

VIERTER ABSCHNITT.

MATHEMATISCHE TAFELN.

§. 380.

Kurven-, Flächen- und Körpertafeln.

Die folgenden Tafeln enthalten in übersichtlicher Zusammenstellung die für den Maschinenbauer wichtigsten geometrischen und mechanischen Eigenschaften einer Reihe von gebräuchlichen Kurven, der von ihnen begrenzten Flächen und einfachen Körper. Die den Figuren beige-schriebenen Bezeichnungen erklären die Buchstaben der Formeln. Zu bemerken möchte indessen folgendes sein.

Bei der Streckung (Rektifikation) der Kurven ist s die Länge des Kurvenstückes vom Anfang bis zum Punkte xy , beziehentlich φ , S die ganze Länge der Kurve.

Bei den Trägheitsmomenten wurde die Massendichtigkeit $= 1$ gesetzt, um nutzlose Häufung der Buchstaben zu vermeiden. Um eine grössere Uebersichtlichkeit der Sätze aus der so wichtigen Trägheitsmomentenlehre zu ermöglichen, wurden einige vereinfachende Anschauungen durchgeführt. Die angegebenen Trägheitsmomente der Flächen zerfallen in äquatoriale und polare, jenachdem die Momenten-Achse gelegen ist. Diese heisst nämlich eine äquatoriale Achse, wenn sie in der Ebene der Fläche gelegen ist, und eine polare, wenn sie zu derselben senkrecht steht. Jede äquatoriale Achse, welche durch den Schwerpunkt der Fläche geht, heisst insbesondere eine Aequatorachse, während die durch den Schwerpunkt gehende polare Achse insbesondere Polachse heisst. Eine Fläche hat nur eine Polachse, dagegen unendlich viele Aequatorachsen. Entsprechend ihren Achsen sind nun die Trägheitsmomente in äquatoriale und polare getheilt.

Man findet das Trägheitsmoment J_p einer Fläche zu irgend einer polaren Achse durch Addition der beiden äquatorialen Trägheitsmomente J_{q1} und J_{q2} , deren Achsen sich in der polaren Achse rechtwinklig schneiden:

$$J_p = J_{q1} + J_{q2} \dots \dots \dots (416)$$

Ferner findet sich das Trägheitsmoment J' einer Fläche zu irgend einer Achse, welche vom Schwerpunkt S der Fläche um a absteht, aus dem Trägheitsmoment J zu der parallelen durch S gehenden Achse mittelst des Ausdruckes:

$$J' = J + a^2 F \dots \dots \dots (417)$$

wenn F noch den Inhalt der Fläche bezeichnet. Dieser Satz gilt auch für Körper, wenn man statt F die Masse des Körpers einführt.

Bei den Körpern wurde eine der vorstehenden ganz entsprechende Eintheilung eingehalten. In jedem der behandelten Körpergebilde ist eine der Hauptachsen, welche durch die Schwerpunkte aller zu ihr normalen Querschnitte geht, als Polachse, und der darauf rechtwinklige Schnitt durch den Schwerpunkt als Aequatorschnitt aufgefasst, wonach sich die äquatorialen und polaren Trägheitsmomente wieder je nach der Lage ihrer Achsen zum Aequatorschnitt unterscheiden. In allen hier angegebenen Beispielen für die Körper sind die Achsen stets wirkliche Aequator- und Polachsen.

Für ein gerades Prisma mit beliebiger Grundfläche, deren polares Trägheitsmoment i_p und dessen halbe Höhe $= l$ ist, ist das polare Trägheitsmoment:

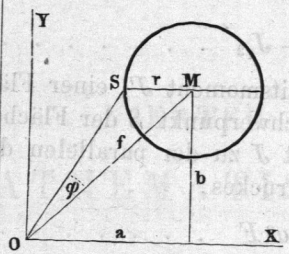
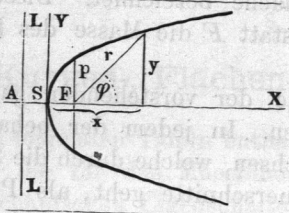
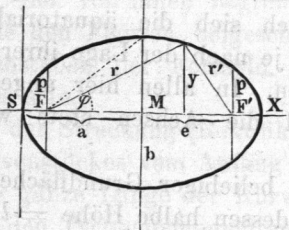
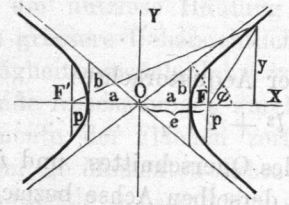
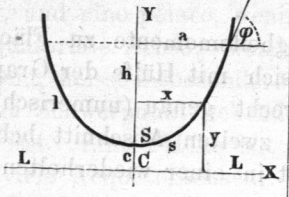
$$J_p = 2 l i_p \dots \dots \dots (418)$$

und das Trägheitsmoment zu einer Aequatorachse:

$$J_q = \frac{2}{3} f l^3 + 2 l i_q \dots \dots \dots (419)$$

wenn noch f den Flächeninhalt des Querschnittes, und i_q dessen äquatoriales Trägheitsmoment zu derselben Achse bezeichnet, für welche J_q gilt.

