erforderlich ist. Das Rohr ist in einer Hülse verschiebbar, um die Lupe in die dem Auge des Beobachters angemessene Entfernung von der Theilung bringen zu können.

Das Fernrohr.

84. Das Fernrohr besteht in seiner einfachsten Gestalt aus zwei Sammellinsen, von welchen die eine AB (Fig. 31) — das Objectiv genannt —

Fig. 31.



dazu dient, um von einem entfernten Gegenstande MN ein reelles Bild mn zu erzeugen, welches sodann durch eine zweite Sammellinse ab — das Ocular — betrachtet wird. Letzteres wirkt hiebei als Lupe und erzeugt ein vergrössertes imaginäres Bild $m'n'$, wobei das Bild mn die Stelle des Objectes vertritt. Da hiebei das Bild mn zufolge der Theorie der Lupe immer äusserst nahe im Brennpuncte des Oculars sich befinden muss, so wird für sehr weit entfernte Objecte der Abstand beider Linsen gleich der Summe ihrer Brennweiten sein. Weil ferner das Bild mn um so grösser ist, je grösser die Brennweite des Objectivs, das Ocular aber, als Lupe, um so mehr vergrössert, je kleiner seine Brennweite ist, so wird das Fernrohr um so mehr vergrössern, je grösser die Brennweite des Objectivs und je kleiner jene des Oculars ist.

Zur Abhaltung des störenden nicht vom betrachteten Objecte kommenden Seitenlichtes werden die Linsen in im Innern geschwärzte Rohre eingesetzt, und zwar jede Linse in ein besonderes Rohr, so dass das Ocularrohr im Objectivrohre verschoben und hiedurch der Abstand des Oculars vom Objective geändert werden kann. Dies ist aus zwei Gründen nothwendig; weil erstens verschiedene Augen behufs des deutlichen Sehens eine verschiedene Entfernung der als Lupe wirkenden Ocularlinse von dem Bilde mn erfordern (§. 83), und zweitens der Ort des Bildes mn, d. i. seine Entfernung vom Objective, vermöge der Gl. (123), mit der Distanz des Objectes MN vom Objective sich ändert. Bei einem gut construirten Fernrohre sollen die Linsen richtig centrirt sein, d. i. die Axen sämmtlicher Linsen sollen in eine gerade Linie fallen, oder mindestens die Axen des Objectivs und des Oculars zu einander parallel sein.

85. Sind im Ocularrohre in der Ebene des Bildes zwei feine Fäden senkrecht aufeinander gespannt, so werden diese gleichzeitig mit dem Bilde von dem Auge deutlich gesehen, und der Kreuzungspunct der Fäden wird bei jeder Aenderung der Richtung des Fernrohrs auf andere Puncte des Bildes fallen. Da nun das Bild eines leuchtenden Punctes immer in der diesen Punct mit dem optischen Mittelpuncte des Objectives verbindenden Geraden liegt (§. 82), so müssen diese beiden Puncte und der Kreuzungspunct der Fäden in einer Geraden liegen, sobald — was immer möglich ist — dem Fernrohre eine solche Richtung gegeben ist, dass das Bild des leuchtenden Punctes auf dem Kreuzungspuncte der Fäden erscheint. Durch diese Einrichtung wird das Fernrohr zum Visiren, d. i. zur Bestimmung von Richtungen geeignet; der optische Mittelpunct des Objectives und der Kreuzungspunct der Fäden bilden hiebei zwei feste Puncte im Fernrohr, das Absehen; die beide Puncte verbindende Gerade heisst die Absehenlinie, Collimationslinie oder auch die optische Axe des Fernrohrs; sie gibt die Richtung eines entfernten Punctes, wenn das Fernrohr so gerichtet wird, dass das Bild derselben im Kreuzungspuncte der Fäden erscheint.

Da die Fäden, durch das als Lupe wirkende Ocular betrachtet, stark vergrössert erscheinen, so müssen dieselben sehr fein sein, daher man sich zu diesem Zwecke allgemein der Spinnenfäden bedient. Sie werden auf einen eigenen Ring, die Fadenplatte, aufgespannt, welche im Ocularrohr eingesetzt ist und gewöhnlich durch eigene Schräubchen festgehalten wird, durch welche derselben — behufs Rectification des Instrumentes — eine kleine auf die Axe des Fernrohrs senkrechte Bewegung ertheilt werden kann, wie dies in Fig. 34, Seite 201, ersichtlich ist*).

*) Da die Fäden bisweilen unbrauchbar werden, z. B. reissen oder schlapp werden, so ist es wichtig, dass der Beobachter im Stande sei, dieselben selbst einzuziehen, da die Hilfe eines Mechanikers nicht immer zu Gebote steht.

Man nimmt die Fadenplatte aus der Ocularröhre, nachdem man vorher die Linsen entfernt und die Schräubchen, welche sie festhalten, gelüftet hat, und befestiget sie mit etwas Wachs auf einer passenden Unterlage mit dunklem Grunde, damit die Fäden besser sichtbar werden. Die Spinnenfäden erhält man am zweckmässigsten aus den Cocons, in welche die Spinnen ihre Eier legen; man findet dieselben von verschiedener Feinheit der Fäden an Mauern, Planken, unter Dächern u. dgl. und muss, im Falle sie noch lebende Eier enthalten, diese herausklopfen, um durch Zerdrücken derselben die Fäden nicht zu verunreinigen. Fäden von Spinnennetzen sind unbrauchbar wegen des daran haftenden Staubes. In Ermanglung eines geeigneten Cocons kann man auch den frisch gesponnenen Faden der Spinne benützen,

86. Die Güte eines Fernrohres hängt in erster Linie von dem Objective ab, indem dieses dazu bestimmt ist, von dem entfernten Objecte ein Bild zu erzeugen, welches nur dann vollkommen sein wird, wenn alle von einem Puncte des Objectes ausgehenden auf das Objectiv fallenden Strahlen durch dasselbe wieder in einem Puncte vereiniget werden. Eine einfache Linse leistet dies aus doppeltem Grunde nicht; erstlich wegen der schon in §. 80 erwähnten sphärischen Abweichung; anderseits ist mit der Brechung des Lichtes immer eine Zerstreuung desselben in Strahlen von verschiedener Farbe, d. i. von verschiedener Brechbarkeit verbunden, welchen daher in Folge der verschiedenen Brechungsexponenten eine verschiedene Vereinigungsweite entspricht. Die hiedurch hervorgerufene Unvollkommenheit des Bildes heisst die chromatische Abweichung. Diese kann dadurch beseitiget werden, dass man das Objectiv aus zwei Linsen zusammensetzt, von welchen die eine, eine Sammellinse, aus Crownglas (Spiegelglas), die andere, eine Zerstreuungslinse, aus Flintglas (einem Glase, welches Bleioxyd enthält) hergestellt wird. Da das Brechungsvermögen des Flintglases nur wenig, sein Zerstreuungsvermögen aber bedeutend grösser ist, als jenes des Crownglases, so ist es möglich, die Brennweiten beider Linsen so zu wählen, dass die Combination beider als Sammellinse von gegebener Brennweite wirkt, und die Farbenzerstreuung der Crownglaslinse durch die entgegengesetzt wirkende der Flintglaslinse aufgehoben wird. Die Combination zweier Linsen gestattet nun aber auch die Wegschaffung der sphärischen Abweichung, indem die Forderung, dass das Doppelobjectiv eine gegebene Brennweite erhalte und achromatisch werde, im Allgemeinen

---

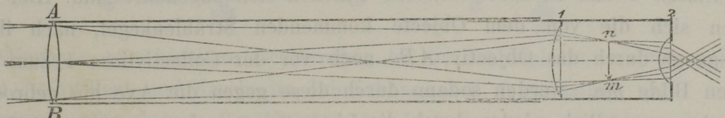
den man erhält, wenn man die Spinne von einer Feder oder dgl. abschüttelt. Man öffnet nun einen Handzirkel etwas weiter als der Durchmesser der Fadenplatte, bestreicht dessen Schenkel mit Wachs, fährt mit der Fläche des Zirkels durch einen aus dem Cocon gezogenen Faden und befestiget ihn gut an den Schenkeln, worauf man ihn durch Oeffnen des Zirkels gehörig spannt. Es ist wesentlich, dem Faden eine möglichst grosse Spannung zu geben, damit er bei feuchter Witterung nicht schlapp werde; es ist daher zweckmässig, nachdem er auf dem Zirkel befestiget ist, ihn mit heissem Wasser zu benetzen, wodurch er befähigt wird, eine grössere Spannung zu ertragen, ohne zu reissen. Man legt hierauf mittelst des Zirkels den Faden nahe in der richtigen Lage auf die Fadenplatte, so dass er auf dieser aufliegt, und bringt ihn durch vorsichtiges Rücken genau in die richtige Lage, welche auf der Platte gewöhnlich durch feine Striche bezeichnet ist. Die Befestigung geschieht mit einem Tröpfchen heissen Wachses, das man etwa mit einer starken Stricknadel, die vorher erwärmt und dann in Wachs gestochen wird, an beiden Enden aufträgt und mit der warmen Nadel eben streicht. Auf diese Art können mehrere Fäden nebeneinander aufgelegt werden. Statt des Wachses, welches bei grösserer Kälte leicht springt und bei höherer Temperatur weich wird, bedient man sich mit Vortheil einer Mischung aus Wachs und Harz; oder man bringt, nachdem die Fäden vorläufig nur am Rande der Platte mit Wachs befestiget sind, ein Tröpfchen Firniss darauf, dessen sich die Mechaniker zum Firnissen des Messings bedienen; das Wachs darf dann erst, nachdem der Firniss vollkommen getrocknet ist, entfernt werden.

nur zwei Bedingungen liefert, mittelst welcher nur zwei von den vier Krümmungshalbmessern beider Linsen sich bestimmen; es bleiben daher noch zwei Halbmesser zur Verfügung, durch deren entsprechende Bestimmung auch die sphärische Abweichung beseitiget werden kann. Uebrigens kann weder die eine noch die andere der beiden Abweichungen in aller Strenge aufgehoben werden, doch ist dies in so hohem Grade möglich, dass bei richtiger Ausführung des Objectivs der übrigbleibende Rest ganz unmerklich wird*).

87. Auch das Ocular wird aus zwei Linsen zusammengesetzt, welche in einem bestimmten Abstande in ein besonderes Rohr gefasst sind. Man unterscheidet zwei Arten von astronomischen Ocularen.

Das astronomische Ocular erster Art oder das Huygens'sche Ocular (Fig. 32) besteht aus zwei Planconvexlinsen 1 und 2, deren convexe Seiten

Fig. 32.



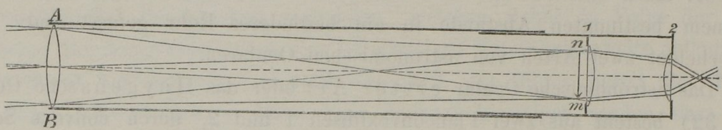
dem Objective *AB* zugekehrt sind. Die von einem entfernten Objecte kommenden Strahlen treffen nach ihrem Durchgange durch das Objectiv *AB* noch vor

*) Bei kleineren achromatischen Objectiven werden gewöhnlich die Halbmesser der beiden inneren einander zugekehrten Flächen gleich genommen; dies hat den Vortheil, dass beide Linsen zusammengekittet werden können, wodurch der durch die Reflexion an den inneren Flächen entstehende Lichtverlust, so wie die Verunreinigung dieser Flächen vermieden wird; überdies wird, behufs leichterer Ausführung, bei solchen kleineren Objectiven häufig noch die 4te Fläche plan (oder wohl auch die Halbmesser der 1ten und 4ten Fläche gleich) gemacht, wo dann nur die chromatische, nicht aber die sphärische Abweichung aufgehoben ist, was an der geringeren Schärfe des Bildes gegen den Rand des Gesichtsfeldes hin leicht zu erkennen ist; für manche Zwecke, z. B. geodätische Instrumente, wo vorzugsweise nur in der Mitte des Gesichtsfeldes ein scharfes Bild erfordert wird, ist dies kein wesentlicher Nachtheil. — Sind die Halbmesser der beiden inneren Flächen ungleich, so sind zwischen beiden Linsen am Rande derselben in gleichen Abständen von 120° Staniolblättchen von genau gleicher Dicke eingelegt. Die Linsen werden in ihrer Fassung durch einen eingelegten Ring festgehalten, welcher gewöhnlich durch drei Schrauben mit der äusseren Fassung verbunden ist. Hat man behufs einer Reinigung ein solches Objectiv auseinander zu nehmen, so ist darauf zu achten, dass die Flächen nicht verwechselt und die Linsen wieder genau in derselben Lage in die Fassung gebracht werden, zu welchem Zwecke es räthlich ist, an der Fassung, den Rändern beider Linsen und dem Ringe eine correspondirende Marke zu machen. Gewöhnlich ist die Fassung sowohl als der Ring dort, wo sie an den äusseren Flächen anliegen, bis auf drei Stellen etwas unterdreht, so dass die Berührung nur an diesen drei Stellen stattfindet, welche mit den Staniolblättchen zusammenfallen müssen. Man entfernt den Staub von den Linsen mittelst eines weichen Pinsels, und putzt dieselben mit einem reinen Lappen weicher, feiner, alter Leinwand, indem man nöthigenfalls Weingeist zu Hilfe nimmt.

ihrer Vereinigung die Linse 1 (die sogenannte Collectiv-Linse), erhalten durch diese eine grössere Convergenz und vereinigen sich hinter derselben zum verkehrten Bilde *mn*, welches sodann durch die als Lupe wirkende Linse 2 vergrössert gesehen wird. Hier liegt also das Bild zwischen den beiden Bestandlinsen des Oculars.

Das astronomische Ocular zweiter Art (auch Ramsden'sches oder Mikrometer-Ocular genannt) (Fig. 33) besteht gleichfalls aus zwei Plan-

Fig. 33.



convexlinsen 1 und 2, deren convexe Flächen sich zugekehrt sind. Hier vereinigen sich die von dem Objecte kommenden Strahlenkegel, nach ihrem Durchgange durch das Objectiv *AB*, noch vor der Collectivlinse 1 zum verkehrten Bilde *mn*, werden sodann durch diese gegen die Axe hin gebrochen und gelangen endlich wieder durch die Linse 2 unter einem vergrösserten Sehwinkel in das Auge.

Bei beiden Ocularen erreicht man durch Hinzufügung der Collectivlinse 1 einerseits ein grösseres Gesichtsfeld, als dies bei Anwendung einer einzigen Linse bei derselben Vergrösserung möglich wäre, anderseits eine grössere Schärfe des Bildes, weil durch Vertheilung der Brechung auf zwei Linsen bei geeigneter Anordnung und Brennweite derselben die im Oculare entstehende sphärische und chromatische Abweichung wieder nahezu aufgehoben werden kann. Die Einrichtung der Oculare erster Art gestattet dies in höherem Grade als jene der Oculare der zweiten Art, daher erstere in optischer Beziehung vorzüglicher sind und immer angewendet werden, wenn es sich nur ums Sehen handelt; soll aber, wie dies zu Messungen erfordert wird, mit dem Oculare ein Mikrometer irgend welcher Art, z. B. ein Fadennetz verbunden werden, welches nothwendig in der Ebene des Bildes *mn* sich befinden muss, so hat das Ocular 1ter Art den Nachtheil, dass das Mikrometer nur durch die eine zunächst am Auge befindliche Linse 2 des Oculars gesehen wird, und daher schon in geringer Entfernung von der Mitte des Gesichtsfeldes minder scharf und verzerrt erscheint, weil die Einrichtung des Oculars so getroffen ist, dass durch das Zusammenwirken beider Linsen derselben ein möglichst vollkommenes Bild erzeugt wird. Bei Fernröhren, welche zu astronomischen Messungen dienen, werden daher Oculare der zweiten Art verwendet. Steinheil in München liefert übrigens in neuerer Zeit auch solche Mikrometer-Oculare von grosser optischer Vollkommenheit, indem er die beiden einfachen Planconvexlinsen durch zwei Doppellinsen ersetzt, deren jede aus einer Crown- und Flintglaslinse besteht.

Beide Arten von Ocularen liefern ein verkehrtes Bild und werden bei Fernröhren zu astronomischen und grösseren geodätischen Instrumenten ausschliessend angewendet, da sie ein schärferes Bild geben als die sogenannten terrestrischen Oculare mit aufrechtem Bilde, welche aus vier Linsen bestehen, von welchen zwei die Umkehrung des Bildes bewirken.

In Fig. 34, *a* ist ein Huygens'sches, in Fig. 36, *b* ein Mikrometer-Ocular gewöhnlicher Construction im Durchschnitte dargestellt. *aa* ist das im

Fig. 34 *a*.

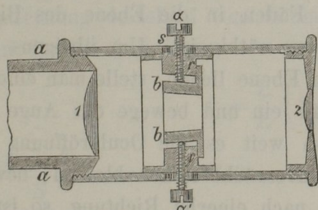
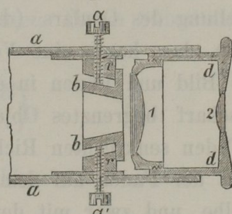


Fig. 34 *b*.



Objectivrohre verschiebbare Ocularrohr, *bb* die Fadenplatte, welche auf dem Ringe *rr* aufliegt und durch die Schräubchen *αα'* festgehalten wird, mittelst welcher dieselbe, behufs Rectification des Instrumentes, eine kleine Verschiebung senkrecht auf die Axe des Rohres erhalten kann. Um bei dem Oculare 1$^{\text{ter}}$ Art (Fig. 34, *a*) die Fäden in jene Entfernung von der Augenlinse 2 bringen zu können, bei welcher sie deutlich gesehen werden, ist entweder die Fadenplatte parallel zur Axe verschiebbar, zu welchem Zwecke die im Rohre angebrachten Schlitzen *ss* den Schrauben *αα'* die nöthige Bewegung gestatten, oder es ist die Fassung der Augenlinse 2 mit einem längeren Gewinde versehen, so dass sie durch Drehung in die entsprechende Entfernung von den Fäden gebracht werden kann; die letztere Einrichtung ist der ersteren vorzuziehen, weil bei dieser (in der Figur dargestellten) durch das Verschieben der Fadenplatte leicht die Lage der optischen Axe eine Störung erleidet. Bei den Mikrometer-Ocularen steckt das eigentliche Ocular *dd* entweder durch blosse Reibung oder mittelst Gewindes im Rohre *aa*, und kann durch Verschieben oder Drehen in die gehörige Entfernung von den Fäden gebracht werden.

88. Es wurde schon bemerkt, dass die Fäden genau in der Ebene des Bildes sich befinden müssen, weil sonst nicht beide gleichzeitig deutlich gesehen werden und überdies jede kleine Aenderung in der Lage des Auges eine Verschiebung des Fadens auf dem Bilde (Parallaxe) zur Folge hat, wodurch eine genaue Beobachtung ganz unmöglich wird. Die richtige Einstellung des Oculars wird leicht auf folgende Weise erhalten. Man bringt zuerst, ohne auf das Bild im Fernrohre zu achten*), auf die im vorigen §. erwähnte Art

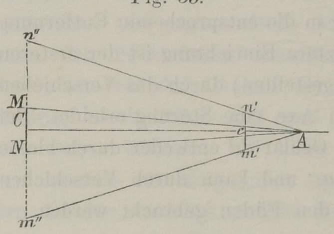
---

*) Noch besser ist es, hiebei das Fernrohr auf den hellen Himmelsgrund oder Nachts auf eine mässig erleuchtete weisse Fläche zu richten, damit das Auge durch kein Bild beirrt werde.

die Fäden zur grössten Deutlichkeit, so dass dieselben als schwarze scharf begrenzte Linien erscheinen. Soll nun das Ocular für die Beobachtung astronomischer oder sehr weit entfernter terestrischer Objecte, deren Bild im Brennpuncte des Objectivs liegt, eingestellt werden, so richte man das Fernrohr auf ein genügend weit entferntes gut sichtbares Object*) oder einen hellen Fixstern, und bringe durch Verschiebung des Ocularrohrs in dem Objectivrohre das Bild zur möglichsten Präcision. Namentlich bei der Wahl eines Sternes und wenn das Fernrohr gut ist, wird ein etwas geübtes Auge auf diese Weise die richtige Einstellung des Oculars (d. i. der Fäden in die Ebene des Bildes) so nahe treffen, dass kaum eine Verbesserung nöthig ist. Um übrigens noch zu prüfen, ob Bild und Fäden in derselben Ebene liegen, stelle man einen Faden auf ein scharf begrenztes Object genau ein und bewege das Auge in einer auf den Faden senkrechten Richtung, so weit es die Ocularöffnung erlaubt; hiebei muss der Faden auf dem Bilde unverrückt stehen bleiben; bewegt sich aber derselbe, und zwar mit dem Auge nach einerlei Richtung, so ist er dem Objective näher als das Bild und das Ocularrohr muss herausgezogen werden, und umgekehrt. Will man zu diesem Versuche einen Stern als Object wählen, so wird man, wegen der Bewegung desselben, einen Stern in der Nähe der Culmination mit einem Horizontalfaden, oder einen Circumpolarstern zur Zeit der grössten Digression mit einem Verticalfaden vergleichen.

89. Vergrösserung des Fernrohrs. Sei (Fig. 35) MN das Object, A das Auge, so ist der Winkel $MAN = z$ der Sehwinkel, unter welchem das Object MN dem freien Auge erscheint, während im Fernrohre das Bild $m'n'$ unter dem Winkel $m'An' = y$ gesehen wird. Verlängert man daher An' und Am' bis n'' und m'', so ist die lineare Vergrösserung v des Fernrohrs offenbar:

Fig. 35.



$$v = \frac{m''n''}{MN} = \frac{n''C}{MC} = \frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}y}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}z}. \qquad (m)$$

Der Winkel z kann dem Winkel $MoN = mon$ (Fig. 31) gleich gesetzt werden, unter welchem das Object oder das Bild mn vom optischen Mittelpuncte des Objectivs aus erscheint, da die Länge des Fernrohrs gegen die Entfernung des Objectes immer unmerklich klein ist. Bezeichnet man daher mit L' die Brennweite des Objectivs, so ist:

---

*) Ist D die Distanz des Objectes, L die Brennweite des Objectivs, F die Bildweite, so folgt aus Gl. (123): $F - L = \frac{L^2}{D - L}$, woraus man leicht findet, dass bei einem Objective von z. B. 24 Zoll Brennweite die Entfernung nicht unter einer Meile betragen darf, damit das Bild nicht merklich über den Brennpunct hinausfalle.

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} z = \frac{\tfrac{1}{2} mn}{L'}.$$

Das Bild mn wird durch das, als Lupe wirkende Ocular unter dem Winkel y gesehen, und es ist, zufolge Gl. (a) [§. 83]:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} y = \frac{\tfrac{1}{2} mn}{L} \left(1 + \frac{L - E}{S}\right),$$

wenn L die Brennweite des Oculars, S die deutliche Sehweite des Auges, E die Entfernung desselben vom Oculare bedeutet. Durch Substitution dieser Werthe in die Gl. (m) folgt:

$$v = \frac{L'}{L} \left(1 + \frac{L - E}{S}\right),$$

oder, da $\frac{L - E}{S}$ immer ein kleiner Bruch ist, hinreichend genau:

$$v = \frac{L'}{L};$$

d. i. die Vergrösserung des Fernrohrs ist gleich der Brennweite des Objectivs, getheilt durch die Brennweite des Oculars. Man kann daher bei demselben Objectiv durch blosse Vertauschung der Oculare eine verschiedene Vergrösserung erzielen, und diese wird um so grösser, je kleiner die Brennweite des Oculars.

Hiebei wurde das Ocular als einfache Linse vorausgesetzt; da dasselbe aber immer aus mehreren Linsen zusammengesetzt ist, so muss in obigen Ausdrücken für L die sogenannte äquivalente Brennweite gesetzt werden, d. i. die Brennweite einer einfachen Linse, welche, an die Stelle des zusammengesetzten Oculars gesetzt, denselben austretenden Strahlenkegel erzeugt, wie das zusammengesetzte Ocular. Die genaue Berechnung dieser äquivalenten Brennweite, aus den Brennweiten der Bestandlinsen und ihrer Entfernung, ist jedoch, da hier auch die Dicke derselben nicht mehr vernachlässigt werden darf, nicht so einfach, daher man zur Bestimmung der Vergrösserung eines Fernrohrs praktische Methoden vorzieht, deren einige hier angeführt werden mögen.

1) Richtet man das Fernrohr, nachdem das Ocular auf unendliche Distanz (etwa mittelst eines sehr weit entfernten Objectes) scharf eingestellt ist, auf den hellen Himmelsgrund, so sieht man, wenn das Auge in einiger Entfernung rückwärts vom Oculare in der verlängerten Axe des Rohres sich befindet, einen kleinen hellen Kreis, welcher nichts anderes ist, als das vom Oculare erzeugte Bild der erhellten freien Objectiv-Oeffnung. Bezeichnet man daher den Durchmesser der letzteren mit O, mit B den Durchmesser des kleinen hellen Kreises, so ist, zufolge Gl. (124): $\frac{O}{B} = \frac{D - L}{L}$, wenn L die (äquivalente) Brennweite des Oculars und D den Abstand der Objectiv-Oeffnung,

welche hier die Stelle des Objectes vertritt, vom Oculare bedeutet. Im vorliegenden Falle ist aber, wenn L' die Brennweite des Objectivs, $D = L + L'$, somit:

$$\frac{O}{B} = \frac{L'}{L} = v.$$

Der Quotient aus den Durchmessern der Objectiv-Oeffnung und des hellen Kreises gibt also die Vergrösserung. Der Durchmesser des letzteren muss möglichst scharf gemessen werden, was am sichersten mittelst eines fein getheilten Glasmikrometers mit Zuhilfenahme einer Lupe geschieht; ersteres wird dabei in einen solchen Abstand vom Oculare gebracht, dass, wenn die Scala durch die Lupe vollkommen deutlich gesehen wird, auch der Lichtkreis scharf begrenzt und möglichst klein erscheint. In Ramsden's Dynameter sind Mikrometer und Lupe in kurze Auszugröhrchen gefasst, wodurch die Messung sehr erleichtert wird.

2) Man richte das Fernrohr gegen die Sonne, so dass ihr Licht am Oculare frei austreten kann; dieser Lichtbüschel läuft in einem Kegel fort, dessen Spitze sich am Oculare befindet, und wenn A der Winkel dieses Kegels, a der scheinbare Sonnendurchmesser ist, so hat man, zufolge der Gl. (m):

$$y = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} A}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} a}.$$

a ist aus den Ephemeriden bekannt; um A zu erhalten, fängt man den Lichtkegel mit einem senkrecht gegen die Axe des Fernrohrs gerichteten Papierschirme auf, auf welchem mehrere Parallellinien gezogen sind, und bewirkt durch Aenderung der Entfernung des Schirmes vom Oculare, dass der Lichtkreis genau von zwei Parallellinien tangirt wird. Ist d der Abstand derselben, D die Entfernung des Schirmes vom Oculare, so ist $\operatorname{tg} \frac{1}{2} A = \frac{d}{2D}$, somit:

$$v = \frac{d}{2D} \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} a.$$

Will man genau verfahren, so hat man D bis zu jenem Puncte vor dem Oculare zu messen, wo der Lichtkegel seinen kleinsten Querschnitt hat, und d um den Durchmesser dieses Querschnittes zu verkleinern. Um den Lichtkreis auf dem Schirme gut zu sehen, muss von letzterem das directe Sonnenlicht abgehalten werden. Bei stärkeren Vergrösserungen wird das Gesichtsfeld des Fernrohrs nicht das ganze Sonnenbild fassen; man hat dann für a den Winkel-Durchmesser des Gesichtsfeldes zu nehmen, welcher leicht bestimmt werden kann (§. 90).

3) Richtet man das Fernrohr umgekehrt mit dem Oculare gegen ein Object und sieht durch das Objectiv in das Fernrohr, so erblickt man ein Bild des Objectes, eben so vielmal verkleinert, als dasselbe bei directem Gebrauche des Fernrohrs vergrössert erscheint. Man stelle daher einen Theodo-

liten auf der Objectivseite des Fernrohrs auf und richte sein Fernrohr gegen das andere so, dass die Objective beider sich zugekehrt sind und ihre Axen nahe in eine gerade Linie kommen, und dass man, durch das Theodolit-Fernrohr in das Objectiv des anderen hineinsehend, irgend ein passendes Object deutlich erblickt. Man wählt hiezu zwei gut sichtbare Puncte in möglichst grosser Entfernung, deren Bilder nahe an den Enden eines horizontalen Durchmessers des Gesichtsfeldes erscheinen, damit der Winkel möglichst gross werde. Man messe nun mittelst des Theodoliten, der selbstverständlich in gewöhnlicher Weise horizontal gestellt wird, den Winkel $= a$ zwischen den Bildern beider Puncte, sodann — nachdem das Fernrohr entfernt worden — den Winkel $= A$ zwischen den beiden Puncten selbst, so ist:

$$v = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} A}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} a}.$$

Da der Winkel a immer sehr klein, so muss derselbe scharf gemessen werden.

90. Unter dem Gesichtsfelde des Fernrohrs versteht man den Raum, welchen man im Fernrohr auf einmal übersieht. In dem Ocularrohre befindet sich immer an der Stelle, wo das Bild entsteht, ein Ring (Blendung oder Diaphragma genannt, bei Fernröhren mit Fadenkreuz die Fadenplatte) mit gewöhnlich kreisförmiger Oeffnung. Denkt man sich zwei Strahlenkegel, deren Spitzen (Bildpuncte) in die Endpuncte eines Durchmessers der Blendung fallen, so bestimmt der Winkel, welchen die im optischen Mittelpuncte des Objectivs sich schneidenden Hauptstrahlen dieser Strahlenkegel an diesem Mittelpuncte bilden, die Grösse des Gesichtsfeldes. Sie ist mit anderen Worten, der Winkel, unter welchem ein Durchmesser der Blendung aus dem optischen Mittelpuncte des Objectivs erscheint, und hängt daher nur von dem Durchmesser der Blendung und der Brennweite des Objectivs, nicht aber von der Oeffnung des letzteren ab.

Da das ganze, vom Objectiv erzeugte und die Oeffnung der Blendung ausfüllende Bild bis zum Rande durch das als Lupe wirkende Ocular noch deutlich gesehen werden soll, so wird der Durchmesser der Blendung um so kleiner werden müssen, je schärfer das Ocular, d. i. je kleiner seine Brennweite ist. Je stärker also die Vergrösserung ist, welche man einem Fernrohre von bestimmter Brennweite gibt, desto kleiner wird das Gesichtsfeld. Aus diesem Grunde macht man, wenn bei starker Vergrösserung doch ein grösseres Gesichtsfeld erlangt werden soll, das Ocular verschiebbar senkrecht auf die Axe des Rohres, um jederzeit die gerade zu beobachtende Stelle des Bildes nahe in die Axe des Oculars bringen zu können.

Um die Grösse des Gesichtsfeldes näherungsweise zu bestimmen, suche man zwei Objecte, deren Bilder im Fernrohre am Rande des Gesichtsfeldes in einem horizontalen Durchmesser erscheinen; der Winkel, welchen die beiden

Objecte am Objective des Fernrohrs einschliessen, und welchen man etwa mittelst eines Theodoliten messen kann, ist die gesuchte Grösse. (Nach dem in §. 96 angegebenen Verfahren kann dieselbe, wie man leicht finden wird, genau gemessen werden).

91. Die Helligkeit des Bildes im Fernrohre hängt von dem Durchmesser des Objectivs (der Oeffnung) ab und nimmt wie das Quadrat dieses Durchmessers zu; denn je grösser die Oeffnung ist, desto mehr Strahlen kann das Objectiv aufnehmen, die sämmtlich zur Erzeugung des Bildes mitwirken. Dagegen nimmt die Helligkeit mit zunehmender Vergrösserung im quadratischen Verhältnisse ab, weil, je stärker die Vergrösserung, um so grösser die Fläche des Bildes ist, auf welche sich die Lichtmenge vertheilt.

Es sei H die Helligkeit im Fernrohre, jene für das freie Auge $=1$ angenommen; O die Oeffnung des Objectivs; v die Vergrösserung; $1:m$ das Verhältniss, in welchem das Licht bei seinem Durchgange durch sämmtliche Linsen des Fernrohrs, theils durch Absorbtion, theils durch Reflexion an den Flächen derselben geschwächt wird. Da die Lichtmenge, welche durch das Objectiv eintritt, zu jener, welche vom Objecte ins freie Auge gelangt, sich verhält, wie $O^2:p^2$, wenn p den Durchmesser der Pupille des Auges bedeutet, so hat man als Ausdruck für die Helligkeit im Fernrohr:

$$H=m\frac{O^2}{p^2 v^2},$$

vorausgesetzt, dass die gesammte in das Objectiv tretende Lichtmenge — abgesehen von dem Lichtverlust in den Linsen — durch das Ocular in das Auge gelangt.

Bezeichnet man mit d den Durchmesser des aus dem Oculare tretenden Lichtbüschels, so ist $d=\frac{O}{v}$ [§. 89, 1)]. Ist nun $d=\frac{O}{v}=p$, d. i. der Durchmesser des austretenden Lichtbüschels gleich jenem der Pupille, so wird $H=m$, und dieser Werth ist zugleich das Maximum der Helligkeit im Fernrohre. Zwar würde die obige Formel $H>m$ geben, wenn $pv<O$ wird, was durch Vergrösserung von O, oder Verminderung von v erreicht werden kann; eine Zunahme der Helligkeit hat dies aber nicht mehr zur Folge, weil dann $\frac{O}{v}$ oder $d>p$ wird, also nicht mehr die gesammte aus dem Oculare tretende Lichtmenge von dem Auge aufgenommen werden kann. Es ist also H constant $=m$, so lange $v\leqq\frac{O}{p}$, und da für gute achromatische Fernröhre etwa $m=0.85$ ist, so ist die Helligkeit im Fernrohr immer kleiner als für das freie Auge. Wird $d<p$, d. i. $v>\frac{O}{p}$, so nimmt die Helligkeit rasch, wie das Quadrat von v, ab.

Von der Helligkeit, oder dem Lichteindrucke, welchen das ganze Bild auf das Auge macht, ist die Lichtstärke, d. i. die Intensität der Beleuchtung der einzelnen Puncte des im Fernrohr entstehenden Bildes wohl zu unterscheiden. Da nämlich das Bild eines leuchtenden Punctes immer wieder ein Punct ist, das Fernrohr mag viel oder wenig vergrössern, so ist die Lichtstärke von der Vergrösserung ganz unabhängig, sobald diese nur $\geqq \frac{O}{p}$ ist, so dass $d \leqq p$ wird, also der ganze aus dem Oculare tretende Lichtbüschel vom Auge aufgenommen werden kann. Die Lichtstärke wird daher durch den Ausdruck:

$$L = m\frac{O^2}{p^2}$$

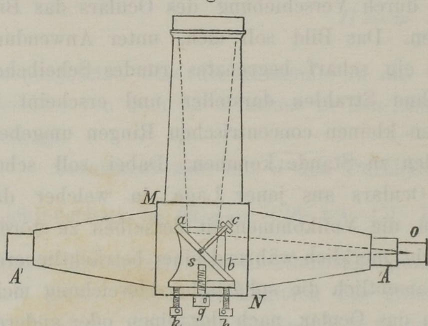
dargestellt, und nimmt also mit dem Quadrate der Oeffnung fortwährend zu. Dies ist der Grund, dass man ausserordentlich schwache Sterne durch ein Fernrohr mit grossem Objectiv noch sehen kann.

92. Fernröhre an astronomischen und geodätischen Instrumenten sollen möglichst vollkommen sein; denn je schärfer und deutlicher das Bild, desto genauer kann die zu beobachtende Erscheinung aufgefasst werden. Um die Güte des Fernrohrs zu prüfen, richte man dasselbe auf einen hellen Fixstern (1ter oder 2ter Grösse) und suche durch Verschiebung des Oculars das Bild zur möglichsten Präcision zu bringen. Das Bild soll sich, unter Anwendung einer stärkeren Vergrösserung, als ein scharf begrenztes rundes Scheibchen von sehr kleinem Durchmesser, ohne Strahlen darstellen und erscheint in vorzüglichen Fernröhren mit einigen kleinen concentrischen Ringen umgeben, welche durch Interferenz der Strahlen zu Stande kommen. Dabei soll schon eine sehr geringe Verstellung des Oculars aus jener Lage, in welcher das Bild am besten erscheint, hinreichen, die Vollkommenheit desselben zu stören. Aendert das Bild sein Aussehen nicht merklich während einer beträchtlicheren Verschiebung des Oculars, so ist namentlich die sphärische Abweichung nicht gehörig aufgehoben. Verschiebt man das Ocular, nach der einen oder anderen Seite, aus seiner richtigen Stellung, so soll das Bild sich allmälig in einen gut begrenzten gleichmässig erhellten Kreis erweitern; im Gegenfalle, wenn die Figur nicht nahe kreisförmig bleibt, wird schon das Bild bei der besten Stellung des Oculars den oberwähnten Character der Vollkommenheit nicht erreichen, sondern nach einer oder mehreren Richtungen geschwänzt erscheinen, wovon der Grund in Gestaltfehlern der Flächen der Objectivlinsen, oder in einer nicht vollkommenen Homogeneität des Glases derselben liegt. Auch eine nicht richtige Centrirung der beiden Bestandlinsen des Objectivs bringt eine solche Unvollkommenheit des Bildes hervor, welche durch Berichtigung der Centrirung beseitiget werden kann. Zur Beurtheilung des Achromatismus des Fernrohres sind besonders sehr helle Objecte, wie der Mond oder Jupiter, geeignet; wenn man das Ocular von der Stellung, wo das Bild am vollkommensten erscheint, etwas hineinschiebt oder herauszieht, sollen die Ränder des Bildes im ersten Falle in schwach purpurnem, im letzteren in schwach grünlichem Lichte erscheinen; diese Erscheinung rührt von dem sogenannten secundärem Spectrum her und tritt eben in der bezeichneten Weise hervor, wenn die von den hellsten Farben im Spectrum herrührende chromatische Abweichung möglichst vollkommen aufgehoben ist. Ein vorzügliches Object zur Beurtheilung der Präcision des Fernrohrs überhaupt sind feine Doppelsterne von sehr kleiner Distanz, weil zur Trennung derselben namentlich Schärfe des Bildes erfordert wird.

Uebrigens sollen dergleichen Prüfungen bei einem günstigen Zustande der Atmosphäre vorgenommen werden, wo die Bilder im Fernrohre möglichst ruhig erscheinen; auch soll die Höhe der beobachteten Objecte nicht zu klein sein. Helle Sterne erscheinen im Fernrohre bei geringen Höhen immer farbig, was von der mit einer Farbenzerstreuung verbundenen Strahlenbrechung in der Atmosphäre herrührt.

93. Bei verschiedenen astronomischen Instrumenten ist das Fernrohr um eine horizontale Axe drehbar, wobei der Unterbau des Instrumentes die Beobachtung von Sternen in der Nähe des Zenithes nicht gestattet, wenn das

Fig. 36.



Fernrohr, wie bisher angenommen wurde, ein gerades ist, dessen optische Axe e i n e gerade Linie bildet. Man wendet daher in solchen Fällen sogenannte g e b r o c h e n e F e r n r o h r e an (Fig. 36), indem man, ungefähr in der Mitte zwischen Objectiv und Bild, einen ebenen Spiegel *ab* einsetzt, welcher, unter 45° gegen die optische Axe geneigt, den vom Objective kommenden Strahlenkegel unter einem rechten Winkel bricht und in die eine Hälfte der durchbohrten Axe *AA'* wirft, an deren Ende das Ocular *O* angebracht ist.

Statt des Spiegels*) wird gewöhnlich ein Glasprisma angewendet, dessen Querschnitt *acb* ein gleichschenkeliges Dreieck ist. Es wird mittelst einer über

---

*) Metallspiegel sind zu diesem Zwecke nicht sehr geeignet, weil sie einen bedeutenden Theil des auffallenden Lichtes absorbiren und dadurch die Helligkeit des Bildes vermindern, überdies in kurzer Zeit anlaufen; dem ersteren Uebelstande sind die sogenannten Silberspiegel (Plangläser, an der reflectirenden Fläche mit einer äusserst dünnen Silberschichte auf galvanischem Wege versehen) nicht unterworfen, sie bedürfen jedoch auch von Zeit zu Zeit einer Erneuerung der Versilberung.

die Kante c gelegten Spange und zweier Schrauben an dem Sattel s festgehalten, welcher mit seiner unteren ebenen Fläche entweder auf 3 Schrauben h, k (die 3^{te} ist in der Figur durch k gedeckt), oder unmittelbar auf der inneren Wand des hohlen Würfels MN aufsitzt, und durch die Zugschraube g festgehalten wird. Der Strahlenkegel tritt durch die Kathetenfläche ac in das Prisma und fällt auf die unter 45^0 gegen die Axe geneigte Hypotenusenfläche ab unter einem hinreichend grossen Einfallswinkel, um an derselben, das Prisma mag aus Flint- oder Crownglas hergestellt sein, eine totale Reflexion zu erfahren; hier vertritt also die Hypotenusenfläche ab die Stelle des ebenen Spiegels. Solche Reflexionsprismen, in die Mitte des Strahlenkegels eingesetzt, müssen in hohem Grade vollkommen hergestellt sein; nicht nur wird erfordert, dass die Masse des Glases völlig homogen und die drei Flächen genau plan seien, es müssen auch die drei Kanten des Prisma zu einander parallel und die beiden spitzen Winkel bei a und b genau gleich sein, weil hievon der Achromatismus des Prisma abhängt. Da nämlich die Strahlen des vom Objective kommenden Strahlenkegels (mit Ausnahme eines Strahles) das Prisma nicht senkrecht treffen, so erleiden sie an beiden Kathetenflächen eine wenn auch geringe Brechung*), womit eine Farbenzerstreuung verbunden ist; man überzeugt sich aber leicht, dass, wenn die Winkel a und b gleich sind, ein unter einem beliebigen Winkel bei der einen Kathetenfläche eintretender und an der Hypotenusenfläche total reflectirter Strahl bei der anderen Kathetenfläche unter demselben Winkel und folglich (gerade so wie bei einem von parallelen ebenen Flächen begrenzten Glase) farblos austritt. Der Winkel bei c ist nur an eine obere Grenze gebunden und soll, damit die totale Reflexion gehörig gesichert sei, nicht grösser als 90^0 sein; gewöhnlich und auch am zweckmässigsten wird derselbe nahe $= 90^0$ gemacht. Meistens wird die Ursache, wenn ein gebrochenes Fernrohr ein schlechtes Bild zeigt, in dem Prisma liegen; man kann sich davon überzeugen, wenn man das Objectiv ohne Prisma prüft, indem man ersteres an ein gerades Rohr provisorisch adaptirt. Uebrigens hängt die Güte des Bildes auch von der Stellung des Prisma in dem Würfel MN ab; es sollen, wie leicht einzusehen, die Kanten des Prisma auf der durch die Axe AA' und die Mitte des Objectivs gelegten Ebene senkrecht stehen; diese Stellung kann bei sonst richtiger Construction der Theile schon beim Einsetzen des Prisma nahe getroffen, und sodann nöthigenfalls durch Drehung

---

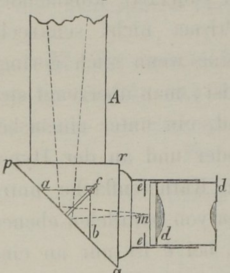
Der Spiegel muss vollkommen plan sein, damit der Gang der von demselben reflectirten Strahlen nicht gestört und dadurch die Vollkommenheit des Bildes beeinträchtiget werde.

*) Eine Folge dieser Brechung ist auch, dass durch das Prisma die Brennweite des Objectivs vergrössert wird, und zwar um $d\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)$, wenn d die Dicke $ac = bc$ des Prisma, und μ den Brechungsexponenten des Glases bedeutet; z. B. für ein Crownglasprisma ($\mu = 1.52$) von 1 Zoll Dicke um 0.34 Zoll.

des Prisma um die Schraube *g* verbessert werden, bis das Bild eines hellen Sternes möglichst vollkommen erscheint. Bei manchen Instrumenten finden sich zu diesem Zwecke zwei Schrauben in den zu der oberwähnten Ebene parallelen Würfelflächen, welche bis an den Sattel reichen; durch Lüftung der einen und Nachziehen der anderen kann der Sattel sammt dem Prisma gedreht werden, wonach die Schraube *g*, welche früher etwas zu lüften ist, wieder fest angezogen wird.

Eine andere Einrichtung, um das Fernrohr bis in das Zenith richten zu können, namentlich bei Universalinstrumenten häufig angewendet, besteht darin, dass das gerade Fernrohr an dem einen Ende der Axe angebracht wird, wo nun der Untertheil des Instrumentes der Bewegung des Fernrohrs nicht hinderlich ist. Um bei jeder Zenithdistanz bequem in das Fernrohr sehen zu können, wird der Strahlenkegel wieder durch ein, jedoch unmittelbar vor der Vereinigung zum Bilde in das Ocularrohr eingesetztes Prisma rechtwinkelig gebrochen. In Fig. 37 ist *A* das im Objectivrohre verschiebbare Ocularrohr, an dessen Ende sich das Gehäuse *pqr* mit dem Prisma *acb* befindet. Das an die Fläche *rq* angesetzte kurze Rohr trägt in der Ebene des Bildes *m* die Fadenplatte *ee*, und das verschiebbare Ocular *dd*. Bei dieser Einrichtung genügt ein kleines und wohl auch minder vollkommenes Prisma, weil es sich unmittelbar vor dem Bilde befindet. Ein solches Ocular wird ein p r i s m a t i s c h e s genannt.

Fig. 37.



94. Um bei Nacht die Fäden sehen zu können, muss das Gesichtsfeld des Fernrohrs beleuchtet werden. Dies geschieht bei kleineren Instrumenten durch einen Illuminator, d. i. ein elliptischer aus schwachem Blech geschnittener Ring, welcher vor dem Objective auf die Fassung desselben mittelst eines federnden Ringes aufgesetzt wird, und dessen eine Fläche matt versilbert oder mit Papier überzogen ist. Ist diese Fläche einer zur Seite stehenden Lampe zugekehrt, so wird bei entsprechender Neigung des Ringes gegen die Axe des Fernrohrs ein Theil des Lichtes der Lampe in das Fernrohr geworfen und dadurch das Gesichtsfeld hinreichend erhellt. Der vom Sterne kommende Strahlenkegel gelangt durch den elliptischen Ausschnitt unbehindert in das Fernrohr, indem es genügt, die kleine Axe des Ausschnittes nur etwa 1 Linie kleiner zu machen, als der Durchmesser des Objectivs beträgt.

Dieselbe Einrichtung kann bei gebrochenen Fernröhren angewendet werden; bei solchen (wie überhaupt bei grösseren Instrumenten) ist es aber zweckmässiger, das Licht der Lampe durch die andere Hälfte (*A'*, Fig. 36) der durchbohrten Axe zum Oculare zu leiten. Um dies zu ermöglichen, wird an die Hypotenusenfläche des in dem Würfel befindlichen Reflexionsprisma *abc*

(Fig. 38) ein zweites sehr kleines rechtwinkeliges Prisma $\alpha\beta\gamma$ mittelst Canada-Balsam angekittet, wo nun dem Lichte der Durchgang durch die beiden parallelen Flächen $\alpha\beta$ und bc in der geraden Richtung mn der Axe gestattet ist; selbstverständlich geht der Theil des vom Objective kommenden Strahlenkegels, welcher auf die Fläche $\alpha\gamma$ fällt, verloren, daher das Prisma $\alpha\beta\gamma$ möglichst klein gemacht werden muss. Es ist daher auch zweckmässiger und zugleich einfacher, in die Hypotenusenfläche ab des Prisma ein rundes Loch $\alpha\beta\gamma$ (Fig. 39) zu bohren, dessen zu bc parallele Grundfläche leicht polirt wird, wobei ein Durchmesser von 1 Millimeter vollkommen genügt; bei beiden Einrichtungen gelangt das Lampenlicht central in der Richtung der Axe zum Gesichtsfelde, was wesentlich ist, weil eine schiefe Beleuchtung zu Fehlern in der Auffassung der Fadenantritte der Sterne Anlass gibt. Eine schiefe Beleuchtung tritt aber ein, wenn das Licht der Lampe mittelst kleiner Prismen um das Haupt-Prisma abc herum geleitet wird, wie dies bei manchen Instrumenten noch angetroffen wird.

Fig. 38.

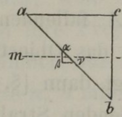
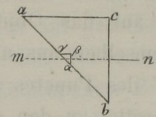
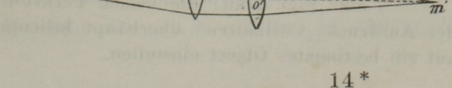


Fig. 39.



95. Bekanntlich treten Strahlen, welche von einem im Brennpuncte einer Linse befindlichen leuchtenden Puncte ausgehen, parallel aus der Linse aus, und zwar in der Richtung der Geraden, welche den leuchtenden Punct mit dem optischen Mittelpuncte der Linse verbindet. Richten wir daher zwei Fernrohre A und B, nachdem in jedem das Fadenkreuz in die Ebene des Brennpunctes gebracht ist, so gegen einander, dass die Objective sich zugekehrt, und die Axen beider Fernrohre nahe parallel sind, und leiten in das eine derselben, z. B. A, beim Oculare Tages- oder Lampenlicht hinein, um das Gesichtsfeld oder die Fäden zu erleuchten, so werden die von jedem Puncte der Fäden ausgehenden und auf das Objectiv des Fernrohrs A fallenden Strahlen aus demselben p a r a l l e l aus- und in das Objectiv des Fernrohrs B eintreten, und folglich im Brennpuncte dieses Fernrohrs ein deutliches Bild des Fadenkreuzes des Fernrohrs A erzeugen. Der Beobachter wird daher, in das Fernrohr B sehend, im Gesichtsfelde desselben nebst dem Fadenkreuze dieses Fernrohrs auch ein deutliches und vergrössertes Bild des Fadenkreuzes des Fernrohrs A erblicken, gerade so wie das Bild eines weit entfernten Objectes, auf welches das Fernrohr B gerichtet ist. Gestattet nun das letzere Fernrohr eine Bewegung nach allen Richtungen, und wird dasselbe so gerichtet, dass die Bilder beider Fadenkreuze sich genau decken, so müssen die optischen Axen oder Absehenlinien beider Fernröhre [§. 85] zu einander parallel sein. Denn sind

Fig. 40.

