

für die jährliche Parallaxe in Länge und Breite:

$$\begin{aligned}\lambda' - \lambda &= rp \sin(\odot - \lambda) \sec \beta, \\ \beta' - \beta &= -rp \cos(\odot - \lambda) \sin \beta.\end{aligned}\tag{115}$$

Auch in Folge der jährlichen Parallaxe (wenn sie überhaupt merklich ist) beschreibt daher der Stern eine Ellipse um seinen mittleren Ort, deren halbe grosse und kleine Axe beziehungsweise rp und $rp \sin \beta$ sind. Der wesentliche Unterschied in der durch die Aberration und Parallaxe bewirkten scheinbaren Bewegung des Sternes besteht aber darin, dass die Maxima und Minima der Abweichung vom mittleren Orte zu anderen Zeiten eintreten. Ist z. B. $\odot = \lambda$, so ist die Parallaxe in Länge $= 0$, in Breite ein Maximum, hingegen die Aberration in Länge ein Maximum und in Breite $= 0$. Nach etwa drei Monaten ist $\odot = \lambda + 90^\circ$ geworden und hiemit dort ein Maximum eingetreten, wo früher der Werth 0 stattfand, und umgekehrt.

Nur bei einigen wenigen Fixsternen ist es aber bisher gelungen, eine jährliche Parallaxe mit Sicherheit nachzuweisen, die grösste ($p = 0''.9$) bei α Centauri, einem Sterne 1^{ter} Grösse auf der südlichen Halbkugel. Von den bei uns sichtbaren helleren Sternen mag nur der Polarstern (α Ursae minoris) angeführt werden, für welchen im Mittel aus mehreren Bestimmungen die jährliche Parallaxe $p = 0''.1$ mit einiger Sicherheit angenommen werden kann, übrigens nur auf die Rectascension (wegen des Factors $\sec \delta$) einen merklichen Einfluss erlangt.

Mittlere und scheinbare Oerter der Fixsterne.

73. Beobachtet man die Rectascension und Declination eines Fixsternes zur Zeit t , so findet man unmittelbar seinen scheinbaren (oder wahren) Ort, bezogen auf den Aequator und das scheinbare Aequinoctium zur Zeit t , und behaftet mit der Aberration der Fixsterne*). Befreit man dann den beobachteten Ort von der Aberration und Nutation, indem man den Betrag derselben, nach den im Vorhergehenden entwickelten Ausdrücken berechnet, mit entgegengesetztem Zeichen zu den beobachteten Coordinaten addirt, so erhält man den sogenannten mittleren Ort des Sternes, bezogen auf den mittleren Aequator und das mittlere Aequinoctium zur Zeit t .

Die Stern-Cataloge enthalten die mittleren Oerter der Sterne, nach der Rectascension geordnet. Da jedoch in Folge der Präcession diese Oerter mit der Zeit sich ändern, so geben die Cataloge die mittleren Oerter der Sterne für einen bestimmten Moment t_0 , die Epoche des Cataloges. Verlangt man dann den mittleren Ort für irgend eine andere Zeit t , so muss an den Ort des Cataloges noch die Präcession in der Zwischenzeit angebracht werden.

*) Hiebei wird von der Parallaxe, als verschwindend, abgesehen und vorausgesetzt, dass die Beobachtung wegen der Refraction bereits corrigirt sei, im Falle sie damit behaftet war.

74. Ausser der durch die Präcession bewirkten Veränderung sind die mittleren Oerter der Sterne noch einer kleinen Aenderung unterworfen, welche von der eigenen Bewegung der Fixsterne herrührt. Man lernt diese kennen, wenn man zwei durch einen längeren Zeitraum von einander getrennte Beobachtungen eines Sternes miteinander vergleicht. Befreit man beide Beobachtungen von der Aberration und reducirt dieselben auf ein gemeinschaftliches mittleres Aequinoctium, so ist der Unterschied in beiden Oertern das Resultat der Eigenbewegung in der Zwischenzeit. Die auf diese Weise gefundene Eigenbewegung ist eigentlich das Resultat zweier Bewegungen: einerseits der absoluten Bewegung des Sternes im Raume, anderseits einer bloss parallactischen Bewegung desselben, hervorgerufen durch die Bewegung unserer Sonne, an welcher auch die Planeten Theil nehmen und in Folge welcher sich der Standpunct des Beobachters ändert; so lange es sich aber bloss um die Oerter der einzelnen Sterne handelt, ist es nicht nothwendig, diese beiden Componenten von einander zu trennen. Die Eigenbewegungen der Fixsterne sind durchaus klein (die grösste bisher gefundene erreicht nicht 8'' jährlich im grössten Kreise), und können als gleichförmig oder der Zeit proportional und in einem grössten Kreise stattfindend angenommen werden. Die auf den Aequator bezogenen Componenten der Eigenbewegung (d. i. die Eigenbewegung in A. R. und Declination) sind mit der Zeit veränderlich, weil die Lage der Ebene des Aequators in Folge der Präcession sich im Raume ändert; doch sind diese Veränderungen nur für die dem Pole nahe stehenden Sterne merklich.

