oder, wenn man den constanten Theil des letzten Gliedes mit dem ersten Gliede vereinigt:

$$E = 18^h\, 41^m\, 8^s.574 + 1^s.84504\, t + 0^s.00000814322\, t^2 - 59^s.1388 f. \qquad (A)$$

In Schaltjahren gilt, für $f = 0$, der Werth von E für Januar 1.0. Um die Epoche auf einen anderen Meridian zu übertragen, dessen Längenunterschied von Paris $= d$ Stunden ist, westlich positiv genommen, hat man noch die Grösse $+ 9^s.85648\, d$ hinzuzufügen, wo $9^s.85648$ die mittlere Bewegung in 1 Stunde.

Beispiel. Man suche die Sternzeit im mittleren Mittage zu Berlin, 1869, September 17. — Hier ist $t = 19$, $f = 1$, $d = -44^m\, 14^s.0 = -0^h.7372$, und die Zwischenzeit von Januar 0.0 bis September 17.0 gleich 260 Tage. Mit diesen Werthen von t und f erhält man aus (A):

$E =$ mittl. Länge zu Paris, 1869, Januar 0.0	$= 18^h\ 40^m\ 44^s.494$
Reduction auf Berlin $= -0.7372 \times 9^s.85648$	$= -\quad 7.266$
Mittlere Länge zu Berlin, 1869, Januar 0.0	$= 18\ 40\ 37.228$
Bewegung in 260 Tagen $= (3^m\ 56^s.55536) \times 260$	$= 17\ \ 5\ \ 4.394$
Nutation in Rectascension	$= -\quad 0.870$
Sternzeit im mittl. Mittag zu Berlin, 1869, Sept. 17	$= 11\ 45\ 40.75,$

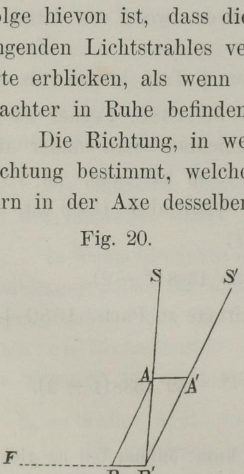
übereinstimmend mit der Angabe des Berliner Jahrbuches.

Die Aberration der Fixsterne.

68. Das Licht pflanzt sich bekanntlich nicht momentan, sondern mit einer gewissen Geschwindigkeit fort, welche, wie gross sie auch sein mag (nahe 41000 geogr. Meilen in 1^s), doch zur Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn (nahe 4,12 geogr. M.) in einem angebbaren Verhältnisse steht. Die Folge hievon ist, dass die Richtung eines von einem Gestirne zum Auge gelangenden Lichtstrahles verändert wird, und wir das Gestirn an einem anderen Orte erblicken, als wenn sich das Licht momentan fortpflanzen, oder der Beobachter in Ruhe befinden würde.

Die Richtung, in welcher uns ein Stern erscheint, ist offenbar durch die Richtung bestimmt, welche wir einem Fernrohre geben müssen, damit das Gestirn in der Axe desselben gesehen werde. Unterscheiden wir hiebei zwei Zeitmomente t und t', in welchen der Strahl beziehungsweise beim Objective ein- und aus dem Oculare austritt. Sei (Fig. 20) SB' ein von einem als im Raume unbeweglich vorausgesetzten Sterne kommender Lichtstrahl, A der Ort des Objectivs zur Zeit t, AB' der Weg des Strahles in der Zeit $t' - t$, so muss der Strahl zur Zeit t' das Ocular in B' finden, damit ihm der Austritt aus dem Fernrohre möglich sei. Ist daher BB' die Bewegung des Beobachters

Fig. 20.



oder des Fernrohres in der Zeit $t'-t$, so wird zur Zeit t, wo das Objectiv in A sich befindet, das Ocular sich in B befinden, somit das Fernrohr die Richtung BA haben müssen, damit es, zur Zeit t' in die zu AB parallele Lage $A'B'$ gelangt, dem Strahle den Austritt bei B' gestatte. Es ist daher $B'A'$ die scheinbare Richtung des Strahles, welche wir beobachten, während BA die wahre Richtung darstellt, oder es ist S der wahre, S' der scheinbare Ort des Sternes. Der Unterschied beider Richtungen, d. i. der Winkel $SB'S'$ heisst die Aberration der Fixsterne.

Wie man sieht, ist der scheinbare Ort S' dem wahren Orte S voraus in der Richtung, nach welcher sich der Beobachter bewegt; eben so ist klar, dass die scheinbare Richtung $B'S'$ in der Ebene liegen muss, welche durch BB', d. i. die Richtung der Bewegung des Beobachters und durch die Richtung $B'S$ nach dem wahren Orte des Sternes gelegt werden kann. Diese Ebene schneidet die scheinbare Himmelskugel in einem grössten Kreise, welcher durch den wahren Ort S und durch jenen Punct der Himmelskugel geht, in welchem dieselbe von der etwa nach rückwärts verlängerten Richtung $B'B$ der Bewegung des Beobachters getroffen wird, oder von welchem der Beobachter zu kommen scheint; in diesem grössten Kreise liegt daher auch der scheinbare Ort S' des Sternes, und zwar um den dem Winkel $SB'S'$ entsprechenden Bogen SS' nach vorwärts im Sinne der Bewegung des Beobachters.