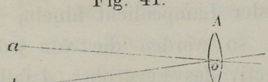


(Fig. 40) A, B die Objective beider Fernrohre, o, o' ihre optischen Mittelpuncte, m der Kreuzungspunct der Fäden im Fernrohre A, so treten die von m auf das Objectiv A fallenden Strahlen parallel in der Richtung mo aus demselben aus und in das Objectiv B ein; das von letzterem erzeugte Bild m' des Punctes m liegt dann [§. 82] in der Geraden $o'm'$, welche durch o' parallel zu den einfallenden Strahlen, also zu mo gezogen wird; befindet sich also in m' auch der Kreuzungspunct der Fäden des Fernrohrs B, was durch gehörige Drehung desselben immer bewirkt werden kann, so werden die Kreuzungspuncte beider Fadenkreuze sich im Bilde decken und die beiden Absehenlinien mo, $m'o'$ parallel sein*). Dass übrigens letztere eben nur parallel werden, und keineswegs in eine und dieselbe gerade Linie zu liegen kommen (was auch für die praktischen Anwendungen nicht nöthig ist), geht aus dem Gesagten von selbst hervor.

Auf diese Weise kann ein fest aufgestelltes mit einem Fadenkreuze versehenes Fernrohr benützt werden, um einem zweiten beweglichen mit einem Instrumente verbundenen Fernrohre eine bestimmte Richtung zu geben, ersteres vertritt auf diese Art die Stelle eines entfernten festen Punctes, der nicht immer in entsprechender Weise zu Gebote steht. Ein zu diesem Zwecke benütztes Fernrohr heisst ein Collimator-Fernrohr, oder einfach Collimator. (Ueber die Einrichtung eines Collimators zur Herstellung einer horizontalen Richtung s. §. 107).

96. Gewöhnlich sind in den Fernröhren astronomischer Instrumente mehrere zu einander parallele Fäden eingezogen, deren Winkel-Abstand von einander behufs Reduction der Beobachtungen bekannt sein muss, und mit Anwendung des im vorhergehenden §. benützten Princips leicht gemessen werden kann. Sind nämlich a und b (Fig. 41) zwei z. B. verticale Fäden in der Ebene des Brennpunctes eines Fernrohrs, A dessen Objectiv, so nennt man den (in einer auf die Fäden senkrechten Ebene liegenden) Winkel aob, welchen die beiden Fäden am optischen Mittelpuncte o des Objectivs einschliessen, den Winkel-Abstand oder kurz die Distanz oder das Intervall der beiden Fäden. Stellt man nun diesem Fernrohre gegenüber einen Theodoliten auf, und richtet das Fernrohr desselben so, dass im Gesichtsfelde desselben das Fadennetz des Fernrohrs A erscheint, so kann der Winkel aob gerade so wie der Winkel zwischen zwei terrestrischen Objecten gemessen werden, indem man den Vertikalfaden des Theodoliten abwechselnd auf die Bilder der Fäden a und b einstellt, wodurch das Theodolit-Fernrohr beziehungsweise in die Richtungen ao und bo gebracht wird. Der so erhaltene

Fig. 41.



*) Man sagt dann: die beiden Fernrohre sind auf einander „collimirt", weil der Ausdruck „Collimiren" überhaupt bedeutet: das Fadenkreuz eines Fernrohrs auf ein bestimmtes Object einstellen.

Werth des Winkels ist übrigens noch mit $\cos h$ zu multipliciren, wenn die Visur des Theodolit-Fernrohrs bei der Messung nicht horizontal, sondern gegen den Horizont um den Winkel h geneigt war, weil bekanntlich durch den Theodoliten nicht die Winkel selbst, sondern ihre Projectionen auf den Horizont gemessen werden. Denkt man sich nämlich aus o mit dem Halbmesser $ao = bo$ eine Kugel beschrieben und die Puncte a, b mit dem Zenithpuncte Z an der Kugel durch grösste Kreise verbunden, so sind in dem sphärischen Dreiecke abZ die Seite $ab = f$ die gesuchte Fadendistanz, der opponirte Winkel am Zenith $= f'$ die gemessene horizontale Projection desselben, und die Seiten $aZ = bZ = 90^0 - h$, somit:

$$\cos f = \sin h^2 + \cos h^2 \cos f',$$

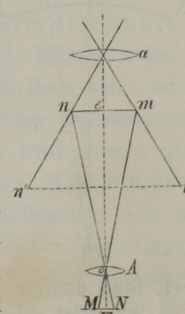
$$\text{oder: } \sin \tfrac{1}{2} f^2 = \cos h^2 \sin \tfrac{1}{2} f'^2,$$

folglich, da f und f' immer kleine Winkel, $f = f' \cos h$.

Da es, wegen der scheinbaren Dicke der Fäden, nicht wohl möglich ist, zwei parallele Fäden auf einander scharf zu collimiren, so ist es zweckmässig, behufs dieser Messung das Fadenkreuz des Theodoliten so zu drehen, dass die beiden Fäden um 45° gegen den Horizont geneigt sind, wo dann der Kreuzungspunct beider Fäden mit grosser Schärfe auf die Fäden des anderen Fernrohrs eingestellt werden kann. Ist jedoch der Theodolit mit einem verticalen Doppelfaden (zwei sehr nahe Parallelfäden) versehen, so gewährt die Einstellung nach dem Augenmaasse genau in die Mitte der Parallelfäden dieselbe Schärfe.

97. Das zusammengesetzte Mikroskop findet bei Instrumenten zum Ablesen der Kreistheilungen Anwendung. Es besteht in seiner einfachsten Gestalt aus zwei Sammellinsen, dem Objective A (Fig. 42) und dem Oculare a; ersteres liefert von dem ausserhalb der Brennweite befindlichen Objecte MN ein vergrössertes reelles Bild mn, welches durch das Ocular, das hiebei als Lupe wirkt, betrachtet wird. Die Vergrösserung wird also durch das Product aus der Vergrösserung, welche die Lupe gewährt, mit jener des reellen Bildes mn gemessen.

Fig. 42.



Die Grösse des Bildes mn hängt von der Brennweite L des Objectives und der Bildweite $oe = F$ ab, wodurch auch die Entfernung $oE = D$ des Objectes von dem Objective bestimmt ist. Denn es ist: $mn : MN = F : D$, und $\frac{1}{F} = \frac{1}{L} - \frac{1}{D}$, also:

$$mn = MN \frac{L}{D - L} = MN \frac{F - L}{L}.$$

Ist also die Bildweite F, durch welche wesentlich die Länge des Mikroskopes bestimmt wird, gegeben, so wird das Bild mn um so grösser, je kleiner die

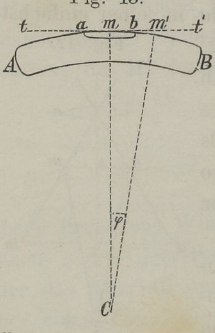
Brennweite des Objectivs ist; umgekehrt nimmt bei demselben Objective die Grösse des Bildes mit seiner Entfernung vom Objective zu und ab. Die Distanz des Objectes vom Objective ist durch die Gleichung: $\frac{1}{D}=\frac{1}{L}-\frac{1}{F}$ bestimmt, und wird um so kleiner, je kleiner L, oder je grösser F wird.

Das Objectiv wird, wie beim Fernrohre, um die sphärische und chromatische Abweichung möglichst zu beseitigen, aus einer Crown- und Flintglaslinse zusammengesetzt und überdies eine Combination von zwei oder mehreren solchen Doppellinsen angewendet, um die hier eintretenden starken Brechungen mehr zu vertheilen und hiedurch auch eine grössere Oeffnung des Objectivs und vermehrte Helligkeit des Bildes zu erzielen. Als Oculare werden die im §. 87 beschriebenen angewendet.

Die Libelle.

98. Die Libelle (das Niveau, oder die Wasserwage) dient dazu, um gewisse Theile von Instrumenten horizontal oder vertical zu stellen und vorzüglich, um kleine Neigungen derselben gegen den Horizont oder die Verticallinie scharf zu messen. Sie besteht aus einer beiderseits geschlossenen schwach kreisförmig gekrümmten Glasröhre, welche bis auf einen kleinen in Form einer Blase erscheinenden Raum mit Weingeist, Schwefeläther oder einer Mischung aus beiden gefüllt ist. Stellt man eine solche Röhre nahe horizontal, ihre convexe Seite nach oben gekehrt, so wird ein Punct der Krümmung der höchste sein und nach bekannten hydrostatischen Grundsätzen die Blase sich so stellen, dass ihre Mitte diesen höchsten Punct einnimmt. Ist daher (Fig. 43) AB die Libelle, deren obere Krümmung wir als kreisförmig voraussetzen, ab die Blase, m deren Mitte, so ist der Punct m der höchste Punct des Kreisbogens und eine an diesen Punct gezogene Tangente tt' nothwendig horizontal, der zugehörige Krümmungshalbmesser mC vertical.

Fig. 43.



Um den Ort der Blase angeben zu können, wird die Röhre mit einer Theilung versehen, der Strich nahe in der Mitte der Röhre mit 0 bezeichnet (Nullpunct) und von diesem aus nach beiden Seiten die Scala beziffert. Sind dann α und β die Ablesungen der beiden Blasenenden zu beiden Seiten des Nullpunctes, so ist, wie leicht einzusehen,

$$\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$

der Ort der Mitte der Blase, oder die Ausweichung derselben vom Nullpuncte, und zwar nach jener Seite, welcher die grössere Lesung entspricht*).

*) Der Nullpunct kann auch an einem Ende der Theilung angebracht werden; dann ist $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ der Ort der Mitte der Blase.

Ist $\alpha = \beta$, d. i., wie man zu sagen pflegt, spielt die Libelle ein, so ist die Tangente am Nullpuncte horizontal.

Neigt man die Libelle AB aus jener Lage, bei welcher der Halbmesser Cm vertical steht, z. B. nach links um den Winkel $mcm' = \varphi$, so kommt der Halbmesser Cm' in die verticale, die Tangente an m' in die horizontale Lage, und die Mitte der Blase nach m'; der Bogen mm' an der kreisförmigen Krümmung, um welchen sich hiebei die Blase bewegt, ist daher stets dem Winkel gleich, um welchen die Libelle geneigt wird, und hierauf beruht der Gebrauch derselben zum Messen kleiner Neigungen. Der Weg mm', um welchen die Blase sich bewegt, kann an der Scala in Theilen derselben abgelesen werden. Ist, in einem beliebigen Längenmaasse, die Länge des Bogens $mm' = d$, δ die Länge eines Scalentheiles und $d = n\delta$, $R = mC$ der Krümmungshalbmesser der Libelle, so hat man in Bogensecunden:

$$\varphi = 206265 \frac{n\delta}{R}.$$

Für $n = 1$ gibt dieser Ausdruck den Winkel:

$$\mu = 206265 \frac{\delta}{R},$$

um welchen sich die Neigung der Libelle ändert, wenn die Blase um einen Scalentheil vorrückt. Man nennt diesen Winkel, welcher im Folgenden mit μ bezeichnet werden soll, den Winkelwerth eines Scalentheiles.

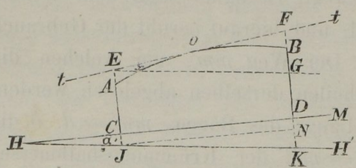
Man sieht leicht, dass dieser Werth μ nur dann für die ganze Scala constant ist, wenn R constant, also die Krümmung genau kreisförmig ist; dies ist also eine wesentliche Eigenschaft einer guten Libelle, welche zum Messen von Neigungen dienen soll.

Der Werth von μ gibt das Maass für die Empfindlichkeit der Libelle; man sagt, die Libelle sei um so empfindlicher, je kleiner μ ist. Von der Bestimmung dieses Werthes wird später (§. 106) die Rede sein; ist derselbe gegeben, so findet man aus der obigen Gleichung den Krümmungshalbmesser. Gewöhnlich ist δ ungefähr $= 2$ Millimeter; es wird dann z. B. für $\mu = 10'' : R = 412.5$ Meter, für $\mu = 1'' : R = 4125$ Meter. Man sieht hieraus, wie ungemein gering bei empfindlichen Libellen die Krümmung sein muss. Solche Libellen werden daher durch sorgfältiges Ausschleifen des Glasrohres hergestellt, um demselben die gewünschte und dabei möglichst gleichförmige Krümmung zu geben, wodurch zugleich der Zweck erreicht wird, die inneren Röhrenwände möglichst glatt zu machen, damit die Reibung der Flüssigkeit an denselben die Beweglichkeit der Blase so wenig als möglich beeinträchtige.

Das Glasrohr wird in ein Messingrohr gefasst, an welchem sich ein Ausschnitt befindet, der die Theilung frei lässt; das Messingrohr ist, je nachdem die Libelle zum Nivelliren von Ebenen oder cylindrischen Axen bestimmt ist, entweder mit einer ebenen Lamelle, oder zwei Füssen an den Enden verbunden, mittelst welcher die Libelle auf die Axe gesetzt, oder an dieselbe gehängt wird. An dieser Montirung sind auch die Correctionsschrauben angebracht, welche zur Rectification der Libelle dienen.

99. Es sei (Fig. 44) $ABCD$ eine Libelle, mit ihrer ebenen Basis CD auf der um den Winkel α gegen den Horizont HH' geneigten Ebene HM stehend; AB die kreisförmige Krümmung der Röhre, 0 der Nullpunct der Theilung, tt die Tangente am Nullpuncte, welche die verlängerten Geraden CA und DB in E und F schneidet, und mit der Horizontalen EG den Winkel $FEG = x$ einschliesst. Setzen wir $DF = a$, $CE = b$, welche Entfernungen kurz die Füsse der Libelle genannt werden mögen und bestimmte Werthe haben, da die Tangente tt am Nullpuncte als eine mit der Libelle unveränderlich verbundene Gerade zu betrachten ist, endlich die Länge der Libelle $CD = L$, so ist, da bei der Kleinheit der hier in Betracht kommenden Neigungen ohne allen merklichen Fehler das $\triangle$ EFG als rechtwinkelig und $EG = EF = CD = L$ angenommen werden kann:

Fig. 44.



$$\operatorname{tg} x = \frac{FG}{EG} = \frac{FK - EJ}{L} = \frac{DF - EC + DK - CJ}{L} = \frac{a-b}{L} + \frac{DK - CJ}{L}.$$

Es ist aber $\dfrac{DK - CJ}{L} = \dfrac{NK}{JN} = \operatorname{tg}\alpha$, folglich, wenn man die Tangenten mit den Bögen vertauscht, was hier immer zulässig, und die Winkel α und x in Bogensecunden ausdrückt:

$$x = \alpha + \frac{a-b}{L \sin 1''}.$$

Kehrt man die Libelle um 180^0 um, so wird nur a mit b vertauscht, und man hat, wenn x' wieder die Neigung der Tangente am Nullpuncte gegen den Horizont bedeutet, in demselben Sinne wie früher gezählt:

$$x' = \alpha - \frac{a-b}{L \sin 1''}.$$

Ist $a = b$, d. i. die Tangente am Nullpuncte parallel zur Basis CD der Libelle, so wird $x = x'$, d. h. die Tangente tt macht in beiden Lagen der Libelle denselben Winkel mit dem Horizonte und die Blase wird in beiden Lagen gleichweit vom Nullpuncte nach derselben Seite ausweichen. In diesem Zustande heisst die Libelle berichtigt oder rectificirt; setzt man dieselbe auf eine horizontale Ebene, so wird, wegen $x = x' = \alpha = 0$, die Tangente tt in beiden Lagen horizontal und die Blase am Nullpuncte einspielen.

Hieraus folgt, dass $\dfrac{a-b}{L \sin 1''}$ den Fehler der Libelle bedeutet, d. i. die Ausweichung der Blase vom Nullpuncte, wenn die Libelle auf einer horizontalen

Ebene steht. Bezeichnet man diese Ausweichung in Scalentheilen der Libelle mit f, mit μ den Winkelwerth eines Scalentheiles, so ist $\frac{a-b}{L \sin 1''} = \mu f$, und die obigen Gleichungen verwandeln sich in:

$$\alpha = x - \mu f \text{ und } \alpha = x' + \mu f.$$

Es seien nun l, r die Ablesungen der beiden Blasenenden links und rechts in der ersten Lage der Libelle; l', r' dieselben für die zweite Lage, so sind $\frac{1}{2}(r-l)$ und $\frac{1}{2}(r'-l')$ die Ausweichungen der Blase vom Nullpuncte in beiden Lagen, und man hat: $x = \frac{1}{2}\mu(r-l)$, $x' = \frac{1}{2}\mu(r'-l')$, somit:

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\mu(r-l) - \mu f, \quad \alpha = \tfrac{1}{2}\mu(r'-l') + \mu f.$$

Ist also $\mu f = 0$, d. i. die Libelle genau berichtigt, so gibt die Ablesung der Libelle in jeder Lage die Neigung α der Ebene AM. Da dies aber selten in aller Strenge der Fall ist, so wird man die Libelle in beiden entgegengesetzten Lagen aufsetzen und ablesen; man hat dann durch Addition beider Gleichungen:

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\mu\left[\tfrac{1}{2}(r-l) + \tfrac{1}{2}(r'-l')\right],$$

d. i. die wahre Neigung der Linie HM, frei vom Fehler der Libelle, ist gleich der halben Summe der Ausweichungen der Blase in beiden Lagen.

Für die Anwendung ist es bequemer, die Gleichung in folgender Form zu schreiben:

$$\alpha = \tfrac{1}{4}\mu\left[(r+r') - (l+l')\right], \tag{125}$$

und es ist die rechte oder die linke Seite die höhere, je nachdem $(r+r')$ grösser oder kleiner als $(l+l')$.

Subtrahirt man die obigen Gleichungen, so erhält man den Fehler der Libelle, ausgedrückt in Scalentheilen:

$$f = \tfrac{1}{2}\left[\tfrac{1}{2}(r'-l') - \tfrac{1}{2}(r-l)\right], \tag{126}$$

d. h. gleich der halben Differenz der Ausweichungen der Blase vom Nullpuncte in beiden Lagen.

In ganz gleicher Weise wird die Libelle angewendet, um eine verticale Umdrehungsaxe vertical zu stellen, beziehungsweise eine kleine Neigung derselben gegen die Verticallinie zu messen. Denkt man sich nämlich die Libelle mit einer auf CD (Fig. 44) senkrechten Axe verbunden, so ist der Winkel α die Neigung dieser Axe gegen die Verticale (u. zw. in der durch die Libelle gelegten Vertical-Ebene) und wird offenbar durch die Gl. (125) gegeben, wenn man die Libelle vor und nach einer Drehung der Axe um 180^0 abliest.

100. Wiewohl durch das Umkehren der Libelle um 180^0 der Fehler derselben eliminirt wird, so ist es doch aus praktischen Gründen zweckmässig, wenn derselbe nur klein, also die Libelle nahe berichtigt ist. Das Verfahren ergibt sich aus dem Vorhergehenden. Durch die Rectification soll $f = 0$, also $a = b$, d. i. die Tangente am Nullpuncte parallel zur Basis gemacht werden, zu welchem Zwecke eine oder zwei Correctionsschrauben angebracht sind, mittelst welcher die Neigung des Glasrohrs gegen die Basis der Libelle geändert werden kann, entweder durch Verkürzung oder Verlängerung des einen der beiden Libellenfüsse a, b, oder durch Aenderung der Lage des Glasrohres in dem Messingrohre.

Die Berichtigung kann man dann auf zweifache Weise vornehmen.

a) Man ändere die Neigung α der Ebene HM, auf welcher die Libelle steht, bis die Blase einspielt, d. i. die beiden Enden gleichweit vom Nullpuncte abstehen; kehrt man nun die Libelle um 180^0 um, und spielt die Blase abermals ein, so ist die Libelle berichtigt, denn es ist dann $r' - l' = r - l = 0$, also auch nach Gl. (126) $f = 0$. Wo nicht so führe man durch Anwendung der Correctionsschraube die Blase um die halbe Ausweichung gegen den Nullpunct zurück.

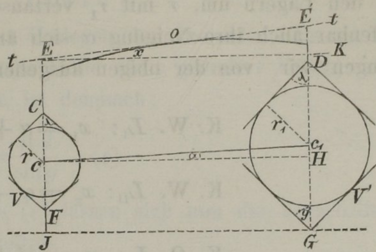
b) Will oder kann man die Neigung α der Unterlage nicht verändern, so lese man die Libelle in beiden Lagen ab und suche daraus die Abweichungen des Blasenmittels vom Nullpuncte: $\frac{1}{2}(r - l)$ und $\frac{1}{2}(r' - l')$; sind diese der Zahl und dem Zeichen nach gleich, so ist wieder $f = 0$ und die Libelle berichtigt; wo nicht, so führe man die Blase mittelst der Correctionsschraube um den halben Unterschied gegen die erste Lage zurück. Bleibt die Blasenlänge ungeändert, so genügt es, nur das eine Ende derselben abzulesen, weil dann wegen $r + l = r' + l'$, offenbar $f = \frac{1}{2}(r' - r) = \frac{1}{2}(l - l')$ wird.

Bei beiden Verfahren wird man den Versuch wiederholen, bis man die Berichtigung für genügend erachtet.

101. Die horizontalen Umdrehungsaxen der Fernrohre an astronomischen und geodätischen Instrumenten ruhen mit zwei cylindrischen Zapfen in V-förmigen Lagern, so dass der Zapfen nur an zwei Puncten das Lager berührt. Die Libelle wird entweder auf die Zapfen aufgesetzt oder an dieselben gehängt, zu welchem Zwecke ihre Füsse mit ähnlich geformten Ausschnitten oder Hacken versehen sind. Die Berührung derselben mit den Zapfen soll stets in denselben Querschnitten stattfinden, mit welchen die Zapfen in den Lagern ruhen. Setzen wir die Querschnitte der Zapfen als genau kreisförmig voraus, so bildet offenbar die durch ihre Mittelpuncte gezogene Gerade die geometrische Axe, um welche sich das Fernrohr dreht, und diese Gerade ist es daher, welche durch die Libelle horizontal gestellt, oder deren Neigung gegen den Horizont gemessen werden soll.

Wären nun die Halbmesser beider Zapfen genau gleich, so würde der in §. 99 entwickelten Theorie der Libelle für den vorliegenden Fall nichts

Fig. 45.



hinzuzufügen sein; sie bedarf jedoch einer Ergänzung, wenn, wie dies meistens der Fall ist, die erwähnten Halbmesser nicht vollkommen gleich sind.

Es seien (Fig. 45) c, c_1 die Mittelpuncte der Zapfenquerschnitte (in die Ebene der Zeichnung umgelegt), welche mit den Lagern V, V', und den Libellenfüssen C, D in Berührung sich befinden; C, D, F, G, die Durchschnittspuncte der Tangenten an den Berührungspuncten; 0 der Nullpunct der Libelle; tt die Tangente am Nullpuncte, und E, E' deren Durchschnittspuncte mit den verlängerten Libellenfüssen. Die Halbmesser der beiden Zapfen seien r, r_1; die Längen der Libellenfüsse $DE' = a$, $CE = b$; λ der halbe Winkel der Libellen-Ausschnitte, g der halbe Lagerwinkel.

An der Axe befindet sich stets ausserhalb ihrer Mitte ein Kreis, welcher zur Unterscheidung der beiden Enden der Axe dienen kann; wir nennen das dem Kreise nähere Ende das Kreisende, den daselbst befindlichen Zapfen den Kreiszapfen, dessen Halbmesser r_1 sein möge. Da ferner die Axe in zwei verschiedenen Lagen in die Lager gelegt werden kann, je nachdem nämlich der Kreiszapfen in dem Lager V' oder in jenem V liegt, so wollen wir, um die Ideen zu fixiren, annehmen, dass die Axe die Richtung von Ost nach West habe, und die beiden Lagen mit: Kreis West (K. W.) und Kreis Ost (K. O.) unterscheiden. Endlich kann die Libelle in zwei verschiedenen Lagen auf die Axe aufgesetzt werden, je nachdem der Fuss a in West oder in Ost steht. Die erstere Lage möge mit L_{I}, die zweite mit L_{II} bezeichnet werden. Ist also V' das westliche Lager, so gilt die Figur für die Lage: K. W. L_{I}.

Ziehen wir nun durch E und c die Horizontalen EK, cH und nennen x_1 und α die Neigungen der Tangente tt und der Geraden cc_1 gegen den Horizont, beide positiv, wenn das westliche Ende das höhere, so ist, wenn L die Länge der Libelle:

$$\operatorname{tg} x_1 = \frac{E'H - cE}{L} = \frac{(DE' + Dc_1 + c_1 H) - (CE + Cc)}{L},$$

d. i.

$$\operatorname{tg} x_1 = \frac{\left[a + \frac{r_1}{\sin\lambda} + L \operatorname{tg}\alpha\right] - \left[b + \frac{r}{\sin\lambda}\right]}{L},$$

oder, wenn wir statt der Tangenten der sehr kleinen Winkel x_1 und α die Bögen setzen, in Bogensecunden:

$$x_1 = \alpha + \frac{a - b}{L \sin 1''} + \frac{r_1 - r}{L \sin 1''\, \sin\lambda},$$

welche Gleichung für die Lage K. W. L_{I} gibt. Setzen wir nun die Libelle in der entgegengesetzten Lage auf, so wird nur a mit b, legen wir die Axe in den Lagern um, r mit r_1 vertauscht, wobei durch die Umlegung der Axe offenbar auch ihre Neigung α sich ändert und in α' übergehen möge. So gelangen wir, von der obigen ausgehend, zu folgenden vier Gleichungen:

$$\text{K. W. } L_{\text{I}}: \; x_1 = \alpha + \frac{a-b}{L \sin 1''} + \frac{r_1 - r}{L \sin 1'' \sin \lambda},$$

$$\text{K. W. } L_{\text{II}}: \; x_2 = \alpha - \frac{a-b}{L \sin 1''} + \frac{r_1 - r}{L \sin 1'' \sin \lambda},$$

$$\text{K. O. } L_{\text{I}}: \; x_3 = \alpha' + \frac{a-b}{L \sin 1''} - \frac{r_1 - r}{L \sin 1'' \sin \lambda},$$

$$\text{K. O. } L_{\text{II}}: \; x_4 = \alpha' - \frac{a-b}{L \sin 1''} - \frac{r_1 - r}{L \sin 1'' \sin \lambda}.$$

Nun ist wieder $\frac{a-b}{L \sin 1''}$ der Fehler der Libelle $= \mu f$; setzen wir ferner die constante Grösse $\frac{r_1 - r}{L \sin 1''} = \mu \varDelta$; sie bedeutet offenbar den Winkel, welchen die Gerade cc_1 mit einer durch die Endpuncte zweier paralleler Halbmesser der Zapfenquerschnitte gezogenen Geraden einschliesst, und welchen man den Unterschied der Zapfenhalbmesser, in Bogensecunden ausgedrückt, nennen kann. Sind nun o_1, w_1 die Ablesungen des östlichen und westlichen Blasenendes in der ersten Lage, so ist $x_1 = \mu \frac{w_1 - o_1}{2}$, und ähnlich für die folgenden Lagen. Die obigen Gleichungen verwandeln sich dadurch in folgende:

$$\text{K. W. } L_{\text{I}}: \; \alpha = \mu \frac{w_1 - o_1}{2} - \mu f - \frac{\mu \varDelta}{\sin \lambda} \qquad (a)$$

$$\text{K. W. } L_{\text{II}}: \; \alpha = \mu \frac{w_2 - o_2}{2} + \mu f - \frac{\mu \varDelta}{\sin \lambda} \qquad (b)$$

$$\text{K. O. } L_{\text{I}}: \; \alpha' = \mu \frac{w_3 - o_3}{2} - \mu f + \frac{\mu \varDelta}{\sin \lambda} \qquad (c)$$

$$\text{K. O. } L_{\text{II}}: \; \alpha' = \mu \frac{w_4 - o_4}{2} + \mu f + \frac{\mu \varDelta}{\sin \lambda} \qquad (d)$$

Zu diesen Gleichungen tritt nun noch eine Relation zwischen α und α'. Zieht man nämlich durch den Punct G eine Horizontale GJ und setzt $FJ = h$, so wird für K. W.:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c_1 H}{cH} = \frac{c_1 G - cJ}{L} = \frac{\frac{r_1}{\sin g} - \frac{r}{\sin g} - h}{L},$$

also

$$\alpha = \frac{r_1 - r}{L \sin 1'' \sin g} - \frac{h}{L \sin 1''} = \frac{\mu \varDelta}{\sin g} - \frac{h}{L \sin 1''},$$

und eben so für K. O., nach Vertauschung von r mit r_1:

$$\alpha' = -\frac{\mu\Delta}{\sin g} - \frac{h}{L \sin 1''}.$$

Unter der Voraussetzung, dass durch das Umlegen der Axe oder während der Zwischenzeit die beiden Lager ihre relative Höhe nicht geändert haben, also h für beide Lagen denselben Werth hat, ist demnach:

$$\frac{\alpha - \alpha'}{2} = \frac{\mu\Delta}{\sin g}. \quad (e)$$

Aus den fünf Gleichungen (a) bis (e) lassen sich nun die Vorschriften für den Gebrauch der Libelle leicht ableiten.

102. Bestimmung der Neigung (Nivellement) der Axe. Zu diesem Zwecke wird man die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen auf die Axe setzen und ablesen; man hat dann durch Addition der zwei Glgn. (a) und (b), oder (c) und (d):

$$\begin{aligned} &\text{für K. W.:} \quad \alpha = \frac{\mu}{4}\left[(w_1 + w_2) - (o_1 + o_2)\right] - \frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}, \\ &\text{für K. O.:} \quad \alpha' = \frac{\mu}{4}\left[(w_3 + w_4) - (o_3 + o_4)\right] + \frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}. \end{aligned} \quad (127)$$

Sind daher die Zapfenhalbmesser gleich, also $\mu\Delta = 0$, so gibt bei jeder Kreislage der Ausdruck:

$$\alpha = \tfrac{1}{4}\mu\left[(w_1 + w_2) - (o_1 + o_2)\right], \quad (128,$$

welcher mit (125) identisch ist, die wahre Neigung der Axe cc_1 gegen den Horizont und man findet dieselbe, wenn man von der Summe der Ablesungen des westlichen Blasenendes in beiden Lagen der Libelle, die Summe der östlichen Ablesungen subtrahirt) und die Differenz mit $\frac{1}{4}$ des Scalenwerthes der Libelle multiplicirt. Das westliche Axenende ist das höhere, wenn α positiv, oder $w_1 + w_2 > o_1 + o_2$, und umgekehrt.

Beispiel. An einem Passage-Instrumente wurde das folgende Nivellement der Axe bei K. O. vorgenommen:

Ablesungen der Libelle:

	Ost	West
	25.9	21.0
	22.1	24.8
	48.0	45.8
Diff. =	— 2.2 : 4	
	— 0.55	

Es war also die Neigung = — 0.55 (Scalentheile) und da der Werth eines Scalentheils $\mu = 1''.032$, so war die Neigung = — 0.57, und zwar das östliche Ende das höhere.

Wie die Glgn. (127) zeigen, bedarf die so bestimmte Neigung noch einer Correction $=\frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}=\frac{r_1-r}{L\sin 1''\sin\lambda}$, wenn die Zapfendurchmesser nicht genau gleich sind.

103. Bestimmung der Correction wegen Ungleichheit der Zapfendurchmesser. Nivellirt man die Axe in beiden Lagen des Kreises, und sind:

$$b_w=\frac{\mu}{4}[(w_1+w_2)-(o_1+o_2)],\quad b_o=\frac{\mu}{4}[(w_3+w_4)-(o_3+o_4)]$$

die nach Gl. (128) berechneten Neigungen beziehungsweise bei K. W. und K. O., so sind die wahren Neigungen, vermöge der Glgn. (127):

$$\alpha=b_w-\frac{\mu\Delta}{\sin\lambda},\quad \alpha'=b_o+\frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}.$$

Durch Subtraction beider Glgn. erhält man mit Zuziehung der Gl. (e) §. 101:

$$\frac{\alpha-\alpha'}{2}=\frac{b_w-b_o}{2}-\frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}=\frac{\mu\Delta}{\sin g},$$

und hieraus die gesuchte Correction:

$$\frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}=\tfrac{1}{2}(b_w-b_o)\frac{\sin g}{\sin\lambda+\sin g}. \tag{129}$$

Meistens sind die beiden Winkel λ und g einander gleich; man hat dann einfach:

$$\frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}=\tfrac{1}{4}(b_w-b_o). \tag{129*}$$

Zur Erzielung grösserer Genauigkeit wird man eine Reihe von Nivellirungen machen und zwischen je zweien die Axe umlegen; je zwei auf einander folgende geben dann einen Werth von $\frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}$. Hiebei ist, weil die Gl. (e) in Anspruch genommen wurde, wohl darauf zu achten, dass die Lager während der Untersuchung ihre relative Höhe nicht ändern; die Umlegungen der Axe sind daher mit Vorsicht vorzunehmen und hiebei Stösse und Erschütterungen, so wie raschere einseitige Temperaturänderungen zu vermeiden. Aus demselben Grunde muss dafür gesorgt sein, dass der Druck der Axe auf jedes Lager nahe derselbe sei, weil sonst, wegen der nicht ganz zu beseitigenden Zusammendrückbarkeit der Lager oder ihrer Träger, beim Umlegen die Grösse h sich ändert und das Resultat unrichtig wird.

Für den Unterschied der Zapfenhalbmesser selbst erhält man aus obigen Gleichungen den Ausdruck:

$$r_1-r=\mu\Delta\,.\,L\sin 1''=\tfrac{1}{2}(b_w-b_o)L\sin 1''\,.\,\frac{\sin g\sin\lambda}{\sin\lambda+\sin g}. \tag{130}$$

Beispiel. Die folgenden Beobachtungen wurden bei der Untersuchung der Zapfen des im vorhergehenden §. erwähnten Passage-Instrumentes erhalten:

Kreislage	Libelle Ost	Libelle West	b	$b_w - b_o$
K. O.	25.9 22.1	21.0 24.8	$-0^p.55$	
				$+1^p.97$
K. W.	23.8 20.0	22.9 26.6	$+1\ .42$	
				$1\ .92$
K. O.	26.1 21.5	20.5 25.1	$-0\ .50$	
				$1\ .80$
K. W.	24.1 19.8	22.4 26.7	$+1\ .30$	
				$1\ .97$
K. O.	26.1 21.6	20.3 24.7	$-0\ .67$	
				$2\ .07$
K. W.	24.0 19.5	22.3 26.8	$+1\ .40$	
				$1\ .90$
K. O.	25.9 21.2	20.2 24.9	$-0\ .50$	
				$1\ .80$
K. W.	24.1 19.3	21.9 26.7	$+1\ .30$	
				$1\ .78$
K. O.	25.9 21.0	20.1 24.9	$-0\ .48$	

Mittel $= +1^p.90$

Es war $\mu = 1''.032$, also $b_w - b_o = +1''.96$, und somit, da $2g = 2\lambda = 90^0$, die gesuchte Correction $\frac{\mu \varDelta}{\sin\lambda} = +0''.49$.

Die wahre Neigung der mathematischen Axe cc_1 ist daher:

$$\text{bei K. W.} \ldots\ldots b - 0''.49$$
$$\text{bei K. O.} \ldots\ldots b + 0\ .49.$$

In dem im vorhergehenden §. gegebenen Beispiele war demnach die wahre Neigung der Axe $= -0''.57 + 0''.49 = -0''.08$.

Für den Unterschied der Zapfenhalbmesser findet man aus (130) wegen $g = \lambda = 45^0$:

$$r_1 - r = \tfrac{1}{8}(b_w - b_o)\, L \sin 1'' \sqrt{2}\,,$$

und hiemit, da $L = 460$ Millimeter: $r_1 - r = +0.000773$ Millimeter, und zwar ist der Kreiszapfen der dickere.

Man sieht hieraus, dass schon eine sehr geringe Ungleichheit der Halbmesser genügt, um, wenn sie unberücksichtigt bleibt, einen merklichen Fehler in der Neigung zu erzeugen, und dass daher, wo es auf die genaue Kenntniss der Neigungen ankommt, die Untersuchung der Zapfen nicht unterlassen werden darf.

104. Nivellement der Axe, wenn diese mit der Libelle zugleich umgelegt wird. Grössere Universal- und Passage-Instrumente sind gewöhnlich mit einem Mechanismus versehen, um die horizontale Umdrehungsaxe des Fernrohrs bequem und sicher umlegen zu können, wobei überdies die Construction in der Art angeordnet werden kann, dass beim Umlegen die Libelle auf der Axe stehen oder an ihr hängen bleibt, also mit derselben zugleich umgelegt wird.

Liest man dann die Libelle in der einen Kreislage ab, legt um und macht abermals eine Ablesung, so hat man von den vier Glgn. (a) bis (d) zwei solche zu verbinden, welche verschiedenen Lagen des Kreises und der Libelle entsprechen, also z. B. (a) und (d); durch Addition derselben und Division durch 2 ergibt sich:

$$\tfrac{1}{2}(\alpha + \alpha') = \tfrac{1}{4}\mu\,[(w_1 + w_4) - (o_1 + o_4)]. \qquad (131)$$

Durch diese Operation erhält man also das arithmetische Mittel der wahren Neigungen der Axe in beiden Lagen, frei von dem Einflusse einer Ungleichheit der Zapfendurchmesser und vom Fehler der Libelle (vorausgesetzt, dass letzterer in der Zwischenzeit sich nicht geändert hat), gleichgiltig, ob die Lager in der Zwischenzeit ihre relative Höhe geändert haben oder nicht; welches Mittel bei gewissen Beobachtungsmethoden allein benöthigt wird.

Ist die Correction wegen Ungleichheit der Zapfendurchmesser bekannt, so ergeben sich auch die einzelnen Neigungen α, α'. Denn setzt man das aus der Beobachtung bekannte Mittel $\frac{1}{2}(\alpha + \alpha') = M$, so gibt die Verbindung dieser Gleichung mit jener (e) §. 101:

$$\alpha = M + \frac{\mu\Delta}{\sin g}, \quad \alpha' = M - \frac{\mu\Delta}{\sin g},$$

wo $\frac{\mu\Delta}{\sin g} = y \cdot \frac{\sin\lambda}{\sin g}$ ist, wenn $y = \frac{\mu\Delta}{\sin\lambda}$ die im vorhergehenden §. bestimmte Correction wegen Ungleichheit der Zapfendurchmesser bedeutet. Diese Bestimmung setzt jedoch, in Folge der Inanspruchnahme der Gl. (e) die Unveränderlichkeit der Lager voraus, eine Voraussetzung, welche nur bei sehr solider Aufstellung des Instrumentes und nicht zu langer Zwischenzeit zulässig ist.

105. Für den Fehler der Libelle f findet man aus den Glgn. (a)—(d) [§. 101] wieder den in §. 99 erhaltenen Ausdruck (126), und es bleibt daher das in §. 100 beschriebene Verfahren zur Rectification der Libelle, durch welche die Tangente am Nullpuncte zur Umdrehungsaxe des Fernrohrs parallel gestellt wird, unverändert.

Es tritt jedoch hier noch eine andere Berichtigung hinzu. Wenn nämlich die Libelle auf einer cylindrischen Axe steht oder hängt, so muss derselben behufs sicheren Aufsitzens ein wenn auch kleiner Spielraum gestattet sein, innerhalb welches dann eine kleine Drehung der Libelle um die Axe stattfinden kann; hiebei darf die Blase offenbar ihren Ort nicht ändern, weil dieser sonst nicht allein von der Neigung der Axe, sondern auch von der zufälligen Art des Aufsitzens der Libelle abhängen würde. Dies wird aber nur dann der Fall sein, wenn die Längenaxe des Glasrohres sich in einer durch die Umdrehungsaxe des Instrumentes gelegten Ebene befindet, weil dann bei einer kleinen Drehung der Libelle um letztere Axe die Tangente am Nullpuncte ihre Neigung gegen dieselbe nicht ändert, und somit die Blase in Ruhe bleibt. Um die Libelle in dieser Beziehung berichtigen zu können, befinden sich an derselben eine oder zwei horizontale Correctionsschrauben, mittelst welcher das Libellenrohr in horizontalem Sinne gegen die Umdrehungsaxe bewegt werden kann. Wenn der Beobachter die Libelle ein wenig gegen sich hin dreht und die Blase hiebei z. B. nach rechts geht, so ist, da sich die Blase immer nach dem höheren Ende hin bewegt, die rechte Seite des Rohres von dem Beobachter weiter entfernt als die linke, woraus man erkennt, in welchem Sinne die Correctionsschrauben zu drehen sind; man setzt den Versuch fort, bis die Blase bei einer kleinen Drehung der Libelle ihren Ort nicht mehr ändert.

Durch diese Correction wird übrigens die in §. 100 besprochene Rectification meist wieder gestört, und man wird beide Berichtigungen mehrmals abwechselnd wiederholen müssen, bis dieselben in genügender Weise erreicht sind. Es ist, namentlich bei sehr empfindlichen Libellen, räthlich, mit der hier besprochenen Correction in horizontalem Sinne zu schliessen, weil ein hiernach etwa noch übrigbleibender kleiner Fehler in verticalem Sinne durch das Umsetzen der Libelle eliminirt wird, und daher unschädlich ist.

106. Die Bestimmung des Winkelwerthes eines Scalentheiles der Libelle geschieht am bequemsten mittelst eines einfachen Apparates, welcher aus einem starken Träger besteht, der mit dem einen etwas verbreiterten Ende auf zwei Füssen, mit dem anderen auf einer genau gearbeiteten Schraube ruht, deren Kopf mit einer getheilten Trommel versehen ist. Man bringt die Libelle auf diesen Apparat parallel zu der durch die Axe der Schraube senkrecht auf die Verbindungslinie beider Füsse gezogenen Geraden, und beobachtet die Anzahl der Scalentheile, um welche sich die Blase bewegt, wenn die Schraube um eine gewisse Anzahl Theile am Schraubenkopfe gedreht wird. Der Winkelwerth eines Schraubenganges ist aber in Bogensecunden $= 206265 \frac{h}{d}$, wenn h die Höhe eines Schraubenganges, und d die senkrechte Entfernung der Axe der Schraube von der Verbindungslinie der beiden Füsse bedeutet, welche Grössen mit genügender Schärfe gemessen werden können *).

*) Die Höhe eines Schraubenganges findet man, indem man eine grössere Zahl derselben, etwa 50 oder mehr, in den Zirkel nimmt, und auf einem guten Trans-

Hiemit kann leicht die Untersuchung der Libelle bezüglich der Gleichförmigkeit ihrer Krümmung verbunden werden, indem man die Schraube wiederholt um eine gleiche Anzahl Trommeltheile dreht, und die entsprechende Bewegung der Blase beobachtet, welche stets dieselbe sein soll. Man wird auf diese Weise die Blase mehrmals hin und her führen, um ein sicheres Mittel zu erhalten.

B e i s p i e l. Folgende Untersuchung wurde mit der Libelle eines 12zölligen Universal-Instrumentes von G. S t a r k e vorgenommen; der Werth eines Schraubenganges war $=232''.68$, die Trommel in 100 Theile getheilt; die Schraube wurde um je 5 Theile gedreht.

Schraube	Vorwärts			Rückwärts			Vorwärts			Rückwärts		
	Lesung		Beweg. der Blase	Lesung		Beweg. der Blase	Lesung		Beweg. der Blase	Lesung		Beweg. der Blase
	links	rechts		links	rechts		links	rechts		links	rechts	
0.00	37.2	14.6	$5^p.60$	36.6	15.1	$5^p.65$	36.7	14.9	$5^p.70$	36.5	15.1	$5^p.80$
5	31.6	20.2	6 .00	30.9	20.7	6 .25	31.0	20.6	6 .00	30.7	20.9	6 .15
10	25.6	26.2	6 .10	24.7	27.0	6 .25	25.0	26.6	6 .20	24.6	27.1	6 .20
15	19.5	32.3	6 .10	18.5	33.3	6 .10	18.8	32.8	6 .00	18.4	33.3	6 .20
20	13.4	38.4		12.4	39.4		12.8	38.8		12.2	39.5	

Vereinigt man die zu derselben Stellung der Blase gehörigen Zahlen zu Mitteln, so erhält man die einer Drehung der Schraube um 5 Theile $=11''.634$ entsprechende Bewegung der Blase:

$$5^p.69, \quad 6^p.10, \quad 6^p.19, \quad 6^p.10,$$

und, wenn man 11.634 durch diese Zahlen dividirt:

$$\mu = 2''.045, \quad 1''.907, \quad 1''.879, \quad 1''.907.$$

Die Krümmung ist hiernach hinreichend gleichförmig, indem nur an dem einen Röhrenende μ merklich grösser sich ergibt. Das Mittel ist $\mu = 1''.934$; sorgt man aber dafür, was immer möglich ist, dass bei dem Gebrauche des Instrumentes die Blasenenden nicht über 32 Theile vom Nullpuncte sich entfernen, so wird man richtiger $\mu = 1''.898$, als Mittel der drei letzten Werthe, nehmen.

Es ist bei dieser Untersuchung, namentlich bei sehr empfindlichen Libellen, wesentlich, die Libelle in dem Zustande auf den Apparat zu bringen, in welchem sie sich am Instrumente befindet, weil sonst leicht eine Aenderung in der Spannung des Glasrohrs eintreten kann, wodurch die Krümmung desselben und mit dieser der Werth von μ sich ändert. Aus demselben Grunde hat auch die Temperatur bei vielen Libellen einen Einfluss auf den Werth eines Niveautheils, wozu noch kommt, dass in Folge der Ausdehnung der Flüssigkeit durch die Wärme die Blasenlänge mit der Temperatur sich ändert. Es ist daher räthlich, diesen Werth bei verschiedenen Temperaturen zu be-

versal-Maasstabe abmisst. Man kann zu diesem Zwecke die Schraube auf Papier abdrücken, wodurch die Messung sicherer wird.

stimmen. Sind μ, μ_0 die zu den Blasenlängen l, l_0 gehörigen Scalenwerthe, so kann man

$$\mu = \mu_0 + a\,(l - l_0),$$

setzen, wo a eine Constante bedeutet, und, für l_0 einen mittleren Werth der Blasenlänge annehmend, aus mehreren bei verschiedenen Blasenlängen l_1, l_2, l_3, ... beobachteten Werthen μ_1, μ_2, μ_3, ... die Werthe von μ_0 und a nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen; obige Gleichung gibt dann den zu einer gegebenen Blasenlänge l gehörigen Werth von μ.

In neuerer Zeit wird häufig bei grösseren Libellen an dem einen Ende des Glasrohrs ein Reservoir angebracht, welches, zum Theil mit Flüssigkeit gefüllt, durch eine kleine Oeffnung mit dem Rohre in Verbindung steht; neigt man eine solche Libelle, das Reservoirende nach oben gehalten, so wird ein Theil der Flüssigkeit aus letzterem in das Rohr fliessen, wodurch die Blase verkürzt wird; bei entgegengesetzter Neigung der Libelle, das Reservoir nach unten, tritt Flüssigkeit aus dem Rohr in das Reservoir, und die Blase wird länger. Hiedurch ist man im Stande, die Blase stets von nahe gleicher Länge zu erhalten. Uebrigens ist auch bei dieser Einrichtung die Untersuchung der Libelle bei verschiedenen Temperaturen zu empfehlen. Ihr Hauptvortheil liegt in der Beseitigung des Uebelstandes, dass bei niedrigen Temperaturen die Enden der Blase wegen der grossen Länge derselben zu nahe an die Enden der Theilung kommen, wo bei den meisten Libellen der Werth der Scalentheile sich mehr oder weniger ändert.

Theodolite und Universalinstrumente, welche auf drei Fussschrauben ruhen, die ein nahe gleichseitiges Dreieck bilden, und gewöhnlich ein ziemlich feines Gewinde haben, können unmittelbar zur Untersuchung der Libelle angewendet werden, indem man sich einer der drei Fussschrauben, deren Kopf zu diesem Zwecke mit einer Theilung versehen wird, als Messschraube bedient. Die Libelle wird auf das Instrument gebracht und durch Drehung desselben um die verticale Axe parallel zu der Geraden gestellt, welche von der zuletzt erwähnten Schraube senkrecht auf die Verbindungslinie der beiden anderen Schrauben geht. Die Ausmittelung des Winkelwerthes eines Schraubenganges geschieht wie bei dem oben beschriebenen Apparate, wobei der senkrechte Abstand d der Axe der Schraube von der Verbindungslinie der beiden anderen Schrauben aus dem Dreiecke, welches die Spitzen der drei Schrauben bilden, erhalten wird.

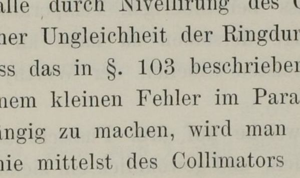
107. Versieht man ein Collimator-Fernrohr (§. 95) mit zwei cylindrischen Ringen von gleichem Durchmesser, mittelst welcher dasselbe in zwei V-förmigen Lagern ruht, welche auf einem starken Träger, der an dem einen Ende mittelst Schrauben erhöht oder gesenkt werden kann, befestiget sind, so kann das Fernrohr mit Hilfe einer Libelle, welche auf die beiden Ringe aufgesetzt wird, wie die horizontale Umdrehungsaxe eines Fernrohrs horizontal gestellt und überhaupt wie eine solche behandelt werden. Setzt man die nach §§. 100 und 105 rectificirte Libelle auf die Ringe und bringt mittelst der an dem einen Trägerende befindlichen Schrauben die Blase zum Einspielen, so wird offenbar, die Gleichheit der Ringdurchmesser vorausgesetzt, die Ringaxe, d. i. die die Mittelpuncte beider Ringe verbindende Gerade horizontal; ist dann noch die optische Axe parallel zur Ringaxe, so wird auch die optische Axe des Collimators horizontal und somit für ein zweites Fernrohr eine horizontale Richtung oder Visur darbieten. Um aber den Parallelismus der optischen und Ringaxe zu untersuchen, stelle man den Kreuzungspunct der Fäden des Collimators auf ein entferntes Object, oder besser auf den Horizontalfaden eines zweiten Fernrohrs (nach §. 95) scharf ein, und drehe hierauf den Collimator um 180° um seine Ringaxe, so muss der Kreuzungspunct abermals das benützte Object genau treffen; wo nicht, so wird der Fehler weggeschafft, indem man das Fadenkreuz des Collimators mittelst der Schräubchen $\alpha\alpha'$ (Fig. 34, S. 201), welche auf die Fadenplatte wirken, um die halbe Abweichung auf- oder abwärts rückt. Der Versuch wird einige Male zu wiederholen sein, bis keine merkliche Abweichung eintritt.