75. Um den mittleren Ort eines Sternes aus einem Cataloge, dessen Epoche $= t_0$ ist, für irgend eine andere Zeit t bequemer zu finden, wird in den Catalogen nebst der Eigenbewegung (*motus proprius*), im Falle diese für den betreffenden Stern bekannt ist, auch die jährliche Präcession in Rectascension und Declination, nach den Formeln (102) berechnet, angeführt. Diese ist aber bekanntlich selbst veränderlich und gilt daher in dem angeführten Betrage für die Epoche des Cataloges; die vollständigeren Cataloge enthalten dann noch die Veränderung der jährlichen Präcession in 100 Jahren (*Variatio saecularis*), wodurch die Rechnung sehr einfach wird*).

Sei p die jährliche Präcession für die Epoche t_0 des Cataloges, Δp die Variatio saecularis, t die Zeit, auf welche der mittlere Ort übertragen werden soll, also $t - t_0$ der Zeitraum, für welchen die Präcession gesucht wird, so ist:

$$p \quad \text{die jährliche Präcession zur Zeit } t_0,$$

$$p + \frac{\Delta p}{100} (t - t_0) \quad \text{die jährliche Präcession zur Zeit } t;$$

*) Differenzirt man die Glgn. (102) nach m, n, a, δ , so wie die (103) nach t , so erhält man die Aenderung der Präcession in 1 Jahre, durch deren Multiplication mit 100 sich die Veränderung in 100 Jahren ergibt.

$$\delta' = \delta + \tau \cdot n \cos \alpha + \tau \mu' \dots \dots \dots \text{Präc. u. Eigenbew.}$$

$$\left. \begin{aligned} & - \left[\begin{aligned} & 6''.8650 \sin \delta \delta - 0''.0825 \sin 2 \delta \delta + 0''.5055 \sin 2 \odot \\ & - 0''.0509 \sin (\odot - P) + 0''.0085 \sin (\odot + P) \end{aligned} \right] \cos \alpha \\ & + \left[\begin{aligned} & 9''.2231 \cos \delta \delta - 0''.0897 \cos 2 \delta \delta + 0''.5510 \cos 2 \odot \\ & + 0''.0093 \cos (\odot + P) \end{aligned} \right] \sin \alpha \end{aligned} \right\} \text{Nutation}$$

$$\left. \begin{aligned} & - 20''.4451 \cos \odot (\sin \varepsilon \cos \delta - \cos \varepsilon \sin \delta \sin \alpha) \\ & - 20''.4451 \sin \odot \sin \delta \cos \alpha \end{aligned} \right\} \text{Aberr.}$$

Setzen wir nun:

$$\begin{aligned} 6''.8650 &= n i & 15''.8148 &= m i + h \\ 0.0825 &= n i' & 0.1902 &= m i' + h' \\ 0.5055 &= n i'' & 1.1644 &= m i'' + h'' \\ 0.0509 &= n i''' & 0.1173 &= m i''' + h''' \\ 0.0085 &= n i^{iv} & 0.0195 &= m i^{iv} + h^{iv}, \end{aligned} \tag{a}$$

wo m und n die beiden Constanten der Präcession in Rectascension und Declination [Gln. (103)] bedeuten, so können die obigen Ausdrücke in folgender Weise geschrieben werden:

$$\alpha' = \alpha + \left[\begin{aligned} & \tau - i \sin \delta \delta + i' \sin 2 \delta \delta - i'' \sin 2 \odot \\ & + i''' \sin (\odot - P) - i^{iv} \sin (\odot + P) \end{aligned} \right] (m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta)$$