Seien $\eta = \angle FB'S$, $\eta' = \angle FB'S'$ die Winkel, welche beziehungsweise die wahre und scheinbare Richtung des Sternes mit der nach rückwärts verlängerten Richtung der Bewegung des Beobachters einschliessen, d. i. die Bögen des oberwähnten grössten Kreises zwischen dem Puncte F der scheinbaren Himmelskugel, von welchem die Erde zu kommen scheint, bis zum wahren und scheinbaren Orte des Sternes; $v = BB' = AA'$ die Geschwindigkeit des Beobachters, $V = AB'$ die Geschwindigkeit des Lichtes, so ist $\angle AB'A' = \eta' - \eta$, und man hat aus dem Dreiecke $AB'A' : V : v = \sin\eta' : \sin(\eta' - \eta)$, somit, da $\eta' - \eta$ ein sehr kleiner Winkel:

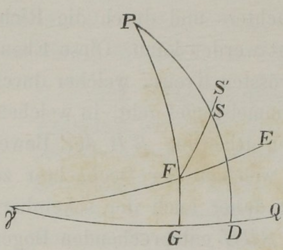
$$\eta' - \eta = \frac{v}{V \sin 1''} \sin\eta' = k \sin\eta', \tag{107}$$

welche Gleichung den Winkel $SB'S' = \operatorname{arc} SS'$, d. i. den Betrag der Aberration im grössten Kreise bestimmt; es handelt sich nun darum, den Einfluss dieser Ortsveränderung auf die Coordinaten eines Fixsternes zu untersuchen.

Die Bewegung des Beobachters ist aber eine doppelte, insoferne derselbe an der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne, und an der täglichen Umdrehung derselben um ihre Axe theilnimmt. Den von der ersteren herrührenden Theil der Aberration nennt man die jährliche Aberration der Fixsterne, den aus der täglichen Bewegung entspringenden weit kleineren Theil die tägliche Aberration. Wir werden jeden dieser Theile besonders betrachten.

69. Jährliche Aberration der Fixsterne in Rectascension und Declination. Die Richtung der Bewegung der Erde in ihrer jährlichen Bahn um die Sonne ist in jedem Puncte durch die Tangente der Bahncurve gegeben, welche offenbar in der Ebene der Erdbahn liegt und somit, nach rückwärts in der der Bewegung der Erde entgegengesetzten Richtung verlängert, die scheinbare Himmelskugel in einem Puncte F der Ekliptik trifft, von welchem die Erde in diesem Augenblicke zu kommen scheint. Nehmen wir die Bahn der Erde um die Sonne als kreisförmig an, so steht die Tangente in jedem Augenblicke senkrecht auf der vom Mittelpuncte der Erde zum Mittelpuncte der Sonne gezogenen Richtung, deren Länge die wahre Länge der Sonne ist. Bezeichnen wir daher diese mit $\odot$, so ist $\odot + 90^0$ die Länge des Punctes F der Ekliptik.

Fig. 21.



Es seien nun in Fig. 21 γQ der Aequator, P der Pol desselben, γE die Ekliptik, F der eben besprochene Punct derselben, von welchem die Erde zu kommen scheint, S ein Stern, dessen Rectascension und Declination α, δ; PD und PG die durch S und F gelegten Declinationskreise. Zufolge dem im vorigen §. Gesagten liegt nun der scheinbare Ort S', dessen Rectascension und Declination mit α', δ' bezeichnet werden möge, in der Verlängerung des grössten Kreisbogens $FS = \eta$, und es geht offenbar α in α', so wie δ in δ' über, wenn wir $FS = \eta$ um

$$SS' = \Delta\eta = \eta' - \eta = k \sin\eta'$$

zunehmen lassen; betrachten wir daher α und δ als Functionen von η, so haben wir vermöge des Taylor'schen Satzes:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= \frac{d\alpha}{d\eta}\Delta\eta + \frac{1}{2}\frac{d^2\alpha}{d\eta^2}\Delta\eta^2, \\ \delta' - \delta &= \frac{d\delta}{d\eta}\Delta\eta + \frac{1}{2}\frac{d^2\delta}{d\eta^2}\Delta\eta^2. \end{aligned} \tag{a}$$