Die genaue Neigung der Ringaxe gegen den Horizont findet man in jedem Falle durch Nivellirung des Collimators nach §. 102; sie bedarf, im Falle einer Ungleichheit der Ringdurchmesser, noch eine Correction, zu deren Kenntniss das in §. 103 beschriebene Verfahren führt. Um sich endlich auch von einem kleinen Fehler im Parallelismus der optischen und der Ringaxe unabhängig zu machen, wird man das Fernrohr des Instrumentes, dessen Absehenlinie mittelst des Collimators horizontal gerichtet werden soll, zweimal auf den Collimator einstellen, das zweitemal, nachdem letzterer um 180° um seine Ringaxe gedreht worden; das Mittel aus beiden Einstellungen ist dann frei von einem Fehler im Parallelismus beider Axen.

Der Nonius oder Vernier und das Ablesemikroskop.

108. Der Nonius oder Vernier dient dazu, um an einer geradlinigen oder Kreis-Theilung noch kleinere Theile, als die unmittelbar an der Theilung befindlichen, ablesen zu können. Es sei AB (Fig. 46) ein Stück eines getheilten Kreises, um dessen Mittelpunct sich die Alhidade C sammt dem Fernrohre dreht; mit der Alhidade ist ein mit dem Kreise concentrisches Bogenstück ab verbunden, auf welchem sich eine Theilung befindet, bei welcher die Länge von $n-1$ Theilen des Kreises in n gleiche Theile getheilt ist. Diese Theilung heisst ein Nonius oder Vernier; der erste Strich derselben, mit 0 bezeichnet, bildet den Null-

Fig. 46.



punct des Nonius oder den Index der Alhidade, deren Drehung um irgend einen Winkel eben durch den Bogen gemessen wird, welchen hiebei dieser Nullpunct an der Theilung des Kreises durchläuft. Es handelt sich daher darum, bei jeder Stellung der Alhidade den Ort des Nullpunctes des Nonius an der Kreistheilung, d. i. seinen Abstand von dem unmittelbar vorausgehenden Theilstriche zu bestimmen.

Sind a und a' die Werthe eines Theiles beziehungsweise der Kreistheilung und der Theilung des Nonius, so hat man:

$$(n-1)\,a = na';$$

hieraus folgt für den Unterschied eines Nonius- und Kreis-Theiles:

$$a - a' = \frac{a}{n}. \qquad (\alpha)$$

Diese Grösse wird gewöhnlich die Angabe des Nonius genannt, und erhalten, wenn man den Werth eines Kreistheiles durch die Anzahl der Theile des Nonius dividirt.

Lassen wir nun, wie in der Figur, den Nullstrich des Nonius mit irgend einem Theilstriche des Kreises coincidiren, so wird der Abstand der zwei nächsten Striche des Nonius und Kreises $= 1 \cdot \frac{a}{n}$, der folgenden $= 2 \cdot \frac{a}{n}$ u. s. w. sein, woraus folgt, dass, wenn der r^{te} Strich des Nonius mit einem Striche des Kreises coincidirt, der Abstand des Nullstriches von dem unmittelbar vorausgehenden Theilstriche des Kreises $= r \cdot \frac{a}{n}$ ist. Um daher den Nonius abzulesen, hat man nur die Anzahl Theile am Nonius abzuzählen, welche zwischen dem Nullpuncte und jenem Theilstriche des Nonius liegt, welcher mit einem Striche der Kreistheilung coincidirt, diese Anzahl mit $\frac{a}{n}$ zu multipliciren, und das Product zu der Lesung des dem Nullpuncte des Nonius unmittelbar vorausgehenden Striches der Kreistheilung hinzuzufügen. Um die erwähnte Abzählung und Multiplication zu ersparen, wird der Nonius entsprechend beziffert, so dass durch die Bezifferung gewisser Nonius-Striche schon der Werth derselben angegeben wird. Ist z. B. bei einer Kreistheilung der Grad in 6 Theile getheilt, und enthält der Nonius 60 Theile, so ist $a = 10'$, $n = 60$, also die Angabe des Nonius $a - a' = \frac{a}{n} = \frac{1'}{6} = 10''$. Es wird daher der 6^{te} auf den Nullpunct folgende Strich des Nonius mit 1 (1 Minute), der 12^{te} mit 2 (2 M.), der 18^{te} mit 3 (3 M.) u. s. w. beziffert, während die zwischen je zweien dieser Striche liegenden 5 Striche beziehungsweise $10''$, $20''$, $30''$, $40''$, $50''$ entsprechen, und auch ohne Bezifferung leicht zu übersehen sind. Dass die Bezifferung am Nonius in derselben Richtung läuft, wie an der Kreistheilung, geht aus dem Gesagten von selbst hervor.

Die oben beschriebene Einrichtung des Nonius, wobei die Nonius-Theile kleiner sind, als jene des Kreises, ist die gewöhnliche; man kann aber auch eine Länge von $n+1$ Theilen des Kreises auf den Nonius übertragen und in n Theile theilen, wobei die Noniustheile grösser werden als die Kreistheile. Es ist dann $(n+1)a = na'$, somit der Unterschied $a' - a = \frac{a}{n}$, wie zuvor, so dass an dem oben Gesagten sich weiter nichts ändert, als dass bei den Vernieren der letzteren Art die Bezifferung derselben jener an der Theilung entgegengesetzt läuft.

Aus (α) folgt:

$$n = \frac{a}{a - a'},$$

woraus man die Anzahl Theile findet, welche der Nonius für eine gegebene Kreistheilung erhalten muss, wenn man mit demselben noch die Grösse $a - a'$ ablesen will. Ist z. B. der Grad auf dem Kreise in 12 Theile getheilt, also $a = 5' = 300''$, und es soll die Angabe des Nonius $a - a' = 4''$ sein, so wird $n = 75$; es ist also die Länge von 74 Kreistheilen auf dem Nonius in 75 Theile zu theilen. Je kleiner $a - a'$ ist, d. i. je genauer die Ablesung sein soll, um so kleiner muss auch a sein, d. i. in um so kleinere Theile muss der Kreis getheilt werden, weil sonst n zu gross, also der Nonius zu lang wird, um noch leicht übersehen werden zu können. Uebrigens hängt der kleinste Werth, welcher für $a - a'$ bei einem gegebenen Kreise gewählt werden kann, von dem Halbmesser r desselben ab; es muss nämlich, wenn $a - a'$ in Bogensecunden ausgedrückt ist, die Grösse $(a - a') r \sin 1''$ dem mit einer Lupe bewaffneten Auge noch wahrnehmbar sein, widrigenfalls sich die Coincidenz zwischen den Theilstrichen des Nonius und Kreises nicht auf e i n e n Strich beschränkt, sondern zwei oder mehrere benachbarte Striche coincidirend gesehen werden, wodurch die angestrebte Genauigkeit der Ablesung wieder verloren geht. Ist z. B. $r = 5$ Zoll, $a - a' = 4$ Secunden, so wird $(a - a') r \sin 1'' = 0.000097$ Zoll, eine Grösse, welche mit einer 8 bis 10mal vergrössernden Lupe bei einer vorzüglichen Theilung (in Bezug auf Feinheit und Reinheit der Striche) noch deutlich wahrnehmbar ist. Ist bei einer Theilung die Grösse $a - a'$ merklich grösser als die mit Rücksicht auf den Halbmesser des Kreises zulässige Grenze, so wird es häufig vorkommen, dass kein Theilstrich des Nonius genau mit einem Theilstriche des Kreises coincidirt, in welchem Falle dann die Lesung zwischen die zwei am nächsten coincidirenden Theilstriche hineinfällt und noch ein Bruchtheil von $a - a'$ geschätzt werden kann. Ueberhaupt hat man bei dem Ablesen namentlich feiner Theilungen auf mehrere benachbarte Theilstriche in der Nähe der Coincidenz das Augenmerk zu richten, um den am besten coincidirenden Strich sicher zu erkennen. Um dies auch dann zu ermöglichen, wenn die Coincidenz nahe am 1^{ten} oder letzten Strich des

Nonius stattfindet, sind über beide Endstriche hinaus noch einige Theile auf den Nonius aufgetragen (Ueberstriche oder Excedenz).

Es kommt bisweilen, namentlich bei sogenannten fliegenden Nonien (wo die Noniustheilung auf eine Lamelle getheilt ist, welche auf der Kreistheilung aufliegt), vor, dass die Länge des Nonius unrichtig, also nicht genau $(n-1)a = na'$ ist. Die Lesung bedarf in diesem Falle einer Correction. Es sei z. B. der Nonius zu lang, so wird, wenn der Nullstrich des Nonius mit einem Striche der Kreistheilung coincidirt, nicht — wie es sein soll — der n^{te} Strich, sondern etwa der $(n+e)^{\text{te}}$ Strich wieder mit einem Striche der Kreistheilung zusammentreffen; es ist dann $(n+e)a' = (n+e-1)a$, folglich:

$$a - a' = \frac{a}{n+e} = \frac{a}{n} - \frac{a}{n} \cdot \frac{e}{n+e},$$

wo nun $-\frac{a}{n} \cdot \frac{e}{n+e}$ den Fehler eines Noniustheiles bedeutet. Wenn daher der r^{te} Noniusstrich coincidirt, so ist der Fehler der Lesung $= -r\frac{a}{n} \cdot \frac{e}{n+e}$, oder, wenn p Noniustheile auf eine Minute gehen, so ist der Fehler für je eine am Nonius gelesene Minute $= -p\frac{a}{n} \cdot \frac{e}{n+e}$. Im Falle der Nonius zu kurz, ist e negativ zu nehmen. Um e zu erhalten, bringt man den Nullstrich des Nonius mit einem Theilstriche des Kreises zur Coincidenz, und sucht den coincidirenden Strich am Ende auf; man wird dies an mehreren Puncten des Kreises thun, um den Einfluss der zufälligen Theilungsfehler zu eliminiren.

Beispiel. Sei $a = 10'$, $n = 60$, wobei der Nonius $10''$ angibt, und man habe $e = +1.5$ gefunden, so wird $\frac{a}{n} \cdot \frac{e}{n+e} = \frac{600}{60} \cdot \frac{1.5}{61.5} = 0''.244$. Die Correctionen der Lesungen sind daher, auf ganze Secunden abgerundet:

für	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′:
	−1″	−3″	−4″	−6″	−7″	−9″	−10″	−12″	−13″	−15″.

109. Das Ablesemikroskop. Um die Genauigkeit der Ablesung der Kreise weiter zu treiben, als dies durch Nonien möglich ist, wird mit der Alhidade ein zusammengesetztes Mikroskop in Verbindung gebracht, dessen optische Axe senkrecht auf die Kreistheilung gerichtet, und welches in der Ebene des Bildes mit einem Schraubenmikrometer (d. i. ein mittelst einer Schraube beweglicher Faden) versehen ist. Das Mikroskop wird so adjustirt, dass das Bild der Theilung in die Ebene des Fadens fällt, und daher Bild und Faden durch das Ocular deutlich gesehen werden; dass ferner der bewegliche Faden (oder besser zwei parallele Fäden, zwischen welche man die Striche der Kreistheilung stellt) zu diesen Strichen parallel sei, und dass endlich — wozu die Einrichtung immer vorhanden ist — die Schraube eine ganze Anzahl von Umdrehungen mache, wenn mittelst derselben der Faden von einem Striche zum folgenden geführt wird. Gewöhnlich entspricht einer Umdrehung der Schraube eine Minute; ist dann die Trommel am Kopfe der Schraube in 60 Theile getheilt, so entspricht einem solchen Theile eine Secunde, wodurch die Untertheilung der Kreistheile bis auf die Secunde, je Bruchtheile derselben, bewirkt werden kann.

Fig. 47.

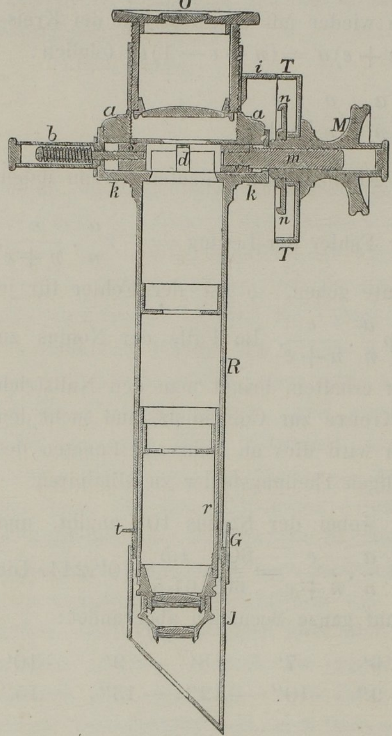
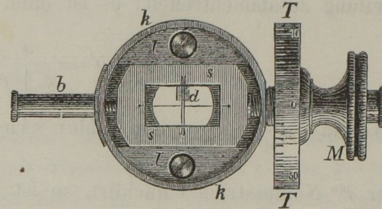


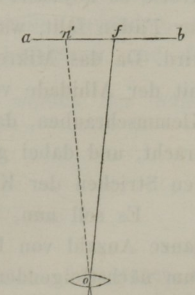
Fig. 48.



In Fig. 47 ist ein solches Mikroskop im Längenschnitte, in Fig. 48 das Mikrometer dargestellt, letzteres von oben gesehen, wenn das Ocularrohr *aa* abgeschraubt ist. *R* ist das Objectivrohr, welches an seinem unteren Ende in einem besonderen Röhrchen *r* das achromatische Doppel-Objectiv, an dem oberen Ende das Mikrometer-Gehäuse *kk* trägt, auf welches das Rohr *aa* aufgeschraubt ist, in welchem das Ocular *O* sich befindet. Zur Beleuchtung der Kreistheilung dient der Illuminator *J*, ein auf das Objectivrohr lose gestecktes Rohr, welches durch eine gegen die Axe um 45^0 geneigte in der Mitte durchbrochene Platte geschlossen ist, deren äussere versilberte oder mit weissem Papier belegte Fläche das von der Seite kommende Licht auf die Theilung wirft; der Illuminator kann gegen das einfallende Licht gedreht werden, welche Drehung durch die Anschlagstifte *G* und *t* begrenzt ist.

In dem Mikrometer-Gehäuse befindet sich ein zwischen zwei Führungsleisten *ll* verschiebbarer durchbrochener Schlitten *ss*, auf welchem der (den Strichen der Kreistheilung parallele) Doppelfaden und überdies noch ein darauf senkrechter Faden gespannt ist. Mit dem Schlitten steht an dem einen Ende die Spindel der Mikrometerschraube *m* in Verbindung; diese tritt in die mit einemränderirten Kopfe versehene Mutter M, auf welche die getheilte Trommel T aufgesteckt ist und durch eine vorgeschraubte Platte nn durch Reibung festgehalten wird, so dass die Trommel gedreht werden kann, wenn man die Mutter amränderirten Kopfe festhält. Mit dem anderen Ende des Schlittens ist ein Stift verbunden, welcher in die Hülse b hineinreicht; die um denselben gelegte Schraubenfeder dient zur Beseitigung des todten Ganges der Schraube, indem durch die Spannung derselben die Mutter M stets an dem Gehäuse anliegend erhalten wird. Durch eine Drehung des Schraubenkopfes in dem einen oder anderen Sinne wird daher der Schlitten, und mit diesem der Doppelfaden, nach links oder rechts geführt. Um die ganzen Umdrehungen lesen zu können, um welche die Schraube gedreht wurde, ist im Gesichtsfelde ein sogenannter Rechen oder Kamm d angebracht, d. i. ein dünnes Metallblättchen, dessen Ebene dicht unter den Fäden liegt, und in dessen vordere Kante Zähne eingeschnitten sind, deren Abstand gleich ist der Höhe eines Schraubenganges. Die Anzahl dieser Zähne ist gleich der um 1 vermehrten Anzahl Schraubenumdrehungen, welche auf einen Theil der Kreistheilung gehen, und der erste Zahn (welcher mit Null gelesen wird) durch ein hinter demselben durch das Blech geschlagenes Löchelchen bezeichnet. Die zwischen diesem 0^{ten} Zahn und dem beweglichen Faden liegende Anzahl von Zähnen gibt dann sofort die Anzahl ganzer Schraubengänge, um welche die Schraube zu drehen ist, um den Faden von dem 0^{ten} Zahn bis in die beobachtete Stellung zu führen. Die Theile der Schraubenumdrehungen werden an der getheilten Trommel mittelst eines Index i abgelesen; hiebei soll, wenn die Trommel am Index i auf 0 gestellt wird, der bewegliche Doppelfaden mit einer Zahnspitze zusammenfallen. Um dies zu bewirken, stelle man den Doppelfaden auf eine Zahnspitze ein, und drehe sodann, während man die Mutter am Kopfe M festhält, die Trommel, bis der mit 0 bezeichnete Strich ihrer Theilung mit dem Indexstriche i nahe zusammenfällt. Bringt man durch Drehung der Schraube den beweglichen Faden auf den 0^{ten} Zahn, und den Indexstrich i mit dem Nullstriche der Trommeltheilung zur Coincidenz, so ist das Mikrometer auf 0 gestellt, und man sieht leicht ein, dass mit dieser Stellung eine völlig bestimmte Lage des beweglichen Fadens verbunden ist.

Fig. 49.



110. Die Anwendung des Mikroskopes zur Ablesung der Kreistheilung ist nun folgende. Sei (Fig. 49) o der optische Mittelpunct des Objectivs, ab die Ebene der Fäden, so wie des Bildes der Kreistheilung xy; f der bewegliche Faden, wenn das Mikrometer auf 0 gestellt ist. Die bei dieser Stellung durch den beweglichen Faden gebildete Absehenlinie of ist als eine feste mit dem Mikroskope und durch dieses mit der Alhidade verbundene Gerade zu betrachten, welche verlängert die Kreistheilung in irgend einem Puncte e trifft und die Stelle des Nullstriches an einem Nonius vertritt. Wird die Alhidade um einen gewissen Winkel gedreht, so ist dieser offenbar gleich dem Bogen, welchen der Punct e an der Kreistheilung durchlaufen hat, und es kommt daher nur darauf an, bei jeder Stellung der Alhidade den Abstand des Punctes e von dem vorhergehenden Theilstriche n zu finden. Das Bild des Striches n fällt aber nach n'; stellt man daher durch Drehung der Schraube den beweglichen Faden auf n' ein, so gibt die hiezu erforderliche Anzahl von Umdrehungen der Schraube, am Rechen und der Trommel abgelesen, offenbar den Abstand fn', und hiemit auch en, wenn die Anzahl Schraubengänge bekannt ist, welche auf einen Theil mn der Kreistheilung (oder vielmehr das Bild desselben) gehen. Es ist einleuchtend, dass es hiebei unnöthig ist, das Mikrometer zuerst auf 0 zu bringen, es genügt, den Faden sogleich auf den unter dem Rechen erscheinenden Strich n einzustellen und den Stand der Schraube abzulesen. Zur Vervollständigung der Ablesung erübrigt nur noch die Bestimmung des Striches n an der Theilung selbst, was durch einen mit der Alhidade verbundenen Index geschieht, welcher sich übrigens immer seitwärts vom Mikroskope befindet, da es offenbar gleichgiltig ist, welcher Strich der Theilung abgelesen wird, indem der Index bei der Drehung der Alhidade seinen Abstand vom Mikroskope nicht verändert. Stellt man das Mikrometer auf 0, und durch Drehung der Alhidade den Faden auf einen Strich ein, so soll auch der Index mit einem Striche der Kreistheilung coincidiren, was durch eine seitliche Verschiebung des Index, welcher gewöhnlich zwischen zwei Schraubenspitzen gehalten wird, leicht bewerkstelliget werden kann.

111. Es bedarf kaum der Erwähnung, dass vor jeder Benützung des Mikroskopes das Ocular so zu stellen ist, dass die Fäden dem Auge vollkommen deutlich erscheinen, und ferner die Entfernung des Mikroskopes vom Kreise so adjustirt werden muss, dass das Bild der Theilung in die Ebene der Fäden fällt, was auf dieselbe Art, wie beim Fernrohr [§. 88] untersucht wird. Da das Mikroskoprohr in zwei Ringe geklemmt ist, welche sich an einem mit der Alhidade verbundenen Träger befinden, so kann, nach Lüftung der Klemmschrauben, das Mikroskop in die gehörige Entfernung vom Kreise gebracht, und dabei gleichzeitig so gedreht werden, dass der bewegliche Faden den Strichen der Kreistheilung parallel sei.

Es soll nun, wie schon früher bemerkt wurde, die Schraube genau eine ganze Anzahl von Umdrehungen machen, wenn der Faden von einem Striche zum nächstfolgenden geführt wird, d. h. die Grösse des Bildes eines Kreistheiles soll genau ein gewisses Vielfaches der Höhe eines Schraubenganges sein. Um dies zu untersuchen, messe man mit der Schraube ein Intervall der Theilung, oder vielmehr das Bild desselben, indem man das Mikrometer auf Null, und durch Drehung der Alhidade einen Strich scharf zwischen den Doppelfaden stellt, sodann durch Drehung der Mikrometerschraube den Faden auf den folgenden Theilstrich einstellt und das Mikrometer abliest. Findet man bei diesem Versuche, den man zweckmässig einige Male wiederholen wird, das Bild zu klein, d. h. wurde nicht eine ganze Anzahl von Umdrehungen erfordert, um den Faden von einem Strich zum anderen zu führen, so ist der Abstand des Objectivs von den Fäden zu klein (§. 97); es muss also das Objectiv des Mikroskopes von den Fäden entfernt, und zu diesem Zwecke das blos durch Reibung in dem Hauptrohre R (Fig. 47) steckende Rohr r etwas herausgezogen, und selbstverständlich dann das ganze Mikroskop dem Kreise entsprechend genähert werden, so dass wieder das Bild genau in die Ebene der Fäden fällt. Zeigt sich umgekehrt das Bild zu gross, so ist das Objectiv den Fäden näher zu rücken.

112. Auf diese Art bringt man es durch einige Versuche leicht dahin, den Schraubenwerth so nahe zu berichtigen, dass der übrigbleibende Fehler unmerklich klein wird; da jedoch die Entfernung der Mikroskope vom Kreise kleinen Aenderungen unterliegt, womit auch eine Aenderung des Schraubenwerthes verbunden ist, so ist es zweckmässiger, den Schraubenwerth auf die eben erklärte Weise nahe zu berichtigen, und dann den Fehler von Zeit zu Zeit scharf zu bestimmen und die Ablesungen hiernach zu verbessern.

Hiebei ist nun zu beachten, dass selbst die vollkommenste Theilung mit kleinen Fehlern behaftet ist und dass daher die einzelnen Kreistheile von dem wahren Werthe, welchen wir $= m$ Minuten annehmen wollen, etwas verschieden sein werden. Um sich von diesen zufälligen Theilungsfehlern unabhängig zu machen, misst man eine grössere Anzahl von Kreistheilen mit der Schraube ab und nimmt aus allen diesen Messungen das Mittel, welches, da die gemessenen Intervalle theils grösser, theils kleiner sein werden, als m Minuten, um so genauer $= m$ Min. $= 60\,m$ Sec. angenommen werden kann, je grösser die Anzahl der Intervalle ist. Hat man nun dieses Mittel $= m^R + x^p$, d. i. gleich m Umdrehungen der Schraube $+ x$ Trommeltheilen gefunden, so ist, wenn R den Werth einer Umdrehung in Secunden bezeichnet und die Trommel in 60 Theile getheilt ist: $mR + x \cdot \frac{R}{60} = 60\,m$, woraus der wahre Werth einer Umdrehung;

$$R = 60 \cdot \frac{60\,m}{60\,m + x} \text{ Sec.}$$

gefunden wird.

Um jedoch in der Folge diesen Werth immer leicht bestimmen zu können, verbindet man mit dieser Untersuchung zugleich die Bestimmung des wahren Werthes N eines bestimmten, übrigens beliebig gewählten Intervalles, welches wir das Normal-Intervall nennen wollen. Hat man im Mittel aus mehreren Messungen desselben mit der Schraube gefunden $N = m^R + r^p$, so ist: $N = mR + r.\frac{R}{60}$, woraus durch Substitution des obigen Werthes von R folgt:

$$N = 60\,m.\frac{60\,m + r}{60\,m + x}.$$

Ist einmal N bekannt, so erhält man jederzeit den Werth einer Schraubenumdrehung durch Abmessung des Normalintervalls mittelst der Gleichung:

$$R = \frac{60\,N}{60\,m + r},$$

und es ist, da $R = 60''$ sein soll, $R - 60''$ die Correction für eine Schraubenumdrehung.

Beispiel. An dem 12zölligen von 5 zu 5 Minuten getheilten Horizontalkreise eines Starke'schen Universalinstrumentes wurden folgende Abmessungen des Normal-Intervalles, und von 27 auf einen Quadranten des Kreises vertheilten Kreistheilen gemacht:

Normalintervall:	Abmessungen der 27 Kreistheile:		
$N = 5^R + 0^p.9$	$5^R - 0^p.5$	$5^R - 1.2$	$5^R + 0.5$
1 .1	+ 0 .1	− 0.9	− 1.1
1 .1	− 0 .8	− 1.1	0.0
0 .9	− 0 .2	− 0.1	− 1.1
0 .9	+ 0 .1	+ 0.9	+ 0.6
1 .0	− 1 .0	− 0.6	− 0.9
0 .9	+ 0 .1	+ 0.6	− 0.8
1 .0	+ 0 .1	− 0.7	+ 0.8
1 .0	− 1 .0	+ 0.5	− 1.5
0 .9	Mittel: $5^R - 0^p.34 = 5' = 300''$		
Mittel: $N = 5^R + 0^p.97$			

Es ist daher: $r = +0.97$, $x = -0.34$, womit sich nach obigen Gleichungen

$$N = 301''.31 = 5'\,1''.31, \quad R = 60''.068$$

ergibt.

Wenn übrigens der Fehler der Schraube so klein ist wie hier, und höchstens einige Trommeltheile beträgt, so bedarf es nicht der Rechnung nach obigen Formeln; man kann dann die Trommeltheile ohne merklichen Fehler als Secunden ansehen, wornach aus den Gleichungen:

$$5^R - 0^p.34 = 300'', \quad N = 5^R + 0^p.97$$

sogleich die folgenden: $5\,R = 300''.34$, $N = 5\,R + 0''.97$ sich ergeben, aus welchen man $N = 300''.34 + 0''.97 = 301''.31$ und $R = 60''.068$ erhält, wie oben.

Aus je 27 in den drei anderen Quadranten des Kreises gemessenen Intervallen ergab sich auf diese Weise:

$300'' = 5^R - 0^p.43$	$300'' = 5^R - 0^p.71$	$300'' = 5^R - 0^p.66$
$N = 5^R + 0^p.92$	$N = 5^R + 0^p.60$	$N = 5^R + 0^p.69$
Hieraus: $R = 60''.086$	$R = 60''.142$	$R = 60''.132$
$N = 301''.35$	$N = 301''.31$	$N = 301''.35$

Im Mittel aus den vier Bestimmungen ist also der Werth des Normalintervalls $N = 301''.33$.

Hat man nun z. B. zu irgend einer Zeit durch Abmessung des Normal-Intervalles gefunden: $N = 5^R - 1^p.72$, so ist $5R = 301''.33 + 1''.72 = 303''.05$, $R = 60''.61$, und hiemit die Correction der Lesung:

für	1,	2,	3,	4,	5 Minuten:
	$+0''.61$,	$+1''.22$,	$+1''.83$,	$+2''.44$,	$+3''.05$,

welche Correction in eine kleine Tafel mit kleinerem Intervall des Argumentes (der Lesung des Mikrometers) gebracht werden kann.

113. Eine wesentliche Eigenschaft des Mikrometers ist noch die vollkommene Gleichheit der einzelnen Schraubengänge, so dass an allen Stellen der Schraube einer gleichen Drehung derselben stets dieselbe Bewegung des Fadens entspricht. Man kann dies untersuchen, indem man auf der Kreistheilung einen Hilfsstrich anbringen lässt in einer Entfernung von einem Theilstriche gleich einem aliquoten Theile eines Kreistheiles (z. B. $\frac{1}{2}$ oder 1 Min.), und die Schraube an den aufeinander folgenden Stellen mit diesem constanten Intervalle vergleicht; in Ermanglung eines Hilfsstriches kann man zwei Parallelfäden benützen, welche in einer Entfernung gleich einem aliquoten Theile des Bildes eines Kreistheiles auf den Mikrometerschieber gespannt sind. Bei der grossen Vollkommenheit, mit welcher diese Schrauben hergestellt werden können, und da nur wenige Schraubengänge in Anspruch genommen werden, wird von dieser Seite nicht leicht ein merklicher Fehler zu besorgen sein.

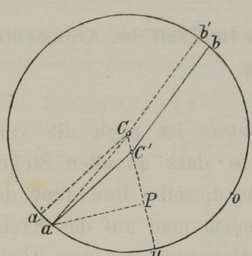
Die Schraube soll ferner frei sein von einem todten Gange, so dass dieselbe Lesung erhalten wird, man mag den Faden in der einen oder andern Richtung auf einen Strich einstellen. Zeigt sich hiebei ein merklicher Unterschied, und kann der Fehler durch eine Verbesserung an der Führung des Schlittens oder der Wirkung der Feder nicht beseitiget werden, so erübrigt nichts, als beim Gebrauche des Instrumentes den Faden stets durch Drehung der Schraube in derselben Richtung (und zwar jener, bei welcher die Feder gespannt wird) einzustellen.

Der Excentricitätsfehler der Kreise.

114. Die auf die Ebene des Kreises senkrechte Umdrehungsaxe der Alhidade (oder des Kreises, wenn dieser mit dem Fernrohre sich dreht und die Alhidade fest steht) soll durch den Mittelpunct der Theilung gehen, weil nur unter dieser Bedingung der Winkel, um welchen das Fernrohr gedreht wird, dem Bogen gleich ist, welchen der Nullpunct des Nonius oder Mikroskopes am Kreise durchläuft. Diese Bedingung wird jedoch auch bei der sorgfältigsten Ausführung der Instrumente nie in aller Strenge erfüllt sein, wodurch ein Fehler in der Ablesung entsteht, welcher der Excentricitätsfehler der Alhidade oder des Kreises genannt wird.

Sei C (Fig. 50) der Mittelpunct der Kreistheilung, C' der Drehungsmittelpunct und $C'a$ die von letzterem, bei irgend einer Richtung des Fernrohres, zum Nullpuncte a des Nonius oder Mikroskopes gezogene Gerade. Wäre nun der Drehungsmittelpunct in C, so würde, bei derselben Richtung des Fernrohres, diese Gerade in die mit $C'a$ parallele Lage Ca' kommen, so dass statt a der Ort a' am Kreise abgelesen würde. Es ist daher der Bogen $aa' = \angle\, aCa' = a' - a$ (wenn wir die Lesungen mit a und a' bezeichnen) der durch die Excentricität CC' erzeugte Fehler der Ablesung. Es sei 0 der Nullpunct der Theilung, u der Punct derselben, in welchem sie von der verlängerten CC' getroffen wird, der Halbmesser des Kreises $aC = r$, die Excentricität $CC' = e$. Zieht man aP senkrecht auf Cu, so hat man, da $\angle\, aC'u = \angle\, a'Cu = a' - u$, aus dem Dreiecke $aC'P$:

Fig. 50.



$$aP = aC' \sin(a' - u), \quad PC' = aC' \cos(a' - u),$$

und aus dem Dreiecke aCu:

$$aP = r \sin(a - u), \quad PC' = r \cos(a - u) - e,$$

mithin:

$$aC' \sin(a' - u) = r \sin(a - u),$$
$$aC' \cos(a' - u) = r \cos(a - u) - e.$$

Aus beiden Gleichungen folgt, einmal durch Subtraction, nachdem die 1te mit $\cos(a - u)$, die 2te mit $\sin(a - u)$ multiplicirt worden, dann durch Addition, nachdem die 1te mit $\sin(a - u)$, die 2te mit $\cos(a - u)$ multiplicirt worden:

$$aC' \sin(a' - a) = e \sin(a - u),$$
$$aC' \cos(a' - a) = r - e \cos(a - u),$$

und hieraus durch Division:

$$\operatorname{tg}(a'-a)=\frac{e\sin(a-u)}{r-e\cos(a-u)}=\frac{\frac{e}{r}\sin(a-u)}{1-\frac{e}{r}\cos(a-u)},$$

oder: *)

$$a'-a=\frac{e}{r}\sin(a-u)+\tfrac{1}{2}\frac{e^2}{r^2}\sin 2(a-u)+\ldots$$

Da aber $\frac{e}{r}$ immer ein so kleiner Bruch ist, dass die Glieder mit den höheren Potenzen unmerklich werden, so hat man in Secunden:

$$a'=a+206265\frac{e}{r}\sin(a-u), \tag{132}$$

wo das zweite Glied die an der Lesung a anzubringende Correction darstellt. Sie erreicht ihren grössten Werth $=206265\frac{e}{r}$ für $a-u=90^0$, d. i. wenn die Richtung $C'a$ senkrecht auf CC' steht, und wegen des grossen Factors ist dieser Werth selbst bei sehr kleiner Excentricität e, welche auch bei der sorgfältigsten Centrirung des Kreises nicht ganz zu vermeiden ist, sehr beträchtlich.

Nehmen wir nun an, die Alhidade trage noch einen zweiten Nonius oder ein zweites Mikroskop bei b (Fig. 50) in einem vorläufig willkürlichen Abstande $=b-a$ von dem ersten, so sind, wenn wieder a und b die Lesungen an beiden Nonien bedeuten, die wegen des Excentricitätsfehlers corrigirten Lesungen:

$$a'=a+\frac{e}{r\sin 1''}\sin(a-u),\quad b'=b+\frac{e}{r\sin 1''}\sin(b-u),$$

deren arithmetisches Mittel:

$$\frac{a'+b'}{2}=\frac{a+b}{2}+\frac{e}{2r\sin 1''}[\sin(a-u)+\sin(b-u)],$$

oder:

$$\frac{a'+b'}{2}=\frac{a+b}{2}+\frac{e}{r\sin 1''}\sin\left(\frac{a+b}{2}-u\right)\cos\frac{b-a}{2}$$

ist. Lassen wir nun $b-a=180^0$ sein, so wird:

$$\tfrac{1}{2}(a'+b')=\tfrac{1}{2}(a+b),$$

d. h. das Mittel der Ablesungen zweier diametral gegenüberstehenden Mikroskope oder Nonien ist völlig frei vom Excentricitätsfehler. Es bedarf kaum

*) Ist nämlich $\operatorname{tg}y=\frac{z\sin\varphi}{1-z\cos\varphi}$, und der Zahlenwerth von z nicht grösser als 1, so hat man:

$$y=z\sin\varphi+\tfrac{1}{2}z^2\sin 2\varphi+\tfrac{1}{3}z^3\sin 3\varphi+\ldots.$$

der Erwähnung, dass es genügt, bei der Ablesung die Grade nur an einem bestimmten Nonius oder Mikroskop zu lesen, und das Mittel aus den an beiden gelesenen Minuten und Secunden zu nehmen.

Man kann leicht zeigen, dass dieser Satz allgemein von dem Mittel aus den Lesungen einer beliebigen Anzahl von in gleichen Abständen auf die Peripherie des Kreises vertheilten Nonien gilt.

115. Die Grössen e und u, welche die Excentricität bestimmen, lassen sich aus den Differenzen der Lesungen zweier diametral gegenüberliegender Nonien leicht bestimmen. Bezeichnen wir die Lesungen mit I und II, so sind nach Gl. (132) die corrigirten Lesungen:

$$I + \frac{e}{r \sin 1''} \sin(I - u) \quad \text{und} \quad II + \frac{e}{r \sin 1''} \sin(II - u),$$

deren Differenz offenbar dem Abstande der Nullpuncte beider Nonien oder Mikroskope gleich sein muss. Dieser Abstand wird im Allgemeinen von 180^0 etwas verschieden sein; setzen wir denselben $= 180^0 + x$, so haben wir:

$$II + \frac{e}{r \sin 1''} \sin(II - u) - I - \frac{e}{r \sin 1''} \sin(I - u) = 180^0 + x,$$

oder, wenn die bekannte Grösse $II - I - 180^0 = \varDelta$ gesetzt wird:

$$\varDelta = x + \frac{e}{r \sin 1''} [\sin(I - u) - \sin(II - u)].$$

Man kann nun im zweiten Gliede ohne merklichen Fehler $II - u = I - u + 180^0$ setzen, und erhält dadurch:

$$\varDelta = x + \frac{2e}{r \sin 1''} \sin(I - u),$$

oder, wenn man den $\sin(I - u)$ auflöst, und

$$\frac{2e}{r \sin 1''} \cos u = y, \quad \frac{2e}{r \sin 1''} \sin u = -z$$

setzt:

$$\varDelta = x + y \sin I + z \cos I.$$

Liest man also die beiden Nonien bei drei verschiedenen Stellungen der Alhidade ab, so erhält man drei solche Gleichungen, aus welchen sich die Unbekannten x, y, z ergeben, und man hat dann:

$$\operatorname{tg} u = -\frac{z}{y}, \quad \frac{e}{r \sin 1''} = \frac{y}{2 \cos u} = -\frac{z}{2 \sin u}.$$

Zur Erzielung einer grösseren Genauigkeit wird man eine grössere Anzahl von Lesungen bei verschiedenen Stellungen der Nonien machen und sodann die wahrscheinlichsten Werthe von x, y, z nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Normalgleichungen:

$$\Sigma\Delta = nx + y\Sigma \sin I + z\Sigma \cos I,$$
$$\Sigma\Delta \sin I = x\Sigma \sin I + y\Sigma \sin I^2 + z\Sigma \sin I \cos I,$$
$$\Sigma\Delta \cos I = x\Sigma \cos I + y\Sigma \sin I \cos I + z\Sigma \cos I^2$$

erhalten, wo n die Anzahl der Beobachtungen bedeutet.

Die Rechnung wird sehr einfach, wenn man die Peripherie 2π in n gleiche Theile theilt und das Mikroskop I der Reihe nach auf die Theilstriche $0, \frac{2\pi}{n}, 2\frac{2\pi}{n}, 3\frac{2\pi}{n}, \ldots (n-1)\frac{2\pi}{n}$ einstellt. Es wird dann nach bekannten Sätzen über die periodischen Functionen*):

$$\Sigma \sin I = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \sin\mu\frac{2\pi}{n} = 0, \quad \Sigma \cos I = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \cos\mu\frac{2\pi}{n} = 0,$$

$$\Sigma \sin I \cos I = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \sin\mu\frac{2\pi}{n} \cos\mu\frac{2\pi}{n} = 0,$$

$$\Sigma \sin I^2 = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1}\left(\sin\mu\frac{2\pi}{n}\right)^2 = \frac{n}{2}, \quad \Sigma \cos I^2 = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1}\left(\cos\mu\frac{2\pi}{n}\right)^2 = \frac{n}{2},$$

wodurch sich die vorhergehenden Gleichungen in folgende einfache verwandeln:

$$\Sigma\Delta = nx, \quad \Sigma\Delta \sin I = \tfrac{1}{2}ny, \quad \Sigma\Delta \cos I = \tfrac{1}{2}nz,$$

aus welchen sofort:

$$x = \frac{\Sigma\Delta}{n}, \quad y = \frac{2\Sigma\Delta \sin I}{n}, \quad z = \frac{2\Sigma\Delta \cos I}{n}$$

folgt. Wählt man $n = 12$, stellt also den Nonius I auf 0^0, 30^0, $60^0, \ldots 300^0$, so wird auch die Berechnung der Summen $\Sigma\Delta \sin I$, $\Sigma\Delta \cos I$ vereinfacht, weil dann nur Sinus und Cosinus vorkommen, deren Werthe: 0, ± 1, $\pm \frac{1}{2}$ und $\pm \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0.866$ sind.

Beispiel. An dem Horizontalkreise eines Universal-Instrumentes von G. Starke wurden durch Ablesung der zwei gegenüberliegenden Mikroskope folgende Werthe von Δ erhalten:

I	Δ	$\Delta \sin I$	$\Delta \cos I$
0^0	$-$ 1″.1	0″.00	$-$ 1″.10
30	+ 2 .9	+ 1 .45	+ 2 .51
60	+ 5 .3	+ 4 .59	+ 2 .65
90	+ 3 .9	+ 3 .90	0 .00
120	+ 1 .8	+ 1 .56	$-$ 0 .90
150	$-$ 4 .6	$-$ 2 .30	+ 4 .78
180	$-$ 7 .1	0 .00	+ 7 .10
210	$-$ 11 .3	+ 5 .65	+ 9 .79
240	$-$ 14 .2	+ 12 .30	+ 7 .10
270	$-$ 13 .7	+ 13 .70	0 .00
300	$-$ 8 .5	+ 7 .36	$-$ 4 .25
330	$-$ 4 .1	+ 2 .05	$-$ 4 .35
Summen	$-$ 50″.7	+ 50″.26	+ 23″.33

*) Siehe z. B. des Verfassers „Lehrbuch der höheren Mathematik". 2 Aufl. I. Band, Seite 78.

Hieraus folgt:

$$x = -\frac{50''.7}{12} = -4''.22\,; \quad y = \frac{50''.26}{6} = +8''.38\,; \quad z = \frac{23''.33}{6} = +3''.89\,;$$

$$\frac{e}{r \sin 1''} = 4''.62\,, \quad u = -24^0\,54',$$

und es wäre daher, wenn nur das Mikroskop I abgelesen würde, die an jeder Lesung $= I$ desselben anzubringende Correction:

$$= 4''.62 \sin (I + 24^0\,54').$$

116. Hat ein Instrument nur einen Nonius, so muss, wenn auf die Excentricität Rücksicht genommen werden soll, jede Lesung nach Gl. (132) verbessert werden. Die hiezu erforderliche Kenntniss der Elemente e und u kann in diesem Falle nur durch Vergleichung mehrerer mit dem Instrumente gemessener Winkel mit den aus anderen Messungen bereits bekannten wahren Werthen derselben erlangt werden. Sind nämlich a, b die bei der Messung eines Winkels gemachten zwei Ablesungen des Nonius, also $b - a = \alpha$ der durch das Instrument gegebene Werth des Winkels, α' dessen wahrer Werth, und a', b' die vom Excentricitätsfehler befreiten Lesungen, so ist $\alpha' = b' - a'$ und man hat vermöge der Gl. (132):

$$b' - a' = b - a + \frac{e}{r \sin 1''} [\sin (b - u) - \sin (a - u)],$$

oder

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= \frac{2e}{r \sin 1''} \sin \left(\frac{b-a}{2}\right) \cos \left(\frac{b+a}{2} - u\right) \\ &= \frac{2e}{r \sin 1''} \sin \tfrac{1}{2}\alpha \cos (\beta - u), \end{aligned} \qquad (133)$$

wenn man der Kürze halber die bekannte Grösse $\frac{1}{2}(a+b) = \beta$ setzt, wo nun der Ausdruck rechter Hand die Correction des gemessenen Winkels α darstellt.

Um nun e und u zu bestimmen, bringt man diese Gleichung wieder durch Auflösung des $\cos(\beta - u)$ auf die Form:

$$\varDelta = y \sin \tfrac{1}{2}\alpha \cos \beta - z \sin \tfrac{1}{2}\alpha \sin \beta,$$

wo y und z dieselbe Bedeutung haben, wie im vorigen §. Solcher Gleichungen erhält man so viele, als Winkel, deren wahre Werthe man kennt, gemessen wurden; man findet daraus y und z, und aus diesen Grössen e und u.

Die Theilungsfehler der Kreise.

117. Die Theilungen der Kreise, so vollkommen dieselben sein mögen, sind immer mit kleinen Fehlern behaftet, welche man in zufällige und periodische unterscheidet. Die ersteren befolgen kein bestimmtes Gesetz, so dass die den aufeinanderfolgenden Theilstrichen anhaftenden zufälligen Fehler sowohl dem Betrage als dem Zeichen nach von einander völlig unabhängig sind. Die letzteren sind solche, welche nach bestimmten Intervallen nach demselben Gesetze wiederkehren und daher als Functionen der Lesung selbst betrachtet werden können.

Man sieht leicht ein, dass der Einfluss der zufälligen Theilungsfehler auf das Resultat einer Messung sich um so mehr vermindern wird, je mehr Ablesungen an verschiedenen Stellen des Kreises zum Resultate mitwirken; aber auch die periodischen Theilungsfehler werden dadurch zum grössten Theile vernichtet, wenn die Lesungen regelmässig auf die Peripherie vertheilt werden, wie aus folgender Betrachtung erhellt.

Wie immer das Gesetz beschaffen sein mag, welches die periodischen Theilungsfehler befolgen, so wird es sich durch eine periodische Reihe ausdrücken lassen, so dass der Fehler der Lesung A durch den Ausdruck:

$$\begin{aligned} &a + a_1 \cos A + a_2 \cos 2A + a_3 \cos 3A + \dots \\ &\quad + b_1 \sin A + b_2 \sin 2A + b_3 \sin 3A + \dots \end{aligned}$$

dargestellt werden kann. Es sei nun das Instrument mit n Nonien oder Mikroskopen in gleichen Abständen $= \frac{2\pi}{n}$ von einander versehen, so werden die Lesungen an denselben sein:

$$A_1, \quad A_2 + \frac{2\pi}{n}, \quad A_3 + 2\frac{2\pi}{n}, \quad A_4 + 3\frac{2\pi}{n}, \dots A_n + (n-1)\frac{2\pi}{n},$$

wo die Werthe von A_1, A_2, A_3, ... A_n sehr nahe gleich sein müssen, weil die Unterschiede derselben nur durch den Excentricitäts- und die Theilungsfehler und die jedenfalls sehr kleinen Ungleichheiten in den Abständen der Mikroskope hervorgebracht werden können. Die um die Theilungsfehler corrigirten Lesungen werden daher sein:

$$\begin{aligned}
&A_1 + a + a_1 \cos A + a_2 \cos 2A + \dots \\
&\qquad + b_1 \sin A + b_2 \sin 2A + \dots, \\
&A_2 + \frac{2\pi}{n} + a + a_1 \cos\left(A + \frac{2\pi}{n}\right) + a_2 \cos 2\left(A + \frac{2\pi}{n}\right) + \dots \\
&\qquad + b_1 \sin\left(A + \frac{2\pi}{n}\right) + b_2 \sin 2\left(A + \frac{2\pi}{n}\right) + \dots, \\
&A_3 + 2\frac{2\pi}{n} + a + a_1 \cos\left(A + 2\frac{2\pi}{n}\right) + a_2 \cos 2\left(A + 2\frac{2\pi}{n}\right) + \dots \\
&\qquad + b_1 \sin\left(A + 2\frac{2\pi}{n}\right) + b_2 \sin 2\left(A + 2\frac{2\pi}{n}\right) + \dots, \\
&A_4 + 3\frac{2\pi}{n} + a + a_1 \cos\left(A + 3\frac{2\pi}{n}\right) + a_2 \cos 2\left(A + 3\frac{2\pi}{n}\right) + \dots \\
&\qquad + b_1 \sin\left(A + 3\frac{2\pi}{n}\right) + b_2 \sin 2\left(A + 3\frac{2\pi}{n}\right) + \dots, \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&A_n + (n-1)\frac{2\pi}{n} + a + a_1 \cos\left(A + (n-1)\frac{2\pi}{n}\right) + a_2 \cos 2\left(A + (n-1)\frac{2\pi}{n}\right) + \dots \\
&\qquad + b_1 \sin\left(A + (n-1)\frac{2\pi}{n}\right) + b_2 \sin 2\left(A + (n-1)\frac{2\pi}{n}\right) + \dots,
\end{aligned}$$

wobei in den kleinen Correctionsgliedern ohne merklichen Fehler $A_1 = A_2 = A_3 = \ldots . A_n$ gesetzt und hiefür Kürze halber A geschrieben wurde. Nimmt man nun das arithmetische Mittel $= M$ dieser Lesungen, mit Weglassung der constanten Grösse:

$$\frac{1}{n}\left[na + \frac{2\pi}{n} + 2\frac{2\pi}{n} + 3\frac{2\pi}{n} + \ldots . + (n-1)\frac{2\pi}{n}\right],$$

welche bei allen Stellungen der Alhidade denselben Werth hat, so erhält man:

$$M = \frac{1}{n}(A_1 + A_2 + A_3 + \ldots .. + A_n) +$$

$$+ \frac{a_1}{n}\Sigma\cos\left(A + \mu\frac{2\pi}{n}\right) + \frac{a_2}{n}\Sigma\cos 2\left(A + \mu\frac{2\pi}{n}\right) + \frac{a_3}{n}\Sigma\cos 3\left(A + \mu\frac{2\pi}{n}\right) + \cdots$$

$$+ \frac{b_1}{n}\Sigma\sin\left(A + \mu\frac{2\pi}{n}\right) + \frac{b_2}{n}\Sigma\sin 2\left(A + \mu\frac{2\pi}{n}\right) + \frac{b_3}{n}\Sigma\sin 3\left(A + \mu\frac{2\pi}{n}\right) + \cdot\cdot,$$

wo die Summen von $\mu = 0$ bis $\mu = n - 1$ zu nehmen sind.

Nun ist bekanntlich:

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1}\cos r\left(A + \mu\frac{2\pi}{n}\right) = 0, \quad \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1}\sin r\left(A + \mu\frac{2\pi}{n}\right) = 0,$$

den Fall ausgenommen, wenn r ein Vielfaches von n ist, in welchem Falle diese beiden Summen beziehungsweise die Werthe: $n\cos rA$ und $n\sin rA$ annehmen.

Hieraus folgt also, dass bei Anwendung von n Nonien, indem man aus deren Lesungen das Mittel nimmt, alle Glieder der periodischen Reihe der Theilungsfehler sich aufheben, mit Ausnahme jener, welche von den Sinus und Cosinus der n, $2n$, $3n$ ..... fachen Lesung abhängen.

Bei zwei gegenüberliegenden Nonien, welche schon zur Elimination des Excentricitätsfehlers nothwendig sind, verschwinden also schon die Glieder mit den ungeraden Vielfachen der Lesung, d. i. die mit den Coefficienten a_1, a_3, $a_5, \ldots .. b_1$, b_3, $b_5, \ldots ..$ behafteten Glieder; bei 4 Nonien alle Glieder mit nicht durch 4 theilbaren Vielfachen der Lesung, u. s. w. Da der Natur der Sache nach die Coefficienten a, b eine abnehmende Reihe bilden, so wird also schon bei 4 Nonien der Einfluss der periodischen Theilungsfehler sehr erheblich vermindert sein.