$$- \left[\begin{aligned} & 9''.2231 \cos \delta \delta - 0''.0897 \cos 2 \delta \delta + 0''.5510 \cos 2 \odot \\ & + 0''.0093 \cos (\odot + P) \end{aligned} \right] \cos \alpha \operatorname{tg} \delta$$

$$- 20''.4451 \cos \varepsilon \cos \odot \cos \alpha \sec \delta - 20''.4451 \sin \odot \sin \alpha \sec \delta$$

$$- h \sin \delta \delta + h' \sin 2 \delta \delta - h'' \sin 2 \odot + h''' \sin (\odot - P) - h^{iv} \sin (\odot + P)$$

$$+ \tau \mu.$$

$$\delta' = \delta + \left[\begin{aligned} & \tau - i \sin \delta \delta + i' \sin 2 \delta \delta - i'' \sin 2 \odot \\ & + i''' \sin (\odot - P) - i^{iv} \sin (\odot + P) \end{aligned} \right] n \cos \alpha$$

$$+ \left[\begin{aligned} & 9''.2231 \cos \delta \delta - 0''.0897 \cos 2 \delta \delta + 0''.5510 \cos 2 \odot \\ & + 0''.0093 \cos (\odot + P) \end{aligned} \right] \sin \alpha$$

$$- 20''.4451 \cos \odot (\sin \varepsilon \cos \delta - \cos \varepsilon \sin \delta \sin \alpha)$$

$$- 20''.4451 \sin \odot \sin \delta \cos \alpha$$

$$+ \tau \mu'.$$

Führen wir daher, nach Bessel, folgende Bezeichnungen ein:

$$\begin{aligned} A &= \tau - i \sin \delta \delta + i' \sin 2 \delta \delta - i'' \sin 2 \odot + i''' \sin (\odot - P) - i^{iv} \sin (\odot + P) \\ B &= - 9''.2231 \cos \delta \delta + 0''.0897 \cos 2 \delta \delta - 0''.5510 \cos 2 \odot - 0''.0093 \cos (\odot + P) \\ C &= - 20''.4451 \cos \varepsilon \cos \odot \\ D &= - 20''.4451 \sin \odot \\ E &= - h \sin \delta \delta + h' \sin 2 \delta \delta - h'' \sin 2 \odot, \end{aligned} \tag{116}$$

$$\begin{aligned} a &= m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta & a' &= n \cos \alpha \\ b &= \cos \alpha \operatorname{tg} \delta & b' &= - \sin \alpha \\ c &= \cos \alpha \sec \delta & c' &= \operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta \\ d &= \sin \alpha \sec \delta & d' &= \cos \alpha \sin \delta, \end{aligned} \tag{117}$$

so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= Aa + Bb + Cc + Dd + E + \tau\mu, \\ \delta' - \delta &= Aa' + Bb' + Cc' + Dd' + \tau\mu'. \end{aligned} \quad (118)$$

Die Grössen A, B, C, D, E sind, wie man sieht, von dem Orte des Sternes ganz unabhängig und gelten daher für alle Sterne gemeinschaftlich; als Functionen der mit der Zeit veränderlichen Grössen $\delta\delta, \odot$ u. s. w. können dieselben in Tafeln gebracht werden, deren Argument die Zeit ist. Die Grösse E ist immer sehr klein und kann meist vernachlässiget werden. Die Grössen $a, b, c, d, a', b', c', d'$ hingegen hängen nur von dem Orte des Sternes ab; sie sind zwar mit diesem in Folge der Präcession veränderlich, doch ist diese Aenderung eine sehr langsame, so dass ihre Werthe, einmal berechnet, für längere Zeit beibehalten werden können, daher auch in manchen Stern-Catalogen die Logarithmen dieser Grössen aufgenommen sind. Man sieht, dass a, a' die jährliche Präcession des Sternes in A. R. und Declination bedeuten; eben so wird man leicht bemerken, dass $Cc + Dd$ die jährliche Aberration in A. R., $Cc' + Dd'$ die jährliche Aberration in Declination darstellt.

Die Grössen $i, i', \dots h, h', \dots$ findet man leicht aus den Gln. (a) mit Zuziehung der Gln. (103). Ihre Werthe sind für 1800:

$$\begin{aligned} i &= 0.34223, & i' &= 0.00411, & i'' &= 0.02520, & i''' &= 0.00254, & i^{iv} &= 0.00042, \\ h &= 0''.0572 & & & h'' &= 0''.0041 & & & & \end{aligned}$$

Die Grössen h', h''' und h^{iv} sind unmerklich. Für 1900 wird

$$i = 0''.34255, \quad h = 0''.0491, \quad h'' = 0''.0028;$$

die Werthe der anderen Grössen ändern sich nicht merklich.