Sei nun A, D Rectascension und Declination des Punctes F, so ist im Dreiecke FPS:

$$FP = 90^0 - D,\ PS = 90^0 - \delta,\ FS = \eta,\ \angle FPS = \alpha - A,$$

und man hat aus diesem Dreiecke, wenn die Winkel $PFS = \varphi$, $PSF = \sigma$ gesetzt werden:

$$\begin{aligned} \sin\delta &= \cos\eta \sin D + \sin\eta \cos D \cos\varphi, \\ \cos\delta \cos\sigma &= \sin\eta \sin D - \cos\eta \cos D \cos\varphi, \end{aligned} \tag{b}$$

ferner:

$$\begin{aligned} \sin\eta \sin\sigma &= \cos D \sin(\alpha - A) \\ \sin\eta \cos\sigma &= \sin D \cos\delta - \cos D \sin\delta \cos(\alpha - A). \end{aligned} \tag{c}$$

Differenzirt man die 1[te] der Glgn. (b) nach η, und beachtet, dass D und φ bei einer Aenderung von η constant bleiben, so findet man mit Rücksicht auf die 2[te] der Gleichungen (b) und (c):

$$\frac{d\delta}{d\eta} = -\cos\sigma = -\frac{\sin D \cos\delta - \cos D \sin\delta \cos(\alpha - A)}{\sin\eta}.$$

Aus demselben Dreiecke erhält man ferner durch Anwendung der zwei letzten der Formeln (13) [§. 15]:

$$\sin\varphi \cos\eta = \cos(\alpha - A)\sin\sigma + \sin(\alpha - A)\cos\sigma \sin\delta$$
$$\sin\varphi \sin\eta = \sin(\alpha - A)\cos\delta,$$

und durch Differenziation der 2[ten] dieser Gleichungen:

$$\sin\varphi \cos\eta \, d\eta = \cos(\alpha - A)\cos\delta \, d\alpha - \sin(\alpha - A)\sin\delta \, d\delta;$$

setzt man hier für $d\delta$ den oben erhaltenen Werth $-\cos\sigma \, d\eta$, so kommt mit Rücksicht auf die 1[te] Gleichung:

$$\frac{d\alpha}{d\eta} = \sin\sigma \sec\delta = \frac{\cos D \sin(\alpha - A)\sec\delta}{\sin\eta}.$$

Es ist nun $\varDelta\eta = \eta' - \eta = k\sin\eta' = k\sin(\eta + \varDelta\eta) = k\sin\eta + k\varDelta\eta \sin 1'' \cos\eta$, oder, wenn man im 2[ten] Gliede für $\varDelta\eta$ den genäherten Werth $k\sin\eta$ setzt:

$$\varDelta\eta = k\sin\eta + k^2 \sin 1'' \sin\eta \cos\eta.$$

Beschränken wir uns nun auf die Glieder 1[ter] Ordnung in (a), so haben wir $\varDelta\eta = k\sin\eta$ zu setzen, und erhalten durch Substitution dieses Werthes, so wie der Werthe von $\frac{d\alpha}{d\eta}$ und $\frac{d\delta}{d\eta}$ in die Glgn. (a):

$$\alpha' - \alpha = k\cos D \sin(\alpha - A)\sec\delta$$
$$\delta' - \delta = k[\cos D \sin\delta \cos(\alpha - A) - \sin D \cos\delta].$$

Zur Bestimmung von A und D erhalten wir aber aus dem rechtwinkeligen Dreieck γFE, in welchem $\gamma F = \odot + 90^0$, $\gamma G = A$, $FG = D$, und der Winkel $F\gamma G = \varepsilon$ die Schiefe der Ekliptik ist, durch Anwendung der Formeln (6) die Gleichungen:

$$\cos A \cos D = -\sin\odot$$
$$\sin A \cos D = \cos\odot \cos\varepsilon$$
$$\sin D = \cos\odot \sin\varepsilon.$$

Entwickeln wir also $\sin(\alpha - A)$ und $\cos(\alpha - A)$ und setzen für die hiernach erscheinenden Producte $\cos A \cos D$, $\sin A \cos D$, und für $\sin D$ die Werthe, so erhalten wir, wenn wir noch für k, die sogenannte Constante der jährlichen Aberration, den Werth nach Struve's Bestimmung:

$$k = 20''.4451$$

einführen, folgende Formeln für die jährliche Aberration der Fixsterne in Rectascension und Declination:

$$\alpha' - \alpha = -20''.4451\,(\cos\odot\,\cos\varepsilon\,\cos\alpha + \sin\odot\,\sin\alpha)\sec\delta,$$
$$\delta' - \delta = -20''.4451\,\cos\odot\,(\sin\varepsilon\,\cos\delta - \cos\varepsilon\,\sin\delta\,\sin\alpha) \qquad (108)$$
$$-20''.4451\,\sin\odot\,\sin\delta\,\cos\alpha.$$