Uebrigens pflegt man nur grosse, stabile Instrumente mit vier oder mehr Mikroskopen zu versehen; bei transportablen Instrumenten werden gewöhnlich nur zwei diametral gegenüberliegende angebracht und dafür die Kreise drehbar eingerichtet, so dass man bei wiederholten Messungen den Nullpunct beliebig ändern kann. Geschieht dies jedesmal um $i = \frac{180}{k}$ Grade, so ist mit k Messungen die halbe Peripherie, und somit durch beide Mikroskope die ganze Peripherie erschöpft und — soweit nur die Elimination der Theilungsfehler in Betracht kommt — derselbe Zweck erreicht, als durch eine Messung, wenn der Kreis mit $2k$ Mikroskopen versehen wäre. Sollen also z. B. im Ganzen 6 Messungen gemacht werden, so wird man nach jeder Messung den Kreis um 30^0, bei 10 Messungen um 18^0 drehen, u. s. w. Da hiebei die Ablesungen stets auf andere Stellen des Kreises fallen, so wird auch der Einfluss der zufälligen Beobachtungsfehler auf das Mittel aller Beobachtungen um so kleiner werden, je grösser die Anzahl der Beobachtungen ist.

Eine Bestimmung der absoluten Theilungsfehler der einzelnen Striche kann dadurch ausgeführt werden, dass man mit Hilfe zweier Mikroskope, deren Abstand beliebig verändert werden kann, einzelne Bögen der Kreistheilung mit einander vergleicht und hiebei, mit den beiden halben Peripherien beginnend, durch successive Halbirung zu immer kleineren Bögen herabsteigt. Eine solche Untersuchung wird jedoch nur bei grossen Instrumenten mit Vortheil vorgenommen. Handelt es sich blos um die Kenntniss des mittleren oder wahrscheinlichen Werthes der Theilungsfehler, welche für ein gegebenes Instrument immerhin von Interesse ist, so gelangt man hiezu leicht durch die in §. 112 dargestellte Untersuchung behufs Bestimmung des Mikrometer-Werthes der Ablese-Mikroskope. In dem dort angeführten Beispiele ergab sich aus der Abmessung von 27 Intervallen als Mittel: 5 Minuten $= 5^R - 0^p.34$. Vergleicht man dieses Mittel mit den Abmessungen der einzelnen Intervalle, so findet man die Fehler δ derselben, nämlich: $-0''.16$, $+0''.44$, $-0''.46$, u. s. w. Auf diese Weise ergab sich aus sämmtlichen abgemessenen 108 Intervallen: $[\delta\delta] = 59''.48$, voraus der wahrscheinliche Fehler eines Intervalles:

$$= 0.6745 \sqrt{\frac{59.48}{107}} = \pm\, 0''.503,$$

und hieraus durch Division mit $\sqrt{2}$ der wahrscheinliche Fehler eines Theilstriches: $\alpha = \pm\, 0''.356$ folgt. Dieser Werth enthält übrigens noch den zufälligen Beobachtungsfehler bei der Einstellung des Mikrometerfadens auf den Theilstrich; ist dieser $= \mu$ und ε der reine Theilungsfehler, so wird $\alpha^2 = \varepsilon^2 + \mu^2$. Aus wiederholten Einstellungen fand sich der wahrscheinliche Fehler einer Einstellung $= 0''.25$, und da immer aus drei Einstellungen das Mittel genommen wurde, so ist $\mu = \frac{0.25}{\sqrt{3}} = 0''.144$ zu setzen; hiemit erhält man den wahrscheinlichen Fehler eines Striches: $\varepsilon = \pm\, 0''.325$.

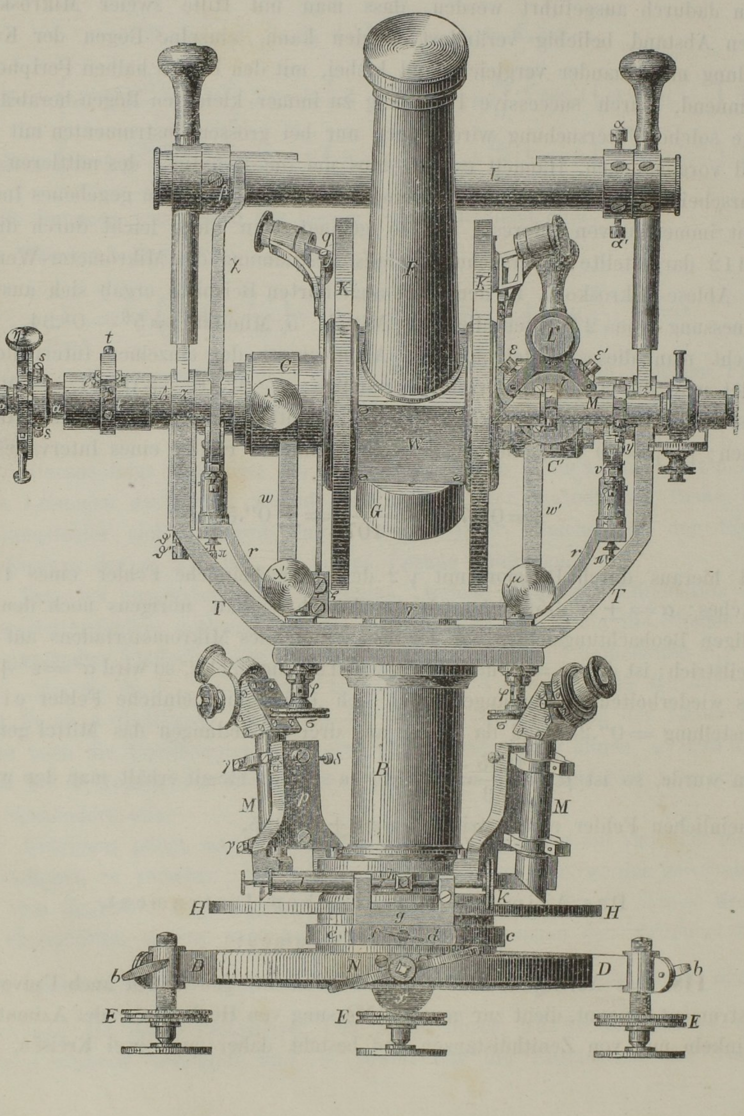
Das Azimuthal- und Höhen-Instrument.

(Universal-Instrument.)

118. Das Azimuthal- und Höhen-Instrument, gewöhnlich auch Universal-Instrument genannt, dient zur genauen Messung von Horizontal- oder Azimuthal-Winkeln und von Zenithdistanzen und besteht daher aus zwei Kreisen, von welchen der eine (der Horizontal- oder Azimuthal-Kreis) horizontal gestellt wird, der andere (der Vertical-Kreis) auf ersterem senkrecht steht und um eine durch den Mittelpunct desselben gehende Axe gedreht und hiedurch in die Ebene eines beliebigen Vertical-Kreises gebracht werden kann.

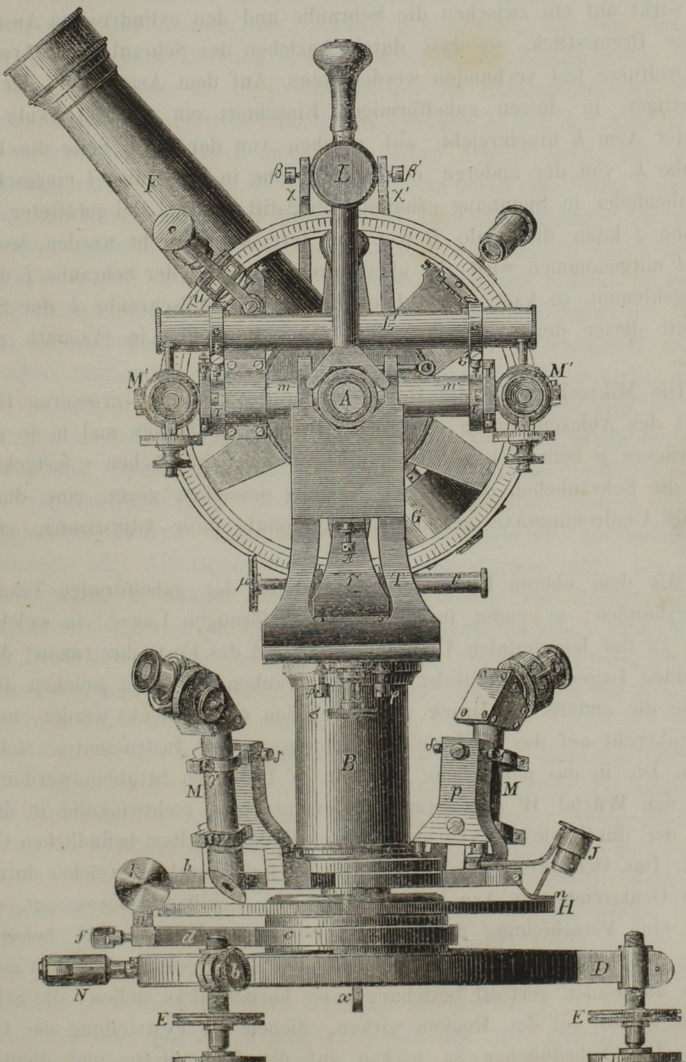
Zur Erläuterung der wesentlichen Einrichtung eines solchen Instrumentes mag das in den Fig. 51 und 52 dargestellte Universal-Instrument von Starke & Kammerer dienen.

Fig. 51.



Der Dreifuss DD, dessen drei Füsse durch Ringsegmente miteinander verbunden sind, ruht auf drei Fussschrauben E, welche zur Horizontalstellung des Instrumentes dienen und mittelst der Klemmschrauben b festgestellt werden können. Aus der Mitte des Dreifusses erhebt sich eine verticale Axe, um welche die Säule B gedreht werden kann. Diese trägt an ihrem unteren Ende die beiden Ablese-Mikroskope MM des Horizontalkreises HH, dessen Ebene

Fig. 52.



senkrecht steht auf der verticalen Umdrehungsaxe, und welcher mit dem Dreifusse in der Art verbunden ist, dass derselbe, zwischen zwei Flanschringen durch starke Reibung gehalten, mit freier Hand centrisch in Bezug auf die Drehungsaxe gedreht werden kann, um bei wiederholten Einstellungen des Fernrohrs in eine bestimmte Richtung die Ablesungen, behufs Elimination der Theilungsfehler, an verschiedenen Puncten des Kreises zu erhalten. c ist ein Bremsring, welcher um einen cylindrischen Ansatz am Dreifusse gelegt und mit einem Arme d versehen ist, durch welchen die Klemmschraube f geht; diese wirkt auf ein zwischen die Schraube und den cylindrischen Ansatz eingelegtes Bremsstück, so dass durch Anziehen der Schraube der Arm d mit dem Dreifusse fest verbunden werden kann. Auf dem Arme d ist der Ansatz g befestiget, in dessen gabelförmigen Einschnitt ein von der Säule B ausgehender Arm h hineinreicht, auf welchen von der einen Seite die Einstellschraube k, von der anderen der, durch eine in die Hülse l eingeschlossene Schraubenfeder in Spannung erhaltene Stahlstift i wirkt. Bei gelüfteter Klemmschraube f kann die Säule B frei um ihre Axe gedreht werden, wobei der Arm d mitgenommen wird; ist aber durch Anziehen der Schraube f der Arm d festgeklemmt, so kann durch Drehung der Einstellschraube k der Säule B und mit dieser dem Fernrohre eine feine Bewegung in Azimuth gegeben werden.

Die Mikroskope M des Horizontal-Kreises sind zur grösseren Bequemlichkeit des Ablesens durch eingesetzte Prismen gebrochen und in je zwei an den Trägern p befindlichen Ringen mittelst der Schräubchen γ festgeklemmt; durch die Schräubchen δ kann die Neigung derselben gegen eine durch die verticale Umdrehungsaxe gelegte Ebene, behufs ihrer Adjustirung, geändert werden.

Mit dem oberen Ende der Säule B ist der gabelförmige Träger TT fest verbunden; er endet in die beiden V-förmigen Lager, in welchen die Zapfen zz der horizontalen Umdrehungsaxe AA des Fernrohrs ruhen; das eine der beiden Lager kann mittelst zweier Schrauben $\vartheta\vartheta'$, von welchen die eine auf Zug die andere auf Druck wirkt, gehoben oder gesenkt werden, um diese Axe senkrecht auf die verticale Umdrehungsaxe des Instrumentes stellen zu können. Die in das gebrochene Fernrohr F tretenden Strahlen werden durch ein in den Würfel W eingesetztes Reflexionsprisma rechtwinkelig in die eine Hälfte der durchbohrten Axe zu dem am Ende derselben befindlichen Oculare geleitet. Das Ocularrohr a ist mit einem Rücken versehen, welcher durch eine in dem Ocularende der Axe befindliche weitere Schlitze e herausragt, so dass sowohl eine Verschiebung des Ocularrohres a parallel zur Axe behufs Einstellung der Fäden in die Bildebene, als auch eine Drehung desselben gestattet ist, um die Fäden vertical beziehungsweise horizontal zu stellen; die Schräubchen tt, welche auf den Rücken wirken, dienen zur Feststellung des Ocularrohres. Die Schräubchen ss wirken auf die Fadenplatte und dienen zur

Correction des Collimationsfehlers. Das Ocular o ist auf eine besondere Platte aufgeschraubt, welche, zwischen zwei Führungsleisten verschiebbar, mittelst der Schraube η bewegt werden kann, um das Ocular über jeden einzelnen Faden stellen zu können, was wenigstens bei schärferen Ocularen nothwendig ist, um ein möglichst deutliches Bild zu erhalten. Das Gewicht des Objectivrohres F wird durch das Gegengewicht G balancirt.

Die Horizontalaxe AA trägt die beiden Kreise K und K', von welchen der eine K als Aufsuchkreis dient und nur mit einer gröberen Theilung versehen ist; sie wird mittelst des Verniers q abgelesen, welchem durch die Schraube ζ eine kleine Drehung behufs Correction des Zenithpunctes ertheilt werden kann. Auf Seite dieses Kreises ist auf die Horizontalaxe die Büchse C aufgesteckt, welche mittelst der Druckschraube λ mit der Axe fest verbunden werden kann und nach abwärts in einen Arm w endet, auf welchen die Einstellschraube λ' wirkt, an welche der Arm durch eine Feder angedrückt wird. Ist die Klemmschraube λ gelüftet, so kann das Fernrohr frei um die Horizontalaxe gedreht, bei angezogener Schraube λ demselben durch Drehung der Schraube λ' eine feine Bewegung in verticaler Ebene ertheilt werden.

Auf Seite des Kreises K', welcher zur genauen Messung der Zenithdistanzen dient, befindet sich an der Axe eine ähnliche Büchse C' mit dem nach abwärts reichenden Arme w', auf welchen die Schraube μ wirkt, mittelst welcher der mit der Büchse C' verbundene Mikroskopträger mm' senkrecht zur verticalen Umdrehungsaxe gestellt werden kann. Die Verbindung der Mikroskope $M'M'$ des Verticalkreises K' mit dem Mikroskopträger mm' ist in ähnlicher Weise bewerkstelliget wie bei jenen des Azimuthal-Kreises. An dem Mikroskopträger befinden sich zwei cylindrische Ringe $\tau\tau$, auf welchen die Versicherungs- oder Alhidaden-Libelle L' des Höhenkreises ruht; die an den Füssen derselben sichtbaren Schräubchen $\varepsilon\varepsilon'$ dienen zur Rectification der Libelle. Der Kreis K' ist, so wie der Horizontalkreis, zwischen Flanschringen drehbar. Beide Kreise sind von 5 zu 5 Minuten getheilt und jeder mit einem Index u, beziehungsweise n (Fig. 52) versehen, an welchem die Grade und Fünfer der Minuten abgelesen werden.

Um die Axe AA sammt dem Fernrohre leicht, und ohne den Untertheil des Instrumentes zu erschüttern oder zu verstellen, umlegen zu können, so dass die Zapfen zz die Lager vertauschen, dient ein eigener Umlege-Mechanismus. Die vom Dreifuss sich erhebende verticale Umdrehungsaxe ist zu diesem Zwecke durchbohrt, um einen cylindrischen Stab aufzunehmen, welcher mit seinem unteren Ende auf einer excentrischen Scheibe x ruht, welche mittelst des Griffes N gedreht werden kann. Mit seinem oberen Ende ist der Träger rr verbunden, dessen beide mit je zwei Frictionsrollen versehene Arme die Horizontalaxe untergreifen. Durch Drehung des Griffes N um 90^0 wird die Axe aus ihren Lagern gehoben und kann nun um 180^0 gedreht und wieder in die Lager gesenkt werden. Die an jedem Träger befindlichen zwei Frictionsrollen sind an den Enden eines kurzen um den Stift y (Fig. 51) drehbaren Armes ψ angebracht, welchem durch zwei Stellschrauben ϱ ein kleines Spiel gestattet ist. v und v' sind zwei ineinander gesteckte kurze Röhren, in welche eine starke Schraubenfeder eingeschlossen ist, welche die den Arm ψ tragende Hülse nach aufwärts drückt und die Rollen in Berührung mit der Axe erhält; der Druck der Schraubenfedern ist so bemessen, dass durch denselben der grösste Theil des Gewichtes der Horizontalaxe und der damit verbundenen Theile aufgehoben wird, so dass dieselbe, behufs Schonung der Zapfen, nur mit einem geringen Uebergewicht in den Lagern ruht. Die Schrauben π gestatten eine Regulirung, dass der Träger die Axe gleichförmig auf beiden Seiten hebt.

Bei den meisten Instrumenten dieser Art haben die Schrauben λ', μ und ζ ihre Stützpuncte an dem Hauptträger TT und es muss vor Umlegung der Axe die Verbindung gelöst, und dann wieder hergestellt werden. Bei dem hier beschriebenen Instrumente befinden sich diese Stützpuncte an dem Träger rr der Umlege-Vorrichtung, wodurch der Vortheil erzielt ist, die Umlegung bewerkstelligen zu können, ohne diese Verbindung zu lösen. Diese Construction erfordert jedoch, namentlich mit Rücksicht auf die Schraube μ, welche auf den Mikroskopträger wirkt, dass der Träger rr in eine feste Verbindung mit dem Hauptträger TT gebracht werden könne. Zu diesem Zwecke befinden sich in letzterem vier Schrauben φ, welche so gestellt werden, dass die Unterplatte des Trägers rr sich gleichmässig auf dieselben aufsetzt; mittelst zweier starker Schrauben σ mit doppeltem Gewinde und ränderirtem Kopfe, welche durch den Hauptträger frei hindurchgehen und ihre Mutter im Träger rr haben, kann letzterer auf die erwähnten vier Schrauben fest angezogen werden.

Die Libelle L wird auf die Zapfen der Horizontalaxe aufgesetzt und dient zunächst zur Verticalstellung der verticalen Umdrehungsaxe des Instrumentes. Sie wird zwischen zwei Armen x gehalten, welche von dem einen Arme der Umlege-Vorrichtung aufsteigen. Um die Messingfassungen beider Libellen sind Glasrohre (in der Fig. weggelassen) gelegt, um sie gegen den Einfluss rascher Temperatur-Aenderungen von Aussen möglichst zu schützen.

Das Fadenkreuz besteht in seiner einfachsten Form aus einem horizontalen und einem verticalen Faden, welche sich in der Mitte des Gesichtsfeldes senkrecht schneiden; weil aber feine Objecte durch den Faden gedeckt werden, so ist es für die meisten Zwecke vortheilhafter, statt der einfachen Fäden je zwei parallele Fäden in geringem Abstande (von etwa 15″ bis 20″) anzubringen, wobei das zu beobachtende Object nach dem Augenmasse in die Mitte gestellt wird, was auf etwa $\frac{1}{60}$ des Abstandes der beiden Fäden sicher bewirkt werden kann. Meistens werden zu beiden Seiten des Verticalfadens parallel zu diesem und in gleichen Abständen noch zwei oder drei Seitenfäden eingezogen, um das Instrument auch als Passage-Instrument gebrauchen zu können. Im folgenden kommt nur der mittlere Verticalfaden, welcher kurz der Mittelfaden genannt wird, in Betracht.

119. Betrachten wir zunächst den Gebrauch des Instrumentes zur Messung von Horizontal- oder Azimuthal-Winkeln, so wird hiezu offenbar erfordert, dass die Ebene des Azimuthalkreises horizontal sei und die von dem Mittelfaden gebildete Absehenlinie des Fernrohrs bei der Drehung desselben um die Horizontalaxe eine verticale Ebene beschreibe. Setzen wir vorläufig voraus, dass die Ebene des Azimuthalkreises auf der verticalen Umdrehungsaxe des Instrumentes senkrecht ist, so wird ersterer horizontal sein, wenn letztere vertical steht; die Absehenlinie des Fernrohrs wird aber eine verticale Ebene beschreiben, wenn sie senkrecht auf der Horizontalaxe, und diese horizontal ist. Diese Bedingungen lassen sich kurz dahin zusammenfassen, dass:

a) die Absehenlinie senkrecht auf der Horizontalaxe,

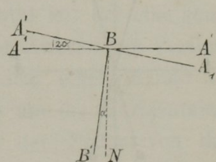
b) die Horizontalaxe senkrecht auf der verticalen Umdrehungsaxe,

c) die verticale Umdrehungsaxe vertical stehen muss.

Die letztere Bedingung muss jedesmal bei Anwendung des Instrumentes erfüllt werden und ist daher kein Gegenstand der Rectification.

Man wird zunächst die beiden Umdrehungsaxen aufeinander senkrecht stellen, was mit Hilfe der auf die Horizontalaxe aufzusetzenden Libelle bewerkstelliget wird. Wir setzen hiebei voraus, dass diese Libelle nach §§. 100 und 105 berichtiget sei. Man bringe nun, durch Drehung um die verticale Umdrehungsaxe, die Horizontalaxe in die Richtung einer Fussschraube und mittelst dieser die Libelle zum Einspielen, wodurch die Horizontalaxe AA' (Fig. 53) horizontal wird. Dreht man nun das Instrument um 180^0, wobei die Theilung am Horizontalkreise zu Hilfe genommen wird, so kommt, wenn die verticale Umdrehungsaxe um den Winkel α von der auf AA' Senkrechten BN abweicht, die Horizontalaxe in die Lage $A_1 A'_1$, und es wird, weil $\angle A'_1 BB' = A'BB' = 90^0 + \alpha$ ist, $\angle A'_1 BN = 90^0 + 2\alpha$, also $\angle A'_1 BA$, d. h. die Neigung der Horizontalaxe gegen den Horizont $= 2\alpha$ sein; dieser Winkel wird durch die Ausweichung der Blase gemessen, welche demnach den doppelten Fehler α angibt. Mit Hilfe der Correctionsschrauben $\vartheta\vartheta'$ (Fig. 51), mittelst welcher das eine Lager gehoben oder gesenkt werden kann, führt man die Blase um die halbe Ausweichung zurück, bringt dieselbe mit der Fussschraube wieder zum Einspielen und wiederholt den Versuch, bis die Libelle in beiden Lagen genügend (etwa auf $\frac{1}{2}$ bis 1 Scalentheil) einspielt. Bei der Handhabung der Schrauben $\vartheta\vartheta'$ ist darauf zu achten, dass dieselben gehörig festsitzen, ohne sie übermässig zu spannen, was überhaupt für alle derartigen Correctionsschrauben gilt.

Fig. 53.

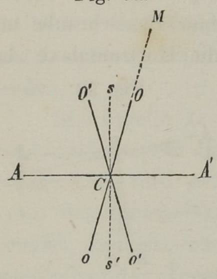


Ist diese Berichtigung gemacht, so kann bei jeder Aufstellung des Instrumentes die verticale Umdrehungsaxe leicht vertical gestellt werden. Man stellt zu diesem Zwecke die Horizontalaxe nahe parallel zur Richtung zweier Fussschrauben und bringt durch nahezu gleiche Drehung derselben in entgegengesetzter Richtung die Libelle zum Einspielen; hierauf dreht man das Instrument um 90^0, und stellt mittelst der dritten Fussschraube die Libelle ein; die Operation wird wiederholt, bis die Libelle in beiden Lagen genügend einspielt.

Man sieht übrigens leicht ein, dass die verticale Stellung der verticalen Umdrehungsaxe daran erkannt wird, wenn bei langsamer Drehung des Instrumentes um 360^0 die Blase, gleichgiltig, wo dieselbe innerhalb der Grenzen der Scala stehen mag, ihren Ort nicht ändert, und man kann daher auf diese Weise die Axe vertical stellen, auch wenn die Libelle nicht genau berichtiget, und beide Umdrehungsaxen nicht genau aufeinander senkrecht stehen, vorausgesetzt, dass die Fehler nur klein sind. Man wird von dieser Bemerkung mit Nutzen Gebrauch machen, weil die scharfe Berichtigung der Libelle sowohl als der Stellung beider Umdrehungsaxen immerhin kleinen Aenderungen unterworfen ist. Bemerkt man zuerst die Ausweichungen der Blase in zwei um 180^0 verschiedenen Lagen des Instrumentes, so gibt das Mittel aus beiden den Ort, welchen die Blase bei verticaler Stellung der Umdrehungsaxe einnimmt.

Um endlich die Absehenlinie des Fernrohrs oO (Fig. 54) auf die Horizontalaxe senkrecht zu machen, stelle man den Mittelfaden des Fernrohrs auf ein entferntes Object M (oder das Fadenkreuz eines Collimators) scharf ein, wodurch die Horizontalaxe in die Lage AA' kommt; ist nun die Absehenlinie gegen eine auf die Horizontalaxe Senkrechte ss' um den Winkel $sCO = c$, welcher der **Collimationsfehler** genannt wird, geneigt, und wird das Fernrohr umgelegt, so dass die Zapfen die Lager wechseln, so kommt, da die Axe AA' ihre Richtung nicht ändert, die Absehenlinie in die Lage $o'O'$, welche gegen die frühere Richtung um den Winkel $O'CO = 2c$ abweicht; um den Fehler c wegzuschaffen, wird man die Fadenplatte mittelst der Schräubchen ss (Fig. 51) verschieben, so dass der Verticalfaden um die halbe Ausweichung gegen das Object M hingeführt wird, und den Versuch wiederholen.

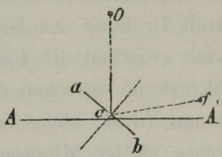
Fig. 54.



Diese Art, den Collimationsfehler durch Verschieben der Fadenplatte wegzuschaffen, wird immer bei geraden Fernröhren angewendet und verdient auch bei gebrochenen den Vorzug, wo dann der Sattel des Prisma mit seiner unteren Fläche unveränderlich auf der inneren Fläche des holen Würfels durch eine Schraube festgehalten wird; häufig findet man aber bei gebrochenen Fernröhren eine andere Einrichtung, bei welcher die Fadenplatte fest und das

Prisma beweglich ist. Sei nämlich (Fig. 55) AA' die Horizontalaxe, so kommt es offenbar darauf an, dass der vom optischen Mittelpuncte O des Objectivs senkrecht auf AA' auf die reflectirende Ebene ab fallende Strahl OC nach dem Verticalfaden f reflectirt werde. Bei der ersteren Einrichtung mit festem Prisma wird dies eben dadurch erreicht, dass man den Faden in den reflectirten Strahl rückt; bei der zweiten Einrichtung, wo der Faden feststeht, aber dadurch, dass man das Prisma um eine auf die Reflexionsebene senkrechte Axe dreht, bis die Normale auf ab den Winkel OCf halbirt. Zur Bewerkstelligung dieser Drehung dienen drei Schrauben hk (Fig. 36), auf welchen der Sattel des Prisma sitzt und durch die Zugschraube g festgehalten wird.

Fig. 55.



Hiebei wurde vorausgesetzt, dass das Fernrohr in der Mitte der Axe angebracht ist, also die Collimationslinie sehr nahe in einer durch das Centrum des Instrumentes gelegten Verticalebene liegt. Häufig sind jedoch die Universal-Instrumente in der Art construirt, dass das gerade Fernrohr an einem Ende der Axe sich befindet; der Abstand der Absehenlinien in beiden Lagen des Fernrohrs ist dann gleich dem doppelten Abstande derselben vom Centrum des Instrumentes und man wird daher das entfernte Object durch zwei Zielpuncte ersetzen müssen, deren horizontale Entfernung gleich ist diesem doppelten Abstande, und von welchen je einer (rechts oder links) für die correspondirende Lage des Instrumentes (Fernrohr rechts oder links) benützt wird; das weitere Verfahren bleibt wie oben ungeändert. Einfacher jedoch gelangt man auf dem in §. 122 angegebenen Wege zum Ziele.

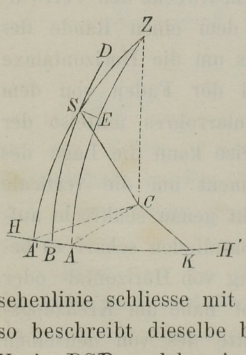
120. Von den beiden Fäden des Fadenkreuzes soll, sobald das Instrument gehörig aufgestellt, also auch die Horizontalaxe horizontal ist, der eine genau vertical, der andere horizontal sein. Man stellt zu diesem Zwecke den Verticalfaden auf ein scharf begrenztes Object ein, nahe an dem einen Rande des Gesichtsfeldes, und führt durch Drehung des Fernrohrs um die Horizontalaxe das Bild gegen den anderen Rand hin; weicht hiebei der Faden von dem Bilde aus, so wird der Fehler durch Drehung des Ocularrohres mittelst der Schrauben tt (Fig. 51) weggeschafft. In ähnlicher Weise kann die Lage des Horizontalfadens untersucht werden, wobei das Instrument um die verticale Umdrehungsaxe gedreht wird. Stehen beide Fäden nicht genau senkrecht aufeinander, so ist es räthlich, den Vertical- oder Horizontalfaden scharf zu berichtigen, je nachdem eben das Instrument zur Messung von Horizontal- oder Vertical-Winkeln gebraucht werden soll, und überhaupt nahe am Kreuzungspuncte zu pointiren, also bei Doppelfäden in die Mitte des von denselben gebildeten kleinen Quadrates einzustellen.

Die Mikroskope sollen so gestellt sein, dass ihre Axen nahe in einer auf die Ebene des Kreises senkrechten Ebene liegen und ihr Abstand nahe gleich 180^0 sei, welche Bedingungen schon von Seite des Künstlers hinreichend erfüllt sein müssen. Stellt man beide Mikrometer auf 0, und bringt durch Drehung des Instrumentes um die verticale Umdrehungsaxe einen Theilstrich zwischen die Fäden des einen Mikroskopes, so soll auch im andern Mikroskope zwischen den Fäden ein Theilstrich erscheinen, damit im Allgemeinen (d. i. abgesehen von der Wirkung des Excentricitätsfehlers an der Grenze zweier Minuten) beide Mikroskope dieselbe Minute geben. Zeigt sich eine zu grosse Abweichung, so kann diese durch eine kleine Neigung des einen Mikroskopes mittelst der Schräubchen $\delta\delta$ beseitiget werden. Das Gleiche gilt von den Mikroskopen des Verticalkreises. Die weitere Adjustirung der Mikroskope bezüglich des Mikrometerwerthes u. s. w. wird nach §. 111 und 112 vorgenommen. Um endlich den Index, an welchem die Grade und Theile desselben am Kreise abgelesen werden, mit den Mikroskopen in Uebereinstimmung zu bringen, stelle man das Mikrometer eines Mikroskopes auf 0, und durch Drehung der Alhidade oder des Kreises einen Theilstrich zwischen die Fäden desselben; der Indexstrich wird dann mittelst der beiden Schräubchen, zwischen deren Spitzen der Index gehalten ist, mit dem nächsten Theilstriche zur Coincidenz gebracht.

121. Die in §. 119 angeführten Bedingungen werden nach gehöriger Berichtigung und Aufstellung des Instrumentes zwar mehr oder weniger nahe, nie aber in aller Strenge erfüllt sein; es werden kleine Fehler übrig bleiben, deren Einfluss auf die Messung von Azimuthal-Winkeln wir nun untersuchen wollen. Da diese Fehler immer sehr klein sind, so ist es gestattet, ihre Wirkung gesondert zu betrachten.

a) Einfluss des Collimationsfehlers. Sei C (Fig. 56) der Mittelpunct des Instrumentes, HH' der grösste Kreis, in welchem eine aus C beschriebene Kugelfläche von der Ebene des Horizontalkreises geschnitten wird, Z das Zenith, in welchem die verlängerte verticale Umdrehungsaxe der Kugelfläche begegnet; CS die Absehenlinie des Fernrohrs, auf irgend ein Object S gerichtet, dessen Zenithdistanz $SZ = z$; CK die nach dem Kreisende verlängerte als horizontal angenommene Drehungsaxe des Fernrohrs, wobei also das Instrument in der Lage: Kreis links vorausgesetzt ist, wenn sich der Beobachter dem Objecte S zukehrt. Nehmen wir nun an, die Absehenlinie schliesse mit dem Kreisende CK den Winkel $SCK = 90^0 + c$ ein, so beschreibt dieselbe bei der Drehung des Fernrohrs um CK einen kleinen Kreis BSD, welcher in dem Abstande $AB = c$ parallel ist zu dem sogenannten grössten Kreise AZ des Instrumentes, welcher von einer auf die Drehungsaxe des Fernrohrs senkrechten Geraden beschrieben wird, und es liegen, wenn

Fig. 56.



c positiv, der kleine Kreis und das Kreisende auf entgegengesetzten Seiten dieses grössten Kreises. Wäre nun $c = 0$, so würde, um den Verticalfaden auf das Object S einzustellen, noch eine Drehung der Alhidade um den Winkel ACA' und zwar im Sinne der Bezifferung der Theilung erfordert*), so dass also durch die Wirkung des Collimationsfehlers die Lesung bei Kreis links um den Bogen AA' zu klein erhalten wird. Um dieselbe Grösse wird bei Kreis rechts die Lesung zu gross, weil dann der kleine Kreis links vom grössten Kreise des Instrumentes zu liegen kommt. Fällt man nun von S das Perpendikel SE auf AZ, so ist $SE = AB = c$ und man hat aus dem Dreiecke ESZ:

$$\sin EZS = \sin AA' = \frac{\sin c}{\sin z}, \quad \text{oder da } c \text{ sehr klein, } AA' = \frac{c}{\sin z}.$$

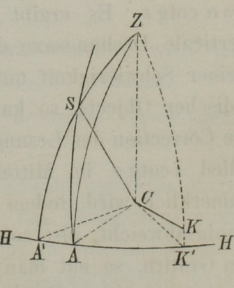
Bezeichnet man also mit a die Ablesung des Horizontalkreises, so ist die wegen des Collimationsfehlers corrigirte Lesung:

$$a' = a \pm c \operatorname{cosec} z\,. \quad \begin{cases} + \text{K. L.} \\ - \text{K. R.} \end{cases} \tag{134}$$

Hiernach können die Lesungen verbessert werden, wenn c bekannt ist. Beobachtet man jedoch das Object in beiden Lagen des Instrumentes, indem man nach der ersten Beobachtung dasselbe um 180^0 um die verticale Axe dreht und das Fernrohr wieder auf das Object einstellt, so ist, wie man leicht sieht, das Mittel aus beiden Lesungen frei vom Einflusse des Collimationsfehlers.

b) Einfluss einer Neigung der Horizontalaxe gegen den Horizont. Sei CK (Fig. 57) die nach dem Kreisende verlängerte Drehungsaxe des Fernrohrs, welche gegen den Horizont HH' um den Winkel $KCK' = b$ geneigt sein möge, wobei b positiv angenommen wird, wenn der Punct K über dem Horizonte liegt, also das Kreisende das höhere ist. Bei der Drehung um die Horizontalaxe beschreibt dann die auf das Object S gerichtete Absehenlinie CS, welche wir senkrecht auf CK annehmen, den grössten Kreis SA, welcher gegen den Horizont um den Winkel $SAA' = 90^0 - b$ geneigt ist; die Alhidade müsste daher, wenn $b = 0$ wäre, in welchem Falle die Absehenlinie den Verticalkreis AZ beschreiben würde, noch um den Winkel $AZA' = \text{arc}\, AA'$ im Sinne der Theilung gedreht werden, um den Verticalfaden auf S zu bringen. Bei der angenommenen Kreislage, Kreis links, wird also die Lesung um AA' zu klein erhalten; das umgekehrte findet bei Kreis rechts

Fig. 57.



*) Die Horizontalkreise sind immer in der Art beziffert, dass die Lesung zunimmt, wenn man das Fernrohr von einem links gelegenen Objecte nach einem rechts gelegenen bewegt.

statt, weil dann der Punct A auf die andere Seite von A' rückt. In dem bei A' rechtwinkeligen Dreiecke $AA'S$ ist aber $A'S = 90^0 - z$, $\angle SAA' = 90^0 - b$, mithin $\sin AA' = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} z$, oder da b immer sehr klein: $AA' = b \operatorname{cotg} z$. Es ist demnach, wenn a die Lesung am Horizontalkreise bedeutet, die wegen der Neigung der Drehungsaxe des Fernrohrs verbesserte Lesung:

$$a' = a \pm b \operatorname{cotg} z \,. \quad \begin{cases} + \text{K. L.} \\ - \text{K. R.} \end{cases} \tag{135}$$

Die Neigung b wird unmittelbar durch die Libelle nach Gl. 128 [§. 102] erhalten, wenn man unter w_1, w_2 die Ablesungen der Blase auf Seite des Kreisendes versteht. Sind die Zapfenhalbmesser nicht gleich und bedeutet y die hieraus entstehende nach Gl. (129) oder (129*) bestimmte Correction, so ist, wenn z. B. der Kreiszapfen der dickere, für jede Kreislage die wahre Neigung $= b - y$, und daher die Correction der Lesung $= \pm (b - y) \operatorname{cotg} z$, woraus erhellt, dass, wenn die Beobachtung in beiden Kreislagen gemacht wird, der Einfluss einer Ungleichheit der Zapfendurchmesser in dem Mittel beider Beobachtungen verschwindet. Dies ist aber nicht mit dem Gliede $\pm b \operatorname{cotg} z$ der Fall, weil im Allgemeinen b in beiden Kreislagen verschiedene Werthe haben wird. Bezeichnet man nämlich mit $90^0 + i$ und mit α die Winkel, welche die nach aufwärts verlängerte verticale Drehungsaxe einerseits mit dem Kreisende der Horizontalaxe, anderseits mit der durch das Centrum des Instrumentes und das Object gelegten Verticalebene einschliesst, letzteren positiv genommen, wenn die Abweichung nach rechts stattfindet, so ist, wie man leicht findet, für K. L. $b = \alpha - i$, für K. R. $b' = -\alpha - i$, woraus folgt, dass nur der von i abhängige Theil der Correction der Lesung aus dem Mittel beider Lesungen verschwindet, nicht aber das von α abhängende Glied $= \alpha \operatorname{cotg} z$. Es ergibt sich hieraus die practische Regel, vornehmlich die verticale Drehungsaxe des Instrumentes mit Sorgfalt vertical zu stellen, was keiner Schwierigkeit unterliegt. Handelt es sich dann um die Beobachtung irdischer Objecte, so kann, wenn dieselbe in beiden Kreislagen gemacht wird, die Correction der Lesung nach Gl. (135) vernachlässigt werden, weil sich das Glied $i \operatorname{cotg} z$ im Mittel beider Lesungen eliminirt, das Glied $\alpha \operatorname{cotg} z$ aber unmerklich wird, indem die Zenithdistanz solcher Objecte gewöhnlich von 90^0 wenig abweicht, also $\operatorname{cotg} z$ sehr klein wird. Ist hingegen das beobachtete Object ein Gestirn, so hat man die Correction nach Gl. (135) stets anzubringen, weil sie bei grösserem Höhenwinkel auch für kleine Werthe von α merklich wird.

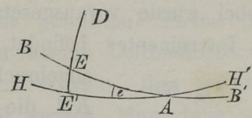
Nimmt man b positiv, wenn das linke Axenende das höhere ist, wo sich also b aus der Formel $b = \frac{1}{4} \mu [(l + l') - (r + r')]$ ergibt, so wird, wie leicht einzusehen, für jede Kreislage:

$$a' = a + b \operatorname{cotg} z, \tag{135*}$$

was in so ferne bequemer ist, als man, ohne Rücksicht auf die Kreislage, die Correction stets mit ihrem Zeichen zur Lesung hinzuzufügen hat.

c) Einfluss einer Neigung der Kreisebene gegen den Horizont. Es sei HH' (Fig. 58) der Horizont, BB' der grösste Kreis, in welchem die gegen den Horizont um den Winkel e geneigte Ebene des Azimuthalkreises die Kugelfläche schneidet, A deren Durchschnittspunct, und DEE' der von der Absehenlinie des auf irgend ein Object eingestellten Fernrohres beschriebene grösste Kreis, so ist die Differenz $AE'—AE$ der in Folge der Neigung des Kreises gegen den Horizont in der Ablesung entstehende Fehler. Setzen wir $AE = \lambda$, $AE' = \lambda'$, so folgt aus dem Dreiecke AEE': $\operatorname{tg}\lambda' = \cos e \operatorname{tg}\lambda$, oder:

Fig. 58.



$$\sin\lambda' \cos\lambda = \cos e \cos\lambda' \sin\lambda,$$

d. i., wenn man $\cos e = 1 - 2 \sin\frac{1}{2}e^2$ setzt:

$$\sin(\lambda' - \lambda) = - 2 \sin\tfrac{1}{2}e^2 \sin\lambda \cos\lambda',$$

folglich, weil e immer sehr klein, in Bogensecunden:

$$\lambda' - \lambda = - \tfrac{1}{4}e^2 \sin 1'' \sin 2\lambda.$$

Da man nun die verticale Drehungsaxe immer bis auf wenige Secunden vertical stellen wird, so kann e nur dann einen grösseren Werth erreichen, wenn die Ebene des Kreises auf der erwähnten Axe nicht genau senkrecht stehen würde, was jedoch bei der Herstellung des Instrumentes von dem Künstler mit grosser Schärfe bewirkt werden kann, so dass bei einem guten Instrumente e kaum 1 Minute erreichen wird. Für $e = 1' = 60''$ und $\lambda = 45^0$ wird aber $\lambda' - \lambda = 0.0044$ Sec., eine verschwindende Grösse, so dass von dieser Seite kein merklicher Fehler entstehen kann.

122. Wie schon im vorhergehenden §. bemerkt wurde, wird die Neigung b der Horizontal-Axe unmittelbar durch die Libelle erhalten.

Zur Bestimmung des Collimationsfehlers c stehen verschiedene Methoden zu Gebote.

1) Man stelle den Vertical-Faden des Fernrohrs sowohl bei Kreis links, als bei Kreis rechts auf dasselbe irdische Object oder das Fadenkreuz eines Collimators ein, wobei übrigens die Horizontal-Axe nicht in den Lagern umgelegt, sondern das Instrument um 180^0 um die Vertical-Axe gedreht wird, und lese in beiden Lagen den Horizontalkreis ab. Ist die Visur nicht nahe horizontal, so wird auch die Neigung der Horizontal-Axe bestimmt, und die Zenith-Distanz des Objectes am Höhenkreise abgelesen. Ist nun a_l die Ablesung des Horizontalkreises bei Kreis links, a_r jene bei Kreis rechts, so sind die von der Neigung und dem Collimationsfehler befreiten Lesungen:

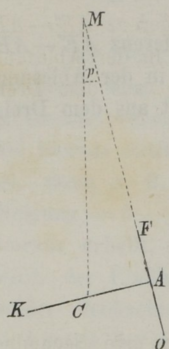
$$\left.\begin{array}{ll} \text{K. L.} & a'_l = a_l + c \operatorname{cosec} z + b \operatorname{cotg} z \\ \text{K. R.} & a'_r = a_r - c \operatorname{cosec} z - b' \operatorname{cotg} z; \end{array}\right\} \quad (m)$$

hieraus folgt, da $a'_r - a'_l = 180^0$ sein muss:

$$c = [\tfrac{1}{2}(a_r - a_l) - 90^0] \sin z - \tfrac{1}{2}(b + b') \cos z.$$

Hiebei wurde vorausgesetzt, dass das Fernrohr sich über dem Mittelpuncte des Instrumentes befindet. Ist aber dasselbe an dem einem Ende der Axe angebracht, so sei C (Fig. 59) das Centrum des Instrumentes, KA die Horizontal-Axe, OF die Absehenlinie des Fernrohres, bei Kreis links auf das Object M eingestellt, somit der Winkel $FAK = 90^0 + c$. Offenbar kommt hiebei die Horizontalaxe in dieselbe Lage, und es wird daher auch dieselbe Ablesung erhalten, als wenn die Absehenlinie, durch das Centrum C des Instrumentes gehend, die Richtung CM hätte, also mit dem Kreisende den Winkel $KCM = KAM + AMC = 90^0 + c + p$ einschlösse, mithin der Collimationsfehler $= c + p$ wäre, wo $p = \angle AMC$. Man hat also in der obigen Formel $c + p$ statt c zu setzen, wodurch

Fig. 59.



$$c = [\tfrac{1}{2}(a_r - a_l) - 90^0] \sin z - p - \tfrac{1}{2}(b + b') \cos z$$

wird. Zur Bestimmung des Winkels p muss der Abstand $AC = e$ der Axe des Fernrohres vom Mittelpuncte des Instrumentes, welcher leicht genügend genau gemessen werden kann, und die Entfernung $CM = D$ des Objectes bekannt sein. Man hat dann aus dem Dreiecke CMA, weil c immer sehr klein ist:

$$\operatorname{tg} p = \frac{e}{D}.$$

Man kann dieses Verfahren auch zur Correction der Collimation mit Vortheil benützen. Für $c = 0$ gibt nämlich die obige Gleichung, wenn wir der Kürze wegen $z = 90^0$ annehmen:

$$a_r = a_l + 180^0 + 2p;$$

hat man also bei Kreis links die Ablesung a_l erhalten, so drehe man das Instrument um $180^0 + 2p$ und corrigire die halbe Abweichung des Fadens vom Objecte nach §. 119.

2) Ein anderes Verfahren zur Bestimmung von c setzt die Benützung zweier Collimatoren voraus, wozu irgend zwei mit Fadenkreuzen versehene Fernröhre verwendet werden können, wenn sie nur eine feste Aufstellung in einer beliebigen Richtung zulassen. Die beiden Collimator-Fernröhre A und B werden zu beiden Seiten des Universal-Instrumentes so aufgestellt, dass ihre Objective gegen einander gekehrt sind, und die Axen der drei Fernröhre näherungsweise in eine gerade Linie fallen. Man erreicht dies am einfachsten, wenn man zuerst den einen Collimator, z. B. A, aufstellt und auf das Fadenkreuz des Fernrohres des Universal-Instrumentes collimirt, sodann, nachdem

letzteres aus der Linie gebracht ist,*) den Collimator B aufstellt und auf A collimirt. Diese Collimirung wird nun mit Sorgfalt gemacht, indem man z. B. den Verticalfaden des Collimators B auf den Kreuzungspunct der (am besten unter einem Winkel von 45^0 gegen den Horizont gestellten) Fäden des Collimators A einstellt, wodurch die Absehenlinien beider Collimatoren in Bezug auf eine verticale Ebene, oder mit anderen Worten, ihre auf den Horizont projicirten Richtungen zu einander parallel werden. Man stelle nun das Fernrohr des Instrumentes zuerst auf den einen, dann, nachdem dasselbe um die Horizontal-Axe um 180^0 gedreht worden, auf den anderen Collimator scharf ein und lese jedesmal den Horizontalkreis ab; sind wieder a_l und a_r diese Ablesungen, und zwar a_l diejenige, bei welcher dem vom Instrumente aus gegen den benützten Collimator gewendeten Beobachter der Kreis links liegt, so gelten wieder die Glgn. (m), und man erhält durch Subtraction derselben:

$$c = \tfrac{1}{2}(a_r - a_l)\sin z,$$

wenn man berücksichtiget, dass im vorliegenden Falle $a'_r - a'_l = 0$, $b = b'$ ist, und die Zenithdistanzen beider Visuren sich zu 180^0 ergänzen, also $\operatorname{cotg} z$ in beiden Gleichungen entgesetztes Zeichen erhält.

3) Bisweilen ist bei grösseren Universal-Instrumenten das Ocular mit einem Schraubenmikrometer versehen, ganz ähnlich dem an den Ablese-mikroskopen [§. 109] angebrachten, wobei der bewegliche Faden parallel zum Verticalfaden in einer auf letzteren senkrechten Richtung durch die Schraube bewegt wird. In diesem Falle kann der Collimationsfehler direct mit dem Mikrometer gemessen werden, ohne den Horizontalkreis in Anspruch zu nehmen, indem man (ausgenommen bei der letzterwähnten Methode mit Benützung zweier Collimatoren) das Fernrohr in den Lagern umlegt.

Man messe nämlich mittelst des Mikrometers,**) in beiden Lagen des Instrumentes, den Abstand des Bildes eines entfernten Objectes vom Vertical-Faden; es seien diese Abstände M_l bei Kreis links, M_r bei Kreis rechts,

---

*) Zu diesem Zwecke muss bei Instrumenten mit gebrochenem Fernrohr dieses von den Lagern entfernt werden; befindet sich hingegen das Fernrohr an einem Ende der Axe, so genügt hiezu eine kleine Drehung des Instrumentes um die Vertical-Axe.

**) Man bedarf hiezu der Kenntniss des Winkelwerthes eines Schrauben-umganges, wozu man gelangt, wenn man den beweglichen Faden in einige Entfernung vom Vertical-Faden stellt und den Abstand beider am Horizontalkreise misst, indem man abwechselnd den einen und anderen Faden auf ein entferntes Object oder einen Collimator einstellt; der so erhaltene Winkel, durch die Entfernung der Fäden, in Schraubengängen ausgedrückt, dividirt, gibt den Winkelwerth eines Schrauben-umganges, welcher noch mit $\cos h$ zu multipliciren ist, wenn der Höhenwinkel der Visur $= h$ war. Auch kann man diese Bestimmung nach dem in §. 96 gelehrten Verfahren vornehmen.

und zwar stets positiv genommen, wenn das Bild links vom Mittelfaden sich befindet, negativ, wenn rechts; dann ist, wie eine leicht zu entwerfende Figur zeigt, wenn das Fernrohr in der Mitte der Axe:

$$c = \tfrac{1}{2}(M_r - M_l),$$

und wenn dasselbe an einem Ende der Axe:

$$c = \tfrac{1}{2}(M_r - M_l) - p,$$

wo p die frühere Bedeutung hat; bedient man sich aber des in 2) angegebenen Verfahrens, so ist auch in letzterem Falle der Ausdruck $c = \frac{1}{2}(M_r - M_l)$ anzuwenden. Die Formeln gelten unmittelbar für ein gerades Fernrohr; ist dasselbe ein gebrochenes, oder, wenn an einem Ende der Axe, mit einem prismatischen Oculare versehen, dessen Axe, bei horizontaler Lage des Fernrohrs, horizontal liegt, so sind M_r und M_l mit entgegengesetztem Zeichen zu nehmen, weil das Prisma die Lage der Bilder in horizontalem Sinne umkehrt.