In dem Ausdrücke von A können die beiden in i''' und i^{iv} multiplicirten Glieder in eines zusammengezogen werden. Setzt man nämlich:

$$\begin{aligned} (i''' - i^{iv}) \cos P &= q \cos Q \\ -(i''' + i^{iv}) \sin P &= q \sin Q, \end{aligned}$$

so wird:

$$i''' \sin(\odot - P) - i^{iv} \sin(\odot + P) = q \sin(\odot + Q).$$

Es ist aber für 1800: $P = 279^\circ 30'$; für 1900: $P = 281^\circ 13'$; hiemit wird die Summe dieser beiden Glieder:

$$\text{für 1800: } + 0.00294 \sin(\odot + 83^\circ 11')$$

$$\text{für 1900: } + 0.00293 \sin(\odot + 81^\circ 57')$$

In den Tabulis Regiomontanis hat nun Bessel Tafeln gegeben, welche die Logarithmen der Grössen A, B, C, D sammt der Grösse E von 1750 bis 1850 von 10 zu 10 Tagen berechnet enthalten, von Zech bis 1860, von Wolfers in den Tabulis Reductionum bis 1880 fortgesetzt wurden, und jährlich in den astronomischen Ephemeriden für das betreffende Jahr aufgenommen sind.

77. Im Vorhergehenden wurde der Ausdruck „Anfang des Jahres“ gebraucht, ohne diesen Moment näher zu bestimmen. Wählt man nun, wie gewöhnlich, hiefür den mittleren Mittag des 0^{ten} oder 1^{ten} Januar, so wird offenbar noch die Angabe des Meridians erfordert, auf dessen mittleren Mittag sich der Jahresanfang bezieht, weil dieser Epoche unter jedem Meridian ein anderer absoluter Zeitmoment entspricht.

Für die Einrichtung der oberwähnten Tafeln ist es aber von Vortheil, den Anfang des Jahres von einem absoluten, nicht an einen bestimmten Meridian, sondern vielmehr an die Bewegung der Sonne geknüpften Moment zu zählen; da nun am Anfang des Jahres die mittlere Länge der Sonne immer in der Nähe von 280° sich befindet [§. 67, Gl. A], so hat Bessel als Jahresanfang jenen Moment gewählt, in welchem die mittlere Länge der Sonne $= 280^{\circ}$ oder die Rectascension der mittleren Sonne $= 18^h 40^m$ ist; er zählt in diesem Augenblicke Januar 0.0, welches Datum gleichbedeutend ist mit December 31.0 des vorhergehenden Jahres, und nennt das in diesem Momente beginnende Jahr das fingirte Jahr (*annus fictus*). Für jenen Meridian, für welchen am 0. Januar im mittleren Mittag die mittlere Länge der \odot gleich 280° oder (§. 67) die Sternzeit $= 18^h 40^m$ ist, fällt also das fingirte Jahr mit dem bürgerlichen zusammen; dieser Meridian, welcher im Folgenden der Kürze wegen der Haupt-Meridian genannt werden mag, ist offenbar in jedem Jahre ein anderer, weil die Dauer eines Jahres nicht eine ganze Anzahl von Tagen beträgt.

Es ist leicht, die Lage des Haupt-Meridians zu bestimmen. Sei dieser PO (Fig. 24), k dessen Länge vom Meridiane von Paris PW , positiv gezählt, wenn PO östlich von Paris; E die mittlere Länge der Sonne im mittleren Mittage Januar 0, zu Paris. Da nun am 0. Januar im mittleren Mittag des Haupt-Meridians die mittlere Länge der Sonne oder die Rectascension der mittleren Sonne $= 280^{\circ} = 18^h 40^m$ ist, so ist k offenbar die Zeit, welche die mittlere Sonne braucht, um ihre Rectascension von $18^h 40^m$ auf E zu bringen, also:

$$k = \frac{E - 18^h 40^m}{\text{mittl. tägl. Beweg.}} = \frac{E - 18^h 40^m}{236^s.55536}.$$