Diese Formeln*) erhalten eine zur Rechnung bequemere Form, wenn man setzt:

$$\begin{aligned} -20''.4451\,\cos\odot\,\cos\varepsilon &= h\sin H \\ -20''.4451\,\sin\odot &= h\cos H \\ -20''.4451\,\cos\odot\,\sin\varepsilon &= h\sin H\,\mathrm{tg}\,\varepsilon = i, \end{aligned} \qquad (109)$$

wodurch dieselben in folgende übergehen:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= h\sin(H+\alpha)\sec\delta, \\ \delta' - \delta &= h\cos(H+\alpha)\sin\delta + i\cos\delta. \end{aligned} \qquad (110)$$

Die durch die Gleichungen (109) bestimmten Hilfsgrössen h, H und i hängen nur von der Zeit, nicht aber vom Orte des Sternes ab, und können daher in eine Tafel gebracht werden, deren Argument die Zeit ist. Die Ephemeriden enthalten jährlich eine solche Tafel, welche die Werthe dieser Grössen von Tag zu Tag oder von 5 zu 5 Tagen für mittlere Mitternacht gibt.

B e i s p i e l. Man suche die jährliche Aberration in A. R. und Declination des Sternes α Lyrae für 1868, März 7, für die Zeit der oberen Culmination in Wien.

Es ist für diesen Stern: $\alpha = 18^h\,32^m\,28^s = 278^0\,7'$, $\delta = +38^0\,39'.8$; die mittl. Wiener Zeit der Culmination an dem gegebenen Tage $= 19^h\,27^m.5 = 18^h\,22^m$ mittl. Greenwich Zeit, und für diese Zeit $\odot = 347^0\,59'$; endlich $\varepsilon = 23^0\,27'.3$. Man hat nun:

$\log k = 1.3106$	$\log h\,\sin H = 1.2635_n$	
$\log\cos\odot = 9.9904$	$\log h\,\cos H = 0.6292$	
$\log\sin\odot = 9.3186_n$	$\log\mathrm{tg}\,H = 0.6343$	$H = 283^0\ 4'$
$\log\cos\varepsilon = 9.9625$	$\log\sin H = 9.9886$	$H + \alpha = 201\ 11$
$\log\sin\varepsilon = 9.5999$	$\log h = 1.2749$	
	$\log i = 0.9009_n$	

*) Entwickelt man auch noch die Glieder 2ter Ordnung, lässt hiebei die constanten Glieder weg, weil diese mit dem mittleren Orte des Sternes vereinigt bleiben können und behält von den periodischen von $\odot$ abhängigen nur die in tg δ oder sec δ multiplicirten Glieder bei, welche allein einen merklichen Werth erlangen können, so erhalten obige Ausdrücke noch folgende Zusätze:

$$\text{in } \alpha' - \alpha: \; -\tfrac{1}{4}k^2\sin 1''\,(1+\cos\varepsilon^2)\cos 2\odot\,\sin 2\alpha\,\sec\delta^2$$
$$+\tfrac{1}{2}k^2\sin 1''\,\cos\varepsilon\,\sin 2\odot\,\cos 2\alpha\,\sec\delta^2,$$
$$\text{in } \delta' - \delta: \; +\tfrac{1}{8}k^2\sin 1''\,[\sin\varepsilon^2 - (1+\cos\varepsilon^2)\cos 2\alpha]\cos 2\odot\,\mathrm{tg}\,\delta$$
$$-\tfrac{1}{4}k^2\sin 1''\,\cos\varepsilon\,\sin 2\odot\,\sin 2\alpha\,\mathrm{tg}\,\delta,$$

welche nach Einsetzung der Zahlenwerthe für k und ε auf folgende Form gebracht werden können:

$$\text{in } (\alpha' - \alpha): \; +0''.000931\,\sin 2(\odot - \alpha)\sec\delta^2,$$
$$\text{in } (\delta' - \delta): \; -0''.000466\,\cos 2(\odot - \alpha)\,\mathrm{tg}\,\delta.$$

Man sieht, dass diese Verbesserungen nur für dem Pole nahe stehende Sterne einen merklichen Betrag erreichen.

$$\begin{array}{rlr}
\log h = 1.2749 & \log h = 1.2749 & \\
\log \sin(H+\alpha) = 9.5579_n & \log \cos(H+\alpha) = 9.9696_n & \\
\log \sec\delta = 0.1074 & \log \sin\delta = 9.7957 & \log i \cos\delta = 0.7935_n \\
\log(\alpha' - \alpha) = 0.9402_n & 1.0402_n & -6''.22 \\
\alpha' - \alpha = -8''.71 & -10''.97 & \\
= -0^s.58 & \delta' - \delta = -17''.19 &
\end{array}$$