Die bisher angegebenen Methoden gestatten die Bestimmung von c nur in nahe horizontaler Lage des Fernrohres, da auch bei Benützung von Collimatoren nur mässige Höhenwinkel erreichbar sind. Ist aber das Fernrohr an einem Ende der Axe angebracht, so wird der Collimationsfehler in Folge der Biegung der Drehungsaxe, an deren beiden Enden die Gewichte des Fernrohrs, beziehungsweise des Kreises u. s. w. wirken, veränderlich und von der Zenithdistanz abhängig. Bei horizontaler Lage des Fernrohrs ist offenbar die in verticaler Ebene stattfindende Biegung ohne Einfluss; je kleiner aber die Zenithdistanz wird, desto grösser wird der Winkel werden, welchen die Absehenlinie des Fernrohrs in der Richtung gegen das Objectiv mit dem Kreisende einschliesst. Der Collimationsfehler wird sich daher durch die Form:

$$c = a + b \cos z$$

darstellen lassen, wobei sich die Constanten a und b ergeben, wenn man mit einer Bestimmung des Collimationsfehlers bei horizontaler Lage des Fernrohrs eine andere bei möglichst geringer Zenithdistanz, am zweckmässigsten in verticaler Lage des Rohres verbindet; zu letzterer gelangt man durch folgende Methode.

4) Richtet man das Fernrohr vertical abwärts nach dem Nadir, und setzt unter dasselbe einen Quecksilber-Horizont, d. i. Quecksilber in eine flache Schale gegossen, welches eine vollkommen horizontale spiegelnde Ebene darbietet,*) so werden Strahlen, welche, vom Verticalfaden ausgehend, aus dem

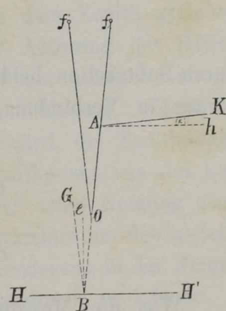
---

*) Ein solcher Horizont bedarf wegen der grossen Beweglichkeit des reinen Quecksilbers eine vollkommen feste Aufstellung, welche sehr selten zu Gebote steht. Zweckmässiger ist daher der Gebrauch eines sogenannten angequickten Horizontes, welcher aus einer kupfernen Kugelschale von grossem Halbmesser besteht. Nachdem dieselbe mit einigen Tropfen Salpetersäure befeuchtet und mit Baumwolle abgerieben ist, wird Quecksilber aufgegossen, welches eine horizontale Oberfläche annimmt, die viel ruhiger ist, als jene von reinem Quecksilber. Das sich bildende Oxyd wird vor der Beobachtung mit Papier abgestrichen.

Objective parallel austreten und auf den Horizont fallen, von diesem reflectirt, und erzeugen, indem sie beim Objective wieder eintreten, im Brennpunkte ein Bild des Fadens. Um dieses sichtbar zu machen, muss durch das Ocular Licht auf den Horizont geleitet werden, damit die Fäden und ihre Bilder als dunkle Linien auf hellem Grunde erscheinen. Dies wird am einfachsten dadurch bewerkstelliget, dass man aussen auf das Ocular ein geneigtes Planglas oder Glimmerplättchen setzt, durch welches das Licht einer seitwärts gehaltenen Lampe nach den Fäden hin reflectirt wird. Das Planglas soll so eingerichtet sein, dass man seine Neigung gegen die Axe beliebig ändern kann, um eine möglichst günstige Wirkung zu erzielen.

Nehmen wir, um die beiden Lagen des Instrumentes unterscheiden zu können, an, die Drehungsaxe des Fernrohrs habe die Richtung von Ost nach West, und sei AK (Fig. 60) diese Axe in der Lage Kreis West, α deren wahre Neigung, positiv, wenn das westliche Ende das höhere; f der Verticalfaden, O der optische Mittelpunkt des Objectivs, also fO die Absehenlinie, $\angle OAK = 90^0 + c$. Die vom Faden f ausgehenden Strahlen fallen in der Richtung fOB auf den Horizont HH' und werden von diesem in der Richtung BG reflectirt, so dass, wenn Be das Einfallsloth, $\angle eBG = \angle eBO$. Zieht man daher Of' parallel zu BG, so entsteht in der Richtung Of' in f' das Bild des Fadens f. Nun ist, wenn Ah horizontal, $\angle hAB = 90^0 + c - \alpha$, somit der Winkel fBH', welchen der Strahl fO mit dem Horizonte bildet, $= 180 - hAB = 90^0 - (c - \alpha)$, der Einfallswinkel $eBO = c - \alpha$ und $\angle fOf' = 2(c - \alpha)$. Ist daher der Abstand des Bildes vom Faden, mit dem Mikrometer gemessen, $= M$, positiv, wenn das Bild östlich vom Faden, so hat man $M = 2(c - \alpha)$, somit:

Fig. 60.



$$c = \tfrac{1}{2} M + \alpha.$$

Sei b die Neigung der Axe AK mit der Libelle gemessen, und y die Correction derselben wegen Ungleichheit der Zapfenhalbmesser, positiv, wenn der Kreiszapfen der dickere, so hat man bei K. W. $\alpha = b - y$ [Gl. 127], folglich:

$$c = \tfrac{1}{2} M + b - y.$$

Hieraus erhält man also c, wenn b und y bekannt sind. Umgekehrt kann man auf diese Art die wahre Neigung der Axe, somit auch y finden, wenn c aus anderen Beobachtungen, so wie b bekannt sind.

Macht man jedoch die Beobachtung in beiden Lagen des Kreises, so bestimmt sich sowohl c, als auch die wahre Neigung der Axe ohne Zuhilfenahme der Libelle, wenn nur y bekannt ist. Die obigen Gleichungen gelten nämlich für Kreis West. Legt man das Instrument um, und ist nun α' die wahre Neigung der Drehungsaxe, wieder positiv, wenn das westliche Ende das höhere, so wird der Winkel, welchen der Strahl fO mit dem Horizonte bildet, $= 90^0 - (c + \alpha')$, mithin der Einfallswinkel $= c + \alpha' = \frac{1}{2} fOf'$. Ist nun $M' = \angle fOf'$ der Abstand des reflectirten Bildes vom Faden, wieder positiv, wenn das Bild östlich vom Faden, so ist, weil jetzt das Bild westlich vom Faden fällt, $-M' = 2(c + \alpha')$, somit

$$c = -\tfrac{1}{2}M' - \alpha'.$$

Diese Gleichung, mit der 1ten der beiden vorhergehenden durch Addition verbunden, gibt:

$$c = \tfrac{1}{4}(M - M') + \tfrac{1}{2}(\alpha - \alpha'),$$

oder, weil $\frac{1}{2}(\alpha - \alpha') = \dfrac{\mu\Delta}{\sin g} = y\dfrac{\sin\lambda}{\sin g}$ ist [Gl. (e), §. 101]:

$$c = \tfrac{1}{4}(M - M') + y\frac{\sin\lambda}{\sin g}.$$

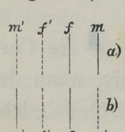
Durch Subtraction beider Gleichungen erhält man aber $\frac{1}{2}(\alpha + \alpha') = \frac{1}{4}(M + M')$, woraus in Verbindung mit dem vorhergehenden Ausdrucke von $\frac{1}{2}(\alpha - \alpha')$ folgt:

$$\alpha = -\tfrac{1}{4}(M + M') + y\frac{\sin\lambda}{\sin g},$$

$$\alpha' = -\tfrac{1}{4}(M + M') - y\frac{\sin\lambda}{\sin g}.$$

Was die Messung des Abstandes des reflectirten Bildes vom Mittelfaden betrifft, so ist es am zweckmässigsten, den Mikrometerfaden zuerst so zu stellen, dass der Mittelfaden genau in der Mitte zwischen seinem reflectirten Bilde und dem Mikrometerfaden erscheint, dann aber so, dass das Bild zwischen dem Mittel- und dem Mikrometerfaden erscheint. Da der letztere auch ein reflectirtes Bild liefert, so sieht man in der ersten Stellung die zwei Fäden f, m und die zwei Bilder f', m' nebeneinander in gleichen Entfernungen (Fig. 61, a), in der zweiten abwechselnd einen Faden und ein Bild (Fig. 61, b). Der Abstand des Mittelfadens von seinem Bilde ist dann gleich $\frac{1}{3}$ des Unterschiedes der beiden Lesungen des Mikrometers.

Fig. 61 a, b.



In Ermangelung eines Mikrometers kann der Collimationsfehler auch mit Hilfe der Libelle bestimmt werden. Gibt man nämlich der Horizontalaxe AK eine solche Neigung, dass die Absehenlinie Of vertical wird, was daran erkannt wird, dass der Faden mit seinem reflectirten Bilde zusammenfällt, so ist offenbar die wahre Neigung der Axe gleich dem Collimationsfehler; man hat dann in obigen Gleichungen $M = M' = 0$, somit:

$$\text{bei K. W. } c = b - y; \quad \text{bei K. O. } c = -b' - y.$$

Wie der Collimationsfehler durch astronomische Beobachtungen gefunden werden kann, wird später gezeigt werden.

123. Betrachten wir nun den Gebrauch des Instrumentes zur Messung von Zenithdistanzen. Hiebei wird der Vertical- oder Höhenkreis in Anspruch genommen, dessen Ebene senkrecht steht auf der Drehungsaxe des Fernrohrs und daher vertical ist, wenn letztere horizontal. Die Absehenlinie wird durch den optischen Mittelpunct des Objectivs und jenen Punct des Horizontalfadens gebildet, welchen man auf das Object einstellt; wir nehmen vorläufig an, dass diese Absehenlinie zum Höhenkreise parallel sei, was mindestens sehr nahe der Fall sein wird, wenn das Instrument nach §. 119 gehörig berichtiget, also namentlich der Collimationsfehler sehr klein ist und der Horizontalfaden nahe am Verticalfaden auf das Object eingestellt wird.

Denkt man sich die Absehenlinie vertical nach dem Zenith gerichtet, so nennt man die bei dieser Richtung stattfindende Ablesung des Höhenkreises den Zenithpunct des Kreises. Ist dieser Punct bekannt, so gibt offenbar die Differenz zwischen demselben und jener Ablesung, welche wir erhalten, wenn das Fernrohr auf ein Object gerichtet wird, die Zenithdistanz dieses Objectes. Man sieht aber leicht ein, dass der Zenithpunct von der Lage des Mikroskopträgers abhängt und dass, wenn letzterer seine Neigung gegen den Horizont um den Winkel α ändert, auch der Zenithpunct um den gleichen Betrag sich verändert. Es ist daher nothwendig, jede Aenderung in der Neigung des Mikroskopträgers bestimmen und in Rechnung bringen zu können, zu welchem Zwecke mit demselben eine Libelle (L', Fig. 51 und 52) verbunden wird, gewöhnlich in der Art, dass dieselbe auf zwei an demselben angedrehte cylindrische Ringe aufzusetzen ist. Man berichtigt diese Libelle (häufig die Alhidaden- oder Versicherungslibelle genannt) nach §§. 100 und 105 so, dass sie in beiden Lagen auf den Träger gesetzt einspielt, wobei man sich zur Aenderung der Neigung des Trägers der Schraube μ (Fig. 51 und 52) bedient; stellt man dann die verticale Drehungsaxe sorgfältig vertical und bringt mittelst der Schraube μ die Alhidadenlibelle zum Einspielen, so steht die Tangente am Nullpuncte derselben senkrecht zur verticalen Drehungsaxe und es wird daher bei jeder Stellung des Instrumentes die Blase nahe in der Mitte stehen.

Mit Benützung dieser Libelle kann nun der Zenithpunct genauer als diejenige Ablesung des Höhenkreises definirt werden, welche wir erhalten, wenn die Absehenlinie des Fernrohrs nach dem Zenith gerichtet ist und die Alhidadenlibelle genau einspielt. Bezeichnen wir diese Ablesung mit Z. Es sei nun, bei Kreis rechts,*) die Absehenlinie auf ein Object gerichtet,

*) Die Bezeichnungen K. R., K. L. beziehen sich stets auf den Hauptkreis K' (Fig. 51), an welchem die Zenithdistanzen gemessen werden, nicht aber auf den Aufsuchkreis K.

dessen Zenithdistanz $= z$; die Ablesung des Kreises sei $= R$; ferner a, i die Ablesung der Libelle und zwar a jene des nach Aussen oder gegen das Object, i jene des nach Innen oder gegen den Beobachter gekehrten Blasenendes; dann ist $\frac{1}{2}\mu(i - a)$ die Ausweichung der Mitte der Blase vom Nullpuncte, und somit $R + \frac{1}{2}\mu(i - a)$ die auf jene Lage des Mikroskopträgers, bei welcher die Libelle einspielt, reducirte Lesung, wenn wir annehmen, dass bei Kreis rechts die Lesung am Kreise mit zunehmender Zenithdistanz zunimmt. Es ist dann für:

$$\text{K. R. } z = [R + \tfrac{1}{2}\mu(i - a)] - Z.$$

Drehen wir nun das Instrument um die verticale Axe um 180^0 und stellen das Fernrohr wieder auf das Object ein, so wird, wenn wir mit L die Ablesung des Kreises, mit a', i' jene der Libelle bezeichnen, und berücksichtigen, dass jetzt, bei Kreis links, die Lesung des Höhenkreises mit wachsender Zenithdistanz abnimmt, bei

$$\text{K. L. } z = Z - [L - \tfrac{1}{2}\mu(i' - a')].$$

Durch Addition beider Gleichungen erhält man nun die Zenithdistanz:

$$z = \tfrac{1}{2}\left\{[R + \tfrac{1}{2}\mu(i - a)] - [L - \tfrac{1}{2}\mu(i' - a')]\right\}, \qquad (136)$$

und durch Subtraction derselben den Zenithpunct:

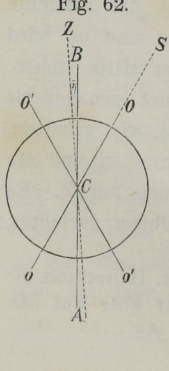
$$Z = \tfrac{1}{2}\left\{R + \tfrac{1}{2}\mu(i - a)] + [L - \tfrac{1}{2}\mu(i' - a')]\right\}. \qquad (137)$$

Es ist daher die Zenithdistanz gleich der halben Differenz, der Zenithpunct gleich der halben Summe der auf jene Lage des Mikroskopträgers reducirten Lesungen, bei welcher die Alhidadenlibelle einspielt, wobei selbstverständlich, wenn $R < L$, R um 360^0 zu vermehren ist.*) Der Stand der Libelle ist hierbei offenbar ganz gleichgiltig, wenn nur die Blase noch innerhalb der Skale sich befindet; da jedoch der Winkel-

---

*) Man kann die Gl. (136) auch in der Form:

Fig. 62.



$$z = \tfrac{1}{2}(R - L) + \tfrac{1}{4}\mu\,[(i + i') - (a + a')] \qquad (m)$$

schreiben, zu welcher man unmittelbar auf folgende Weise gelangt. Sei Fig. 62 oO die Absehenlinie des Fernrohrs, bei Kreis rechts auf das Object S gerichtet, dessen Zenithdistanz $ZCS = z$; ACB die verticale Umdrehungs-Axe (oder vielmehr ihre Projection auf die Ebene des Kreises), gegen die Verticale CZ um den Winkel $BCZ = \eta$ geneigt; die Ablesung des Kreises $= R$. Dreht man nun das Instrument um 180^0 um die Axe AB, wodurch das Fernrohr in die Lage $o'O'$ kommt, und stellt letzteres wieder auf das Object S ein, so hat dasselbe sammt dem Kreise den Winkel $O'CO = 2BCO$ durchlaufen. Bezeichnet daher L die Lesung bei K. L., so ist unter der Voraussetzung, das die Verbindungslinie der Nullpuncte beider Mikroskope ihre werth μ der Skalentheile gegen die Enden der Röhre hin häufig sich etwas ändert, und überhaupt der Einfluss eines kleinen Fehlers in diesem Werthe um so geringer wird, je kleiner die Ausweichung der Blase ist, so ist es zweckmässig, vor der scharfen Einstellung auf das Object, nachdem das Fernrohr näherungsweise auf dasselbe gerichtet ist, die Blase mittelst der Schraube μ nahe in die Mitte zu stellen, zu welchem Zwecke diese Schraube mit einem ränderirten Kopfe versehen sein soll.*)

Wie aus obigen Gleichungen erhellt, ist bei der angenommenen Richtung der Bezifferung des Kreises, die Correction $\frac{1}{2}\mu(i - a)$ bei K. R. mit ihrem Zeichen, bei K. L. mit entgegengesetztem Zeichen an die Lesung anzubringen. Man kann diesen Unterschied der Zeichen vermeiden, wenn man den Nullpunct der Libellen-Skale nicht, wie obige Formeln voraussetzen, in der Mitte,

---

Neigung gegen die verticale Drehungsaxe nicht geändert hat, und bei der oben angenommenen Richtung der Bezifferung des Kreises: $R - L = 2BCO = 2(z - \eta)$, folglich:

$$z = \frac{1}{2}(R - L) + \eta\,. \qquad (n)$$

Der Neigungswinkel η wird aber durch eine Libelle gemessen, welche auf irgend eine Weise mit dem um AB drehbaren Theile des Instrumentes, parallel zur Kreisebene und senkrecht auf AB, fest verbunden ist. Werden die Ablesungen der Libelle in beiden Kreislagen wieder wie oben bezeichnet, so ist, zufolge der am Schlusse des §. 99 gemachten Bemerkung:

$$\eta = \frac{1}{4}\mu[(i + i') - (a + a'],$$

wonach die Gl. (n) mit jener (m) übereinstimmt. Hierbei könnte also, wenn es sich nur um die Neigung η handelt, die Libelle auch mit dem Träger TT (Fig. 51) verbunden sein, wie dies in der That bisweilen an kleinen Instrumenten angetroffen wird; in diesem Falle geben aber die Gln. (m) oder (136) die richtige Zenithdistanz nur unter der oben bezüglich der Verbindungslinie der Nullpuncte der Nonien gemachten Voraussetzung, welche jedoch bei genauen Beobachtungen unzulässig ist. Um von dieser unabhängig zu werden, wird eben die Libelle mit dem Mikroskopträger verbunden; die durch obige Gleichungen gegebene Zenithdistanz ist dann immer richtig, nur wird das 2te Glied in (m) nicht mehr den Winkel η darstellen, wenn in der Neigung des Mikroskopträgers gegen die Verticalaxe eine Veränderung stattgefunden hat.

Nichts hindert aber, den Mikroskopträger, statt ihn mittelst einer Büchse auf die Drehungsaxe des Fernrohrs zu setzen, mit dem Träger TT derselben fest zu verbinden, eine Construction, die häufig namentlich auch bei grösseren Instrumenten ausgeführt wird.

*) Bei vielen Instrumenten kann eine Drehung dieser Schraube nur mittelst Schlüssels oder Stiftes bewirkt werden; sie dient dann nur als Correctionsschraube, um, wie weiter oben bemerkt wurde, die Tangente der Libelle am Nullpuncte senkrecht auf die verticale Umdrehungsaxe zu stellen; bei den Beobachtungen selbst bleibt dieselbe unberührt. Bei dieser Einrichtung sind jedoch grössere Ausweichungen der Blase nicht leicht zu vermeiden, daher die im Texte angegebene Praxis die zweckmässigere ist.

sondern an einem Ende der Skale anbringt. Wird dann die Libelle so aufgesetzt, dass bei Kreis rechts der Nullpunct nach Aussen liegt, und bezeichnet m den Strich in der Mitte der Skale, so ist offenbar zu setzen:

$$\text{bei K. R. statt } \tfrac{1}{2}(i - a) \quad \ldots \tfrac{1}{2}(i + a) - m,$$
$$\text{bei K. L. statt } \tfrac{1}{2}(i' - a') \quad \ldots m - \tfrac{1}{2}(i' + a');$$

hiermit wird die Correction für jede Kreislage:

$$= + \tfrac{1}{2}\mu\,(i + a - 2\,m),$$

welche stets mit ihrem Zeichen zur Lesung hinzuzufügen ist. Man kann auch statt dieser die stets positive Correction:

$$+ \tfrac{1}{2}\mu\,(i + a)$$

nehmen, weil das constante Glied $\mu\,m$ in der Differenz beider Lesungen sowohl, als einer Lesung und des Zenithpunctes sich aufhebt und daher weggelassen werden kann. Da in diese Ausdrücke die Summe $a + i$ eingeht, so ist auch bei der Ablesung der Libelle die Gefahr einer Verwechslung der beiden Lesungen a und i vermieden.

Beispiel. Auf dem astronomisch-trigonometrischen Dreieckspuncte: Hohe Schneeberg wurde die Zenithdistanz des Dreieckspunktes Bösig beobachtet, wie folgt:

Kreislage	Mikroskop I	Mikroskop II	Mittel	Libelle a	Libelle i
K. R.	90° 18′ 12″.2	18′ 39″.9	90° 18′ 26″.05	19.6	19.7
K. L.	269° 44′ 35″.2	44′ 50″.0	269° 44′ 42″.60	20.5	18.6

Die Libelle wurde von der Mitte aus nach beiden Seiten gelesen; der Werth eines Niveautheiles $\mu = 2''.26$. Es sind daher die Correctionen der Lesungen:

$$\text{bei K. R.} + \tfrac{1}{2}\mu\,(i - a) = \quad 1''.13\,(19.7 - 19.6) = + 0''.11$$
$$\text{bei K. L.} - \tfrac{1}{2}\mu\,(i - a) = -1.13\,(18.6 - 20.5) = + 2.15$$

somit die corrigirten Lesungen:

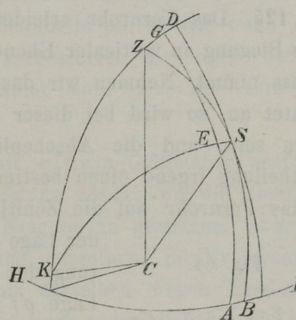
K. R. . . .	90°	18′	26″	.16
K. L. . . .	269	44	44	.75
Differenz =	180	33	41	.41
Summe =	720	3	10	.91
Zenithdistanz z =	90	16	50	.70
Zenithpunct Z =	0	1	35	.45

Es bedarf kaum der Erwähnung, dass zur Erlangung eines genaueren Resultates die Messungen zu wiederholen sind, wobei man, gemäss der in §. 117 gegebenen Vorschrift, den Zenithpunct des Kreises durch Drehung desselben entsprechend ändern wird.

Ist das beobachtete Object ein Gestirn, dessen Zenithdistanz sich beständig ändert, so müssen die zu verschiedenen Zeiten gemachten Ablesungen des Höhenkreises auf einen gemeinschaftlichen Zeitmoment reducirt werden, was auf verschiedene Art geschehen kann, und wozu wir am entsprechenden Orte die geeignetsten Methoden werden kennen lernen.

124. Wir haben im Vorhergehenden vorausgesetzt, dass die Ebene des Höhenkreises vertical und die Absehenlinie zu dieser Ebene parallel sei. Untersuchen wir nun den Einfluss, welchen Fehler in diesen Beziehungen auf die gemessene Zenithdistanz ausüben, wobei wir wieder (wie in §. 121 bezüglich des Horizontalkreises) annehmen können, dass der Höhenkreis auf der Drehungsaxe des Fernrohres senkrecht stehe. Es sei C (Fig. 63) der Mittelpunct des Instrumentes, CK das verlängerte Kreisende der Horizontalaxe, b deren Neigung gegen den Horizont, positiv, wenn das Kreisende das höhere; Z das Zenith; CS die Absehenlinie des Fernrohres, auf ein Object S gerichtet, dessen Zenithdistanz $ZS = z$; sie schliesse mit dem Kreisende den $\angle KCS = 90^0 + C$ ein, und beschreibt daher bei der Drehung des Fernrohrs um CK einen kleinen Kreis BD, in einem Abstande $= C$ vom grössten Kreise AG des Instrumentes, in welchem die Kugelfläche von der Ebene des Höhenkreises geschnitten wird, und dessen Pol der Punct K ist. Eine Ebene, durch CK und CS gelegt, schneidet nun, wenn die Absehenlinie einmal auf das Object S und dann vertical gerichtet wird, die Kugelfläche in den grössten Kreisen KS und KD, welche ihrerseits dem grössten Kreise AG in den Puncten E und G begegnen; die am Höhenkreise abgelesene Zenithdistanz ist daher $EG = \angle EKG = z'$. Man hat nun in dem Dreiecke KSZ : $SZ = z$; $KZ = 90^0 - b$; $KS = 90^0 + C$; $\angle SKZ = z'$, mithin:

Fig. 63.



$$\cos z = -\sin b \sin C + \cos b \cos C \cos z'.$$

Hieraus folgt, wenn man mit Vernachlässigung der dritten Potenzen der immer sehr kleinen Bögen b und C, $\sin b = b$, $\cos b = 1 - \frac{1}{2} b^2$, etc. setzt:

$$\cos z' - \cos z = 2 \sin \tfrac{1}{2}(z + z') \sin \tfrac{1}{2}(z - z') = bC + \tfrac{1}{2}(b^2 + C^2) \cos z',$$

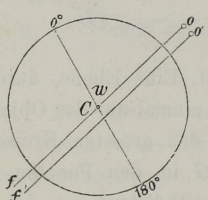
oder, da man mit demselben Grade der Annäherung $\sin \frac{1}{2}(z - z') = \frac{1}{2}(z - z')$ und $\sin \frac{1}{2}(z + z') = \sin z'$ setzen kann, in Bogensecunden:

$$z - z' = \tfrac{1}{2}(b^2 + C^2) \sin 1'' \operatorname{cotg} z' + bC \sin 1'' \operatorname{cosec} z'.$$

Diese Gleichung zeigt, dass der Fehler $z - z'$ mit abnehmender Zenithdistanz zunimmt, übrigens wegen des kleinen Factors sin $1''$ nur für beträchtlichere Werthe von b oder C bei kleinen Zenithdistanzen merklich wird. Denn setzt man z. B. $b = 10''$, $C = 1' = 60''$ so wird $z' - z = 0''.00897 \operatorname{cotg} z' + 0''.00291 \operatorname{cosec} z'$, eine Grösse, welche selbst für $z = 1^0$ erst den Werth $0''.68$ erreicht. Ist nun das Instrument sorgfältig berichtiget und aufgestellt, so wird die Neigung b immer nur wenige Secunden betragen; stellt man dann noch den Horizontalfaden nahe am Mittelfaden auf das Object ein, so wird sehr nahe $C = c$, wenn c den Collimationsfehler des Mittelfadens bedeutet, und daher auch C sehr klein werden, wenn c nach §. 119 nahezu weggeschafft ist. Um daher einen merklichen Fehler zu vermeiden, hat man die Einstellung möglichst nahe am Mittelfaden (bei Parallelfäden zwischen denselben) vorzunehmen, und diese Regel um so genauer zu beachten, je kleiner die Zenithdistanz ist.

125. Das Fernrohr erleidet durch den Einfluss der Schwerkraft eine kleine Biegung in verticaler Ebene, welche auf die gemessenen Zenithdistanzen Einfluss nimmt. Nehmen wir das Fernrohr zuerst vertical nach dem Zenith gerichtet an, so wird bei dieser Lage ein Bestreben zur Biegung nicht vorhanden sein, und die Absehenlinie mit dem Durchmesser $0^0 - 180^0$ der Kreistheilung irgend einen bestimmten Winkel $= w$ einschliessen. Stellt man nun das Fernrohr auf die Zenithdistanz z, so kommt die Absehenlinie aus der Lage of (Fig. 64), welche sie bei verticaler Richtung des Fernrohres eingenommen haben mag, in die Lage $o'f'$, indem in Folge der Biegung des Fernrohrs sowohl der optische Mittelpunct o des Objectivs als der Horizontalfaden f sich etwas gesenkt haben werden. Bei geraden Fernröhren ist es nun wohl möglich, dass $o'f'$ parallel zu of ist, in welchem Falle die Biegung offenbar keinen Einfluss auf die Zenithdistanz ausübt, weil die Neigung zwischen der Absehenlinie und dem Durchmesser $0^0 - 180^0$ sich nicht ändert, folglich beide Gerade bei der Drehung des Fernrohrs um denselben Winkel sich drehen. Im Allgemeinen, und selbstverständlich bei gebrochenen Fernröhren ist dies jedoch nicht der Fall, und wenn für die Zenithdistanz z der Winkel w übergeht in $w + dw$, so wird die wahre Zenithdistanz offenbar $= z + dw$ sein. Da die Biegung des Rohres der auf die Richtung derselben senkrechten Componente seines Gewichtes und diese dem Sinus der Zenithdistanz proportional ist, so kann man $dw = a \sin z$ setzen, wo a eine Constante ist, welche, wie leicht einzusehen, die Wirkung der Biegung bei horizontalem Fernrohr bedeutet und gewöhnlich kurz die

Fig. 64.



Biegung im Horizonte genannt wird. Ist a bekannt und z irgend eine beobachtete Zenithdistanz, so ist dann

$$z + a \sin z$$

die wegen der Biegung des Fernrohres verbesserte Zenithdistanz.

Die Constante a kann mit Hilfe zweier auf einander gerichteter Collimatoren bestimmt werden, zwischen welchen das Fernrohr des Universal-Instrumentes aufgestellt wird, in derselben Art, wie im §. 122, 2) erklärt wurde, nur mit dem Unterschiede, dass jetzt der Kreuzungspunct der schief gestellten Fäden des einen Collimators auf den Horizontalfaden des andern Collimators scharf eingestellt wird. Dieser Faden und jener Kreuzungspunct stellen dann zwei unendlich entfernte Objecte dar, deren Winkelabstand in verticaler Ebene genau $= 180^0$ ist. Stellt man nun den horizontalen Doppelfaden des Fernrohres zuerst auf den einen, dann, durch Drehung des Fernrohrs um die Horizontalaxe, auf den anderen Collimator ein, und liest jedesmal die Mikroskope, so wie die Alhidadenlibelle ab, so ist, wenn Δ die Differenz der beiden wegen der Libelle verbesserten Lesungen bedeutet, $180^0 - \Delta = 2\,a \sin z$, oder, da hiebei immer nahe $z = 90^0$ sein wird, $a = 90^0 - \frac{1}{2}\Delta$.

Man kann diese Bestimmung auch mit einem Collimator ausführen, wenn dieser die in §. 107 angegebene Einrichtung besitzt, um die Horizontalstellung und die scharfe Bestimmung seiner Neigung zu gestatten. Ist nämlich B die durch die Libelle gemessene Neigung desselben, positiv, wenn das Objectiv-Ende das höhere, y die Correction derselben wegen Ungleichheit der Ringdurchmesser, positiv, wenn der Objectivring der dickere, so ist die wahre Neigung der Ringaxe, mit welcher wir die optische Axe des Collimators parallel annehmen wollen, $= B - y$, und die Zenithdistanz derselben $= 90^0 + B - y = \zeta$. Findet man nun diese Zenithdistanz durch Messung mit dem Universalinstrumente $= z$, so ist offenbar

$$a = \zeta - z.$$

Das Resultat einer Messung ist noch mit einem etwaigen Fehler im Parallelismus der optischen und der Ringaxe des Collimators behaftet; macht man aber eine zweite Beobachtung, nachdem der Collimator um 180^0 um seine Ringaxe gedreht wurde, so ist das Mittel aus beiden frei von diesem Fehler.

Beispiel. Nach der letzteren Methode wurden die folgenden Beobachtungen zur Bestimmung der Biegung des gebrochenen Fernrohrs eines 12-zölligen Theodolithen älterer Construction gemacht.

Collimator			Kreislage	Mikroskop		Libelle	
Lage	Libelle			I	II	a	i
	Ocul.	Object.					
T. u.	28.7	28.7	K. R.	273° 38′ 12″.0	37′ 54″.3	16.9	12.5
	27.3	30.3	K. L.	93 38 20 .8	38 1 .6	14.8	14.4
T. o.	29.1	28.4	K. L.	93 38 5 .8	37 48 .9	14.65	14.6
	27.6	29.8	K. R.	273 38 26 .5	38 8 .3	16.75	12.6
T. u.	28.7	28.7	K. R.	273 38 11 .7	37 55 .0	16.75	12.6
	27.2	30.3	K. L.	93 38 19 .0	38 1 .0	15.3	14.0
T. o.	28.7	28.6	K. L.	93 38 6 .0	37 49 .1	14.7	14.5
	28.0	29.5	K. R.	273 38 20 .8	38 3 .5	15.2	14.1
T. u.	28.5	28.9	K. R.	273 38 6 .4	37 48 .3	15.2	14.1
	27.1	30.4	K. L.	93 38 20 .0	38 2 .1	14.7	14.4

Die Buchstaben T. u., T. o. in der 1[ten] Spalte bezeichnen die zwei verschiedenen Lagen des Collimators in seinen Lagern; der Werth eines Scalentheiles der Collimator-Libelle war 2″.147, der Alhidadenlibelle des Höhenkreises 4″.404; die Correction der Neigung des Collimators wegen Ungleichheit der Ringdurchmesser $y = -2''.10$.

Hiemit erhält man:

B	$\zeta = 90^\circ + B - y$	Lesung am Kreise	$\frac{\mu}{2}(i-a)$	Corr. Lesung	$2z$ / z	$\zeta - z$	a
+1″.61	90° 0′ 3″.71	273° 38′ 3″.15	−9″.69	273° 37′ 53″.46	179° 59′ 41″.38	+13″.02	
		93 38 11 .20	−0 .88	93 38 12 .08	89 59 50 .69		
							+5″.26
+0 .80	90 0 2 .90	93 37 57 .35	−0 .11	93 37 57 .46	180 0 10 .80	− 2 .50	
		273 38 17 .40	−9 .14	273 38 8 .26	90 0 5 .40		
							5 .29
+1 .66	90 0 3 .76	273 38 3 .35	−9 .14	273 37 54 .21	179 59 41 .35	+13 .08	
		93 38 10 .00	−2 .86	93 38 12 .86	89 59 50 .68		
							5 .03
+0 .75	90 0 2 .85	93 37 57 ,55	−0 .44	93 37 57 .99	180 0 11 .74	− 3 .02	
		273 38 12 .15	−2 .42	273 38 9 .73	90 0 5 .87		
							4 .73
+1 .99	90 0 4 .09	273 37 57 .35	−2 .42	273 37 51 .93	179 59 43 .22	+12 .48	
		93 38 11 .05	−0 .66	93 38 11 .71	89 59 51 .61		

Mittel: $a = +5''.08$

Es erfordert daher jede mit diesem Instrumente gemessene Zenithdistanz z die Correction $+ 5''.1 \sin z$. Die Biegung ist hier, wie man sieht, sehr beträchtlich, wovon die Ursache in der verhältnissmässig grossen Länge des cylindrischen Objectivrohres liegt. Gibt man letzterem, wie dies in neuerer Zeit gewöhnlich geschieht, eine conische Gestalt und gehörige Stärke, so wird die Biegung bedeutend kleiner, und übersteigt im Horizonte selten 1 bis 2 Sekunden.

126. Um das Fernrohr auf eine gegebene Zenithdistanz einstellen zu können, ist gewöhnlich ein besonderer Aufsuch- oder Einstellkreis K (Fig. 51) angebracht, welcher so adjustirt wird, dass die Lesung am Nonius q unmittelbar die Zenithdistanz gibt. Zu diesem Zwecke misst man mit dem Hauptkreise K' die Zenithdistanz z eines terrestrischen Objectes, stellt das Fernrohr auf das Object ein, und bringt dann mittelst der Schraube ζ den Nonius q auf die Lesung z. Uebrigens ist die Einrichtung zu diesem Zwecke bei verschiedenen Instrumenten verschieden und immer leicht zu erkennen. Erweist sich dieselbe als unzureichend, so bleibt ein Fehler, der sogenannte Indexfehler übrig, welcher sich durch das oben angegebene Verfahren bestimmt. Ist nämlich, wenn das Fernrohr z. B. bei K. R. auf die Zenithdistanz z eingestellt ist, die Lesung am Aufsuchkreise $= E$, so ist der Indexfehler $\varDelta z = E - z$, wodurch $\varDelta z$ bekannt wird, und man hat dann für die Einstellung auf eine gegebene Zenithdistanz: $E = z \pm \varDelta z$, wo das obere Zeichen für K. R., das untere für K. L. gilt, wenn, wie gewöhnlich, die Bezifferung des Aufsuchkreises von 0^0 nach beiden Seiten bis 180^0 läuft.

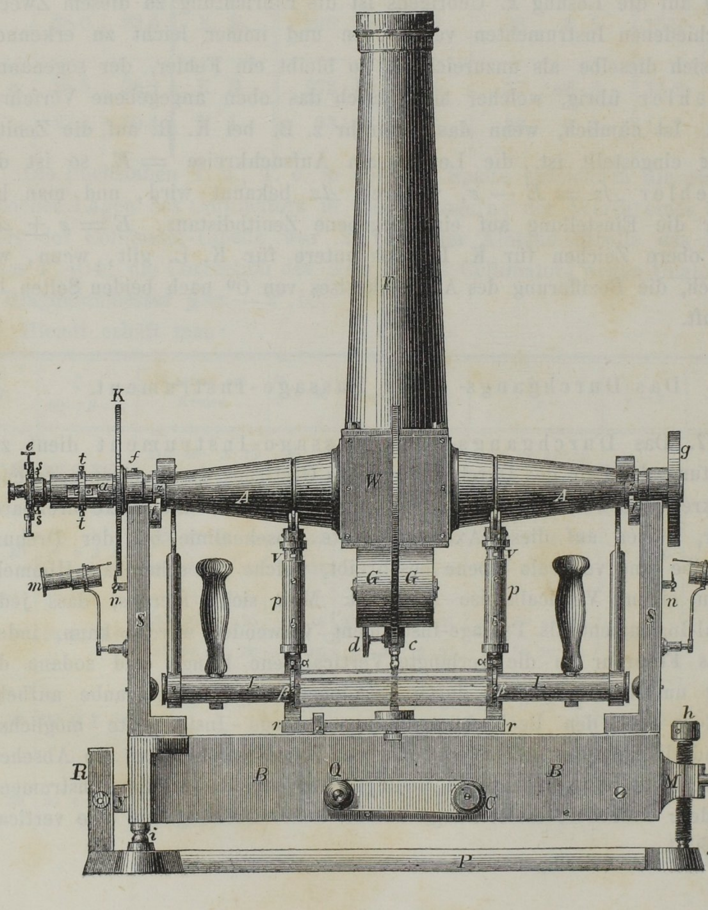
Das Durchgangs- oder Passage-Instrument.

127. Das Durchgangs- oder Passage-Instrument dient zur Beobachtung der Zeit des Durchganges eines Gestirnes durch einen gegebenen Verticalkreis. Es besteht daher aus einem um eine horizontale Axe drehbaren Fernrohr, dessen auf diese Axe senkrechte Absehenlinie bei der Drehung um dieselbe eine verticale Ebene beschreibt, welche die scheinbare Himmelskugel in einem Verticalkreise schneidet. Man sieht hieraus, dass jedes Universal-Instrument als Passage-Instrument verwendet werden kann, indem man das Fernrohr in die verlangte Verticalebene bringt, und sodann die Drehung um die Verticalaxe durch Festziehen der Klemmschraube aufhebt. Da jedoch bei den Beobachtungen am Passage-Instrumente möglichste Unveränderlichkeit des Azimuthes, oder des Verticals, welchen die Absehenlinie beschreibt, eine wesentliche Bedingung ist, so erhalten diese Instrumente eine andere einfachere Aufstellung, welche keine Drehung um eine verticale Axe zulässt.

Das Passage-Instrument kann zwar in einem beliebigen Vertical aufgestellt werden, es kommt jedoch vorzugsweise in zwei Aufstellungen zur Anwendung: im Meridian und im 1^{ten} Vertical; in der ersten Stellung dient es zur Bestimmung der Ortszeit oder der Rectascension der Gestirne; in der zweiten zur Bestimmung der Polhöhe oder der Declination der Sterne.

In Fig. 65 und 66 ist ein transportables Passage-Instrument grösserer Gattung von Starke und Kammerer dargestellt. Auf einer gusseisernen Platte P, welche auf den Instrumentpfeiler aufgesetzt und mit demselben durch Gyps fest verbunden werden kann, ruht mittelst der Schraube h und zweier Füsse ii, der in horizontaler Projection T-förmig gestaltete Körper BB, mit welchem die beiden Ständer SS unveränderlich verbunden sind, an deren oberen Enden sich die Lager ll der Drehungsaxe AA des Fernrohrs

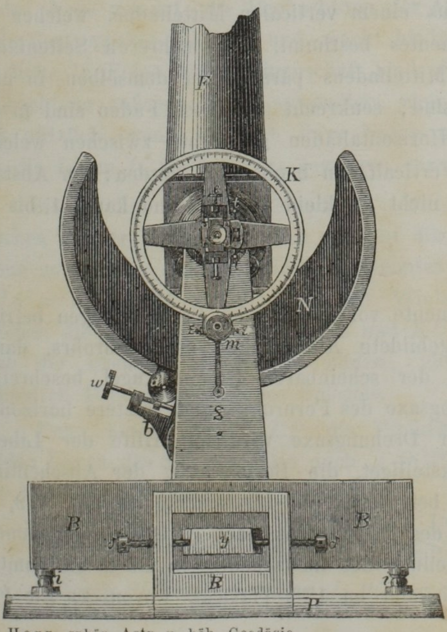
Fig. 65.



befinden. Die Schraube h, welche in ihrer Mutter M mittelst der Klemmschraube K beliebig festgestellt werden kann, dient zur Horizontalstellung der Drehungsaxe AA des Fernrohrs, und ist mit ihrem kugelförmig gestalteten Ende in die Platte P versenkt; die zwei ähnlich gestalteten Füsse ii ruhen in kleinen Fussplatten, welche auf der Grundplatte P frei aufliegen. Ein mit dem Körper B verbundenes Ansatzstück y reicht in einen mit der Grundplatte P verbundenen Rahmen R, so dass der Körper B mittelst der beiden auf das Ansatzstück y wirkenden Schrauben $\delta\delta$ um die Schraube h als Mittelpunct um einige Grade gedreht, und innerhalb der Grenzen dieser Bewegung in einer beliebigen Lage festgestellt werden kann. Das Fernrohr ist ein gebrochenes und das Objectivrohr F durch das am Würfel W befestigte Gegengewicht GG, so wie das Gewicht des Segmentes N balancirt. Letzteres gleitet in der Klemme c, welche mittelst der Klemmschraube d mit dem Segmente verbunden werden kann, wodurch die freie Bewegung des Fernrohrs um die Axe AA gehemmt wird. Eine feine Bewegung kann dann demselben mittelst der Einstellschraube w ertheilt werden, welche an einem mit dem Stege rr verbundenen Arme b angebracht ist, und auf einen an der Klemme befindlichen Stahlzapfen wirkt.

An dem einen Ende a der hohlen Drehungsaxe AA befindet sich das Ocular. Die Schrauben tt, welche auf einen am Ocularrohre befestigten und durch eine weitere in dem durchbohrten Axenende a befindliche Schlitze hervortretenden Stahlrücken wirken, dienen zur Drehung des Ocularrohres behufs Verticalstellung der Fäden, so wie zur Feststellung desselben, nachdem das Fadennetz in die Ebene des Brennpunctes gebracht ist. Die Schrauben ss wirken auf die Fadenplatte und dienen zur Correction des Collimationsfehlers. Mittelst der Schraube e kann das Ocular senkrecht auf die Richtung der Fäden bewegt werden, um dasselbe über jeden einzelnen Faden stellen zu können. Am Ocularende der Drehungsaxe befindet sich auch der Aufsuchkreis K,

Fig. 66.



welcher mittelst des Nonius n und der Lupe m abgelesen wird. Das Gewicht desselben, so wie des Oculars wird durch das am andern Axenende befindliche Gegengewicht g balancirt. Die Libelle L hängt auf den Zapfen z der Drehungsaxe, so dass die Berührung in denselben Querschnitten stattfindet, mit welchen die Zapfen in den Lagern l ruhen. Die Schräubchen $\alpha\alpha$ dienen zur Correction der Libelle in verticalem Sinne, um die Tangente am Nullpuncte parallel zur Drehungsaxe des Fernrohrs zu stellen; die Schräubchen $\beta\beta$ zur Correction in horizontalem Sinne, um die Axe des Libellenrohres mit der Drehungsaxe in eine Ebene zu bringen.

Die Einrichtung des Umlege-Mechanismus ist aus der Figur ersichtlich. Von dem Stege rr erheben sich die zwei Stützen pp, welche, mit je zwei Frictionsrollen versehen, die Drehungsaxe AA untergreifen; der Steg rr ist mit dem oberen Ende eines cylindrischen Stabes verbunden, welcher in dem Körper B seine Verticalführung hat und auf dem einen Ende eines Hebels ruht, auf dessen anderes Ende ein Excenter wirkt; durch Drehung des Excenters mittelst der Kurbel QC wird die Axe aus ihren Lagern gehoben und kann nun um den cylindrischen Stab gedreht werden. Die Stützen pp sind aus je zwei ineinander gesteckten Röhren gebildet, in welchen starke Schraubenfedern eingeschlossen sind, deren nach aufwärts wirkende Spannung den grössten Theil des Gewichtes der Axe und der mit ihr verbundenen Theile trägt, so dass die Zapfen, behufs Schonung derselben, nur mit einem geringen Drucke in den Lagern ruhen.

Das Fadennetz besteht aus einem verticalen Mittelfaden, welcher die Haupt-Absehenlinie des Instrumentes bestimmt, und mehreren Seitenfäden, welche zu beiden Seiten des Mittelfadens parallel zu demselben in nahe gleichen Abständen angebracht sind; senkrecht auf diese Fäden sind in der Mitte des Gesichtsfeldes zwei Horizontalfäden gespannt, zwischen welchen die Antritte der Sterne an den Verticalfäden beobachtet werden; der Abstand beider Fäden wird zweckmässig nicht zu klein gemacht und kann 1 bis $1\frac{1}{2}$ Bogenminuten betragen.

128. Was die am Instrumente vorzunehmenden Berichtigungen betrifft, so muss die vom Mittelfaden gebildete Absehenlinie des Fernrohrs, damit dieselbe einen Verticalkreis an der scheinbaren Himmelskugel beschreibe, senkrecht stehen auf der Drehungsaxe des Fernrohrs, und letztere horizontal sein. Die Horizontalstellung der Drehungsaxe wird mit Hilfe der Libelle mittelst der Schraube h bewerkstelliget, die Berichtigung der Absehenlinie oder des Collimationsfehlers wie beim Universal-Instrumente nach §. 119, so wie die genaue Verticalstellung des Mittelfadens nach §. 120 vorgenommen. Es erübrigt dann noch die Aufstellung des Instrumentes in einem bestimmten Verticalkreis, z. B. im Meridiane oder im 1^{ten} Vertical, wovon, so wie von dem Gebrauche des Instrumentes überhaupt in den folgenden Abschnitten gehandelt wird.

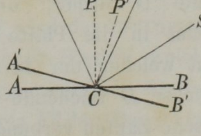
Der Aufsuchkreis ist gewöhnlich in der Art eingerichtet, dass derselbe die Zenithdistanz angibt, und zu diesem Zwecke eine Correction gestattet, um den Indexfehler $=0$ zu machen. Man stellt das Fernrohr auf ein Object von bekannter Zenithdistanz z ein, so dass dasselbe in der Mitte zwischen den beiden Horizontalfäden erscheint; lüftet man nun die Schraube f, so kann der Kreis ein wenig um die Axe gedreht und hiedurch schon sehr nahe, zuletzt aber durch Verschiebung des Nonius mittelst der Schräubchen $\varepsilon\varepsilon$ genügend genau bewirkt werden, dass die Lesung $=z$ werde.

Der Spiegelsextant.

129. Bei dem Universal-Instrumente und anderen ähnlichen Instrumenten, z. B. den Theodoliten u. s. w., wird die Winkelmessung dadurch bewerkstelliget, dass ein beweglicher Instrumenttheil durch Drehung successive in die Richtung beider Winkelschenkel gebracht und der Drehungswinkel an einem feststehenden Theile des Instrumentes gemessen wird, wobei also eine feste Aufstellung des Instrumentes nothwendig ist. Ein anderes Princip liegt den Spiegelinstrumenten zu Grunde; bei diesen wird die Coincidenz zweier von den beiden Objecten kommenden Strahlen beobachtet, von welchen der eine direct, der andere durch Reflexion von einem oder mehreren Spiegeln in das Auge gelangt; die Beobachtung der Coincidenz ersetzt hier die Visur nach dem zweiten Objecte und macht hiedurch eine feste Aufstellung entbehrlich. In Folge dieser Eigenschaft sind die Spiegelinstrumente allein zur Beobachtung auf dem Meere anwendbar, aber auch zu Lande in vielen Fällen sehr nützlich, wenn sie auch ihrer Natur nach nicht dieselbe Genauigkeit wie die festen Instrumente zu gewähren vermögen.

Sie beruhen auf folgendem Satze: Wenn ein Spiegel AB (Fig. 67) auf welchen ein Strahl DC fällt, um eine auf die Einfallsebene senkrechte Axe um einen bestimmten Winkel $ACA' = \alpha$ gedreht wird, so ist der Winkel SCS', welchen die reflectirten Strahlen SC und $S'C$ vor und nach der Drehung miteinander bilden, gleich dem doppelten Drehungswinkel des Spiegels.

Fig. 67.



Denn sind CP und CP' die Einfallslothe in beiden Lagen des Spiegels, also auch $\angle PCP' = \angle ACA' = \alpha$, so ist vermöge des Reflexionsgesetzes:

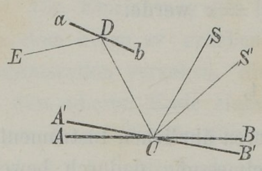
$$\angle DCS = 2\,DCP,$$
$$\angle DCS' = 2\,DCP' = 2\,(DCP + \alpha),$$

woraus durch Subtraction folgt: $\angle SCS' = 2\,\alpha$.

Nimmt man umgekehrt an, dass SC der einfallende von irgend einem Objecte S kommende Strahl sei, welcher von dem Spiegel AB in der Richtung CD reflectirt wird, so muss, damit der von einem andern Objecte S' kommende Strahl $S'C$ in der Richtung CD reflectirt werde, der Spiegel in die Lage $A'B'$ gebracht, also um den Winkel $\alpha = \frac{1}{2}\, SCS'$ gedreht werden. Der Drehungswinkel des Spiegels, an einem getheilten Kreisbogen abgelesen und verdoppelt, gibt daher den Winkel SCS'.