Die Gl. (A) [§. 67] gibt die Epoche E nach den Sonnentafeln von Hansen; durch Substitution dieses Werthes und Ausführung der Division erhält man:

$$k = 0.289886 + 0.00779967 t + 0.000000034424 t^2 - \frac{1}{4} f,$$

wo $t =$ Jahrzahl $- 1850$, f der Rest nach der Division der Jahrzahl durch 4, und k in Theilen des Tages ausgedrückt ist. Durch Multiplication mit 24 kommt:

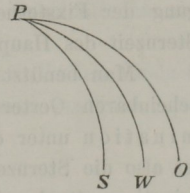


Fig. 24.

$$k = 6^h 57^m 26^s.13 + (11^m 13^s.8872)t + 0^s.002974 t^2 - f.6^h.$$

Man sieht leicht, dass $-k$, d. i. Januar 0.0 $-k$ die mittlere Pariser Zeit des Anfanges des *annus fictus* ist.

Z. B. Für 1869 ist $t = 19$, $f = 1$; hiemit wird $k = +0^d.188092 = +4^h 30^m 51^s.1$, d. i. im Jahre 1869 liegt der Hauptmeridian um $4^h 30^m 51^s.1$ östlich von Paris, und die mittlere Pariser Zeit des Anfanges des *annus fictus* ist 1869, Januar 0.0 $-(4^h 30^m 51^s.1) = 1868$, December 30, $19^h 29^m 8^s.9$.

Es sei nun PS der Meridian eines beliebigen Ortes S , dessen Länge von Paris (westlich positiv gezählt) $= d$, so ist $k + d$ die östliche Länge des Hauptmeridians in Bezug auf den Meridian von S , und wenn für letzteren irgend eine Ortszeit T gegeben ist, so ist $T + k + d$ die demselben Momente entsprechende Ortszeit des Hauptmeridians. Diese Relation gilt offenbar, es mag in der gegebenen Zeit T dem Monatsdatum die Tageszeit in mittlerer oder Sternzeit beigelegt sein, so lange man, wie gewöhnlich, das Datum nach mittleren Tagen fortlaufend zählt.

In den von Bessel zur Reduction der Sternörter gegebenen Tafeln bilden aber nicht die mittleren Tage, sondern die vom Anfange des fingirten Jahres gezählten Sterntage das Argument, also jene Tage, welche in dem Augenblicke beginnen, wo unter dem Hauptmeridiane die Sternzeit $= 18^h 40^m$ ist, weil eben der Sterntag die Periode der täglichen Bewegung der Fixsterne ist. Diese Tafeln gelten daher unmittelbar für $18^h 40^m$ Sternzeit des Hauptmeridians.

Man benützt aber diese Tafeln vorzüglich, um aus dem mittleren die scheinbaren Oerter der Fixsterne (oder umgekehrt) zur Zeit ihrer Culmination unter einem bestimmten Meridiane zu berechnen; in diesem Falle ist also die Sternzeit irgend welchen Datums eines Ortes, nämlich die Culminationszeit des betreffenden Sternes ($=$ der Rectascension desselben) die gegebene Epoche, für welche die Grössen A, B, \dots der Tafel zu entnehmen sind. Das Argument, mit welchem in die Tafeln einzugehen ist, wird daher die seit Beginn des *annus fictus* bis zur gegebenen Culmination verfllossene Zeit sein, ausgedrückt in Sterntagen. Um diese zu finden, wird man offenbar nur zu bestimmen haben: 1) um wie viel die erste nach dem Anfange des fingirten Jahres eintretende Culmination von diesem Anfange abstand, und 2) die wievielte in der Reihe der auf einander folgenden Culminationen diejenige ist, für welche man in die Tafel eingehen will, welch' letztere Bestimmung sich leicht aus dem Datum ergeben wird.

Da nun das fingirte Jahr in dem Momente beginnt, in welchem die Rectascension der mittleren Sonne $= 18^h 40^m$, oder die Sternzeit im mittleren Mittag des Hauptmeridians $= 18^h 40^m$ ist, so wird von dieser Epoche bis zur nächstfolgenden Culmination eines Fixsternes, dessen Rectascension $= \alpha$

ist, unter dem Hauptmeridian die Zeit:

$$\alpha' = \alpha - 18^h 40^m, \text{ oder } \alpha' = \alpha + 24^h - 18^h 40^m = \alpha + 5^h 20^m$$

verfliessen, je nachdem $\alpha >$ oder $< 18^h 40^m$ ist. Zur Zeit dieser ersten Culmination des Sternes unter einem anderen Meridian, dessen westliche Länge vom Hauptmeridian $= k + d$ ist, wird daher vom Beginne des fingirten Jahres die Zeit:

$$\alpha' + k + d$$

verflossen sein. Diese Grösse ist daher das Argument, mit welchem in die Tafel für die erste Culmination am 0. Januar einzugehen ist.