70. Jährliche Aberration der Fixsterne in Länge und Breite. Die Formeln hiefür ergeben sich unmittelbar aus den im vorhergehenden §. entwickelten, wenn wir $\varepsilon = 0$ setzen und λ, β statt α, δ schreiben. Wir erhalten auf diese Weise:

$$\begin{aligned} \lambda' - \lambda &= -20''.4451 \cos(\odot - \lambda) \sec\beta, \\ \beta' - \beta &= -20''.4451 \sin(\odot - \lambda) \sin\beta\,^{*}). \end{aligned} \tag{111}$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich leicht folgern, dass der scheinbare Ort des Sternes um den mittleren von der Aberration freien Ort eine Ellipse beschreibt, deren halbe grosse und kleine Axe beziehungsweise k und $k \sin\beta$ ist, von welchen die letztere in der Richtung des Breitenkreises liegt, wobei

---

*) Als Glieder 2ter Ordnung erhält man hier:

$$\begin{aligned} &\text{in } \lambda' - \lambda: \ +\tfrac{1}{2} k^2 \sin 1'' \sin 2(\odot - \lambda) \sec\beta^2 \\ &\text{in } \beta' - \beta: \ -\tfrac{1}{4} k^2 \sin 1'' \cos 2(\odot - \lambda) \operatorname{tg}\beta, \end{aligned}$$

oder nach Einführung der Zahlenwerthe:

$$\begin{aligned} &\text{in } \lambda' - \lambda: \ +0''.001013 \sin 2(\odot - \lambda) \sec\beta^2 \\ &\text{in } \beta' - \beta: \ -0''.000507 \cos 2(\odot - \lambda) \operatorname{tg}\beta, \end{aligned}$$

welche Glieder wieder nur für Sterne nahe am Pole der Ekliptik einen merklichen Werth erlangen.

Wir haben bei unserer Entwickelung die Bahn der Erde als kreisförmig vorausgesetzt; nimmt man auf die elliptische Gestalt Rücksicht, so findet man für die Aberration in Länge und Breite:

$$\begin{aligned} \lambda' - \lambda &= -k \cos(\odot - \lambda) \sec\beta - ke \cos(P - \lambda) \sec\beta, \\ \beta' - \beta &= -k \sin(\odot - \lambda) \sin\beta - ke \sin(P - \lambda) \sin\beta, \end{aligned}$$

welche Formeln sich von jenen (111) nur durch das 2te Glied unterscheiden, in welchem e die Excentricität der Erdbahn ($= 0.01677$) und P die Länge des Perigeums der Erde bezeichnet, welche hier genügend genau für dieses Jahrhundert $= 280^0$ angenommen werden kann. Diese Grössen ändern sich aber nur äusserst langsam; dasselbe gilt für einen Fixstern von λ und β, so dass also das 2te Glied, an und für sich klein, für Fixsterne als constant angenommen werden darf; es kann daher mit dem mittleren Orte des Sternes vereinigt, und bei der Aberration unberücksichtigt bleiben. Dasselbe gilt für die Aberration der Fixsterne in Rectascension und Declination.

Anders verhält es sich bei der Sonne in Folge ihrer veränderlichen Länge; wenden wir auf diese die obigen Formeln an, so ist $\beta = 0$ und $\lambda = \odot$ zu setzen; wir erhalten daher $\beta' - \beta = 0$, und die jährliche Aberration der Sonne in Länge:

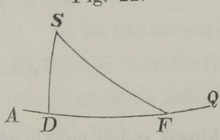
$$\odot' - \odot = -20''.445 - 0''.343 \cos(280^0 - \odot).$$

Die Aberration der Sonne in Länge bewegt sich daher innerhalb eines Jahres zwischen den Grenzen $-20''.10$ und $-20''.79$.

die Periode dieser Bewegung ein Jahr ist. Für Sterne in der Ekliptik ($\beta = 0$) geht die Ellipse in eine gerade Linie, für einen Stern im Pole derselben ($\beta = 90^0$) in einen Kreis über.

71. Tägliche Aberration in Rectascension und Declination. Da die Bewegung des Beobachters in Folge der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe von West nach Ost parallel zum Aequator erfolgt, so wird die Richtung dieser Bewegung, nach rückwärts oder gegen West bis zur scheinbaren Himmelskugel verlängert, diese in einem Puncte F des Aequators treffen, und man überzeugt sich leicht, dass die Rectascension dieses Punctes $= \theta + 270^0$ ist, wenn θ die Sternzeit des Beobachtungsortes bedeutet. Denn die Richtung der Bewegung ist in jedem Augenblicke (als Tangente am Parallel des Beobachtungsortes) senkrecht auf die Ebene des Meridians dieses Ortes, und der zwischen diesem Meridiane und dem Stundenkreise des Frühlingspunctes liegende Bogen des Aequators ist eben die Sternzeit θ. Geht man also von dem Frühlingspuncte aus auf dem Aequator in der Richtung der Rectascension fort, so trifft man in der Entfernung θ auf den Meridian des Beobachtungsortes, und folglich in der Entfernung $\theta + 90^0$ auf die nach vorwärts, in der Entfernung $\theta + 270^0$ auf die nach rückwärts verlängerte Richtung der Bewegung des Beobachters.