Hieran wird offenbar nichts geändert, wenn mit Hilfe eines zweiten festen Spiegels ab (Fig. 68) der reflectirte Strahl CD in eine beliebige andere Richtung DE gebracht wird. Stellt man die beiden Spiegel AB und ab zu einander parallel, so ist der Reflexionswinkel am Spiegel AB gleich dem Einfallswinkel am Spiegel ab, woraus sofort folgt, dass der doppelt reflectirte Strahl DE mit dem einfallenden SC parallel ist.

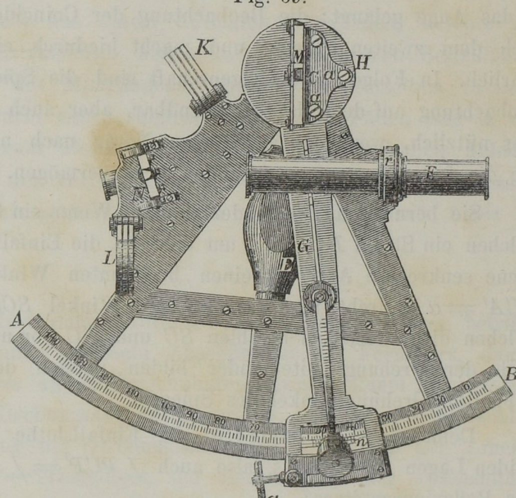
Fig. 68.



Aus dieser Bemerkung, mit obigem Satze verbunden, ergibt sich noch unmittelbar der folgende: Wenn die beiden Spiegel AB und ab miteinander den Winkel φ einschliessen, so bildet der doppelt reflectirte Strahl DE mit dem einfallenden SC den Winkel $2\,\varphi$.

130. Unter den Spiegelinstrumenten ist der Spiegelsextant (auch der Hadley'sche Sextant genannt)*) das vorzüglichste und gebräuchlichste. In Fig. 69 und 70 ist ein Sextant gewöhnlicher Construction dargestellt. Er besteht aus einem Kreissector von etwa 70 Grad, um dessen Mittelpunkt C sich eine Alhidade G dreht; diese endet in die Platte H, mit welcher der in die Büchse D reichende conische Zapfen verbunden ist, um welchen die Drehung erfolgt. Die

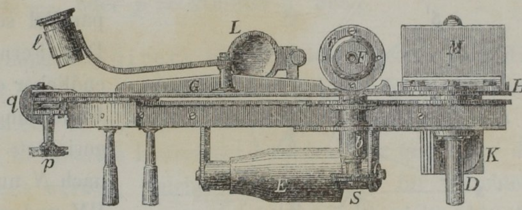
Fig. 69.



*) Weil Hadley ihn zuerst bekannt gemacht. Der eigentliche Erfinder ist Newton, von dessen Hand sich eine Beschreibung des Instrumentes nach Hadley's Tode unter den Papieren desselben vorfand.

Platte H trägt den auf die Ebene des Sextanten senkrechten grossen Spiegel M, welcher in einen Rahmen gefasst mittelst der Schrauben a befestiget ist. Ein zweiter kleiner Spiegel N steht, gleichfalls senkrecht auf die Ebene des Instrumentes, dem Fernrohre F gegenüber und zwar so, dass beide Spiegel zu einander parallel sind, wenn die Alhidade auf den Nullpunct der Theilung gestellt ist. Dieser kleine Spiegel reicht jedoch mit seiner oberen Begrenzung nur bis zur Mitte der Objectivöffnung des Fernrohrs, so dass von einem in der Richtung des Fernrohrs befindlichen Objecte directe Strahlen durch die obere Hälfte des Objectivs ins Fernrohr treten können, während die untere Hälfte die vom Spiegel reflectirten Strahlen aufnimmt. Der kleine Spiegel ist mit Correctionsschrauben versehen, um demselben eine doppelte Bewegung ertheilen zu können: erstlich, eine Drehung um eine zur Ebene des Sextanten parallele Axe zu dem Zwecke, um seine Neigung gegen diese Ebene genau gleich jener des grossen Spiegels machen zu können; zweitens, eine Drehung um eine auf die Ebene des Sextanten senkrechte Axe, um denselben, wenn die Alhidade auf den Nullpunct der Theilung gestellt ist, parallel zum grossen Spiegel stellen zu können. Der Ring r, welcher das zur Ebene des Sextanten parallele Fernrohr trägt, ist an einem prismatischen, in die Büchse b reichenden Zapfen befestigt, auf welchen die Schraube S wirkt, mittelst welcher das Fernrohr etwas gehoben und gesenkt werden kann, um nach Erforderniss die relative Helligkeit des directen und reflectirten Bildes zu reguliren. Die Schrauben p und q dienen zur Klemmung und feinen Bewegung der Alhidade, deren Nonius n mittelst der Lupe l abgelesen wird. K und L sind zwei Systeme von je 3 oder 4 Blendgläsern von verschiedener Färbung, welche bei Sonnenbeobachtungen gebraucht werden, um das intensive Licht abzuschwächen und für das Auge unschädlich zu machen. An dem Handgriff E wird das Instrument beim Gebrauche in der Hand gehalten. Man hat wohl auch Stative, welche so eingerichtet sind, dass der Sextant in jede beliebige Ebene gebracht werden kann; bei einiger Uebung wird man jedoch, von besonderen Fällen abgesehen, den Gebrauch in freier Hand bequemer finden.

Fig. 70.



131. Die Anwendung des Instrumentes zur Winkelmessung ergibt sich unmittelbar aus den in §. 129 angeführten Sätzen. Nehmen wir an, dass

(Fig. 71) die Alhidade auf den Nullpunkt o der Theilung gestellt und bei

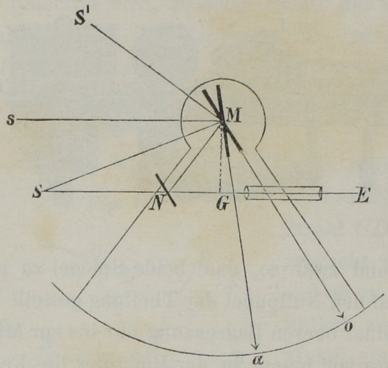


Fig. 71.

dieser Stellung der grosse Spiegel M parallel sei zum kleinen Spiegel N. Das Fernrohr sei auf ein in unendlicher oder mindestens so grosser Entfernung befindliches Object S gerichtet, dass die von demselben nach N und M gelangenden Strahlen SN und sM als parallel betrachtet werden können. Unter diesen Voraussetzungen treten die auf den grossen Spiegel fallenden Strahlen sM nach zweimaliger Reflexion in einer Richtung NE in das Fernrohr, welche parallel ist zu den einfallenden Strahlen sM, also auch zu den direct ins Fernrohr tretenden Strahlen SN, und es werden daher die von beiden Strahlenbüscheln erzeugten Bilder genau aufeinanderfallen oder sich decken.

Sei nun S' ein zweites in der Ebene des Sextanten liegendes Object und bringen wir die Alhidade in eine solche Lage Ma, dass die von S' auf den grossen Spiegel fallenden Strahlen $S'M$ nach zweimaliger Reflexion wieder in der Richtung NE in das Fernrohr treten, und folglich die Bilder der beiden Objecte S und S' sich decken, so muss der Drehungswinkel oMa des Spiegels gleich sein der Hälfte des Winkels sMS', welchen die beiden Objecte S und S' im Punkte M bilden. Dieser Drehungswinkel wird durch die Ablesung des Nonius erhalten; um aber die Verdoppelung der Ablesung zu ersparen, sind die Theilstriche schon mit ihrem doppelten Werthe beziffert, so dass ein halber Grad als ein ganzer gezählt ist; bezeichnet man daher die Ablesung mit a, so hat man einfach:

$$\angle\, sMS' = a.$$

Man sieht leicht, dass es hiebei nicht nothwendig ist, zuerst die beiden Bilder von S zur Deckung zu bringen, weil man im voraus weiss, dass hiebei die Ablesung $= 0$ erhalten wird; es genügt, sofort die Bilder der beiden Objecte S und S', deren Winkelabstand gemessen werden soll, zur Deckung zu bringen, so dass also der Winkel durch eine einzige Operation erhalten wird.

Ist die Entfernung des durch die directe Visur genommenen Objectes S nicht so gross, dass die beiden Strahlen SN und SM als parallel betrachtet werden können, so ist der durch die Beobachtung erhaltene Winkel $sMS' = a$ von dem zu messenden SMS' um den Winkel $sMS = MSE = p$ verschieden, und man hat:

$$\angle\, SMS' = a + p.$$

Der Winkel p findet sich aus der Gleichung:

$$\sin p = \frac{e}{D}, \text{ oder } p = 206265 \frac{e}{D} \text{ Sec.,} \tag{m}$$

wo $D = SM$ die Entfernung des direct beobachteten Objectes vom Mittelpuncte des Instrumentes, und $e = MG$ den Abstand des letzteren von der Axe des Fernrohrs bedeutet; er wird gewöhnlich die Parallaxe des Sextanten genannt. Für ein bestimmtes Instrument ist e constant und kann daher eine kleine Tafel gerechnet werden, welche den Winkel p für verschiedene Entfernungen D gibt. Er ist übrigens immer klein, da e nicht über 5—6 Centimeter beträgt, und daher mit Rücksicht auf die mit Sextanten erreichbare Genauigkeit schon für Distanzen über 2000 Meter ganz unmerklich.

132. Im Vorhergehenden wurde vorausgesetzt, dass die Ablesung $= 0$ sei, wenn die beiden Spiegel zu einander parallel stehen. Dies wird im Allgemeinen nicht der Fall sein; bezeichnet man nun die Ablesung bei paralleler Stellung der Spiegel mit c, positiv genommen, wenn der Nullpunct des Nonius links vom Nullpuncte der Theilung, also in der Richtung der Bezifferung liegt, so ist der doppelte Drehungswinkel des Spiegels $= a - c$, also auch der gemessene Winkel:

$$sMS' = a - c,$$

oder für ein Object in der Entfernung $= D$:

$$SMS' = a - c + p. \tag{n}$$

Fällt bei paralleler Stellung der Spiegel der Nullpunct des Nonius rechts vom Nullpuncte der Theilung (für welchen Fall daselbst noch einige Grade, der sogenannte Excedens, aufgetragen sind), so ist die Lesung c, vom Nullpuncte ab gezählt, negativ zu nehmen.

Die Grösse c wird der Index- oder Collimationsfehler genannt. Will man denselben wegschaffen, so stelle man die Alhidade auf den Nullpunct der Theilung scharf ein, und bringe, durch Drehung des kleinen Spiegels mittelst der hiezu bestimmten Schraube um eine auf die Sextantenebene senkrechte Axe, die beiden Bilder eines weit entfernten Objectes zur Deckung. Es ist aber zweckmässiger, den Collimationsfehler auf diese Art nur überhaupt klein zu machen, dann aber ihn scharf zu bestimmen und an den Ablesungen in Abzug zu bringen. Man bringt zu diesem Zwecke beide Bilder desselben Objectes zur Deckung, und hat dann, weil in diesem Falle $\angle SMS' = 0$ ist, vermöge der Gl. (n):

$$c = a + p,$$

wobei a die Ablesung bedeutet und p nach Gl. (m) zu berechnen ist, wenn die Distanz des Objectes nicht so gross ist, dass p als verschwindend betrachtet werden kann.

Gewöhnlich benützt man als Object die Sonne, wobei $p = 0$ wird, und beobachtet nicht die Deckung der beiden Bilder, sondern die einer schärferen Auffassung fähige Berührung ihrer Ränder, indem man das doppelt reflectirte Bild einmal den einen, dann den andern Rand des directen Bildes berühren lässt. Sind a, a' die beiden Berührungen entsprechenden Ablesungen (wobei eine auf den Excedens fallende selbstverständlich negativ zu nehmen ist), so ist das arithmetische Mittel aus beiden offenbar die der Deckung entsprechende Lesung, also:

$$c = \tfrac{1}{2}(a + a'),$$

und, wenn a die grössere Lesung, $D = \frac{1}{2}(a - a')$ der scheinbare Durchmesser der Sonne.

Beispiel. Am 24. Juli 1869 wurden folgende Messungen des Sonnendurchmessers gemacht:

	Lesungen	$2c$	$2D$
$a =$	$31''\ 0''$		
$a' =$	$-31\ \ 55$	$-55''$	$62'\ 55''$
	$31\ \ 25$	30	$63\ \ 20$
	$-31\ \ 45$	20	$63\ \ 10$
	$31\ \ 10$	35	$62\ \ 55$
	$-31\ \ 55$	45	$63\ \ \ 5$
	$31\ \ \ 5$	50	$63\ \ \ 0$
	$-31\ \ 55$	50	$63\ \ \ 0$
	$31\ \ \ 5$	50	$63\ \ \ 0$
	$-31\ \ 55$	50	$63\ \ \ 0$
	$31\ \ 15$	40	$63\ \ 10$
	Mittel:	$2c = -42.5$	$2D = 63\ \ 3.2$
		$c = -21''.2$	$D = 31'\ 31''.6$

Das Berl. Astr. Jahrb. hat für diesen Tag $D = 31'\ 32''.2$.

Will man zur Bestimmung von c ein Object in geringer Entfernung benützen, so wählt man mit Vortheil sehr kleine Distanzen, wobei die Messung im Zimmer gemacht werden kann, und der Sextant in horizontaler Lage auf einen Tisch gelegt wird. Macht man hiebei mehrere Beobachtungen in verschiedenen Distanzen, so gelangt man hiedurch auch zur Kenntniss der Grösse e mit sonst nicht leicht erreichbarer Schärfe. Aus der Gleichung $c = a + p$ folgt nämlich, in Verbindung mit Gl. (m):

$$\sin(c - a) = \sin p = \frac{e}{D};$$

Die Entfernung D des Objectes vom Mittelpuncte des Instrumentes kann leicht mit genügender Schärfe gemessen werden, und die Gleichung enthält dann noch zwei Unbekannte c und e, zu deren Bestimmung daher zwei Beobachtungen bei verschiedenen Entfernungen D erfordert werden. Löst man den Sinus auf und setzt:

$$\frac{\sin c}{e} = x, \quad -\frac{\cos c}{e} = y,$$

so verwandelt sich die Gleichung in folgende:

$$\frac{1}{D} = x \cos a + y \sin a, \tag{p}$$

und man kann, wenn die Anzahl der Beobachtungen, deren jede eine solche Gleichung liefert, grösser als 2 ist, die Werthe von x und y nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen. Es wird dann:

$$\operatorname{tg} c = -\frac{x}{y}; \quad c = \frac{\sin c}{x} = -\frac{\cos c}{y}.$$

Beispiel. Die folgenden Beobachtungen wurden mit einem Pistor'schen Prismen-Sextanten gemacht, wobei als Object eine kurze schwarze Linie auf weissem Grunde benützt und successive in verschiedene Entfernungen vom Instrumente gebracht wurde.

D	a	$R - B$
0.852 m	2° 59′ 50″	— 5″.9
1.290	2 0 45	+ 1 .8
1.931	1 22 35	+ 8 .7
2.739	1 0 10	— 1 .3
3.685	0 46 20	— 2 .7
4.639	0 38 5	— 2 .6

Bei diesen Instrumenten, an welchen der kleine Spiegel durch ein Prisma ersetzt ist, hat die Gl. (n) die Form: $\measuredangle\, SMS' = a - c - p$ [§. 141], und obige Gl. (p) wird daher:

$$-\frac{1}{D} = x \cos a + y \sin a.$$

Man erhält demnach folgende Gleichungen, in welchen die Coefficienten Logarithmen sind:

$$\begin{aligned}
0 &= 0.06956 + 9.99941\,x + 8.71840\,y \\
0 &= 9.88941 + 9.99973\,x + 8.54552\,y \\
0 &= 9.71422 + 9.99987\,x + 8.38058\,y \\
0 &= 9.56241 + 9.99993\,x + 8.24306\,y \\
0 &= 9.43356 + 9.99996\,x + 8.12961\,y \\
0 &= 9.33358 + 9.99997\,x + 8.04445\,y.
\end{aligned}$$

Hieraus findet man die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}
0 &= 3.31648 + 5.99481\,x + 0.153376\,y \\
0 &= 0.11347 + 0.153376\,x + 0.0051548\,y
\end{aligned}$$

und durch Auflösung derselben die Werthe: $\log x = 8.62108$, $\log y = 1.36654\,n$; hiemit endlich:

$$c = +\,6'\;10''.6\,; \quad e = 0.04299_6\,m = 43.00\,mm.$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung $\sin(a - c) = \frac{e}{D}$, so erhält man durch Vergleichung der so berechneten Werthe der Lesung a mit den beobachteten die oben unter der Ueberschrift: $R - B$ (Rechn. — Beob.) angesetzten übrigbleibenden Fehler der einzelnen Beobachtungen, welche zeigen, dass dieses Verfahren einer bedeutenden Schärfe fähig ist. Ist die Grösse e für ein bestimmtes Instrument durch eine solche Beobachtungsreihe einmal ausgemittelt, so gibt jede einzelne Beobachtung ohne Mühe einen Werth von c.

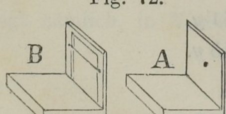
Uebrigens müssen vor der Bestimmung des Collimationsfehlers die im folgenden §. angeführten Berichtigungen des Sextanten vorgenommen sein.

133. Damit die Theilung für jeden Winkel den richtigen Werth angebe, müssen der directe und der doppelt reflectirte Strahl in einer zur Ebene des Sextanten parallelen Ebene liegen, wozu offenbar erfordert wird, dass beide Spiegel auf der Sextantenebene senkrecht stehen, und die Absehenlinie des Fernrohres zu derselben parallel sei. Man kann das Instrument in Bezug auf diese Eigenschaften auf folgende Weise untersuchen.

1. Stellung des grossen Spiegels. *a*) Man stelle die Alhidade nahe in die Mitte des Kreisbogens, und beobachte, während man das Auge hinter den grossen Spiegel und nahe in die Ebene des Sextanten bringt, ob der direct gesehene Bogen und sein reflectirtes Bild im Spiegel einen continuirlichen Bogen bilden, was offenbar nur der Fall sein wird, wenn der Spiegel auf der Ebene des Sextanten senkrecht steht. Erscheint ein Bruch, so ist der Spiegel geneigt, und zwar nach vor- oder rückwärts, je nachdem das Bild zu hoch oder zu tief liegt. Correctionsschrauben sind in der Regel nicht vorhanden; zeigt sich ein Fehler, so kann derselbe beseitigt werden, indem man nach Lüftung der Schräubchen *a* (Fig. 69), ein Stückchen Papier von gehöriger Dicke zwischen die Platte *H* und die Fassung des Spiegels an der entsprechenden Stelle bringt, oder man nimmt den Spiegel aus einem Rahmen, und bewirkt die Correction durch Feilstriche an einer oder zweien der drei Stützen, auf welche die vordere Spiegelfläche gelagert ist.

b) Genauer geschieht diese Berichtigung mit Hilfe zweier kleiner Diopter (Figur 72), bei welchen das Sehloch und der Faden genaue gleiche Höhe über der Basis haben. Man legt den Sextanten in horizontaler Lage auf seinen Tisch, stellt das mit dem Sehloche versehene Ocular-Diopter *A* am Ende des Kreisbogens, das Objectiv-Diopter *B* nahe an der Platte *H* (Fig. 69) auf die Ebene des Sextanten und dreht die Alhidade so weit über den Nullpunct zurück, dass die Ebene des grossen Spiegels nahe senkrecht auf die Richtung der beiden Diopter zu stehen kommt,*) so dass man, durch *A* über *B* visirend, das Bild des Diopters *A* und des Sehloches im Spiegel

Fig. 72.



erblickt. Man sieht leicht ein, dass der Spiegel senkrecht auf der Ebene des Sextanten steht, wenn das Bild des Sehloches centrisch von dem Faden geschnitten wird. Auf diese Weise kann die Berichtigung der Neigung des grossen Spiegels leicht bis auf etwa 3 Minuten genau bewerkstelliget werden, was vollkommen genügt. Ist δ der Durchmesser des Sehloches, d die Entfernung desselben von dem Spiegel, so ist $3438 \frac{\delta}{2d}$ der Sehwinkel in Minuten, unter welchem der Durchmesser des Bildes erscheint, durch dessen Vergleichung mit der Abweichung des Fadens von der Mitte des Bildes der Neigungswinkel des Spiegels gegen die Sextantenebene geschätzt werden kann.

2) Berichtigung des kleinen Spiegels. Man stelle die Alhidade in die Nähe des Nullpunctes der Theilung, so werden, wenn man das Fernrohr auf ein Object richtet, zwei Bilder desselben im Gesichtsfelde erscheinen; kann man nun, durch Bewegung der Alhidade, die Bilder zur Deckung bringen, so dass beide wie eines erscheinen, so haben beide Spiegel gleiche Neigung gegen die Sextantenebene, und der kleine Spiegel wird demnach auch auf diese senkrecht sein, nachdem der grosse Spiegel bereits nach 1) berichtiget ist. Kann man jedoch die Deckung nicht zu Stande bringen, indem das reflectirte Bild über oder unter dem directen hinweggeht, so wird der Fehler durch Aenderung der Neigung des kleinen Spiegels gegen die Sextantenebene mittelst einer an demselben befindlichen Correctionsschraube weggeschafft.

Diese Berichtigung kann leicht und sehr scharf bewerkstelliget werden; das geeignetste Object ist ein nicht zu heller Fixstern, etwa 3ter Grösse.

3) Berichtigung des Fernrohrs. *a*) In der Bildebene des Fernrohrs sind zwei (häufig auch vier, ein Quadrat bildende) Fäden eingezogen, welche durch Drehung des Ocularrohres parallel zur Ebene des Sextanten gestellt werden, und in deren Mitte stets die Deckung oder Berührung der Bilder bewirkt werden soll. Eine Gerade, durch den optischen Mittelpunct des Objectivs und die Mitte zwischen beiden Fäden gelegt, bildet daher die Absehenlinie des Fernrohres, welche zur Ebene des Sextanten parallel sein soll. Um dies zu prüfen, lege man den Sextanten in horizontaler Lage auf einen Tisch und stelle die Diopter (Fig. 72) in einer zum Fernrohr nahe parallelen Richtung auf den Kreisbogen, so, dass eine in einiger Entfernung angebrachte Marke sowohl im Fernrohr als auch durch die Diopter gesehen wird; stellt man nun, entweder durch eine entsprechende Neigung des Sextanten, oder durch Verschiebung der Marke, diese genau auf den Faden des Diopters ein, so soll dieselbe auch im Fernrohre in der Mitte zwischen den beiden Fäden erscheinen. Zur Wegschaffung einer etwaigen Abweichung, ist gewöhnlich folgende Einrichtung getroffen. Auf dem Ringe *r* (Fig. 69) liegt, mittelst zweier in einem zur Sextantenebene parallelen Durchmesser befindlicher

*) Zu diesem Zwecke muss jedoch das Fernrohr, sammt dem Zapfen, auf welchem dasselbe befestiget ist, vorher entfernt werden.

Spitzen, ein zweiter Ring, in welchen erst das Fernrohr geschraubt ist, und welcher mittelst zweier, in einem auf den ersteren senkrechten Durchmesser liegenden Schrauben am Ringe r festgehalten wird; mittelst dieser Schrauben kann nun das Fernrohr um die beiden Spitzen etwas gedreht, und dadurch seine Neigung gegen die Ebene des Sextanten geändert werden.

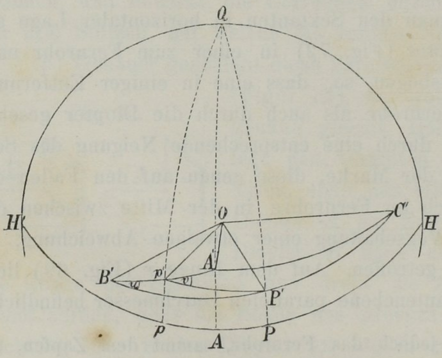
Fehlt eine solche Vorrichtung, so kann man die richtige Lage der Absehenlinie, wie sie aus obigen Versuchen gefunden wird, durch Schätzung ihrer Abstände von den beiden Fäden sich merken, oder wohl auch durch Einziehen anderer Fäden an der gehörigen Stelle den Fehler beseitigen.

b) Ein anderes Verfahren zur Untersuchung der Lage des Fernrohrs ist folgendes. Man wähle zwei gut sichtbare Objecte in 100 bis 120^0 Entfernung, und bringe ihre Bilder an dem unteren der Sextantenebene näheren Faden zur Berührung; lässt man nun die Bilder durch eine kleine Bewegung des Sextanten an den oberen Faden treten und zeigt sich die Berührung eben so scharf, so ist die Absehenlinie durch die Mitte der Fäden parallel zur Sextantenebene. Trennen sich aber die Bilder, so liegt das Objectivende des Fernrohrs zu tief; im Gegenfalle zu hoch, wenn sich die Bilder übergreifen. Dieses Verfahren setzt übrigens voraus, dass beide Spiegel schon senkrecht zur Ebene des Sextanten gestellt sind.

134. Untersuchen wir nun den Einfluss, welchen eine Neigung der Spiegel und der Absehenlinie des Fernrohrs auf einen mit dem Sextanten gemessenen Winkel ausüben. Da es sich hiebei bloss um die Winkel zwischen verschiedenen Geraden handelt, so ist es offenbar gestattet, diese Geraden durch andere zu ersetzen, welche parallel zu den ersteren durch einen Punct gezogen werden und an einer aus diesem Puncte beschriebenen Kugelfläche grösste Kreisbogen begrenzen, welche das Maass der eingeschlossenen Winkel sind.

Beschreiben wir also aus dem Mittelpuncte O des Sextanten (Fig. 73) eine Kugel, welche von der Ebene desselben in dem grössten Kreise HAH' geschnitten wird, dessen Pol Q sein mag. Seien OP', Op' die Richtungen der Einfallslothe, beziehungsweise am grossen und kleinen Spiegel, also P', p' die Pole der Spiegelebenen, und zwar P' auf Seite der reflectirenden Ebene, p' auf der rückwärtigen Seite des betreffenden Spiegels; OA' die Richtung der Absehenlinie des Fernrohrs, also A' der Ort

Fig. 73.



des Objectes an der Kugel, auf welches das Fernrohr gerichtet ist. Bezeichnen wir mit:

i die Neigung der Absehenlinie des Fernrohrs
l „ „ des grossen Spiegels
k „ „ „ kleinen Spiegels

gegen die Ebene des Sextanten, und nehmen diese Fehler positiv, wenn die Puncte A', P', p' oberhalb des grössten Kreises HAH' liegen. Es ist dann:

$$QA' = 90^0 - i; \quad QP' = 90^0 - l, \quad Qp' = 90^0 - k.$$

Sei $C'O$ die Richtung der auf den grossen Spiegel einfallenden Strahlen, welche nach zweimaliger Reflexion in der Richtung $A'O$ in das Fernrohr treten, also C' der Ort des Objectes an der Kugel, dessen gespiegeltes Bild mit dem directen Bilde von A' zur Deckung gebracht ist. Der Punct C' findet sich, indem man den Gang des Strahles in umgekehrter Richtung verfolgt. Da $A'O$ auch den vom kleinen Spiegel in das Fernrohr reflectirten Strahl vorstellt, so liegt der auf diesen Spiegel einfallende, vom grossen Spiegel reflectirte Strahl OB' in der Ebene $A'Op'$ und ergibt sich, wenn man den grössten Kreisbogen $A'p'$ verlängert und $p'B' = A'p'$ macht. Legt man ferner einen grössten Kreisbogen durch die Puncte B', P' und macht auf dessen Verlängerung $P'C' = P'B'$, so ist C' der gesuchte Ort, und folglich:

$$\angle A'OC' = \text{arc}\, A'C' = x$$

der wahre Winkel zwischen beiden Objecten, deren Bilder zur Coincidenz gebracht sind. Der am Sextanten abgelesene Winkel s ist aber gleich dem doppelten Bogen pP, d. i. gleich dem doppelten Winkel, welchen die Projectionen der beiden Einfallslothe auf die Ebene des Sextanten einschliessen. Setzen wir also:

$$pP = \alpha, \quad \text{so ist} \quad s = 2\alpha,$$

und die Differenz $x - s = x - 2\alpha$ stellt den Fehler des gemessenen Winkels dar.

Ziehen wir noch:

$$p'P' = \alpha',$$

und setzen wir:

den Einfallswinkel am grossen Spiegel: $C'P' = P'B' = \varepsilon$
„ „ „ kleinen Spiegel: $B'p' = p'A' = \eta$
die Projection von η auf die Sextantenebene $Ap = \beta$,

ferner:

$$\angle p'B'P' = u, \quad \angle A'p'P' = v.$$

Man hat nun aus dem Dreiecke $B'p'P'$:

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha' &= \cos\varepsilon\cos\eta + \sin\varepsilon\sin\eta\cos u \\ \sin\alpha'\sin v &= \sin\varepsilon\sin u \\ \sin\alpha'\cos v &= -\cos\varepsilon\sin\eta + \sin\varepsilon\cos\eta\cos u, \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

und aus dem Dreiecke $A'B'C'$:

$$\cos x = \cos 2\varepsilon \cos 2\eta + \sin 2\varepsilon \sin 2\eta \cos u. \qquad (b)$$

Erhebt man die Glgn. (a) zum Quadrate und substituirt den Werth von $\cos\alpha'^2$, so wie den durch Addition der Quadrate der 2ten und 3ten folgenden Werth von $\sin\alpha'^2$ in die Gleichung: $\cos 2\alpha' = \cos\alpha'^2 - \sin\alpha'^2$, so kommt:

$$\begin{aligned}\cos 2\alpha' = & \cos\varepsilon^2 (\cos\eta^2 - \sin\eta^2) + \sin 2\varepsilon \sin 2\eta \cos u \\ & - \cos u^2 \sin\varepsilon^2 (\cos\eta^2 - \sin\eta^2) - \sin\varepsilon^2 \sin u^2,\end{aligned}$$

oder, wenn man $\cos 2\eta$ statt $\cos\eta^2 - \sin\eta^2$, $1 - \sin u^2$ statt $\cos u^2$, und $2 \sin\eta^2$ statt $1 - \cos 2\eta$ schreibt:

$$\cos 2\alpha' = \cos 2\varepsilon \cos 2\eta + \sin 2\varepsilon \sin 2\eta \cos u - 2 \sin\varepsilon^2 \sin\eta^2 \sin u^2.$$

Verbindet man diese Gleichung mit jener (b) und beachtet, dass vermöge (a): $\sin\varepsilon \sin u = \sin\alpha' \sin v$ ist, so erhält man:

$$\cos 2\alpha' - \cos x = - 2 \sin\alpha'^2 \sin\eta^2 \sin v^2. \qquad (c)$$

Um α', η, v durch die bekannten Grössen: i, k, l, α auszudrücken, hat man aus dem Dreiecke $Qp'P'$:

$$\begin{aligned}\cos\alpha' &= \sin l \sin k + \cos l \cos k \cos\alpha \\ \sin\alpha' \sin Qp'P' &= \cos l \sin\alpha \\ \sin\alpha' \cos Qp'P' &= \sin l \cos k - \cos l \sin k \cos\alpha,\end{aligned}$$

und aus dem Dreiecke $QA'P'$:

$$\begin{aligned}\sin\eta \sin Qp'A' &= \cos i \sin\beta \\ \sin\eta \cos Qp'A' &= \sin i \cos k - \cos i \sin k \cos\beta,\end{aligned}$$

wobei $\angle Qp'P' - \angle Qp'A' = v$ ist. Da nun i, k, l immer sehr kleine Grössen sind, so kann man mit Vernachlässigung der 3ten und höheren Potenzen setzen: $\sin i = i$, $\cos i = 1 - \frac{1}{2} i^2$, u. s. w., wodurch sich diese Gleichungen in folgende verwandeln:

$$\begin{aligned}\cos\alpha' &= \cos\alpha + kl - \tfrac{1}{2}(k^2 + l^2) \cos\alpha & (d) \\ \sin\alpha' \sin Qp'P' &= \sin\alpha - \tfrac{1}{2} l^2 \sin\alpha & (e) \\ \sin\alpha' \cos Qp'P' &= l - k \cos\alpha & (f) \\ \sin\eta \sin Qp'A' &= \sin\beta - \tfrac{1}{2} i^2 \sin\beta & (g) \\ \sin\eta \cos Qp'A' &= i - k \cos\beta, & (h)\end{aligned}$$

Durch Substitution des aus (d) folgenden Werthes von $\cos\alpha'^2$ in die Gleichung: $\cos 2\alpha' = 2 \cos\alpha'^2 - 1$ erhält man mit Weglassung der Glieder 3ter Ordnung:

$$\cos 2\alpha' = \cos 2\alpha + 4kl \cos\alpha - 2(k^2 + l^2) \cos\alpha^2. \qquad (i)$$

Ferner folgt aus der Verbindung der vier letzten Gleichungen nach dem Schema: (e) $\times$ (h) — (f) $\times$ (g):

$$\sin\alpha' \sin\eta \sin v = i \sin\alpha - k \sin(\alpha - \beta) - l \sin\beta. \qquad (k)$$

Substituirt man endlich die durch die Glgn. (i) und (k) gegebenen Werthe in die Gl. (c), und berücksichtiget, dass $\cos 2\alpha - \cos x = 2 \sin \frac{1}{2}(x - 2\alpha)$ $\sin \frac{1}{2}(x + 2\alpha)$ ist, wofür man, da $x - 2\alpha$ sehr klein ist, auch $(x - 2\alpha) \sin 2\alpha$ schreiben kann, so erhält man, wenn man noch $2\alpha = s$ setzt, als Ausdruck des Fehlers in Bogensecunden:

$$\begin{aligned} x - s = {} & [(k^2 + l^2) \cos \tfrac{1}{2}s - 2kl] \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}s \sin 1'' \\ & - 2 [i \sin \tfrac{1}{2}s - k \sin(\tfrac{1}{2}s - \beta) - l \sin \beta]^2 \operatorname{cosec} s \sin 1''. \qquad (A) \end{aligned}$$

Aus dieser allgemeinen Formel lässt sich nun leicht der Einfluss ableiten, welchen die einzelnen Fehler auf die Winkelmessung ausüben, wobei nur jene Fälle von praktischem Interesse sind, welche $k = l$ voraussetzen, weil die Berichtigung, durch welche beide Spiegel gleiche Neigung zur Sextantenebene erhalten, leicht und sehr genau ausführbar ist.

Für $k = l$ kann der Gl. (A), wie man leicht findet, auch folgende Form gegeben werden:

$$x - s = - 2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{4} s \left\{ l^2 + \sec \tfrac{1}{2} s \, [i \cos \tfrac{1}{4} s - l \cos(\tfrac{1}{4} s - \beta)]^2 \right\} \sin 1''. \qquad (B)$$

135. 1) Einfluss einer Neigung der Spiegel. Setzt man in (B) $i = 0$, so erhält man:

$$x - s = - 2l^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{4} s [1 + \sec \tfrac{1}{2} s \cos(\tfrac{1}{4} s - \beta)^2] \sin 1''$$

als Ausdruck des Fehlers, welcher entsteht, wenn beide Spiegel um den Winkel l gegen die Sextantenebene geneigt sind, und die Absehenlinie zu dieser parallel ist. Durch das in §. 133, 1, b) angegebene Verfahren kann die Senkrechtstellung des grossen Spiegels ohne Schwierigkeit auf 3 bis 4 Minuten erreicht werden. Setzen wir also $l = 5'$, und, um das Maximum des Fehlers zu erhalten $s = 140^0$, so wird, da bei den Hadley'schen Sextanten der Winkel β 15^0 bis 17^0 beträgt, der grösste Fehler $x - s = -2''.2$, also mit Rücksicht auf die Genauigkeit der Ablesung schon unmerklich.

2. Einfluss einer Neigung des Fernrohrs. Für $k = l = 0$ folgt aus (A) oder (B):

$$x - s = - i^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} s \sin 1'',$$

als Ausdruck des Fehlers, welcher durch eine Neigung des Fernrohrs $= i$ erzeugt wird. Setzen wir $i = 5'$, welchen Werth die Neigung bei sorgfältiger Berichtigung des Fernrohrs nach dem in §. 133, 3, a) angegebenen Verfahren nicht erreichen wird, so ergibt sich für $s = 140^0$ das Maximum des Fehlers $= 1''.20$, also gleichfalls unmerklich. Uebrigens ist es immer zu empfehlen, diese Berichtigung möglichst scharf zu machen, weil der Fehler mit dem Quadrate der Neigung zunimmt, und, wenn die Beobachtung der Deckung oder Berührung der Bilder nicht genau in der Mitte der Fäden gelingt, was leicht vorkommt, die Ausweichung nach der einen Seite sich zu i addirt.

3) Im Vorstehenden findet auch die in §. 133, 3, b) angeführte Methode zur Berichtigung des Fernrohrs ihre Begründung. Es sei die Neigung beider Spiegel gegen die Sextantenebene $= l$. Bringen wir die Bilder beider

Objecte, welche wir zur Berichtigung wählen, an dem oberen von der Ebene des Sextanten entfernteren Faden zur Berührung, und bezeichnen jetzt die Neigung der Absehenlinie dieses Fadens mit i, die Ablesung mit s, so ist der Fehler durch die Gl. (B) gegeben. Für die Berührung am unteren Faden seien diese Grössen i', s', deren Substitution in die Gl. (B) den Fehler für diese zweite Beobachtung ergibt. Subtrahiren wir nun die beiden so entstehenden Gleichungen und berücksichtigen, dass $s' - s$ sehr klein ist, also im 2ten Theile der 2ten Gleichung ohne merklichen Fehler s statt s' geschrieben werden kann, so erhalten wir:

$$s' - s = (i'^2 - i^2)\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}s \sin 1'' - 4\,l(i' - i) \sin\tfrac{1}{4}s \sec\tfrac{1}{2}s \cos(\tfrac{1}{4}s - \beta) \sin 1''.$$

Es sei nun J die Neigung der durch die Mitte beider Fäden gehenden Absehenlinie, um deren Parallelstellung zur Sextantenebene es sich handelt, ferner f der Abstand beider Fäden, so ist:

$$\begin{array}{lll} \text{für den oberen Faden:} & i = J - \tfrac{1}{2}f, \\ \text{,, \quad ,, \quad unteren Faden:} & i' = J + \tfrac{1}{2}f, \end{array}$$

folglich: $i' - i = f$, $i'^2 - i^2 = 2fJ$, und hiemit wird:

$$s' - s = 2fJ \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}s \sin 1'' - 4fl \sin\tfrac{1}{4}s \sec\tfrac{1}{2}s \cos(\tfrac{1}{4}s - \beta) \sin 1''.$$

Nun wird das Fernrohr so berichtiget, dass die Berührung der Bilder an beiden Fäden stattfinde bei unveränderter Stellung der Alhidade, also $s = s'$ werde. Hiemit folgt aus der letzten Gleichung:

$$J = \sec\tfrac{1}{4}s \cos(\tfrac{1}{4}s - \beta)\, l.$$

Dieser Ausdruck, in welchem s nicht einen beliebigen, sondern den bestimmten von den beiden Objecten, deren man sich bei der Rectification bedient hat, eingeschlossenen Winkel bezeichnet, gibt also die Neigung J, welche die durch die Mitte beider Fäden gehende Absehenlinie durch die Berichtigung erhält; der Coefficient von l bleibt für alle Werthe von s nahe $= 1$, so dass immer sehr nahe $J = l$, und also nur dann $= 0$ wird, wenn $l = 0$ ist, d. i. die Spiegel senkrecht auf der Ebene des Sextanten stehen.

Für $l = 0$ folgt aus der vorletzten Gleichung:

$$J = \frac{s' - s}{2f \sin 1''} \operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}s,$$

welche Gleichung die Neigung J gibt, wenn der Fadenabstand f bekannt ist. Diesen erhält man aber leicht mittelst des Sextanten selbst, wenn man die Fäden durch Drehung des Ocularrohres senkrecht auf die Sextantenebene stellt, und, auf ein entferntes Object visirend, die beiden Bilder mit je einem Faden zur Coincidenz bringt; dann aber durch Verstellung der Alhidade die Bilder gegen die Fäden vertauscht, so dass das reflectirte Bild auf jenem Faden erscheint, mit welchem früher das directe Bild zusammen fiel, und umgekehrt. Sind nun a, a' die in beiden Fällen gemachten Ablesungen, und

a' die grössere derselben, so ist, wenn die Distanz des Objectes so gross, dass die Parallaxe unmerklich wird: $f = \frac{1}{2}(a' - a)$, wo a negativ zu nehmen, wenn diese Lesung auf den Excedens fällt.

136. In den vorhergehenden Formeln kommt der constante Winkel β vor, welchen die Absehenlinie des Fernrohrs mit dem Einfallslothe am kleinen Spiegel bildet, und welcher immer nahe bei 15^0 beträgt. Ein einfaches Verfahren, diesen Winkel zu messen, gründet sich auf die Bemerkung, dass in Fig. 71 [§. 131] $\angle\, MNE = 2\beta$, also im Dreiecke MNS:

$$\angle\, NMS = 2\beta - p$$

ist, wenn mit p wieder die Parallaxe $= \angle\, MSN$ bezeichnet wird. Legt man den Sextanten in horizontaler Lage auf einen Tisch, und bringt die beiden Bilder irgend eines Objectes S zur Deckung, so ist, wenn a die Lesung und c der Collimationsfehler:

$$a - c + p = 0.$$

Man stelle nun ein mit Fadenkreuz versehenes Hilfsfernrohr in der Höhe der Sextantenebene auf und richte dasselbe auf den grossen Spiegel, so dass in diesem Fernrohre das gespiegelte Bild des Objectes S auf dem Verticalfaden erscheint; dadurch kommt die Absehenlinie dieses Fernrohrs in die Richtung MN, und es kann nun der Winkel NMS mit dem Sextanten selbst gemessen werden, indem man das Fernrohr desselben auf das Fadenkreuz des Hilfsfernrohrs richtet, und mit dem Bilde desselben das doppelt reflectirte Bild von S zur Deckung bringt. Ist nun die Ablesung $= a'$, so hat man

$$\angle\, NMS = a' - c = 2\beta - p,$$

woraus in Verbindung mit der vorhergehenden Gleichung folgt:

$$\beta = \tfrac{1}{2}(a' - a).$$

Dieser Winkel β bestimmt auch die Grenze der mit dem Sextanten noch messbaren Winkel. Ist nämlich ε der Einfallswinkel der Strahlen am grossen Spiegel, so ist (Fig. 71) $\angle\, S'MN = 2\varepsilon = sMS' + sMN = sMS' + 2\beta$, also der gemessene Winkel $sMS' = 2\varepsilon - 2\beta$; die Reflexion hört aber auf, sobald $\varepsilon = 90^0$, somit ist $180^0 - 2\beta$ die Grenze der Messung. Uebrigens darf, damit das reflectirte Bild noch genügend hell und deutlich erscheine, ε nicht wohl über 80^0 steigen, daher das Maximum der messbaren Winkel nahe $= 130^0$ ist.

137. Die beiden Spiegel des Sextanten sollen von vollkommen ebenen und parallelen Flächen begrenzt sein, damit sie ein möglichst deutliches Bild liefern. Bringt man das directe und doppelt reflectirte Bild der Sonne oder eines nicht zu hellen Sternes in das Gesichtsfeld des Fernrohrs, und erscheinen bei derselben Stellung des Oculars beide Bilder gleichzeitig deutlich und scharf begrenzt, so sind die Flächen der Spiegel genügend plan.

Sind die beiden Flächen des grossen Spiegels nicht parallel, so wirkt derselbe wie ein Prisma; der Reflexionswinkel wird von dem Einfallswinkel der Strahlen verschieden sein und hiedurch, da der Unterschied beider Winkel sich mit dem Einfallswinkel ändert, ein Fehler in dem gemessenen Winkel entstehen. Ueberdies wird bekanntlich ein Theil des auffallenden Lichtes von der vorderen Fläche reflectirt, welcher gleichfalls ein Bild erzeugt; sind nun die beiden Flächen parallel, so sind, wie leicht einzusehen, auch die von beiden Flächen reflectirten Strahlen parallel, und die beiden Bilder werden im Fernrohre sich decken und wie ein einziges erscheinen, während im Falle einer prismatischen Gestalt des Spiegels, die von beiden Flächen reflectirten Strahlen nicht parallel sind und zwei Bilder (ein schwächeres neben dem helleren Hauptbilde) erzeugen, welche gegeneinander mehr oder weniger verschoben sind. Da diese Verschiebung mit dem Einfallswinkel zunimmt, so stelle man, behufs der Prüfung, die Alhidade auf etwa 120^0 und bringe das doppelt reflectirte Bild in das Fernrohr; zeigt sich ein merklicher Fehler, so ist der Spiegel durch einen besseren zu ersetzen, weil in diesem Falle die scharfe Beobachtung der Ränderberührung des directen und reflectirten Bildes überhaupt nicht möglich ist. Eine prismatische Gestalt des kleinen Spiegels hat dieselbe Erscheinung zur Folge; sie wird jedoch wegen des kleinen Einfallswinkels β nicht leicht merklich hervortreten; da überdies dieser Winkel constant ist, so ist auch der aus der prismatischen Gestalt des kleinen Spiegels entspringende Fehler für jede Lesung derselbe, daher hieraus kein Fehler in den gemessenen Winkeln entsteht.

Auch die farbigen Blendgläser sollen von parallelen Ebenen begrenzt sein, widrigenfalls dieselben als Prismen wirken und die Richtung der durchgehenden Lichtstrahlen verändern, wodurch ein Fehler in dem gemessenen Winkel entsteht.*) Die Prüfung ist sehr einfach, wenn die Blendglässer eine Drehung um 180^0 um eine auf die Sextantenebene senkrechte Axe gestatten; bestimmt man den Collimationsfehler in beiden Lagen der Gläser, so gibt offenbar der halbe Unterschied beider Werthe den Fehler der bei der Beobachtung gebrauchten Combination der Blendgläser. Durch geeignete Wahl des Objectes (Sonne, Mond) können auf diese Art die Fehler beliebiger Combinationen und der einzelnen Gläser bestimmt werden. Uebrigens kann bei dieser Einrichtung der Einfluss der Blendgläser dadurch eliminirt werden, dass man zwei (oder überhaupt eine gleiche Anzahl) Beobachtungen in beiden Stellungen der Blendglässer macht; das Mittel ist von diesem Einflusse frei. Lassen die Blendglässer eine Drehung nicht zu, so vergleicht man die unter Anwendung verschiedener Combinationen von Blendgläsern erhaltenen Werthe des Collimations-

*) Nur wenn der Collimationsfehler mit derselben bei der Messung des Winkels benützten Combination von Blendgläsern bestimmt wird, ist selbstverständlich der Winkel fehlerfrei.

fehlers mit jenem Werthe desselben, welchen man ohne Mitwirkung der Blendgläser, also fehlerfrei erhält, indem man bei Benützung der Sonne ein Blendglas vor dem Oculare, zwischen diesem und dem Auge anbringt, welches, weil auf beide Lichtbüschel in gleicher Weise wirkend, keinen Einfluss übt.

138. Da der Sextant nur mit einem Nonius versehen ist, so wird im Allgemeinen jede Lesung a mit einem Excentricitätsfehler behaftet sein, und daher, zufolge der Gl. (132) [§. 114] die Correction $+ k \sin \frac{1}{2} (a - u)$ erfordern, wo der Kürze wegen $k = 206265 \frac{e}{r}$ gesetzt ist, und der Factor $\frac{1}{2}$ von der doppelten Bezifferung der Theilung herrührt. Zur Kenntniss der Elemente k und u gelangt man nach §. 116 durch Vergleichung mehrerer mit dem Sextanten beobachteten Winkel von verschiedener Grösse mit den wahren Werthen derselben. Ist nämlich A der wahre Werth des Winkels, a die am Sextanten erhaltene Ablesung, c der nach §. 132 bestimmte Collimationsfehler, so hat man, da letzterer gleichfalls mit dem Einflusse der Excentricität behaftet ist:

$$A = a + k \sin \tfrac{1}{2} (a - u) - c - k \sin \tfrac{1}{2} (c - u),$$

d. i. wenn man die bekannte Grösse $A - a + c = \varDelta$ setzt:

$$\varDelta = 2\, k \sin \tfrac{1}{4} (a - c) \cos \left[\tfrac{1}{4} (a + c) - \tfrac{1}{2} u\right],$$

welche Gleichung, wie in §. 115, durch Auflösung des Cosinus und Einführung der Unbekannten: $y = 2\, k \cos \frac{1}{2} u$, $z = 2\, k \sin \frac{1}{2} u$ linear gemacht wird. Solcher Gleichungen erhält man so viele, als Winkel gemessen wurden und aus der Auflösung derselben nach der Methode der kleinsten Quadrate zunächst die Werthe von x und y, und aus diesen k und u. Die an jedem mit dem Instrumente gemessenen Winkel $a - c$ anzubringende Correction ist dann:

$$+ k \sin \tfrac{1}{2} (a - u) - k \sin \tfrac{1}{2} (c - u),$$

oder, wenn c klein, genügend genau:

$$+ k \sin \tfrac{1}{2} (a - u) + k \sin \tfrac{1}{2} u,$$

welche in eine kleine Tafel mit dem Argumente $a =$ Lesung gebracht werden kann.

Zu dieser Bestimmung benützt man am zweckmässigsten Distanzen von Fixsternen, deren man leicht mehrere Paare von etwa 10^0 bis 120^0 Distanz den in den Ephemeriden aufgeführten Fundamentalsternen entnimmt. Hiebei muss jedoch die scheinbare mit der Refraction behaftete Distanz der Sterne angewendet, und zu diesem Zwecke die Zeit der Messung, so wie der Stand des Barometers und Thermometers aufgeschrieben werden. Man kann dann die scheinbare Distanz auf zweifache Art berechnen:

1. Man suche aus der Sternzeit der Beobachtung und der wahren Rectascension der Sterne ihre Stundenwinkel, und mit diesen, den wahren

Declinationen und der Polhöhe ihre wahren Zenithdistanzen und Azimuthe, wornach aus ersteren durch Anbringung der Refraction die scheinbaren Zenithdistanzen sich ergeben. In dem Dreiecke zwischen dem Zenith und den scheinbaren Oertern beider Sterne sind dann zwei Seiten, die scheinbaren Zenithdistanzen und der eingeschlossene Winkel (Differenz der wahren Azimuthe) gegeben, womit die dritte Seite = der scheinbaren Distanz erhalten wird.