Die Tafeln geben nun die Logarithmen der Grössen A , B , etc. von 10 zu 10 Sterntagen des *annus fictus* (Januar 0, 10, 20, etc.); das Argument für die Sternzeit α an irgend einem Datum des Jahres wird daher sein:

$$\text{Datum} + \alpha' + k + d,$$

vorausgesetzt, dass, da das Datum bekanntlich nach mittleren Tagen fortläuft, mit jedem mittleren Tage eine und nur eine Culmination des Fixsternes, dessen A. R. $= \alpha$ ist, sich vollzieht. Dies wird auch der Fall sein bis auf einen und zwar jenen mittleren Tag des Jahres, an welchem die mittlere Rectascension der Sonne $= \alpha$ wird, an welchem Tage nothwendig zwei Culminationen des Sternes stattfinden müssen*). Bis zu dieser Epoche bildet daher der obige Ausdruck das Argument; nach derselben ist demselben noch 1 Tag hinzuzufügen, damit in der Reihe der auf einander folgenden Culminationen nicht eine derselben verloren gehe.

Man kann daher kurz sagen: das Argument der Bessel'schen Tafeln für die Sternzeit α an irgend einem Datum eines Ortes, dessen westliche Länge vom Hauptmeridian $= k + d$, ist:

$$\text{Datum} + \alpha' + k + d + i,$$

wo 1) $\alpha' = \alpha - 18^h 40^m$, oder $\alpha' = \alpha + 5^h 20^m$, je nachdem $\alpha >$ oder $< 18^h 40^m$ ist; und 2) $i = 0$ vom Anfang des Jahres bis zu jenem Tage, an welchem die A. R. der mittleren Sonne $= \alpha$ wird; nach demselben $i = 1$ Tag oder $= 24^h$.

Hiebei ist d die westliche Länge des Ortes von Paris, und, für diesen Zweck hinreichend genau, in Theilen des Tages:

*) So ist z. B. die Rectascension, also die Sternzeit der Culmination, von α Ursae maj. im J. 1869 $= 10^h 55^m.6$, und die Sternzeit (d. i. die wahre A. R. der mittleren \odot) im mittleren Mittag zu Berlin:

am 4. September $10^h 54^m.4$,

am 5. September $10 58 4$.

Der Stern culminirt daher am 4. September zweimal, das erstemal $1^m.2$ nach dem Beginn dieses Tages, das zweitemal $2^m.8$ vor Anfang des 5. September.

$$k = 0.290 + 0.00780t - \frac{1}{4}f,$$

wo t und f die obige Bedeutung haben.

Es ist übrigens zu bemerken, dass die Tafel vermöge ihrer logarithmischen Form und des beträchtlichen Intervalls von 10 Tagen zur Interpolation nicht geeignet ist; man wird daher die Correctionen $\alpha' - \alpha$ und $\delta' - \delta$ zunächst für die Epochen der Tafel berechnen, und erst an diesen Correctionen die Interpolation vornehmen.

Beispiel. Man berechne eine Ephemeride des scheinbaren Ortes von α Cassiopejæ für August 1869, für die Zeit der oberen Culmination in Wien.

Der mittlere Ort für den Anfang des Jahres 1869.0 ist:

$$\alpha = 0^h 33^m 5^s.281, \quad \delta = + 55^\circ 49' 6''.75;$$

jährliche Eigenbewegung in A. R.: $\mu = + 0^s.0066$, in Decl.: $\mu' = + 0''.0645$; ferner hat man für 1869.0 nach den Glgn. (93) und (102):

$$\varepsilon = 23^\circ 27' 20''; \quad m = 46''.0650, \quad n = 20''.0529.$$

Hiemit berechnet man nach den Formeln (117):

$$\begin{aligned} \log a &= 0.5256, & \log b &= 8.9874, & \log c &= 9.0698, & \log d &= 8.2323, & \log \mu &= 7.820 \\ \log a' &= 1.2976, & \log b' &= 9.1580_n, & \log c' &= 9.0960, & \log d' &= 9.9131, & \log \mu' &= 8.810 \end{aligned}$$