Fig. 22.



Sei also (Fig. 22) AQ der Aequator, F der Punct, dessen Rectascension $= \theta + 270^0$, S ein Stern, dessen Rectascension und Declination α, δ; ziehen wir den grössten Kreisbogen $FS = \eta$, ferner SD senkrecht auf AQ, so ist in dem rechtwinkeligen Dreieck DFS:

$$DF = 270^0 + \theta - \alpha, \quad DS = \delta, \quad FS = \eta,$$

und wir erhalten durch Anwendung der Formeln (6), wenn wir den Winkel $DFS = \gamma$ setzen, die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \cos\eta &= \cos\delta\,\sin(\theta - \alpha), \\ \sin\eta\cos\gamma &= -\cos\delta\,\cos(\theta - \alpha), \\ \sin\eta\sin\gamma &= \sin\delta. \end{aligned} \tag{a}$$

Der scheinbare Ort S' liegt in der Verlängerung des Bogens FS, und da der Bogen $SS' = \eta' - \eta$ sehr klein ist, so wird man die hieraus folgenden Aenderungen der Rectascension und Declination leicht durch Differenziation der Gleichungen (a) nach η erhalten, wobei γ und θ als constant zu betrachten sind. Durch Division der zwei ersten Gleichungen folgt:

$$-\operatorname{tg}(\theta - \alpha) = \frac{\operatorname{cotg}\eta}{\cos\gamma},$$

und hieraus:

$$\frac{d\alpha}{\cos(\theta-\alpha)^2} = -\frac{d\eta}{\sin\eta^2\cos\gamma} = \frac{d\eta}{\sin\eta\,.\cos\delta\cos(\theta-\alpha)},$$

$$d\alpha = \frac{d\eta}{\sin\eta}\cos(\theta-\alpha)\sec\delta.$$

Aus der 3ten Gleichung erhält man:

$$\cos\delta\; d\delta = \cos\eta\; d\eta\;\sin\gamma = \cos\delta\;\sin(\theta-\alpha)\frac{\sin\delta}{\sin\eta}d\eta,$$

$$d\delta = \frac{d\eta}{\sin\eta}\sin(\theta-\alpha)\sin\delta.$$

Setzen wir in diesen Gleichungen $d\eta = \eta' - \eta$, so wird $d\alpha = \alpha' - \alpha$, $d\delta = \delta' - \delta$, wenn α', δ' die scheinbare mit der täglichen Aberration behaftete Rectascension und Declination bedeuten.

Ist nun v' die Geschwindigkeit des Beobachters in Folge der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe, so hat man zufolge der Gl. (107), wenn man, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, $\sin\eta$ statt $\sin\eta'$ setzt:

$$\frac{d\eta}{\sin\eta} = \frac{\eta'-\eta}{\sin\eta} = \frac{v'}{V\sin 1''} = \frac{v}{V\sin 1''}\cdot\frac{v'}{v} = k\,\frac{v'}{v},$$

wenn, wie früher, v die Geschwindigkeit der Erde in ihrer jährlichen Bahn, und k die Constante der jährlichen Aberration bezeichnen.

Sei φ' die geocentrische Breite des Beobachtungsortes, ϱ dessen Halbmesser, jener des Erdäquators $= 1$ angenommen, so ist $\varrho\cos\varphi'$ der Halbmesser, und $2\pi\,\varrho\cos\varphi'$ der Umfang des Parallels, welchen der Beobachter in einem Sterntage beschreibt. Man kann daher, den Sterntag als Zeiteinheit angenommen, $v' = 2\pi\;\varrho\cos\varphi'$ setzen.

Ferner ist, wenn p die mittlere Aequatoreal-Horizontalparallaxe der Sonne bedeutet, $\frac{1}{\sin p}$ die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde, ausgedrückt in Halbmessern des Aequators, somit $\frac{2\pi}{\sin p}$ der Umfang der als kreisförmig angenommenen Bahn der Erde um die Sonne, somit, wenn T die siderische Umlaufszeit der Erde in Sterntagen ausgedrückt bedeutet: $v = \frac{2\pi}{T\sin p}$ *).

---

*) Da 1 Sterntag = 86164 Secunden mittlerer Zeit, so ist $v = \frac{2\pi}{86164\;T\sin p}$ die mittlere Geschwindigkeit der Erde in 1^s mittlerer Zeit, ausgedrückt in Halbmessern des Erdäquators. Anderseits war $k = \frac{v}{V\sin 1''}$, wo V die Geschwindigkeit des Lichtes. Da nun der Werth der Constante $k = 20''.4451$ von Struve aus Beobachtungen von Sternen abgeleitet wurde, so ergibt sich hieraus die Geschwindigkeit des Lichtes:

$$V = \frac{v}{k\sin 1''} = \frac{2\pi}{86164\,k\sin 1''\;T\sin p}$$

Hiemit wird:

$$\frac{d\eta}{\sin\eta} = k\frac{v'}{v} = \varrho\cos\varphi'\, k\, T \sin p.$$

Setzt man nun $k = 20''.4451$, $p = 8''.57116$, $T = 366.25637$, so wird $k\,T\sin p = 0''.311$, welche Grösse die Constante der täglichen Aberration heisst und so klein ist, dass man ohne merklichen Fehler $\cos\varphi$ statt $\varrho\cos\varphi'$ schreiben kann, wenn φ die Polhöhe des Ortes bedeutet.