2. Man berechne für jeden Stern Zenithdistanz und parallaktischen Winkel q, suche die Refraction r, so ist, wenn α, δ die wahre Rectascension und Declination des Sternes bedeuten, die scheinbare mit der Refraction behaftete Rectascension und Declination:

$$\alpha' = \alpha + r \sin q \sec \delta, \qquad \delta' = \delta + r \cos q.*)$$

Die scheinbare Distanz erhält man dann aus dem Dreiecke zwischen dem Pol und den beiden scheinbaren Sternörtern, in welchem zwei Seiten (die scheinbaren Poldistanzen) und der eingeschlossene Winkel (Differenz der scheinbaren Rectascensionen) gegeben sind. Es genügt hiebei, Zenithdistanz und parallaktischen Winkel nur auf Minuten zu rechnen, wozu die Formeln:

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{cotg} \varphi \cos t, \quad \operatorname{tg} z \sin q = \frac{\operatorname{tg} t \sin M}{\sin(\delta + M)}, \quad \operatorname{tg} z \cos q = \operatorname{cotg}(\delta + M)$$

dienen können.

139. Um mit dem Sextanten einen Winkel zwischen zwei Objecten zu beobachten, richtet man das Fornrohr auf das eine, in der Regel das links liegende Object, dreht den Sextanten um die Gesichtslinie, bis die Ebene des Instrumentes durch das zweite Object geht, und so, dass der grosse Spiegel nach der Seite dieses Objectes gerichtet ist; man bewegt nun die Alhidade, bis das reflectirte Bild des zweiten Objectes im Gesichtsfelde erscheint und sich näherungsweise mit dem directen Bilde des ersten Objectes in Deckung oder Berührung befindet, klemmt sodann die Alhidade, und bringt die beiden Bilder mittelst der Einstellschraube q (Fig. 69) scharf zur Deckung oder Berührung. Wesentlich ist für eine gute Beobachtung eine richtige Einstellung des Oculars, so dass die Bilder präcis und scharf begrenzt erscheinen, ferner, dass beide Bilder möglichst nahe gleiche Helligkeit haben. Letzteres kann theils durch Heben oder Senken des Fernrohrs mittelst der Schraube S (Fig. 70), theils, namentlich bei Beobachtung der Sonne oder des Mondes, durch Anwendung der Blendgläser in entsprechender Combination erzielt werden. Ueberdiess ist, bei grösserem Helligkeitsunterschiede beider

---

*) Aus Gl. (1), S. 85, folgt $d\alpha = -dt$, und die durch die Refraction bewirkte Aenderung der Declination und des Stundenwinkels findet man leicht durch Differenziation der Gleichungen:

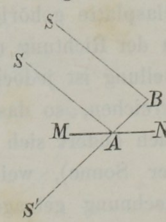
$$\sin \delta = \sin h \sin \varphi - \cos h \cos \varphi \cos A,$$
$$\sin A \operatorname{cotg} t = \operatorname{tg} h \cos \varphi + \sin \varphi \cos A,$$

[§. 17], wobei φ und A constant, und $dh = r$ zu setzen ist.

Objecte, das Fernrohr stets auf das schwächere Object zu richten, weil die Reflexion an den zwei Spiegeln mit einem erheblichen Lichtverlust verbunden ist.

140. Zur Messung der Höhe eines Gestirnes bedient man sich eines künstlichen Horizontes, d. i. eines ebenen, horizontalen Spiegels. Quecksilber, in eine flache Schale gegossen, bildet einen vorzüglichen künstlichen Horizont, indem es von selbst eine vollkommen ebene, horizontale, spiegelnde Fläche darbietet. Um die Bewegung der Oberfläche durch Luftzug und Wind hintanzuhalten, wird die rechtwinkelige Schale mit einem Dache bedeckt, welches aus zwei ungefähr unter einem rechten Winkel gegen einander geneigten Glasplatten gebildet ist. Diese Glasplatten müssen von vollkommen ebenen und parallelen Flächen begrenzt sein, weil im Falle einer prismatischen Gestalt die Richtung der Lichtstrahlen geändert und dadurch die beobachtete Höhe fehlerhaft wird. Man kann den Fehler dadurch eliminiren, dass man gleichviel Beobachtungen in den zwei entgegengesetzten Lagen des Daches macht; das Mittel aus allen ist dann von diesem Fehler frei. Statt der Glasplatten verwendet man mit Vortheil Platten von Glimmer (Frauenglas), dessen Spaltungsflächen genau parallel sind.

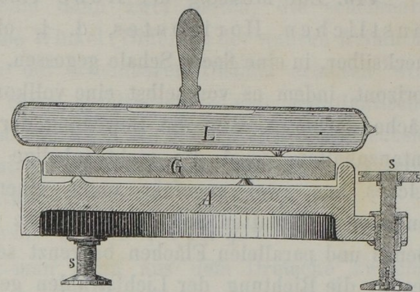
Fig. 74.



Ist MN (Fig. 74) der horizontale Spiegel, auf welchen von einem Gestirne Strahlen in der Richtung SA fallen, so empfängt ein Beobachter in B die in der Richtung AB reflectirten Strahlen, als ob dieselben von einem Puncte S' kämen, dessen Winkelabstand MAS' unter dem Horizonte gleich ist der Höhe MAS des Gestirnes über dem Horizonte; sind nun SB Strahlen, welche parallel zu SA direct vom Gestirne kommen, so kann mit dem Sextanten der Winkel $SAS' = SBS' = 2\,SAM$ gemessen werden, indem man, das Fernrohr auf das vom Horizont reflectirte Bild S' richtend, dieses mit dem andern, von den Strahlen SA durch doppelte Reflexion am grossen und kleinen Spiegel des Sextanten erzeugten Bilde zur Deckung oder Berührung bringt. Der am Sextanten abgelesene Winkel, um den Collimationsfehler verbessert, ist die doppelte, scheinbare Höhe des Gestirnes. Ist dieses die Sonne, so beobachtet man die Berührung des oberen Randes des einen mit dem unteren Rande des anderen Bildes; die um den Collimationsfehler corrigirte Lesung ist das Doppelte der scheinbaren Höhe des unteren oder des oberen Sonnenrandes, je nachdem der scheinbar untere oder obere Rand des vom Horizont reflectirten Bildes zur Berührung gebracht wurde.

Ein in oben erwähnter Art hergestellter Quecksilber-Horizont erfordert eine sehr feste Aufstellung, und ist daher in Gebäuden in der Nähe befahrener Strassen häufig nicht wohl verwendbar, weil die geringsten Erschütterungen die Oberfläche des Quecksilbers und hiedurch das reflectirte Bild in eine zitternde, eine genaue Beobachtung hindernde Bewegung versetzen. Minder empfindlich ist in dieser Beziehung ein angequikter Quecksilber-Horizont (§. 122, Anmerkung S. 260). Aus diesem Grunde bedient man sich häufig eines Glas-Horizontes (Fig. 75). Dieser besteht aus einer vollkommen eben geschliffenen Glasplatte G, welche auf einem Untersatze A ruht und mittelst einer Libelle L und dreier Stellschrauben s horizontal gestellt werden kann. Die Glasplatte ist auf ihrer unteren Fläche matt geschliffen, so dass die Reflexion nur an der oberen Fläche stattfindet, wodurch die Nothwendigkeit eines genauen Parallelismus beider Flächen entfällt. Wesentlich ist, dass die obere reflectirende Fläche vollkommen plan sei; man überzeugt sich hievon, indem man ein gutes nicht zu schwaches Fernrohr zuerst direct auf ein Gestirn (Sonne, Mond oder einen hellen Fixstern) richtet und durch scharfe Einstellung des Oculars das Bild zur möglichsten Präcision bringt; richtet man sodann das Fernrohr auf das vom Horizonte reflectirte Bild, und erscheint dieses, bei unveränderter Ocularstellung, wieder eben so präcis wie früher, so ist die Glasplatte gehörig plan. Die Glasplatte soll genau horizontal sein, insbesondere in der Richtung nach dem zu beobachtenden Objecte. Die genaue Horizontalstellung ist jedoch nicht nur sehr zeitraubend, sondern überhaupt schwer zu erreichen, so dass man sich meistens mit einer Näherung begnügen muss; auch ändert sich die Lage des Horizontes während der Beobachtung (zumal der Sonne), welcher Aenderung nach dem gewöhnlichen Verfahren nicht Rechnung getragen wird. Aus diesen Gründen ist es zweckmässiger, den Horizont nur genähert zu nivelliren, die übrigbleibende Neigung aber unmittelbar vor und nach der Beobachtung mittelst der Libelle scharf zu messen, und ihren Einfluss auf die Beobachtung in Rechnung zu bringen. Die Beobachtung gibt stets den Winkel, welchen der einfallende Strahl mit der Ebene des Spiegels bildet. Bezeichnet man daher die beobachtete scheinbare Höhe mit h, die Neigung des Horizontes (u. z. das Mittel aus beiden Nivellements vor und nach der Beobachtung) mit J, positiv, wenn die dem Gestirne zugekehrte Seite die höhere, so ist die corrigirte Höhe $= h + J$. Bei dem Nivellement ist die Libelle in der Richtung nach dem beobachteten Gestirne auf den Horizont zu setzen, und bei Sonnenbeobachtungen durch einen vorgehaltenen Schirm vor den Sonnenstrahlen sorgfältig zu schützen.

Fig. 75.



Der Prismen-Kreis und Sextant von Pistor und Martins.

141. Eine erhebliche Verbesserung in der Construction der Spiegelinstrumente wurde von Pistor und Martins in Berlin dadurch erzielt, dass sie den kleinen Spiegel durch ein vor dem Fernrohr angebrachtes Prisma ersetzten, wodurch auch eine, im Vergleiche zum Hadley'schen Sextanten veränderte Lage des Prisma und Fernrohres gegen den grossen Spiegel bedingt ist. Das Instrument wird sowohl als Vollkreis, wie auch in Form eines Sextanten construirt; die erstere Einrichtung hat den wesentlichen Vorzug, dass sie die Anbringung diametral gegenüberliegender Nonien, und hiedurch die Elimination des Excentricitätsfehlers gestattet.

Es sei in Fig. 76 *ABC* der Kreis, um dessen Mittelpunct sich die

Fig. 76.

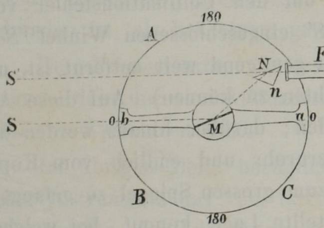


Fig. 77.

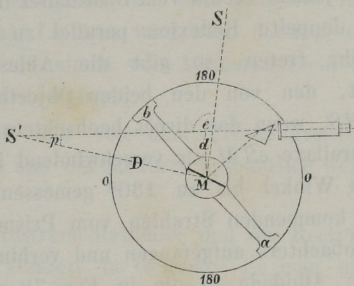


Fig. 78.

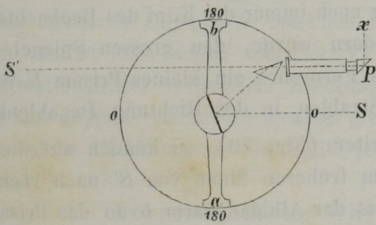
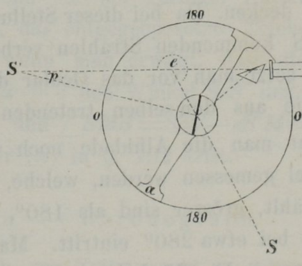


Fig. 79.



mit den Nonien *a* und *b* versehene Alhidade dreht, welche den grossen Spiegel *M* trägt, dessen Ebene senkrecht steht auf der Ebene des Kreises und mit der die Nullpuncte beider Nonien verbindenden Geraden einen Winkel von 20^0 bildet. Mit dem Kreise ist das Fernrohr *F* in ganz ähnlicher Weise, wie bei dem Sextanten, verbunden; seine Axe liegt parallel, einerseits zur Ebene des Kreises, anderseits zu dem mit 00 bezifferten Durchmesser desselben. Vor dem Fernrohre ist auf dem Kreise das bei *n* nahe rechtwinkelige Reflexionsprisma *N* befestiget, dessen obere Begrenzungsfläche nur bis zur Mitte der Objectivöffnung des Fernrohrs reicht, so dass die von irgend einem Objecte *S'* kommenden Strahlen über das Prisma weg direct in das Fernrohr gelangen können. Anderseits treten die von dem grossen Spiegel reflectirten Strahlen *SMN* durch die eine Kathetenfläche in das Prisma und, nachdem sie an der Hypotenusenfläche eine totale Reflexion erlitten haben, bei der anderen Kathetenfläche aus demselben in das Fernrohr.*) Kommen nun, wie in Fig. 76, die beiden Strahlen SM und $S'N$ von demselben unendlich oder sehr weit entfernten Objecte, so werden dieselben, sobald die reflectirende Hypotenusenfläche des Prisma parallel zum grossen Spiegel steht, parallel in das Fernrohr treten, und beide Bilder sich decken. Die Ablesung am Kreise soll nunmehr Null sein; wo nicht, wird der Collimationsfehler wie beim Sextanten bestimmt, wobei jedoch stets beide Nonien zu lesen sind, und aus den Ablesungen das Mittel zu nehmen ist.

Drehen wir nun die Alhidade in die in Fig. 77 dargestellte Lage, bis die von einem rechts vom Beobachter liegenden Objecte S kommenden Strahlen durch doppelte Reflexion parallel zu den von S' kommenden Strahlen in's Fernrohr treten, so gibt die Ablesung, um den Collimationsfehler verbessert, den von den beiden Objecten S, S' eingeschlossenen Winkel SeS' ($=SMS'$, wenn das direct beobachtete Object genügend weit entfernt ist, um die Parallaxe $eS'M$ als verschwindend betrachten zu können). Auf diese Art können Winkel bis zu 130^0 gemessen werden; darüber hinaus werden die von S kommenden Strahlen vom Prisma, Fernrohr und endlich vom Kopfe des Beobachters aufgefangen und verhindert zum grossen Spiegel zu gelangen, bis die Alhidade in die in Fig. 78 dargestellte Lage kommt, bei welcher die Bilder zweier genau um 180^0 gegenüberstehender Objecte S, S' sich im Fernrohre decken. Da bei dieser Stellung noch immer der Kopf des Beobachters die von S kommenden Strahlen verhindern würde, den grossen Spiegel zu erreichen, setzt man vor das Ocular des Fernrohrs ein kleines Prisma P vor, welches die aus demselben tretenden Strahlen in der Richtung Px ablenkt.

Dreht man die Alhidade noch weiter (Fig. 79), so können auf diese Art Winkel gemessen werden, welche, im früheren Sinne von S' nach rechts herum gezählt, grösser sind als 180^0, bis der Alhidadenarm b an das Prisma stösst, was bei etwa 280^0 eintritt. Man kann also bei dieser Stellung, welche sich von jener in Fig. 77 dadurch unterscheidet, dass das mittelst doppelter Reflexion beobachtete Object zur linken Hand des Beobachters liegt, Winkel von 180^0 bis 280^0, oder, wenn man wie gewöhnlich statt dieser überstumpfen Winkel, ihre Ergänzungen zu 360^0 zählt, Winkel von 80^0 bis 180^0 messen.

Mittelst dieses Instrumentes können daher Winkel von 0^0 bis 180^0, und überdies die Winkel zwischen 80^0 und 130^0 in beiden Lagen gemessen werden, indem man bei letzteren Winkeln das eine oder andere Object mittelst directer Visur nehmen kann.

---

*) Die hiebei an den beiden Kathetenflächen stattfindende Brechung ist ohne Einfluss, sobald die beiden spitzen Winkel des Prisma genau gleich sind, was wesentlich ist, weil dadurch die Gleichheit der Winkel, unter welchen die Strahlen am Prisma ein- und austreten, und hiedurch der Achromatismus des Prisma bedingt ist.

Hierin und in der Elimination des Excentricitätsfehlers durch Ablesung beider Nonien liegt ein wesentlicher Vorzug vor dem gewöhnlichen Sextanten. Ein anderer, grössere Helligkeit und Präcision der Bilder auch in den ungünstigsten Fällen, ist in der Anordnung des optischen Theiles begründet. Bei dem Hadley'schen Sextanten nimmt der Neigungswinkel der auf den grossen Spiegel einfallenden Strahlen gegen die Spiegelebene von 75^0 bis 10^0 ab, während der gemessene Winkel von 0^0 bis 130^0 wächst; bei dem Prismenkreise hingegen nimmt unter gleichen Umständen dieser Neigungswinkel von 20^0 bis 85^0 zu, bleibt also stets grösser, und ist namentlich im Minimum doppelt so gross als beim Hadley'schen Sextanten, was eine grössere Präcision und Helligkeit des Bildes zur Folge hat. Letztere wird auch dadurch erhöht, dass die Reflexion mittelst des Prisma mit einem weit kleineren Lichtverluste verbunden ist, als bei einem gewöhnlichen Spiegel.

Der Prismensextant unterscheidet sich von dem Prismenkreise bloss dadurch, dass der eine Alhidadenarm b und der hiedurch entbehrlich werdende Theil des Kreises entfällt.

Im übrigen bleibt bezüglich der Instrumentalfehler und der Rectification dieser Instrumente das vom Sextanten Gesagte in Geltung. Es mag nur bemerkt werden, dass, in Folge der entgegengesetzten Lage des Fernrohrs zum Centrum des Kreises, die Parallaxe, wenn sie bei geringer Entfernung des direct anvisirten Objectes S' merklich ist, das entgegengesetzte Zeichen erhält. Man ersieht dies sofort aus Fig. 77, wenn man erwägt, dass die um den Collimationsfehler verbesserte Ablesung $a - c$ den Winkel SeS' des einfallenden und doppelt reflectirten Strahles gibt, und $\angle SMS' = SeS' - eS'M = a - c - p$ ist, welche Gleichung an die Stelle jener (n) in §. 132 tritt.

Astronomische Uhren. — Chronograph.

142. Die Uhren, deren man sich zur Zeitmessung zu astronomischen Zwecken bedient, unterscheiden sich von den gewöhnlichen Uhren wesentlich nur dadurch, dass dieselben nach richtigen theoretischen Grundsätzen mit möglichster Vollendung ausgeführt und mit jenen Einrichtungen versehen werden, welche die grösstmögliche Gleichförmigkeit der Bewegung des Mechanismus zu sichern geeignet sind. Sie sind entweder Pendeluhren, welche eine feste Aufstellung erfordern, oder tragbare Uhren, in engerer Bedeutung Chronometer genannt, welche, während sie im Gange sich befinden, die Uebertragung von einem Orte zum anderen gestatten.

Die Uhren werden derart regulirt, dass sie entweder der mittleren, oder der Sternzeit folgen. Es ist jedoch praktisch nicht möglich, diese Regulirung so vollkommen zu bewerkstelligen, dass z. B. 24 Stunden Uhrzeit, d. i. die Zeit, während welcher die Zeiger der Uhr um 24 Stunden am Zifferblatte vorrücken, völlig genau gleich 24 Stunden mittlerer oder Sternzeit sei; die Uhr wird vielmehr gegen die Zeit, der sie folgen soll, sei es mittlere oder Sternzeit, mehr oder weniger zurückbleiben oder voreilen; eben so wird die einem bestimmten Momente entsprechende Angabe der Uhr, d. i. die Uhrzeit in diesem Momente, mehr oder weniger verschieden sein von der in diesem Momente stattfindenden mittleren oder Sternzeit, und dieser Unterschied wird überdies in Folge des Zurückbleibens oder Voreilens der Uhr sich fortwährend ändern.

Man versteht unter Stand einer Uhr (auch Uhrfehler, Uhrcorrection) die Anzahl der Stunden, Minuten und Secunden, um welche dieselbe zu einer bestimmten Uhrzeit gegen mittlere oder Sternzeit zurück oder voraus ist. Man nimmt ihn positiv im ersten, negativ im zweiten Falle, so dass immer $u + x$ die der Uhrzeit u entsprechende mittlere oder Sternzeit ist, wenn x den zur Uhrzeit u stattfindenden Stand der Uhr gegen mittlere oder Sternzeit bedeutet.

Unter täglichem Gang der Uhr gegen mittlere oder Sternzeit versteht man die Anzahl mittlere, beziehungsweise Stern-Zeitsecunden, um welche die Uhr in 24 Stunden Uhrzeit gegen mittlere oder Sternzeit zurückbleibt oder voreilt. Es ist daher der tägliche Gang die Aenderung des Standes der Uhr in 24 Stunden Uhrzeit. Der Gang wird ebenfalls positiv oder negativ genommen, je nachdem die Uhr retardirt oder accelerirt.

Kennt man aus Beobachtungen die zwei verschiedenen Uhrzeiten u, u' entsprechenden Uhrstände x, x', so ergibt sich hieraus der Gang der Uhr in der Zwischenzeit. Da nämlich die Uhr in dem Uhrzeit-Intervall $u' - u$ ihren Stand um $x' - x$ geändert hat, so ist, wenn man den täglichen Gang (in 24 Stunden Uhrzeit) mit $\varDelta x$ bezeichnet: $u' - u : x' - x = 24 : \varDelta x$, somit:

$$\varDelta x = 24 \frac{x' - x}{u' - u},$$

wo $u' - u$ in Stunden auszudrücken ist; der Factor 24 entfällt, wenn man $u' - u$ in Tagen und Bruchtheilen eines Tages ausdrückt.

Es sei z. B. für eine nach Sternzeit gehende Uhr aus astronomischen Beobachtungen gefunden:

Juli	28,	$18^h\ 52^m\ 17^s.3 = u,$	Stand der Uhr:	$x = -1^m\ 2^s.75$
August	4,	$16\ \ 44\ \ 32.1 = u',$	„ „ „	$x' = -0\ \ 54.19$

so ist: $u' - u = 6^d\ 21^h\ 52^m\ 14^s.8 = 6.911$ Tage (Uhrzeit); $x' - x = +\ 8^s.56$

folglich der tägliche Gang gegen Sternzeit:

$$\varDelta x = \frac{+\ 8.56}{6.911} = +\ 1^s.239,$$

d. h. die Uhr bleibt in 24 Stunden Uhrzeit um $1^s.239$ (d. i. Sternzeitsecunden) gegen Sternzeit zurück.

Ist der Stand der Uhr für irgend eine Uhrzeit, so wie der tägliche Gang derselben bekannt, so kann der Stand derselben für irgend eine andere Uhrzeit, und hiemit die der letzteren entsprechende mittlere oder Sternzeit bestimmt werden. Es sei z. B. an obiger Uhr eine Beobachtung gemacht worden am 31. Juli, $14^h\ 7^m\ 21^s.83$ Uhrzeit, und man sucht die diesem Momente entsprechende Sternzeit, so steht die Rechnung folgendermassen:

	Juli 28, $18^h\ 52^m\ 17^s.3$	Uhrstand $= -1^m\ 2^s.75$
Zeit der Beobachtung	Juli 31, $14\ \ 7\ \ 21.83$	
Zwischenzeit	$2^d\ 19^h\ 15^m\ 4^s.53 = 2^d.804$	
Gang in der Zwischenzeit	$= +1^s.239 \times 2.804$	$+\ \ 3.57$
	Stand am 31. Juli, $14^h\ 7^m.4$	$= -\ \ 59.18$
	Beobachtungszeit	$14^h\ 7^m\ 21^s.83$
	Sternzeit	$14\ \ 6\ \ 22.65.$

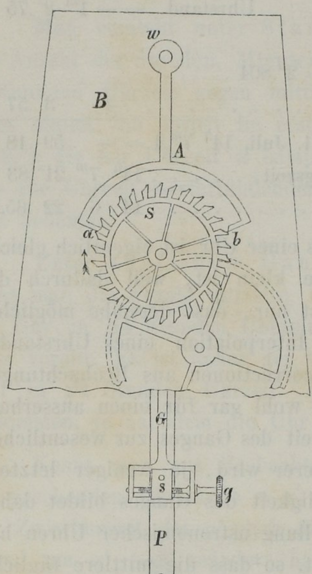
Die absolute Grösse des täglichen Ganges einer Uhr ist eigentlich gleichgiltig, und es ist nur bequem, wenn derselbe klein ist, weil dadurch die Reductionen erleichtert werden. Wesentlich ist nur, dass derselbe möglichst constant sei, weil, wie leicht einzusehen, die Interpolation eines Uhrstandes zwischen zwei Epochen, für welche die Uhrcorrectionen aus Beobachtungen bekannt sind (wie im vorigen Beispiele), oder wohl gar für einen ausserhalb derselben liegenden Moment, die Gleichförmigkeit des Ganges zur wesentlichen Voraussetzung hat, und daher um so unsicherer wird, je weniger letztere zutrifft. Die grössere oder geringere Beständigkeit des Ganges bildet daher das Mass für die Güte einer Uhr; die Herstellung astronomischer Uhren hat einen hohen Grad der Vollkommenheit erreicht, so dass die mittlere tägliche Unsicherheit oder Variation des täglichen Ganges bei vorzüglichen Pendeluhren wenige Hundertel, bei Chronometern ersten Ranges 0.2 Secunden nicht überschreitet.

143. Die Einrichtung der Pendeluhren ist im wesentlichen bekannt. Das zeitmessende Organ oder der Regulator der Uhr ist das Pendel, dessen Schwingungen von gleicher Zeitdauer oder isochron sind, so lange die Länge des Pendels, so wie die Schwingungsamplitude (der Ausschlag) unverändert bleiben. Da jedoch das Pendel, einmal in Bewegung gesetzt, in Folge des Widerstandes am Aufhängepuncte und der Luft bald zur Ruhe kommen würde und die Schwingungen auch mechanisch gezählt werden müssen, so wird ein Räderwerk mit demselben in Verbindung gebracht, welches, durch ein Gewicht angetrieben, einerseits die Zeiger in Bewegung setzt, anderseits das Pendel dauernd in schwingender Bewegung erhält. Letzteres geschieht durch ein eigenes Organ, die Hemmung (das Echappement), welches die Verbindung zwischen Räderwerk und Pendel herstellt, und so eingerichtet ist, dass bei jeder Schwingung durch den vom Gewicht herrührenden Antrieb ein

Impuls auf das Pendel ausgeübt wird, welcher eben hinreicht, dasselbe dauernd in Bewegung zu erhalten.

Die Hemmung ist der wesentlichste Bestandtheil der Uhr, von dessen zweckentsprechenden Einrichtung und vollkommenen Ausführung vorzugsweise der gute Gang der Uhr abhängt. Unter den zahlreichen Constructionen, welche erdacht wurden, ist der Graham'sche Anker (ruhende Ankerhemmung) die am meisten angewendete. Fig. 80 zeigt den Anker A in Verbindung mit den nächstliegenden Uhrtheilen, namentlich dem Steigrade oder Hemmungsrade S, dem letzten Rade des Räderwerkes. Der Anker ist mit zwei Lappen (Paletten) a, b versehen, deren schief abgeschnittene Enden zwischen die Zähne des Steigrades abwechselnd auf der einen und anderen Seite eingreifen, und ist mit einer Welle w fest verbunden, welche sich um Zapfen dreht, die in die beiden Bodenplatten B des Werkes gelagert sind. Mit der Ankerwelle in fester Verbindung steht eine nach abwärts gerichtete Stange G, die sogenannte Gabel; diese trägt an ihrem unteren Ende einen auf die Schwingungsebene senkrechten Stift s, welcher in eine in der Pendelstange P befindliche Schlitze reicht und so die Verbindung zwischen Pendel und Gabel herstellt.

Fig. 80.



Das Spiel der verschiedenen Theile ist leicht zu übersehen. Bei der in Fig. 80 angenommenen Lage des Pendels liegt ein Zahn des Steigrades auf der Ankerpalette a auf, wodurch die Bewegung des Steigrades und hiemit des ganzen Räderwerkes gehemmt ist. Bewegt sich nun das Pendel nach links, welcher Bewegung auch der Anker in Folge seiner Verbindung durch die Gabel folgt, so wird, sobald die Elongation eine gewisse Grösse erreicht hat, der Zahn von der Palette a abfallen, das Steigrad in Bewegung gerathen, jedoch sofort wieder angehalten, indem nun auf der anderen Seite die Palette b zwischen die Zähne des Steigrades eintritt, und ein Zahn derselben auf die Palette auffällt, wodurch auch der hörbare Schlag der Uhr bewirkt wird. Dasselbe Spiel wiederholt sich nun in entgegengesetzter Weise, sobald das Pendel, zurückkehrend, über die Ruhelage hinaus nach rechts schwingt. Mit jeder Schwingung des Pendels fällt also abwechselnd auf der einen und anderen Seite ein Zahn des Steigrades ab, mit dessen Axe, wenn es 30 Zähne hat, auch unmittelbar der Secundenzeiger verbunden ist. Bei jedem solchen Abfalle gleitet aber der betreffende Steigradzahn über die schiefe Endfläche der

Palette, und übt dadurch einen Druck auf den Anker und durch Vermittelung der Gabel auf das Pendel aus, wodurch dieses einen Impuls in der Richtung der Schwingung erhält, welcher den bei jeder Schwingung durch die Widerstände entstehenden Verlust an Bewegung wieder ersetzt und das Pendel in Gang erhält.

Das Pendel ist an einer Uhrfeder oder mittelst einer Schneide aufgehangen. Obgleich die letztere Aufhängungsart der Bewegung des Pendels einen geringeren Widerstand entgegensetzt, gibt man der ersteren den Vorzug, weil sie keiner Abnützung unterliegt und der Gang der Uhr durch kleine Erschütterungen derselben weniger beeinflusst wird. Auch bietet sie ein Mittel dar, durch gehörige Wahl der Feder in Bezug auf Stärke und Länge den Einfluss kleiner Aenderungen des Ausschlages auf die Schwingungsdauer zu vermindern.

Am unteren Ende ist das Pendel gewöhnlich mit einer Spitze versehen, welche an einem Gradbogen spielt, um die Grösse des Ausschlages oder der Schwingungs-Amplitude ablesen zu können.

Der Stift s ist mit dem Gabelende in einer Weise verbunden, welche eine seitliche Verrückung desselben gegen die Axe der Gabel gestattet, etwa mittelst einer Schraube g in Fig. 80, zu dem Zwecke, um hiedurch den Abfall reguliren, d. h. den Anker in die richtige Stellung zum Steigrade bringen zu können, bei welcher der Abfall, somit auch die Uhrschläge genau in gleichen Zwischenzeiten aufeinanderfolgen. Derselbe Zweck wird übrigens auch durch eine seitliche Verrückung des Uhrkastens erreicht; es wird nämlich, wie leicht einzusehen, wenn man sich das Pendel ruhend denkt, im ersteren Falle der Anker gegen das ruhende Steigrad, im zweiten das Steigrad gegen den ruhenden Anker verstellt. Diese Regulirung ist bei der Aufstellung der Uhr mit aller Sorgfalt vorzunehmen. Man bringt zunächst den Kasten in eine solche Lage, dass das ruhende Pendel die Mitte desselben einnimmt, und versetzt hierauf das Pendel in Schwingungen von möglichst kleiner Elongation, so dass nur eben noch beiderseits der Abfall stattfindet, weil, je kleiner die Amplitude, um so auffallender eine Ungleichheit in der Aufeinanderfolge der Schläge sich bemerklich macht. Findet eine solche statt, so schafft man sie durch Drehung der Schraube g weg, oder begnügt sich wohl auch häufig mit einer genäherten Regulirung auf diesem Wege, und beseitiget den Rest der Ungleichheit durch Verrückung des Uhrkastens. Die Gleichheit der Intervalle zwischen den aufeinanderfolgenden Schlägen beurtheilt man nach dem Gehöre. Man kann zu diesem Zwecke auch den Gradbogen benützen; führt man das Pendel aus der Ruhelage langsam nach der einen und anderen Seite und bemerkt jedesmal am Gradbogen den Ort, wo der Abfall eintritt, so muss der Ort der Ruhelage genau in der Mitte liegen. Ein schärferes Mittel, diese Regulirung zu bewerkstelligen, gewährt übrigens die Vergleichung der Pendeluhr mit einem Chronometer mittelst Coincidenzen (§. 149) oder ein Chronograph.

144. Die Dauer einer Schwingung hängt bekanntlich von der Länge des Pendels ab, und nimmt mit derselben im Verhältniss der Quadratwurzel der Länge zu und ab. Der Gang einer Pendeluhr kann daher durch entsprechende Aenderung der Pendellänge regulirt werden, zu welchem Zwecke die Pendellinse an der Pendelstange verschiebbar ist und auf einer Schraubenmutter ruht, welche sich auf einem an dem unteren Ende der Pendelstange angedrehten Schraubengewinde befindet, mittelst welcher die Linse gehoben und gesenkt werden kann. Am Umfange der Mutter ist eine Theilung angebracht, um die Drehung um einen gegebenen Bruchtheil eines Schraubenganges bewirken zu können.

Um die Regulirung des Ganges einer Pendeluhr rasch und sicher bewerkstelligen zu können, soll der Werth eines Schraubenganges der Pendelschraube bekannt sein. Man lernt denselben kennen, wenn man bei zwei um n Gänge verschiedenen Stellungen der Mutter den täglichen Gang der Uhr beobachtet; die Differenz der beiden Uhrgänge, dividirt durch n, gibt den Werth eines Schraubenganges. Einen, namentlich für die erste Aufstellung einer Uhr hinreichend genauen Werth erhält man übrigens leicht durch directe Abmessung der Höhe eines Schraubenganges.

Bezeichnet man nämlich mit l die Länge des (einfachen) Pendels, mit g die Acceleration der Schwere in 1 Secunde mittlerer Zeit, mit t die Dauer einer Schwingung in Secunden mittlerer Zeit, so ist bekanntlich $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Will man, wenn die Uhr nach Sternzeit gehen soll, die Schwingungsdauer in Sternzeit-Secunden ausgedrückt erhalten, so ist, da 1^s Sternzeit $= 0^s.99727$ mittlerer Zeit, der zweite Theil noch durch $0.99727 = \alpha$ zu dividiren, oder man hat statt g zu setzen $\alpha^2 g$, d. i. die Acceleration der Schwere in 1^s Sternzeit. Aus obiger Gleichung folgt durch Differenziation:

$$dt = \frac{\pi^2}{2g}\frac{dl}{t} = \frac{\pi^2}{2g}dl,$$

weil für das Secundenpendel $t = 1$. Ist nun Δx der tägliche Gang der Uhr, so hat man, da 24 Stunden Uhrzeit $=$ 86400 Schwingungen des Pendels, $\Delta x = 86400\, dt$; somit ist

$$\Delta x = 86400 \frac{\pi^2}{2g} dl$$

die durch eine Aenderung $= dl$ der Pendellänge bewirkte Aenderung des täglichen Ganges.

Hieraus folgt (mit $g = 9808.7$ Millimeter) für eine nach mittlerer Zeit gehende Uhr:

$$\Delta x = 43^s.47\, dl,$$

und für eine der Sternzeit folgende:

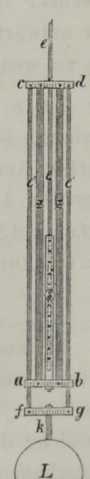
$$\Delta x = 43^s.71\, dl,$$

wo dl in Millimeter auszudrücken ist. Setzt man für dl die Höhe h eines Schraubenganges, so ist Δx der Werth desselben in Secunden. Die Höhe h findet man genügend genau; indem man ein längeres Stück der Pendelschraube auf Papier abdrückt, davon eine grössere Anzahl Schraubengänge in den Zirkel nimmt, und auf einem guten Transversalmassstabe abmisst.

Um den Gang der Uhr, ohne dieselbe anzuhalten, um eine geringe Grösse ändern zu können, kann man an der Pendelstange, oberhalb der Mitte derselben, einen kleinen Trichter anbringen, in welchen man, vor der eben besprochenen Regulirung des Ganges mittelst der Pendelschraube, eine Anzahl kleiner Schrottkörner gibt. Durch Hinzulegen von Schrottkörnern wird der tägliche Gang beschleunigt, durch Wegnahme verzögert.

145. Da die Wärme alle Körper ausdehnt, so hat jede Temparaturänderung eine Aenderung der Pendellänge und somit auch des Ganges der Uhr zur Folge. So wird z. B. durch eine Aenderung der Temperatur von 1^0 C. der tägliche Gang der Uhr, die Pendelstange von Eisen vorausgesetzt, um $0^s.5$ geändert und zwar verzögert oder beschleuniget, je nachdem die Temperatur um 1^0 C. zu- oder abnimmt. Man beseitiget diesen Einfluss durch Verbindung zweier Metalle von verschiedenen Ausdehnungscoefficienten in der Art, dass die Ausdehnungen beider Metalle entgegengesetzt wirken, sich compensiren, so dass der Abstand des Schwingungspunctes des Pendels vom Aufhängepuncte bei jeder Temperatur derselbe bleibt. Es sind vorzugsweise zwei Arten von Compensationspendeln in Anwendung, das Rostpendel und das Quecksilberpendel.

Fig. 81.



Das Rostpendel ist in Fig. 81 dargestellt. e ist die eigentliche Pendelstange aus Eisen (oder Stahl), welche an ihrem unteren Ende das Querstück ab trägt, auf welchem die beiden Zinkstangen zz durch Stifte mit dem Querstücke verbunden, ruhen. Die Zinkstangen tragen an ihrem oberen Ende das Querstück cd, durch welches die Stange e frei hindurchgeht und an welchem wieder die beiden Eisenstangen $e'e'$ befestiget sind, welche, durch zwei Löcher im Stege ab frei hindurchgehend, das Querstück fg tragen, mit welcher endlich die eiserne Stange k fest verbunden ist, an welcher sich die Pendellinse L, auf der Schraubenmutter m ruhend und mittelst derselben verschiebbar, befindet. Man sieht nun leicht, dass, bei zunehmender Temperatur, die Ausdehnung der Eisenstangen e, $e'e'$ und k ein Sinken der Linse zur Folge hat, während durch die Ausdehnung der Zinkstangen der Abstand der beiden Stege ab und cd vergrössert, und hiedurch, so wie auch durch die gleichfalls nach aufwärts wirkende Ausdehnung des Bleies, mit welchem die Linse ausgegossen ist, eine Hebung der Linse bewirkt wird. Da nun der Ausdehnungscoefficient des Zinkes nahe 2.5mal so gross ist, als der des Eisens, so ist es möglich, die Ausdehnung der Eisenstangen durch jene der beträchtlich kürzeren Zinkstangen zu compensiren. Die Compensation wird vollkommen sein, sobald die Ausdehnung für 1^0 der Eisenstangen $e + e'e' + k$ gleich ist der Ausdehnung der Zinkstangen $zz' +$ der Ausdehnung der Linse, so weit letztere mitwirkt, wobei selbstverständlich die Doppelstangen $e'e'$ und zz nur mit einfacher Länge in Rechnung kommen. Die Berechnung der erforderlichen Längen ist sehr einfach, sobald die Ausdehnungscoefficienten der Metalle bekannt sind. Gewöhnlich werden hiebei mittlere Werthe derselben angenommen, welche jedoch von den wahren oft nicht unerheblich verschieden sind, so dass die Compensation nur mehr oder weniger nahe erreicht wird. Um nun in dieser Beziehung eine Correction am fertigen Pendel vornehmen zu können, ist folgende Einrichtung getroffen. Das Querstück ab ist nicht unmittelbar mit der Mittelstange e, sondern mit einem messingenen Rohre fest verbunden, in welches die Stange e bis auf einige Centimeter Entfernung vom ab hineinreicht. Durch das Rohr und die Stange e ist eine Reihe Löcher in gleichen Abständen gebohrt, und ein durch eines dieser Löcher gesteckter mit einem Knopf versehener Stift s bewerkstelliget die Verbindung. Die Wirkung ist leicht einzusehen, wenn man beachtet, dass die Ausdehnung des Messings bedeutend grösser als jene des Eisens ist, und von der Eisenstange e nur der Theil von oben bis zum Stifte, von dem Messingrohre nur jener zwischen Stift und ab wirksam ist. Durch das Hinaufsetzen des Stiftes wird daher die Ausdehnung der Mittelstange vermehrt, durch das Herabsetzen vermindert, und man hat daher den Stift nach aufwärts oder nach abwärts zu rücken, je nachdem das Pendel zu viel oder zu wenig compensirt ist.

Ist ε der Ausdehnungscoefficient des Eisens für 1^0 C., μ jener des Messings, so ist die durch eine Versetzung des Stiftes um d Millimeter bewirkte Aenderung in der Ausdehnung (also auch in der Länge) der Mittelstange für 1^0 C. $= (\mu - \varepsilon)d$, wodurch eine Aenderung im täglichen Gange $= \Delta x = 43.71\ (\mu - \varepsilon)d$ hervorgebracht wird. Setzt man $\varepsilon = 0.00001170$, $\mu = 0.00001885$, so wird:

$$\Delta x = 0.0003125\,d, \qquad d = 3200\,\Delta x.$$

Ist nun aus Beobachtungen Δx, d. i. die durch eine Temperaturänderung von 1^0 C. bewirkte Aenderung des täglichen Ganges, in Zeitsecunden ausgedrückt, bekannt, so findet man hieraus d, d. i. die Anzahl Millimeter, um welche der Stift zu versetzen ist, um den Fehler in der Compensation wegzuschaffen. Es bedarf kaum der Erinnerung, dass vor Herausnahme des Stiftes s ein Hilfsstift in irgend eines der Löcher gesteckt werden muss, weil sonst das ganze Pendel von der Stange e abfallen würde.

Das Quecksilberpendel besteht in einer Stange aus Eisen oder Stahl, welche, am unteren Ende mit einem Rahmen versehen, ein cylindrisches, bis zu einer gewissen Höhe (ungefähr 19 Centimeter) mit Quecksilber gefülltes Glasgefäss trägt. Man sieht leicht, dass, wenn bei steigender Temperatur in Folge der Ausdehnung der Pendelstange der Schwingungspunct sinkt, die nach aufwärts wirkende Ausdehnung des Quecksilbers eine Hebung desselben bewirkt, so dass bei einer richtigen, der Ausdehnung des Materials der Pendelstange entsprechenden Höhe der Quecksilbersäule eine vollständige Compensation eintritt. Zeigt sich aus Beobachtungen des Ganges der Uhr bei verschiedenen Temperaturen, dass die Compensation nicht genügend genau ist, so kann dieselbe leicht corrigirt werden, indem man etwas Quecksilber zugiesst oder wegnimmt, je nachdem das Pendel zu wenig oder zu viel compensirt ist. Die erforderliche Menge kann leicht durch Rechnung hinreichend genau gefunden werden.

Sei l die Länge des Pendels vom Aufhängepuncte bis zur Mitte der Quecksilbersäule, wo der Schwingungspunct näherungsweise angenommen werden kann; ε der lineare Ausdehnungscoefficient des Materials der Pendelstange und des Rahmens für 1^0 C.; h die Höhe der Quecksilbersäule, β die lineare Ausdehnung derselben für die Längeneinheit mit Rücksicht auf die Ausdehnung des Glasgefässes. Steigt nun die Temperatur um 1^0 C., so sinkt der Schwingungspunct um $\varepsilon(l + \frac{1}{2}h)$ in Folge der Ausdehnung der Stange und des Rahmens, und hebt sich um $\frac{1}{2}\beta h$ in Folge der Ausdehnung des Quecksilbers; die durch eine Temperaturerhöhung von 1^0 C. bewirkte Verlängerung des Pendels ist daher:

$$\Delta l = \varepsilon(l + \tfrac{1}{2}h) - \tfrac{1}{2}\beta h.$$

Die richtige Höhe h' der Quecksilbersäule muss aber der Gleichung:

$$0 = \varepsilon(l + \tfrac{1}{2}h') - \tfrac{1}{2}\beta h'$$

Genüge leisten, durch deren Subtraction von der vorhergehenden man

$$h' - h = \Delta h = \frac{2\Delta l}{\beta - \varepsilon}$$

erhält. Ist V das Volum des Quecksilbers, r der Halbmesser des Gefässes, so hat man $V = \pi r^2 h$, und durch Differenziation und Division mit V: $\frac{dV}{V} = 2\frac{dr}{r} + \frac{dh}{h}$. Lässt man hier dr und dh die durch eine Temperaturänderung von 1^0 C. bewirkte Aenderung des Halbmessers des Glascylinders und der Höhe der Quecksilbersäule bedeuten, und bezeichnet den Volums-Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers mit q, den linearen Ausdehnungscoefficienten des Glases mit γ, so ist $\frac{dV}{V} = q$, $\frac{dr}{r} = \gamma$ und $\frac{dh}{h}$ die oben mit β bezeichnete Grösse, somit $\beta = q - 2\gamma$. Setzt man endlich für Δl den Werth von dl aus der Gleichung $\Delta x = 43.71\, dl$ [§. 144], so wird

$$\Delta h = \frac{0.04575}{q - 2\gamma - \varepsilon} \Delta x$$

die Aenderung der Höhe der Quecksilbersäule in Millimeter, welche zur Correctur der Compensation erforderlich ist, wenn Δx die durch eine Temperaturänderung von 1^0 C. bewirkte Veränderung des täglichen Ganges der Uhr in Sec. bedeutet. Mit den Werthen: $q = 0.0001815$, $\gamma = 0.00000885$, $\varepsilon = 0.0000117$ wird:

$$\Delta h = 300.8 \, \Delta x.$$

Für das Gewicht G dieser Quantität Quecksilber von der Höhe Δh findet man leicht:

$$G = 12.85 \, r^2 \, \Delta x \text{ Gramm},$$

wenn r den inneren Halbmesser des Glasgefässes in Millimeter bezeichnet.

Die Grösse Δx, d. i. die Variation des täglichen Ganges der Uhr für 1^0 C. ergibt sich aus einer längeren Reihe bei verschiedenen Temperaturen beobachteter Uhrgänge, wobei man durch Zusammenziehung mehrerer nahe bei einanderliegenden in ein Mittel eine Anzahl von Normalwerthen bilden kann. Hat man auf diese Art die Uhrgänge $g_1, g_2, g_3, \ldots$, entsprechend den Temperaturen: $t_1, t_2, t_3, \ldots$, erhalten, und bezeichnet man mit x und g den täglichen Gang beziehungsweise bei den Temperaturen 0^0 und t^0, so ist:

$$g = x + t \, . \, \Delta x, \qquad (m)$$

und man erhält so viele solche Gleichungen, als Normalwerthe gebildet wurden, und kann aus denselben x und Δx nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen.

Die Dauer einer Schwingung, und somit der Gang der Uhr, hängt übrigens nicht allein von der Pendellänge, sondern auch von der Grösse des Ausschlagwinkels oder der Amplitude ab und nimmt mit dieser zu, und zwar, für gleiche Aenderung des Ausschlages, um so mehr, je grösser dieser ist.*) Aus diesem Grunde gibt man den Pendeln an astronomischen Uhren nur einen kleinen Ausschlag von 1 bis 2 Graden; allein selbst dann macht sich dieser Einfluss bei vorzüglichen Uhren noch bemerkbar. Aenderungen im

*) Ist t die Dauer einer unendlich kleinen Schwingung, T die Schwingungsdauer für einen Ausschlagwinkel (halbe Amplitude) $= \alpha$, so hat man bekanntlich:

$$T = t \left[1 + (\tfrac{1}{2})^2 \sin \tfrac{1}{2} \alpha^2 + \left(\tfrac{1.3}{2.4}\right)^2 \sin \tfrac{1}{2} \alpha^4 + \ldots\right].$$

Hiermit findet man leicht die Aenderung dg im täglichen Gange, welche durch eine kleine Aenderung des Ausschlages bewirkt wird:

$$dg = 3^s.142 \sin \alpha \, d\alpha,$$

wo $d\alpha$ in Bogenminuten auszudrücken ist. Hieraus folgt z. B. für $\alpha = 1^0 30'$: $dg = 0.^s0822 d\alpha$, so dass bei einem Ausschlage von $1.^05$ eine Aenderung desselben von nur 1 Minute den täglichen Gang schon um $0.^s08$ ändert.

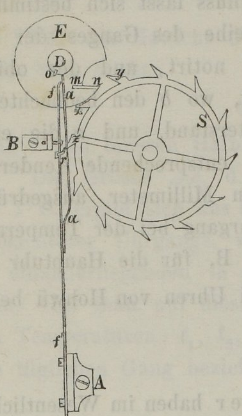
Ausschläge werden aber durch Aenderungen in den Reibungswiderständen im Räderwerke und in der Hemmung, z. B. durch Verdickung des Oeles bewirkt; bei sonst guter Ausführung aller Bestandtheile der Uhr treten jedoch diese Aenderungen nur sehr allmälig ein, und können, sobald sie anfangen merklich und störend zu werden, durch Reinigung der Uhr wieder beseitiget werden. Auch die das Pendel umgebende Luft beeinflusst den Gang der Uhr, indem mit zunehmender Dichte die Acceleration der Schwere vermindert und das Moment der Trägheit vergrössert wird. Dieser Einfluss lässt sich bestimmen, wenn man während einer längeren Beobachtungsreihe des Ganges der Uhr nebst der Temperatur auch den Barometerstand notirt, und der obigen Gleichung (m) das Glied $+ z(B - b)$ hinzufügt, wo b den beobachteten, B irgend einen angenommenen mittleren Barometerstand, und z die einer Aenderung von 1 Millimeter im Barometerstande entsprechende Aenderung des Uhrganges, vorausgesetzt, dass B und b in Millimeter ausgedrückt sind, bezeichnet. Die Grösse x bedeutet dann den Uhrgang bei der Temperatur 0^0 und dem Barometerstande B. So ergab sich z. B. für die Hauptuhr der Sternwarte zu Pulkowa $z = - 0.^s0126$, für zwei Uhren von Hohwü beziehungsweise: $- 0.^s0127$ und $- 0.^s0106$.

146. Die tragbaren Uhren oder Chronometer haben im Wesentlichen die Einrichtung unserer Taschenuhren. Die bewegende Kraft liefert hier die Elasticität einer kräftigen Spiralfeder (Zugfeder), welche, durch das Aufziehen der Uhr zusammengewunden, sich wieder abzuwickeln strebt und hiedurch das Räderwerk in Bewegung setzt. Als Regulator der Bewegung dient die Unruhe (Balance), ein um eine Axe drehbarer metallener Ring, mit welchem das eine Ende einer feinen Spiralfeder, deren anderes Ende an der Bodenplatte befestiget ist, in Verbindung steht, durch deren Wirkung die Unruhe, durch einen Stoss in Bewegung gesetzt, regelmässige Schwingungen um eine bestimmte Ruhelage, in welche sie die Spirale stets zurückzuführen strebt, ausführt, ähnlich wie das Pendel unter dem Einflusse der Schwerkraft. Die Verbindung zwischen Räderwerk und Unruhe wird durch die Hemmung oder das Echappement bewerkstelliget, durch dessen Vermittelung bei jeder einfachen oder Doppel-Schwingung ein Impuls auf die Unruhe ausgeübt wird, um den Verlust an lebendiger Kraft, welchen letztere durch den Reibungs- und Luftwiderstand erleidet, wieder zu ersetzen.