Dem Berliner Jahrbuche für 1869 entnimmt man:

	$\log A$	$\log B$	$\log C$	$\log D$	E	$\log \tau$
Juli 29,	9.5061	0.7619	1.0382	1.2207 _n	-0 ^s .003	9.758
Aug. 8,	9.5403	0.7428	1.1238	1.1589 _n	-0.003	9.779
18,	9.5689	0.7228	1.1851	1.0720 _n	-0.003	9.798
28,	9.5930	0.7035	1.2281	0.9469 _n	-0.003	9.816

Man bildet nun nach Vorschrift der Formeln (118) die Grössen: $\log Aa$, $\log Bb$, etc. und erhält durch Addition der entsprechenden Zahlen:

	$\alpha' - \alpha$	$\delta' - \delta$
Juli 29	+2 ^s .636	-6''.68
Aug. 8	+3.018	-4.02
18	+3.353	-1.12
28	+3.641	+1.95,

welche Zahlen noch für die Epochen der Tafel gelten. Um dieselben auf die Zeit der oberen Culmination in Wien zu übertragen, hat man, behufs Bildung des Argumentes, für 1869: $k = + 0^d.188$ (Beisp. S. 182); Wien's Länge von Paris, östlich: $d = - 56^m 10^s.4 = - 0^d.039$, folglich $k + d = + 0^d.149$. Ferner, da $\alpha < 18^h 40^m$: $\alpha' = \alpha + 5^h 20^m = 5^h 53^m = 0^d.245$; endlich $i = 1^d$, weil die Rectascension der mittleren Sonne am 30. März, also vor der Zeit, für welche wir rechnen, der Rectascension α des Sternes gleich wird. Das Argument ist daher: Datum $+ 1^d + 0^d.245 + 0^d.149 =$ Datum $+ 1^d.394$. Man

hat also um $n = 1.394$ Tage nach vorwärts zu interpoliren; setzt man das 10tägige Intervall $= 1$, so ist $n = 0.1394$ oder genau genug $n = 0.14$. Hiedurch erhält man folgende Werthe der Correctionen, und endlich durch Hinzufügung derselben zum mittleren Orte am Anfange des Jahres die scheinbaren Orte für die Zeit der oberen Culmination in Wien:

	$\alpha' - \alpha$	$\delta' - \delta$	α'	δ'
Juli 29	+ 2 ^s .692	- 6 ^u .32	0 ^h 33 ^m 7 ^s .97	+ 55° 49' 0 ^u .4
Aug. 8	+ 3.068	- 3.62	8.35	3.1
18	+ 3.396	- 0.70	8.68	6.0
28	+ 3.678	+ 2.39	8.96	9.1

Der Nautical-Almanac gibt die Logarithmen der Hilfsgrößen A, B, C, D für jeden Tag des Jahres und zwar für die Zeit der mittleren Mitternacht von Greenwich; beim Gebrauche dieser Tafeln ist also einfach die mittlere Greenwicher Zeit das Argument. Dabei ist zu bemerken, dass die nach dem Vorgange Bessel's im Berliner Jahrbuche mit A, B, C, D bezeichneten Ausdrücke (116) im Nautical-Almanac in derselben Ordnung mit C, D, A, B bezeichnet sind, worauf bei der Combination mit den Größen a, b , etc. zu achten ist.

78. Das im Vorhergehenden gelehrt Verfahren zur Reduction vom mittleren auf den scheinbaren Ort ist dann sehr bequem, wenn man die Werthe von a, b, c, \dots für den betreffenden Stern einem Sterncataloge entnehmen kann, oder wenn eine ganze Reihe von Oertern eines Sternes, eine sogenannte Ephemeride desselben zu berechnen ist (wie im vorhergehenden Beispiel), weil dann die Constanten a, b, c, \dots für alle Oerter nur einmal zu berechnen sind. Sucht man aber nur einen einzelnen Ort, so bedient man sich mit Vortheil der folgenden gleichfalls von Bessel herrührenden Formeln.