Man hat daher für die tägliche Aberration in Rectascension und Declination folgende Formeln:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= 0''.311\cos\varphi\,\cos(\theta - \alpha)\sec\delta, \\ \delta' - \delta &= 0''.311\cos\varphi\,\sin(\theta - \alpha)\sin\delta. \end{aligned} \tag{112}$$

Bekanntlich ist $\theta - \alpha$ der Stundenwinkel des Sternes; zur Zeit der Culmination desselben, wo $\theta - \alpha = 0$, ist daher die tägliche Aberration in Declination $= 0$, während sie in Rectascension ihren grössten Werth:

$$+ 0''.311\cos\varphi\sec\delta = + 0^s.0207\cos\varphi\sec\delta \tag{113}$$

erreicht. Wie man sieht, ist dieselbe, ausgenommen für Polsterne, immer nur sehr klein, und kann daher meistens vernachlässigt werden, wenn es nicht auf die grösste Schärfe ankommt.

Die jährliche Parallaxe der Fixsterne.

72. In Folge der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne sehen wir einen Fixstern zu zwei Zeiten, welche um ein halbes Jahr auseinanderliegen, von zwei Standpuncten, deren gegenseitige Entfernung nahe 40 Millionen geogr. Meilen beträgt; ist daher diese nicht verschwindend klein gegen die Entfernung der Fixsterne von der Erde oder Sonne, so wird hieraus eine Aenderung des scheinbaren Ortes entspringen, welche man die jährliche

---

in 1^s mittlerer Zeit; multiplicirt man diesen Ausdruck mit dem Halbmesser des Erdäquators $= a$, so erhält man mit obigen Werthen von k, T und p, da der Umfang des Aequators $2\pi a = 360 \times 15 = 5400$ geogr. Meilen ist: $V = 41544$ geogr. Meilen. Setzt man, nach den Ergebnissen der neueren Beobachtungen, die Horizontalparallaxe der Sonne $p = 8''.85$, so wird $V = 40235$ geogr. Meilen.

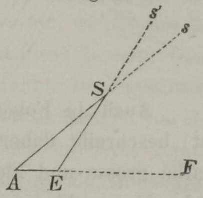
Ferner ist $\frac{1}{\sin p}$ die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, ausgedrückt in Halbmessern des Aequators, folglich $\frac{1}{V\sin p} = t$ die Anzahl Zeitsecunden, welche das Licht braucht, um die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne (die halbe grosse Axe der Erdbahn) zu durchlaufen. Es wird daher:

$$t = \frac{86164\, k \sin 1''\, T}{2\pi},$$

und mit obigen Werthen: $t = 497^s.84 = 8^m\, 17^s.84$.

Parallaxe der Fixsterne nennt, und deren Periode, eben so wie jene der Aberration, ein Jahr ist.

Fig. 23.



Sei (Fig. 23) A die Sonne, E die Erde, S ein Stern; betrachten wir, was für den vorliegenden Zweck gestattet ist, den Ort der Sonne und des Sternes im Raume als unveränderlich, so ist die Richtung AS eine constante, während die Richtung ES in Folge der Bewegung der Erde um die Sonne veränderlich ist, und der scheinbare Ort s' im Laufe eines Jahres sich um den mittleren von der Sonne aus gesehenen Ort s bewegen wird. Beide Oerter liegen offenbar in dem grössten Kreise, in welchem die scheinbare Himmelskugel von einer durch die Gerade AE und den Stern S gelegten Ebene geschnitten wird, und welcher die Ekliptik in einem Puncte F schneidet, in welchem dieselbe von der bis zur scheinbaren Himmelskugel verlängerten Geraden AE getroffen wird; die Länge dieses Punctes ist $= \odot + 180^0$, wenn $\odot$ die Länge der Sonne bezeichnet.