Man unterscheidet Taschen-Chronometer, im Formate einer gewöhnlichen grösseren Taschenuhr, und See- oder Box-Chronometer, welche in grösseren Dimensionen ausgeführt werden und insbesondere für den Gebrauch auf der See dienen, daher sie auch in ihrem Kasten in einer Compass-Suspension aufgehangen sind, damit sie bei den Schwankungen des Schiffes in horizontaler Lage bleiben. Die Einrichtung ist übrigens bei beiden Arten dieselbe, nur mit dem Unterschiede, dass die Verschiedenheit der Dimensionen eine Verschiedenheit in der Anzahl der Schwingungen der Unruhe in der Secunde bedingt. Der schwereren Unruhe der See-Chronometer gibt man 4, der kleineren und leichteren der Taschen-Chronometer in der Regel 5 einfache Schwingungen in der Secunde.

Die bei Chronometern gewöhnlich angewendete freie Feder-Hemmung ist in Fig. 82 schematisch dargestellt. Das Hemmungs- oder Steigrad *S*, welches in Folge des von der Zugfeder herrührenden Antriebes in der Richtung *xz* sich zu bewegen sucht, ruht mit einem seiner Zähne *z* auf einem Sperrzahne (Ruhestein) *r*, welcher in eine Feder *ff'* (die Hemmungsfeder) eingesetzt ist. Letztere ist mit ihrem Ende an einem mit der Bodenplatte des Räderwerkes verbundenen Stege *A* befestiget und legt sich an den Kopf einer in dem Stege *B* befindlichen Regulirungsschraube, durch welche sie verhindert wird, sich dem Steigrade mehr zu nähern. An der Hemmungsfeder ist eine zweite sehr zarte und elastische Feder *aa* (die Auslösungsfeder) befestigt, welche sich an das Ende *f* der Hemmungsfeder anlegt. Mit der Axe der Unruhe sind zwei Scheiben *D* und *E* verbunden, von welchen die eine *D* einen Zahn *o* trägt, welcher auf die Auslösungsfeder *aa* wirkt, während die andere mit einem Ausschnitte *mn* versehen ist, auf welchen die Zähne des Steigrades wirken können.

Fig. 82.



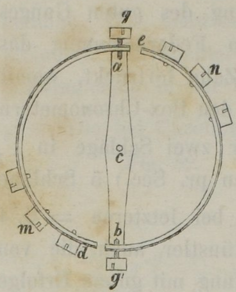
Das Spiel des Mechanismus ist nun leicht zu übersehen. Denkt man sich, während das Steigrad mit dem Zahne *z* auf dem Ruhestein *r* aufliegt und dadurch an einer Bewegung gehindert wird, die Unruhe in Schwingung und zwar in der Richtung von *f* gegen *n*, so wird der Zahn *o* an der Auslösungsfeder *aa*, diese beiseitebiegend, vorübergehen, ohne eine weitere Wirkung auszuüben. Kehrt nun die Unruhe, in Folge der Wirkung der Spirale, um und schwingt in der Richtung von *n* gegen *f*, so wird der Zahn *o*, auf die Auslösungsfeder wirkend, mittelst derselben die Hemmungsfeder *ff'* beiseite biegen und sie vom Steigrade entfernen, wodurch der Zahn *z* vom Ruhestein frei wird und das Steigrad in Bewegung kommt, wobei dieses mit dem Zahne *y* auf den Ausschnitt *mn* wirksam wird und hiedurch der Unruhe den erforderlichen Impuls gibt; sobald der Zahn *y* frei geworden, kommt jener *x* wieder auf den Ruhestein zu liegen, nachdem die Hemmungsfeder mittlerweile in ihre ursprüngliche Lage zurückgekehrt ist.

Man sieht, dass die Unruhe nur während der sehr kurzen Zeit, in welcher der Zahn *y* auf den Ausschnitt *mn* wirkt und den Impuls gibt, durch das Steigrad mit dem Räderwerke in Verbindung tritt, sonst aber, von diesem völlig unabhängig, ihre Schwingungen vollführt, worin das Wesen einer sogenannten freien Hemmung, und eine Hauptbedingung des guten Ganges der Uhr besteht; dass ferner bei der beschriebenen Federhemmung das Steigrad nur mit jeder Doppel-Schwingung um einen Zahn fortrückt, womit gleichzeitig ein Sprung des Secundenzeigers erfolgt. Bei den Box-Chronometern (4 einfache Schwingungen in 1^s) wird daher letzterer zwei Schläge in 1^s, bei den Taschen-Chronometern (5 einfache Schwingungen pr. Sec.) 5 Schläge in 2^s machen, also ein Schlag bei ersteren $= 0.^s5$, bei letzteren $= 0.^s4$ sein. In neuerer Zeit haben namentlich Schweizer Künstler auch die von den Taschen-Ankeruhren her bekannte freie Ankerhemmung mit gutem Erfolge bei Taschen-Chronometern in Anwendung gebracht, bei welcher Hemmung jedoch das Steigrad mit jeder einfachen Schwingung Impuls gebend um einen Zahn fortrückt, daher auch der Secundenzeiger 5 Sprünge in 1^s macht oder $0.^s2$ schlägt; eine Eigenschaft, welche den Gebrauch dieser Uhren für manche Beobachter unbequem machen dürfte, da die rasche Aufeinanderfolge der Schläge die schnelle und sichere Ablesung der Uhr erschwert.

Die Spirale wird bei den Chronometern gewöhnlich cylindrisch hergestellt, so dass die Windungen, sämmtlich von gleichem Durchmesser, in der Mantelfläche eines Cylinders liegen. Sie bietet dem Künstler das Mittel, durch eine entsprechende Ausführung derselben in Bezug auf Länge, Stärke und Gestalt, insbesondere der beiden Enden, den Isochronismus der Schwingungen der Unruhe, und zwar auch für innerhalb gewisser Grenzen verschiedene Schwingungsamplituden zu erzielen. Letzteres ist bei Chronometern um so unerlässlicher, als bei diesen nicht nur, wie bei den Pendeluhren, Aenderungen in den Widerständen der Reibungen, z. B. wegen allmäliger Verdickung des Oeles, Aenderungen der Amplitude erzeugen, sondern noch andere zum Theil weit stärker wirkende Ursachen hinzutreten, wie Veränderungen in der bewegenden Kraft der Zugfeder und in der Elasticität der Spirale (während bei Pendeluhren die Schwerkraft, welche den Antrieb liefert und die Bewegung des Regulators beherrscht, constant ist), ferner Aenderungen der Reibung bei verschiedenen Lagen der Uhr, so wie die unvermeidlichen Erschütterungen bei jedem Transporte.

147. Da die Wärme die Unruhe und die Spirale ausdehnt, so wie die Elasticität der letzteren vermindert, so wird bei steigender Temperatur die Schwingungsdauer grösser und daher der Gang der Uhr verzögert, weil einerseits das Trägheitsmoment der Unruhe vergrössert, anderseits die elastische Kraft der Spirale, von welcher vorzugsweise die Schnelligkeit der Schwingungen abhängt, verringert wird. Um diesen Einfluss der Temperatur so viel wie möglich zu beseitigen, wird die Unruhe auf die in Fig. 83 dargestellte Weise construirt. Der Arm *ab* trägt die zwei kreisförmigen, zur Axe *c* der Unruhe concentrischen Lamellen *ad* und *be*, welche aus zwei Metallen von verschiedener Ausdehnung (gewöhnlich Stahl und Messing), durch Löthung verbunden, gebildet sind, so dass das durch die Wärme sich stärker ausdehnende Metall (Messing) nach aussen liegt. Mit jeder Lamelle sind gegen ihr freies Ende hin sogenannte compensirende Massen verbunden, gewöhnlich in Form von mehreren Schrauben *m*, *n* mit grösseren Köpfen, deren je zwei von gleichem Gewichte genau in einem Durchmesser der Unruhe gegenüberstehen. Bei steigender Temperatur werden die Lamellen in Folge der jene des Stahles überwiegenden Ausdehnung des Messings sich gegen den Mittelpunct krümmen und die compensirenden Massen diesem näher bringen, wodurch das Trägheitsmoment vermindert und, bei gehörigen Verhältnissen, die durch die Abnahme der Elasticität der Spirale eintretende Verzögerung der Schwingungen wieder compensirt wird. Man sieht leicht, dass die compensirende Wirkung um so grösser sein wird, je schwerer die compensirenden Massen sind und je näher diese den freien Enden *d*, *e* der Lamellen gebracht werden, wodurch das Mittel zur Regulirung der Compensation geboten ist. Findet man aus Beobachtungen des Ganges der Uhr bei verschiedenen Temperaturen, dass dieselbe bei höheren Temperaturen langsamer geht als bei niedrigeren, also zu wenig compensirt ist, so hat man diese Massen den freien Lamellen-Enden näher zu rücken, zu welchem Zwecke eine Reihe von Löchern in gleichen Abständen, je zwei in einem Durchmesser liegend, gebohrt sind; umgekehrt sind dieselben gegen *a*, *b* hin zu versetzen, wenn die Uhr sich übercompensirt zeigt. Hiebei müssen stets zwei gegenüberliegende Schrauben um eine gleiche Anzahl von Löchern versetzt werden, um das Gleichgewicht der Unruhe um ihre Axe nicht zu stören. Man regulirt auf diese Weise die Compensation so, dass der Gang in der Nähe von 0° und von 35 bis 40° C. möglichst nahe gleich ist; hierbei erheblich unter 0° zu gehen, ist nicht räthlich, weil bei grösserer Kälte die Eindickung des Oeles den Gang ändert und störend auf den Versuch einwirkt.

Fig. 83.



An der Unruhe ist auch in der Regel die Einrichtung zur Regulirung des Ganges angebracht, nämlich zwei Schrauben *g*, *g'* an den Enden des Armes *ab*; aus dem schon oben erwähnten Grunde werden die Schwingungen langsamer oder schneller, also der Gang verzögert oder beschleuniget, je nachdem man diese Schrauben vom Mittelpuncte der Unruhe entfernt oder diesem nähert. Auch hier ist sorgfältig darauf zu achten, dass stets beide Schrauben um gleichviel heraus- oder hineingeschraubt werden, damit die Aequilibrirung der Unruhe nicht verloren gehe.

148 Chronometer sollen stets in derselben Lage gebraucht werden, am zweckmässigsten in horizontaler, das Zifferblatt nach oben gekehrt, weil der Gang derselben in verschiedenen Lagen, z. B. horizontaler und verticaler, immer mehr oder weniger verschieden sein wird, wenn auch die Künstler auf die Regulirung der Gleichförmigkeit für verschiedene Lagen allen Fleiss verwenden. Es ist wichtig, die Chronometer regelmässig nahe zur selben Zeit aufzuziehen, damit von einem Aufziehen zum andern die Zugfeder stets in derselben Art in Anspruch genommen und dadurch die bewegende Kraft möglichst gleichmässig erhalten wird. Ein Chronometer kommt, wenn es stehen geblieben, nach dem Aufziehen nicht von selbst in Gang, was sich aus der Einrichtung des Echappements leicht erklärt; man muss durch eine leichte Drehung, die man der Uhr in ihrer Ebene gibt, die Unruhe in Bewegung setzen. Beim Aufziehen selbst ist es räthlich, nur den Schlüssel und nicht auch die Uhr zu drehen, weil in Folge letzterer Bewegung dieselbe stehen bleiben kann; denn man kann jedes Chronometer leicht zum Stehen bringen, indem man es mehrmals in seiner Ebene hin und her dreht.

Bei dem Transporte eines Chronometers zu Wagen ist dasselbe so viel als möglich vor den Erschütterungen zu bewahren, und zu diesem Zwecke auf ein sehr elastisches Kissen fest zu stellen. Meistens wird der Gang während des Transportes mehr oder weniger verschieden sein von jenem in der Ruhe, und kann namentlich der Transport auf Eisenbahnen wegen der mehr regelmässigen Aufeinanderfolge der Stösse auf den Schienen nachtheiliger einwirken, als jener in einem Reisewagen auf guter Strasse. Box-Chronometer müssen während des Transportes zu Lande in ihrer Compass-Suspension arretirt werden, wozu die erforderliche Einrichtung stets vorhanden ist. Vorzüglich ist auch darauf zu achten, dass Chronometer während des Transportes regelmässig aufgezogen werden und nicht stehen bleiben, weil die fortwährenden Erschütterungen, welche dann nicht mehr in der schwingenden Bewegung der Unruhe eine abschwächende Gegenwirkung finden, leicht das Verderben der Uhr zur Folge haben können. Ist ein Chronometer zu versenden, so muss man es vorher ablaufen lassen und sodann die Unruhe arretiren, indem man ein doppelt gefaltetes Stückchen Papier von entsprechender Dicke zwischen die Unruhe und die Bodenplatte bringt.

149. Sehr häufig tritt die Nothwendigkeit ein, zwei Uhren miteinander zu vergleichen, um den Stand derselben gegeneinander zu bestimmen. Fallen die Schläge beider Uhren genau zusammen, so hat dies keine Schwierigkeit; meist wird dies aber nicht der Fall sein. Man kann dann die Vergleichung in der Art bewerkstelligen, dass man, bei einer bestimmten im Gedächtniss zu behaltenden Secunde der einen Uhr A mit Null beginnend, die Schläge derselben fortzählt, und nun auf die zweite Uhr B sehend, irgend einen passend gelegenen Schlag der Uhr A zwischen zwei Schläge der Uhr B hineinschätzt, indem man hiebei das Verhältniss, in welchem das Intervall dieser zwei Schläge durch den dazwischen fallenden Schlag der Uhr A getheilt wird, nach dem Gehöre beurtheilt. Es ist klar, dass, wenn das Hineinschätzen unterlassen und nur der zunächst liegende Schlag der Uhr B aufgefasst wird, der Fehler einer solchen Vergleichung nicht grösser werden kann, als das halbe Zeitintervall zweier Schläge der Uhr B, also z. B. $0^s.2$, wenn letztere ein Taschen-Chronometer, $0^s.4$ schlagend, ist; bei grösserer Uebung wird man, den Bruchtheil schätzend, eine grössere Genauigkeit erreichen, immerhin aber durch dieses Verfahren das Resultat kaum weiter als auf $0^s.1$ verbürgen können.

Eine weit grössere Schärfe erlangt man durch die Beobachtung der Coincidenzen der Schläge beider Uhren, welche stets nach bestimmten Perioden eintreten, wenn der Gangunterschied von Null verschieden, und auch häufig genug, wenn dieser Unterschied nicht zu klein ist. Geht z. B. von zwei Secunden-Pendeluhren die eine nach Sternzeit, die andere nach mittlerer Zeit, und sind die Schläge der ersteren gegen jene der zweiten um einen Bruchtheil einer Secunde zurück, so wird dieser Abstand nicht constant bleiben, sondern in Folge des Voreilens der Sternzeit-Uhr immer kleiner werden, bis endlich die Schläge beider Uhren durch das Gehör nicht mehr als getrennt, sondern als coincidirend wahrgenommen werden; nach kurzer Zeit jedoch werden dieselben sich wieder trennen und mehr und mehr auseinandergehen, bis die Schläge der einen Uhr in die Mitte der Schläge der anderen fallen, von wo ab wieder die Annäherung beginnt. Die Erfahrung zeigt, dass das Gehör bei einiger Uebung zwei Schläge schon als getrennt wahrnimmt, sobald das Zeitintervall nicht erheblich kleiner als etwa $0^s.02$ ist, und bis auf diese Grenze genau wird man daher durch Beobachtung einer Coincidenz den relativen Stand zweier Uhren erhalten; selbstverständlich kann durch Beobachtung mehrerer aufeinanderfolgenden Coincidenzen die Genauigkeit gesteigert werden, indem man dieselben zu einem Mittel vereinigt. Da 1^s Sternzeit $= 0^s.99727$ mittl. Zeit, so gewinnt eine nach Sternzeit gehende Uhr in jeder Secunde $0^s.00273$ gegen die der mittleren Zeit folgende, folglich in $\frac{1}{0.00273} = 366^s$ eine volle Secunde, daher bei den hier vorausgesetzten Uhren nach je 366^s Sternzeit oder 355^s mittl. Zt. eine Coincidenz eintreten wird. Bei der Vergleichung eines nach mittlerer Zeit gehenden Chronometers, welcher $0^s.4$ schlägt, mit einer der Sternzeit folgenden Secunden-Pendeluhr muss, da 2 Chronometerschläge $= 0^s.8 = 1 - 0^s.2$ sind, zwischen je zwei Coincidenzen eine Veränderung des relativen Standes beider Uhren um $0^s.2$ eintreten, daher die Coincidenzen in Intervallen von $\frac{0.2}{0.00273} = 73^s$ stattfinden werden.

Die Vergleichung selbst zur Zeit einer Coincidenz hat weiter keine Schwierigkeit und geschieht in der schon oben angegebenen Art, indem man die Zählung an der einen Uhr kurz vor der eintretenden Coincidenz beginnt, und die Angaben beider Uhren zur Zeit, wo die Schläge am schärfsten zusammenfallend gehört werden, aufschreibt.

Die Periode, nach welcher die Coincidenzen zweier Uhren A und B aufeinanderfolgen, ergibt sich leicht allgemein auf folgende Weise.

Es mache die Uhr $A \dots n$ Schläge in m Sec. Uhrzeit,
„ „ $B \dots n'$ „ „ m' „ „

und seien p Sec. der Uhr $A = p + \delta$ Sec. der Uhr B, d. h. die Uhr B eile jener A um δ Sec. vor in p Sec. der Uhr A. Sei ferner irgend ein Zeitintervall in Sec. der Uhr A ausgedrückt $= t$, in Sec. der Uhr B ausgedrückt $= t'$, so ist $t : t' = p : p + \delta$, also:

$$t' = t\frac{p + \delta}{p}.$$

Macht nun die Uhr A in diesem Zeitintervalle s, die Uhr B s' Schläge, so ist: $n : m = s : t$ und $n' : m' = s' : t'$, somit:

$$s = \frac{n}{m}t, \quad s' = \frac{n'}{m'}t' = \frac{n'}{m'}.\frac{p + \delta}{p}t,$$

woraus folgt:

$$\frac{s'}{s} = \frac{mn'(p + \delta)}{nm'.p},$$

und dieser Bruch, auf seine kleinste Benennung gebracht, gibt das Verhältniss der Anzahl der Schläge beider Uhren von einer Coincidenz zur anderen. Da aber hiebei meistens sehr grosse Zahlen erhalten werden, so verwandle man obigen Bruch in einen Kettenbruch, dessen Näherungsbrüche dann genäherte Auflösungen geben. Sei $\frac{mn'}{nm'}$ (auf die kleinste Benennung gebracht) $= \frac{\alpha}{\beta}$, so ist:

$$\frac{s'}{s} = \frac{\alpha}{\beta}\left(1 + \frac{\delta}{p}\right).$$

Gewöhnlich ist δ gegen p sehr klein und es ist $\frac{s'}{s} = \frac{\alpha}{\beta}$ eine erste Näherung; erscheint der Bruch $\frac{\alpha}{\beta}$ unter den Näherungsbrüchen, so gibt der folgende die erste genäherte Auflösung mit Rücksicht auf δ; wo nicht, so muss ein Bruch gewählt werden, dessen Zähler und Nenner grösser als α und β.

Die Periode ist dann $t = \frac{m}{n}s$ Sec. der Uhr $A = \frac{m'}{n'}s'$ Sec. der Uhr B.

Beispiele. 1) Beide Uhren seien Secunden-Pendel; A nach mittlerer, B nach Sternzeit gehend. Dann ist: $m = n = m' = n' = 1$; $p = 86400$, $\delta = 3^m\,56^s.56 = 236^s.56$, also:

$\frac{s'}{s} = \frac{86636.56}{86400}$; die Näherungsbrüche sind $\frac{s'}{s} = \frac{1}{1}, \frac{366}{365}, \frac{1465}{1461}$, etc.;

der zweite, $\frac{366}{365}$, ist die erste genäherte Auflösung mit Rücksicht auf den Gangunterschied, wonach also 366 Schläge der Uhr B = 365 Schlägen der Uhr A sind; da 365^s mittl. Zt. = $365^s.99934$ St. Zt. sind, so ist diese Periode schon sehr genau, und der Unterschied bei der Beobachtung verschwindend.

Dieselbe Periode findet übrigens auch statt für irgend zwei Uhren, von welchen die eine nach mittlerer, die andere nach Sternzeit geht, wenn $\frac{m}{n} = \frac{m'}{n'}$.

2) A: Taschenchronometer, 5 Schläge in 2^s, nach mittl. Zt. gehend;
B: Secundenpendeluhr nach Sternzeit gehend.

$n = 5$, $m = 2$, $n' = m' = 1$; $p = 86400$, $\delta = 236.56$; also:

$$\frac{s'}{s} = \frac{2}{5} \cdot \frac{86636.56}{86400}; \quad \frac{s'}{s} = \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{73}{182}, \frac{586}{1461}, \text{ etc.}$$

Es tritt daher nach je 73^s Sternzeit $= \frac{2}{5} . 182 = 72^s.8$ Chronometerzeit eine Coincidenz ein, und schon sehr genau, da $72^s.8$ mittl. Zt. $= 72^s.99932$ Sec. Sternzeit.

Ebenso findet man, dass für ein Box-Chronometer, $0^s.5$ schlagend und nach mittlerer Zeit gehend, und eine der Sternzeit folgende Secunden-Pendeluhr die Coincidenzen nach je 183^s St. Z. $= \frac{1}{2} . 365 = 182^s.5$ Chronometerzeit aufeinanderfolgen.*)

Ist der Unterschied im täglichen Gange beider Uhren nur gering, so werden die Intervalle zwischen zwei Coincidenzen zu gross, um sie leicht abwarten zu können; man erreicht dann den Zweck durch Vergleichung beider mit einer dritten von erheblichem Gangunterschied, wenn eine solche zur Verfügung steht. Z. B. Zwei Taschen-Chronometer, $0^s.4$ schlagend und nach mittlerer Zeit gehend, wurden mit einer nahe der Sternzeit folgenden Pendeluhr verglichen, wie folgt:

---

*) Man sieht leicht, dass bei mehreren aufeinanderfolgenden Coincidenzen einer Secunden-Pendeluhr und eines Chronometers abwechselnd eine gerade und ungerade Secunde der Pendeluhr zur Coincidenz kommt. Zeigt sich hiebei, dass, im Mittel aus einer längeren Reihe von aufeinanderfolgenden beobachteten Coincidenzen, das Zeitintervall von einer geraden zur ungeraden Coincidenz stets etwas kleiner oder grösser ist als jenes von der ungeraden zur geraden Coincidenz, so liegt die Ursache in einer Ungleichheit des Abfalles der Pendeluhr (§. 143), welche sich auf diese Weise noch zu erkennen gibt, wenn sie ihrer geringen Grösse wegen dem Gehöre nicht mehr sicher wahrnehmbar ist.

	Pendeluhr.	Chron. A.	Pendeluhr.	Chron. B.
	$19^h\ 49^m\ 6^s$	$11^h\ 1^m\ 0^s.8$	$19^h\ 55^m\ 24$	$11^h\ 9^m\ 48^s.0$
	$50\ 17$	$2\ 11.6$	$56\ 37$	$11\ 0.8$
Mittel:	$19\ 49\ 41.5$	$11\ 1\ 36.2$	$19\ 56\ 0.5$	$11\ 10\ 24.4$

Die Pendeluhr verlor täglich gegen Sternzeit $5^s.13$, und der tägliche Gang des Chronometers A gegen mittlere Zeit war $-7^s.38$. Nun ist die zwischen beiden Vergleichungen verflossene Zeit der Pendeluhr $= 6^m\ 19^s.0 = 6^m\ 19^s.023$ Sternzeit $= 6^m\ 17^s.988$ mittl. Zeit $= 6^m\ 18^s.020$ Uhrzeit des Chron. A; man hat daher:

Chron. A . .	$11^h\ 1^m\ 36^s.20$
Zwischenzeit in Uhrzeit A . .	$6\ 18.02$
Chron.-Zt. A, reducirt auf die Zeit der Vergl. von B =	$11\ 7\ 54.22$
Chron.-Zt. B	$11\ 10\ 24.40$
Differenz: $B - A = +$	$2\ 30.18$

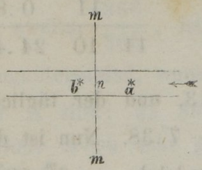
Es ist somit der relative Stand beider Chronometer $= 2^m\ 30^s.18$ (B voraus gegen A), entsprechend der Uhrzeit $A = 11^h\ 7^m.9$ und der Uhrzeit $B = 11^h\ 10^m.4$.

150. Die Art und Weise, wie der Moment des Eintrittes einer zu beobachtenden Erscheinung an der Uhr aufzufassen ist, kann verschieden sein, je nach der Beschaffenheit der Erscheinung und der zur Beobachtung verwendeten Uhr. Dabei kann in der Regel immer vorausgesetzt werden, dass die Zeit des Eintrittes näherungsweise bekannt ist, sei es durch eine Vorausberechnung, wie bei Finsternissen, Sternbedeckungen durch den Mond u. dgl., oder dass sie aus dem Anblicke der sich vollziehenden Erscheinung selbst zu entnehmen ist.

Bei Benützung einer Secunden-Pendeluhr besteht das Verfahren in der Regel darin, dass man kurz vor dem Eintritte der Erscheinung den Secundenzeiger der Uhr abliest, und nun, die gehörten Schläge der Uhr fortzählend, den Eintritt der Erscheinung abwartet; dieser wird meistens zwischen zwei Secundenschläge fallen, wo dann das Verhältniss, in welchem das Intervall getheilt wird, zu schätzen und der Bruchtheil zu der vorausgehenden Secunde zu addiren ist. Diese Schätzung geschieht entweder bloss nach dem Gehöre, wie z. B. bei Beobachtung von Ränderberührungen mit dem Sextanten, etc., oder mit Zuhilfenahme des Augenmaasses, wie z. B. bei der Beobachtung des Durchganges eines Sternes durch einen Faden. Im letzteren Falle verfolgt man die Bewegung des Sternes, die Secundenschläge der Uhr fortzählend, und schätzt das Verhältniss, in welchem der von dem Sterne in 1^s zurückgelegte Weg ab

(Fig. 84) durch den Faden *mm* getheilt wird, nach dem Augenmaasse, indem man den Abstand *an*, in welchem sich der Stern bei dem letzten vor dem Durchgange gezählten Secundenschlage (z. B. 47^s) befand, im Gedächtnisse behält und mit dem Wege *ab* vergleicht, welchen er bis zum nächsten Schlage (48^s) zurückgelegt hat. Hat man z. B. $an = 0.7\ ab$ geschätzt, so ist die Durchgangszeit $= 47^s.7$.

Fig. 84.



Auf gleiche Weise beobachtet man an einem, halbe Secunden schlagenden Box-Chronometer, indem man, die halben Secunden auslassend, nur die ganzen Secundenschläge mitzählt.

Bei Benützung eines $0^s.4$ schlagenden Taschen-Chronometers verfährt man in umgekehrter Weise, indem man die Zählung der Chronometerschläge mit dem unmittelbar auf die beobachtete Erscheinung folgenden Schlage mit Null beginnt und bis zu einer am Chronometer sicher abzulesenden Secunde fortzählt, von welcher sodann die Anzahl der gezählten Schläge, eventuell um einen geschätzten Bruchtheil eines Schlages vermehrt und durch Multiplication mit 0,4 in Secunden verwandelt, abzuziehen ist. Handelt es sich also z. B. um die Beobachtung des Durchganges eines Sternes durch einen Faden, und war der Stern bei einem Chronometerschlage in *a*, Fig. 84, bei dem Folgenden in *b*, wobei der Abstand *nb* gleich $\frac{1}{4}$ von *ab* geschätzt wurde, so beginnt man bei dem letzteren Schlage mit Null zu zählen, und findet z. B., sofort auf den Chronometer sehend, dass der Secundenzeiger bei dem 9^ten^ Schlage auf 20^s einschlägt; die Zeit des Fadenantrittes ist dann $20^s - 9\frac{1}{4}$ Chronometerschläge $= 20^s - 3^s.7 = 16^s,3$, welcher Angabe noch die Minuten und Stunde beigefügt werden. In gleicher Art kann jede andere Erscheinung beobachtet werden.

Wie man sieht, wird bei dieser Methode der Beobachtung nebst dem Auge das Gehör des Beobachters in Anspruch genommen, daher sie auch die Aug- und Ohrmethode genannt wird.

151. Eine von der im vorhergehenden §. beschriebenen Methode wesentlich verschiedene Art der Beobachtung findet bei Anwendung der Chronographen oder Registrirapparate statt, welche als eine Ergänzung der astronomischen Uhren betrachtet werden können, indem sie dazu dienen, die Aufeinanderfolge der hörbaren Uhrschläge auf einem Papierstreifen oder Papierblatte in eine Reihe sichtbarer Zeichen (Zeitscala) zu verwandeln. Wird damit eine Einrichtung verbunden, welche dem Beobachter gestattet, im Momente des Eintrittes der zu beobachtenden Erscheinung gleichfalls ein Zeichen auf dem Papiere hervorzubringen, so kann der Ort desselben gegen die beiden benachbarten Secundenzeichen der Zeitscala mit grosser Schärfe bestimmt, und auf diese Art die Uhrzeit des Eintrittes der Erscheinung von dem Papiere abgelesen werden.

Diese Methode der Beobachtung wird die Registrir- oder Aug- und Handmethode genannt, weil der Beobachter das dem aufzufassenden Momente entsprechende Zeichen auf dem Papiere durch einen Druck auf einen in seiner Hand befindlichen Schlüssel oder Taster hervorbringt, wobei also nebst dem Auge die Muskelthätigkeit in Anspruch genommen wird. Sie wurde von den amerikanischen Astronomen vor nahe 30 Jahren in die astronomische Praxis eingeführt.

Die einfachste Form des Chronographen ist die des bekannten Morse'schen Telegraphenapparates, bei welchem ein Papierstreifen mittelst eines durch Gewicht oder Federkraft angetriebenen Räderwerkes mit gleichförmiger Geschwindigkeit über der an dem einen Ende eines Hebels befindlichen Stahlspitze fortgeführt wird, auf dessen anderes mit einem Anker armirtes Ende ein Elektromagnet wirkt. So oft der Strom der galvanischen Batterie, mit welcher der Elektromagnet in Verbindung steht, momentan geschlossen wird, wird der Anker von dem Elektromagnet angezogen und die Spitze an das Papier gedrückt, welche auf demselben ein sichtbares Zeichen zurücklässt. Nach Unterbrechung des Stromes wird der Anker durch eine Feder (Abreissfeder) vom Magnet losgerissen und der Hebel wieder in seine ursprüngliche Lage versetzt.

Wird nun in den Stromkreis der Batterie eine Pendeluhr eingeschaltet, welche, mit einer hiezu dienlichen Contact-Vorrichtung*) versehen, den — in der Regel unterbrochenen — Strom mit jeder Secunde momentan schliesst und sofort wieder unterbricht, so wird die Spitze des Schreibhebels mit jeder

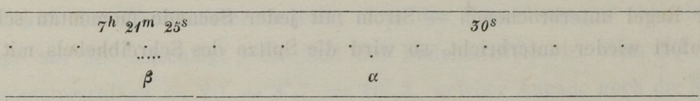
---

*) Die einfachste Einrichtung ist der sogenannte Quecksilbercontact. Er besteht aus einem kleinen, in Holz ausgeführten, communicirenden Gefäss, welches mit Quecksilber gefüllt wird und so eingerichtet ist, dass durch einen, mittelst einer Schraube in dem einen weiteren Schenkel ausgeübten Druck das Quecksilber bis an das obere Ende des anderen engen Schenkels getrieben werden kann, so dass es, daselbst austretend, die Gestalt einer kleinen, das Gefäss überragenden Kuppe annimmt. Das Gefäss wird im Uhrkasten in einer solchen Lage befestiget, dass die metallene Pendelstange in der Ruhelage mit einer an ihrem unteren Ende befestigten Platinspitze in die Mitte der Quecksilberkuppe taucht. Durch Leitungsdrähte, in deren einen der Elektromagnet des Chronographen eingeschaltet ist, wird nun das Quecksilber mit dem einen, das Uhrwerk mit dem anderen Pole der Batterie in Verbindung gesetzt; hiernach wird, wenn die Uhr im Gange, der Strom jede Secunde beim Durchgange des Pendels durch die Ruhelage für die kurze Zeit geschlossen, in welcher die Pendelspitze die Quecksilberkuppe durchschneidet. — Dieser Contact hat den bedeutenden Nachtheil, dass in Folge des bei jedem Durchgange auftretenden Funkens das Quecksilber rasch oxydirt, wodurch die metallische Berührung zwischen Platin und Quecksilber in kurzer Zeit aufgehoben und der Contact unwirksam wird. Die fortschreitende Oxydation ändert überdies beständig den Widerstand, welchen

Secunde einen Eindruck auf dem Papierstreifen machen, und somit auf diesem eine fortlaufende Reihe von Puncten, eine Scala entstehen, deren einzelne Theile Zeitsecunden darstellen. In gleicher Weise wird in den Stromkreis ein Taster oder Schlüssel eingeschaltet, welchen der Beobachter in der Hand hält, und mittelst dessen er, durch einen leichten Druck auf eine Feder, den Strom in jedem beliebigen Augenblicke schliessen und hiedurch gleichfalls ein Zeichen auf dem Papiere hervorbringen kann. Da jedoch bei solcher Einrichtung, wenn ein vom Beobachter gegebenes Signal nahe mit einer Secunde zusammenfällt, die beiden entsprechenden Zeichen auf dem Papiere nicht hinreichend deutlich getrennt erscheinen würden, so werden am Apparate zwei mit Spitzen versehene Hebel und zwei Elektromagnete angebracht und diese durch zwei Batterien bethätiget; in den Stromkreis der einen wird die Uhr, in jenen der anderen der Schlüssel eingeschaltet. Die Hebelenden sind so geformt, dass die beiden Spitzen in einem möglichst geringen Abstande von einander liegen, und zwar in einer zur Bewegungsrichtung des Streifens senkrechten Geraden. Die Spitzen sind durch Charniere mit den Hebelenden verbunden, wodurch erzielt wird, dass sie beim Aufschnellen des Hebels nur feine Löchelchen in das Papier schlagen und wieder frei werden können, ohne den Streifen in seiner Bewegung zu hindern.

Fig. 85 zeigt den Streifen mit der von dem Uhrhebel registrirten Reihe der Secundenpuncte (Zeitscala) und einem vom Beobachter gegebenen und

Fig. 85.



von dem Signalhebel registrirten Signalpuncte α. Die Beziehung zwischen der Zeitscala und der Uhrzeit wird leicht dadurch hergestellt, dass der Beobachter bei einer bestimmten an der Uhr abgelesenen Secunde einige rasch hintereinander folgende Signale (s. Fig. bei β) gibt, welche den dieser Secunde entsprechenden Punct kennzeichnen, zu welchem sodann die volle Uhrzeit geschrieben wird.

---

das Pendel bei seinem Durchgange durch das Quecksilber erfährt, wodurch der Uhrgang sehr veränderlich wird.

Unter den verschiedenen Einrichtungen, welche zur Verbindung der Uhr mit dem Chronographen ausgedacht wurden, mag die von Hansen angegebene als eine der vorzüglichsten bemerkt werden, bezüglich deren Beschreibung wir auf die Abhandlung von Hansen: „Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen Gotha und Leipzig," in den Abhandlungen der math.-physik. Classe der königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, VIII. Bd., Nr. II, oder: Carl's Repertorium für physikalische Technik, Bd. II., verweisen.

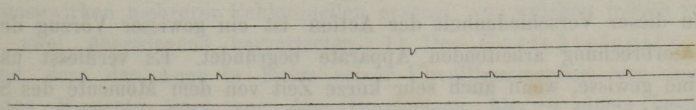
Das bei α registrirte Beobachtungssignal fällt zwischen 28^s und 29^s; der Abstand von dem Puncte 28^s kann, wenn dies genügend erscheint, durch Schätzung nach dem Augenmasse, genauer aber durch Messung mit einem geeigneten Apparate erhalten werden, wozu zweckmässig ein auf eine Glasplatte eingerissenes System von eilf convergirenden Linien dienen kann, durch welches die Länge von 1^s direct in Zehntel und durch Schätzung in Hundertel Secunden getheilt wird. Hat man z. B. auf diese Art gefunden, dass der Abstand des Punctes α von jenem 28^s 0,37 des Abstandes 28^s—29^s beträgt, so ist die dem Momente der Beobachtung entsprechende Uhrzeit $7^h\ 12^m\ 28^s.37$.

Die Bewegung des Streifens soll eine hinreichend gleichförmige sein, damit dieselbe, worauf es wesentlich nur ankommt, innerhalb jeder einzelnen Secunde ohne merklichen Fehler als vollkommen gleichförmig betrachtet werden kann.

152. Von der obbeschriebenen Einrichtung sind, im Wesentlichen, die Registrirapparate von Mayer und Wolf in Wien, und Ausfeld in Gotha; bei ersterem wird die Bewegung des Räderwerkes durch einen kleinen Elektromotor bewirkt; bei letzterem durch ein Gewicht, wobei ein Centrifugalpendel als Regulator dient, um die Bewegung gleichförmig zu machen.

Bei dem Streifenapparate von Hipp in Neuchâtel sind die Spitzen durch Capillarfedern von Glas ersetzt, d. i. durch Haarröhrchen, welche an dem einen Ende in eine feine Spitze auslaufen und mit dieser den Papierstreifen berühren, während das andere umgebogene Ende in ein mit Tinte gefülltes Gefäss taucht; durch die Capillarwirkung wird die Tinte den Spitzen zugeführt, welch' letztere auf dem sich fortbewegenden Streifen zwei parallele Linien zeichnen. Die Markirung der Secunden und Beobachtungssignale wird durch eine kleine seitliche von den Elektromagneten hervorgerufene Bewegung der Federn erzeugt (Fig. 86), so dass die von den Federn beschriebenen

Fig. 86.



Linien in dem Momente eine Unterbrechung erleiden, in welchem der Strom geschlossen wird. Als Regulator, zur Erzielung der gleichförmigen Bewegung des durch Zugfeder oder Gewicht getriebenen Räderwerkes, dient eine schwingende Feder, deren freies Ende auf einem mit dem Räderwerke verbundenen Sperrrade ruht und bei jeder Schwingung nur einen Zahn vorbeigehen lässt. Die Zahl der Schwingungen in 1^s hängt von der Elasticität der Feder und ihren Dimensionen ab und kann erforderlichen Falles auf eine bestimmte Anzahl regulirt werden.

Streifenapparate, wie die bisher erwähnten, sind ihrer compendiösen Form wegen leicht transportabel und eignen sich daher vorzüglich für den Gebrauch in Feldobservatorien; auf Sternwarten sind häufig die etwas grösseren Cylinderapparate im Gebrauche, bei welchen die Registrirung der Zeichen auf einem Blatte Papier erfolgt, welches über die Mantelfläche einer cylindrischen Trommel gespannt ist. Letztere wird durch ein Uhrwerk mit gleichförmiger Geschwindigkeit (1 Umdrehung per Minute) um ihre Axe gedreht, während gleichzeitig der Schreibapparat parallel zur Trommelaxe mit gleichförmiger Bewegung langsam fortgeführt wird, so dass er in einer gewissen Zeit, z. B. zwei Stunden, die ganze Länge des Cylinders durchläuft. Hiebei beschreibt jede Feder eine Spirallinie auf der Mantelfläche des Cylinders, welche, wenn das Papier von letzterem abgenommen wird, als ein System von parallelen Linien erscheint. Die Markirung der Secunden und Beobachtungszeichen erfolgt in ähnlicher Weise, wie bei dem vorhin erwähnten Streifenapparate von Hipp. Von dieser Art, in den Details übrigens mehr oder weniger von einander verschieden, sind die Cylinderapparate von Mitchel, Saxton, Bond, Krille, Knoblich, Hipp u. A.

153. Es wurde bisher angenommen, dass der Schreibapparat durch Schluss des, sonst unterbrochenen, elektrischen Stromes in Thätigkeit gesetzt werde; es kann dies jedoch auch durch Unterbrechung des, sonst geschlossenen, Stromes geschehen, wozu es nur einer einfachen Umkehrung in der Anordnung der betreffenden Theile des Apparates bedarf. Bei letzterer Einrichtung wird die Bewegung des Schreibhebels, durch welche auf dem Papiere das Zeichen entsteht, durch die Wirkung der Abreissfeder, nach Unterbrechung des Stromes, hervorgerufen, während bei der ersteren diese Bewegung durch die im Augenblicke des Stromschlusses beginnende Wirkung des Magnetes auf den Anker eingeleitet wird, wobei die Spannung der Abreissfeder überwunden werden muss.

In dieser Verschiedenheit der Action ist ein gewisser Vorzug der mit Stromunterbrechung arbeitenden Apparate begründet. Es verfliesst nämlich stets eine gewisse, wenn auch sehr kurze Zeit von dem Momente des Stromschlusses bis zu dem Augenblicke, wo die Spitze oder Feder auf dem Papiere das Zeichen macht. Wäre diese Zeit constant und die gleiche für die Uhr- und Beobachtungssignale, so würde sie offenbar auf den Zeitunterschied zweier registrirter Erscheinungen keinen Einfluss haben; dies ist aber nicht nothwendig der Fall, und im Allgemeinen wird dieselbe, weil abhängig von der Stromstärke und der Trägheit der Magnete nicht nur verschieden sein für beide Magnete, sondern auch veränderlich für jeden derselben, wodurch ein, wenn auch immer sehr kleiner Fehler entsteht. Wenn nicht ganz verschwindend, so doch weit kleiner und constanter, ist hingegen die Zeit vom

Momente der Stromunterbrechung bis zu jenem der Verzeichnung des Signals auf dem Papiere.

Es sollen ferner die beiden Spitzen oder Federn in Bezug auf ihre relative Stellung so adjustirt sein, dass, wenn sie gleichzeitig in Bewegung gesetzt werden, die Zeichen auf dem Papiere in einer auf dem von ihnen beschriebenen Wege senkrechten Geraden liegen. Eine in dieser Beziehung stattfindende Abweichung vermischt sich mit der eben zuvor besprochenen Fehlerquelle und man pflegt die vereinigte Wirkung beider die Parallaxe der Federn (oder Spitzen) zu nennen. So lange dieselbe constant bleibt, ist sie ohne Einfluss auf die aus den registrirten Beobachtungen abgeleiteten Resultate. Der Betrag der Parallaxe kann übrigens jederzeit leicht bestimmt werden, indem man die Uhr gleichzeitig auf den Uhr- und Signalhebel wirken lässt, und zu diesem Zwecke auch den Strom der Signalbatterie durch die Uhr leitet; dies wird einfach dadurch bewirkt, dass man die beiden Klemmen, von welchen die zum Schlüssel führenden Drähte auslaufen, mit jenen zwei Klemmen durch Drähte verbindet, an welchen die zwei zur Uhr führenden Leitungsdrähte befestiget sind. Bei dieser Anordnung werden die beiden Ströme gleichzeitig geschlossen oder unterbrochen, und ist die Ausweichung der von beiden Spitzen oder Federn gemachten Zeichen sofort die gesuchte Parallaxe.

154. Die Genauigkeit, mit welcher die Zeit des Eintrittes einer zu beobachtenden Erscheinung aufgefasst werden kann, oder der wahrscheinliche Fehler, mit welchem dieselbe behaftet ist, hängt vor Allem von der Beschaffenheit der Erscheinung ab, und es kann bei der grossen Mannigfaltigkeit derselben eine hierauf bezügliche Untersuchung selbstverständlich immer nur auf eine bestimmte Gattung von Erscheinungen sich beziehen. Von besonderem Interesse ist die Kenntniss des wahrscheinlichen Fehlers der Beobachtung von Fadendurchgängen der Sterne. Wie dies bei jedem Beobachtungsfehler der Fall ist, so wird auch jener eines Fadenantrittes durch das Zusammenwirken mehrerer Fehlerquellen erzeugt, von welchen jedoch vorzugsweise zwei überwiegend hervortreten. 1) Der Gesichtsfehler, daher rührend, dass das Auge in Folge seiner Unvollkommenheit von einem bestimmten Momente kurz vor dem Durchgange bis zu einem bestimmten Momente nach demselben Stern und Faden als coincidirend wahrnimmt, indem es beide Objecte, sobald der Abstand unter eine gewisse Grenze gesunken ist, nicht mehr zu trennen vermag. Dieser Fehler wird offenbar mit der Vergrösserung des Fernrohres und der auf den Faden senkrechten Componente der Geschwindigkeit des Sternes in verkehrtem Verhältnisse stehen. Setzt man die Geschwindigkeit eines Sternes im Aequator $= 1$, so ist jene eines Sternes von der Declination δ in seinem Parallel $= \cos\delta$, folglich die auf den Faden senkrechte Componente $= \cos\delta \sin\eta$, wenn η den Winkel bedeutet, welchen der Parallel oder die Bewegungsrichtung des Sternes mit dem Faden bildet. Der Ausdruck des Gesichtsfehlers wird daher die Form:

$$\frac{b}{v \cos\delta \sin\eta} = \frac{b}{v} \sec\delta \operatorname{cosec}\eta$$

haben, wo b eine Constante, und v die Vergrösserung des Fernrohres bedeutet. 2) Ein constanter, von der Geschwindigkeit des Sternes unabhängiger Fehler, welcher bei den Aug- und Ohrbeobachtungen aus der Unsicherheit in der Auffassung der Schläge der Uhr durch das Gehör (Gehörfehler) entsteht, bei Registrirbeobachtungen aber aus der Unsicherheit in der Uebertragung des vom Auge empfangenen Eindruckes auf die Muskeln der Hand, dem Ablesungsfehler der registrirten Zeichen und der veränderlichen Wirkung der elektromagnetischen Apparate zusammengesetzt ist. Bezeichnet man letzteren Fehler mit a, den durch die vereinigte Wirkung beider Fehler hervorgehenden Beobachtungsfehler mit ε, so ist nach einem bekannten Satze der Theorie der kleinsten Quadrate [S. 32, Gl. (33)]:

$$\varepsilon^2 = a^2 + \left(\frac{b}{v}\right)^2 \sec\delta^2 \operatorname{cosec}\eta^2.$$

Andere Umstände, welche auf den Beobachtungsfehler modificirend einwirken können, wie die Unruhe der Bilder, die verschiedene Helligkeit der Sterne, sind, wie die darauf bezüglichen Untersuchungen*) zeigen, unter gewöhnlichen, den Beobachtungen nicht ungünstigen Verhältnissen, von untergeordnetem Belange, so dass der obige Ausdruck für die Darstellung der Beobachtungsfehler der Fadendurchgänge von Sternen als genügend betrachtet werden kann.

Bedeutet p den parallaktischen Winkel, so ist für Verticalfäden $\eta = 90^0 - p$, für Horizontalfäden $\eta = p$, und somit der Ausdruck des wahrscheinlichen Fehlers eines Fadendurchganges:

für Verticalfäden:

$$\varepsilon = \sqrt{a^2 + \left(\frac{b}{v}\right)^2 \sec\delta^2 \sec p^2}, \tag{138}$$

für Horizontalfäden:

$$\varepsilon = \sqrt{a^2 + \left(\frac{b}{v}\right)^2 \sec\delta^2 \operatorname{cosec} p^2}. \tag{139}$$

---

*) Anmerkung. Eine ausführlichere Zusammenstellung und Discussion des vorhandenen Beobachtungsmaterials findet sich in der Abhandlung: „Ueber die Bestimmung von Längen-Differenzen mit Hilfe des elektrischen Telegraphen.“ Von D. Th. Albrecht. Leipzig. 1869.

Für die Constanten a und b ergeben sich aus zahlreichen von verschiedenen Beobachtern an Meridian-Instrumenten angestellten Beobachtungen die folgenden Mittelwerthe:

bei der Aug- und Ohrmethode: $a = 0^s.07$, $b = 3^s.18$,

bei der Registrirmethode: $a = 0.05$, $b = 3.18$.

Die Registrirmethode gewährt daher, in Folge des kleineren Werthes von a, eine grössere Genauigkeit als die Aug- und Ohrmethode, so lange das zweite Glied nicht einen das erste erheblich überwiegenden Werth erreicht. Zur Anwendung dieser Ausdrücke wird sich im Folgenden mehrfache Gelegenheit bieten.

SIEBENTES CAPITEL.

DIE ZEITBESTIMMUNG.

155. Unter Zeitbestimmung versteht man die Aufgabe, die einer bestimmten Uhrzeit entsprechende Ortszeit (Sternzeit, mittlere oder wahre Zeit), oder, was dasselbe bedeutet, die Differenz beider, d. i. den irgend einer Uhrzeit entsprechenden Stand der Uhr gegen Ortszeit zu bestimmen. (Vergl. §. 142).

Jede Methode der Zeitbestimmung kommt darauf hinaus, den der Uhrzeit u entsprechenden Stundenwinkel t eines Gestirnes, dessen Position bekannt ist, durch Beobachtung zu finden. Ist nämlich x der Stand der Uhr gegen Sternzeit, so ist $u + x$ die der Uhrzeit u entsprechende Sternzeit, somit, wenn α die Rectascension des beobachteten Gestirnes, vermöge der Gl. (1): $u + x = \alpha + t$, woraus x erhalten wird, wenn nebst α der zur Uhrzeit u gehörige Stundenwinkel t bekannt ist.

Eine directe Messung des Stundenwinkels ist jedoch mit der hier erforderlichen Genauigkeit nicht ausführbar; man beobachtet daher andere, einer scharfen Messung zugängliche Grössen, aus welchen der Stundenwinkel durch Rechnung gefunden werden kann. Da sich zu diesem Zwecke mehrfache Wege darbieten, so ergeben sich verschiedene Methoden der Zeitbestimmung, von welchen im Folgenden die vorzüglichsten dargestellt werden sollen.

Wie aus Obigem erhellt, hängt der Uhrstand direct von der Rectascension des beobachteten Gestirnes ab, überdies wird bei manchen Methoden der Zeitbestimmung auch ein genauer Werth der Declination zur Berechnung des Stundenwinkels erfordert; es sind daher zur Zeitbestimmung Gestirne zu beobachten, deren Position möglichst genau bekannt ist, also gut bestimmte Fixsterne, namentlich die sogenannten Haupt- oder Fundamentalsterne, deren