Da, wie schon früher bemerkt, die Summen $Cc + Dd$, so wie $Cc' + Dd'$ in den Gln. (118) die jährliche Aberration des Sternes in A. R. und Declination darstellen, so kann man vermöge der Gln. (110), setzen:

$$Cc + Dd = h \sin(H + \alpha) \sec \delta,$$

$$Cc' + Dd' = h \cos(H + \alpha) \sin \delta + i \cos \delta,$$

wo die Größen h, H und i durch die Gln. (109) als Funktionen von \odot und ϵ gegeben sind, somit in Tafeln mit dem Argumente: Zeit gebracht werden können.

Die übrigen Glieder in (118) sind dann:

$$Aa + Bb + E = Am + An \sin \alpha \operatorname{tg} \delta + B \cos \alpha \operatorname{tg} \delta + E$$

$$Aa' + Bb' = An \cos \alpha - B \sin \alpha.$$

Setzt man nun:

$$f = Am + E, \quad An = g \cos G,$$

$$B = g \sin G,$$

so wird:

$$\begin{aligned} Aa + Bb + E &= g \sin(G + \alpha) \operatorname{tg} \delta + f, \\ Aa' + Bb' &= g \cos(G + \alpha), \end{aligned}$$

wo die Grössen g , G und f wieder nur von der Zeit abhängen und mit derselben als Argument tabulirt werden können.

Die vollständigen Formeln sind daher:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= g \sin(G + \alpha) \operatorname{tg} \delta + h \sin(H + \alpha) \operatorname{sec} \delta + f + \tau \mu, \\ \delta' - \delta &= g \cos(G + \alpha) + h \cos(H + \alpha) \sin \delta + i \cos \delta + \tau \mu'. \end{aligned} \quad (119)$$

Das Berliner Jahrbuch gibt die Werthe von f , $\log g$, G , $\log h$, H , $\log i$ für jeden Tag des Jahres, der Nautical-Almanac von 5 zu 5 Tagen, beide für mittlere Mitternacht des Meridians der Ephemeride. Das Argument dieser Tafeln ist also die mittlere Zeit.

Beispiel. Man suche den scheinbaren Ort von α Cassiopejæ für 1869, August 18, obere Culmination zu Wien.

Es ist Sternzeit der Culmination $= 0^h 33^m 5^s = 14^h 43^m$ mittlere Wiener Zeit $= 14^h 31^m$ mittlere Berliner Zeit, für welche Zeit man dem Berliner Jahrbuche die Grössen:

$$\begin{aligned} f &= + 17''.17, & \log g &= 0.9614, & G &= 35^\circ 0'.3, & \log h &= 1.2855, & H &= 126^\circ 15'.7, \\ & & & & & & \log i &= 0.8293 \end{aligned}$$

entnimmt. Ferner ist $\mu = + 0''.099$, $\mu' = + 0''.0645$; $\tau = 0.632$.

Man hat nun: $\alpha = 8^\circ 16'.3$; $G + \alpha = 43^\circ 17'$, $H + \alpha = 134^\circ 32'$.

$\log g = 0.9614$	$\log h = 1.2855$	$\log i = 0.8293$
$\log \sin(G + \alpha) = 9.8361$	$\log \sin(H + \alpha) = 9.8530$	$\log \cos \delta = 9.7496$
$\log \cos(G + \alpha) = 9.8621$	$\log \cos(H + \alpha) = 9.8459_n$	$\log i \cos \delta = 0.5789$
$\log \operatorname{tg} \delta = 0.1680$	$\log \operatorname{sec} \delta = 0.2504$	
	$\log \sin \delta = 9.9176$	
$\log g \sin(G + \alpha) \operatorname{tg} \delta = 0.9655$	$\log h \sin(H + \alpha) \operatorname{sec} \delta = 1.3889$	
$\log g \cos(G + \alpha) = 0.8235$	$\log h \cos(H + \alpha) \sin \delta = 1.0490_n$	
$g \sin(G + \alpha) \operatorname{tg} \delta = + 9''.236$	$g \cos(G + \alpha) = + 6''.660$	
$h \sin(H + \alpha) \operatorname{sec} \delta = + 24.485$	$h \cos(H + \alpha) \sin \delta = - 11.195$	
$f = + 17.17$	$i \cos \delta = + 3.792$	
$\tau \mu = + 0.062$	$\tau \mu' = + 0.041$	
$\alpha' - \alpha = + 50''.95$	$\delta' - \delta = - 0''.70$	
$= + 3^s.397$		

übereinstimmend mit dem im vorhergehenden §. erhaltenen Resultate.