Es sei nun $\angle FAS = \eta$, $FES = \eta'$, $AS = \varDelta$, $AE = r$, so ist in dem Dreiecke AES: $\varDelta : r = \sin\eta' : \sin(\eta' - \eta)$, somit, da $\eta' - \eta$ sehr klein:

$$\eta' - \eta = \frac{r}{\varDelta \sin 1''} \sin\eta'.$$

Drückt man nun, wie üblich, r und $\varDelta$ durch die halbe grosse Axe der Erdbahn als Einheit aus, so ist:

$$\frac{1}{\varDelta \sin 1''} = p$$

offenbar der Winkel, unter welchem diese halbe grosse Axe aus der Entfernung $= \varDelta$ gesehen erscheint; man nennt diese Grösse die Constante der jährlichen Parallaxe oder schlechthin die jährliche Parallaxe des Fixsternes, dessen Entfernung $= \varDelta$, und hat dann

$$\eta' - \eta = rp \sin\eta'$$

als Ausdruck der durch dieselbe bewirkten Ortsveränderung des Sternes im grössten Kreise.

Diese Gleichung stimmt vollkommen mit jener (107) für die Aberration geltenden überein; die Formeln für die jährliche Parallaxe in Rectascension und Declination, so wie in Länge und Breite ergeben sich daher ganz einfach aus jenen für die Aberration entwickelten, wenn wir in letzteren rp statt k und $\odot + 180^0$ statt $\odot + 90^0$, d. i. $\odot + 90^0$ statt $\odot$ setzen. Wir erhalten dadurch für die jährliche Parallaxe in Rectascension und Declination:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= rp(\sin\odot \cos\varepsilon \cos\alpha - \cos\odot \sin\alpha) \sec\delta, \\ \delta' - \delta &= rp \sin\odot(\sin\varepsilon \cos\delta - \cos\varepsilon \sin\delta \sin\alpha) - rp \cos\odot \sin\delta \cos\alpha; \end{aligned} \tag{114}$$

für die jährliche Parallaxe in Länge und Breite:

$$\begin{aligned} \lambda' - \lambda &= \quad rp \sin(\odot - \lambda) \sec \beta, \\ \beta' - \beta &= - rp \cos(\odot - \lambda) \sin \beta. \end{aligned} \tag{115}$$

Auch in Folge der jährlichen Parallaxe (wenn sie überhaupt merklich ist) beschreibt daher der Stern eine Ellipse um seinen mittleren Ort, deren halbe grosse und kleine Axe beziehungsweise rp und $rp \sin \beta$ sind. Der wesentliche Unterschied in der durch die Aberration und Parallaxe bewirkten scheinbaren Bewegung des Sternes besteht aber darin, dass die Maxima und Minima der Abweichung vom mittleren Orte zu anderen Zeiten eintreten. Ist z. B. $\odot = \lambda$, so ist die Parallaxe in Länge $= 0$, in Breite ein Maximum, hingegen die Aberration in Länge ein Maximum und in Breite $= 0$. Nach etwa drei Monaten ist $\odot = \lambda + 90^0$ geworden und hiemit dort ein Maximum eingetreten, wo früher der Werth 0 stattfand, und umgekehrt.

Nur bei einigen wenigen Fixsternen ist es aber bisher gelungen, eine jährliche Parallaxe mit Sicherheit nachzuweisen, die grösste ($p = 0''.9$) bei α Centauri, einem Sterne 1ter Grösse auf der südlichen Halbkugel. Von den bei uns sichtbaren helleren Sternen mag nur der Polarstern (α Ursae minoris) angeführt werden, für welchen im Mittel aus mehreren Bestimmungen die jährliche Parallaxe $p = 0''.1$ mit einiger Sicherheit angenommen werden kann, übrigens nur auf die Rectascension (wegen des Factors $\sec \delta$) einen merklichen Einfluss erlangt.

Mittlere und scheinbare Oerter der Fixsterne.

73. Beobachtet man die Rectascension und Declination eines Fixsternes zur Zeit t, so findet man unmittelbar seinen scheinbaren (oder wahren) Ort, bezogen auf den Aequator und das scheinbare Aequinoctium zur Zeit t, und behaftet mit der Aberration der Fixsterne*). Befreit man dann den beobachteten Ort von der Aberration und Nutation, indem man den Betrag derselben, nach den im Vorhergehenden entwickelten Ausdrücken berechnet, mit entgegengesetztem Zeichen zu den beobachteten Coordinaten addirt, so erhält man den sogenannten mittleren Ort des Sternes, bezogen auf den mittleren Aequator und das mittlere Aequinoctium zur Zeit t.

Die Stern-Cataloge enthalten die mittleren Oerter der Sterne, nach der Rectascension geordnet. Da jedoch in Folge der Präcession diese Oerter mit der Zeit sich ändern, so geben die Cataloge die mittleren Oerter der Sterne für einen bestimmten Moment t_0, die Epoche des Cataloges. Verlangt man dann den mittleren Ort für irgend eine andere Zeit t, so muss an den Ort des Cataloges noch die Präcession in der Zwischenzeit angebracht werden.

---

*) Hiebei wird von der Parallaxe, als verschwindend, abgesehen und vorausgesetzt, dass die Beobachtung wegen der Refraction bereits corrigirt sei, im Falle sie damit behaftet war.