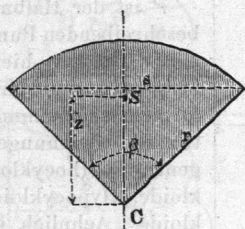
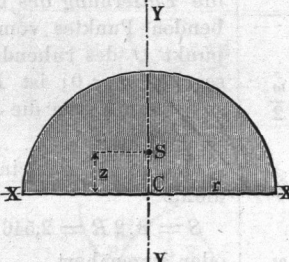
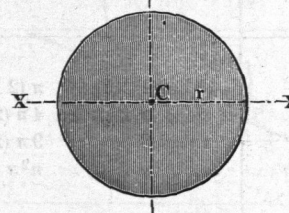
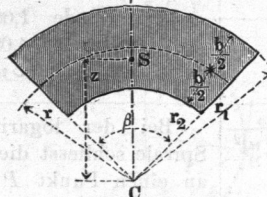
Die Schwerpunkte und Trägheitsmomente zu Flächen von unregelmässigen Formen lassen sich mit Hülfe der Graphostatik in vielen Fällen bequem und recht genau (numerisch) finden. Das Verfahren ist aus den im zweiten Abschnitt behandelten Aufgaben ableitbar, und besteht in einer wiederholten Anwendung des Kräfte- und Seilpolygones.

Nro.	Kurve	Parallelgleichung	Verschiedene Eigenschaften
I. Kreis.		Allgemein (aus O): $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ Scheitelgleichung (aus S): $y^2 = 2rx - x^2$ Mittelpunktsgleichung (aus M): $x^2 + y^2 = r^2$	Annähernd, wenn $\frac{x}{y}$ klein: $\frac{r}{y} = \frac{y}{2x}$
II. Parabel.		Scheitelgleichung (aus S): $y^2 = 2px$	Halbparameter = p $AS = SF = \frac{p}{2}$ LL Leitlinie. F Brennpunkt.
III. Ellipse.		Mittelpunktsgleichung (aus M): $y^2 a^2 + x^2 b^2 = a^2 b^2$ Scheitelgleichung (aus S): $y^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 (2ax - x^2)$ $y^2 = 2px - \frac{p}{a} x^2$	Excentrizität: lineare = e $= \sqrt{a^2 - b^2}$ numerische $\epsilon = \frac{e}{a}$ Halbparameter: $p = a(1 - \epsilon^2) = \frac{b^2}{a}$
IV. Hyperbel.		Mittelpunktsgleichung (aus O): $-y^2 a^2 + x^2 b^2 = a^2 b^2$	Excentrizität: lineare = OF = e $= \sqrt{a^2 + b^2}$ numerische $\epsilon = \frac{e}{a}$ Achse $b = a\sqrt{\epsilon^2 - 1}$ Halbparameter: $p = a(\epsilon^2 - 1) = \frac{b^2}{a}$
V. Kettenlinie.		Aus O: $y = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}} \right)$	$\operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{c} \sqrt{\frac{h^2 + 2hc}{c^2}}$ LL Leitlinie.

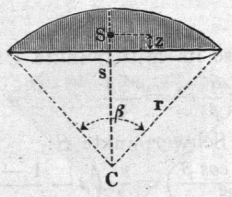
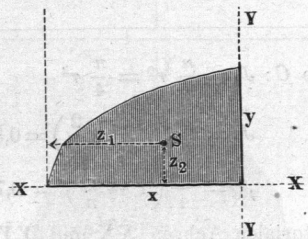
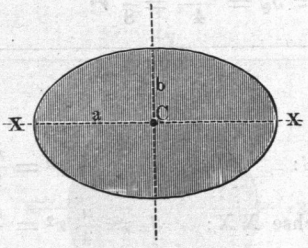
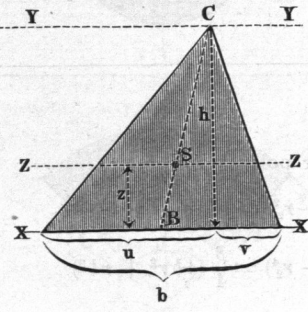
Polargleichung	Krümmungshalbmesser	Streckung (Rektifikation)
Allgemein (aus O): $\varrho^2 + f^2 - 2\varrho f \cos \varphi = r^2$ Aus dem Scheitel S: $\varrho = 2r \cos \varphi$	$\varrho = r$	$s = r\varphi$ $S = 2r\pi$
Aus F: $r = \frac{p}{2} + x$ $r = \frac{p}{2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$	$\varrho = p \sqrt{\left(1 + 2\frac{x}{p}\right)^3}$	$s = \frac{p}{2} \left[\sqrt{\frac{2x}{p} \left(1 + \frac{2x}{p}\right)} + \log \operatorname{nat} \left(\sqrt{\frac{2x}{p} + 1} + \sqrt{1 + \frac{2x}{p}} \right) \right]$ Annähernd bei kleinem $\frac{x}{y}$: $s = y \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{x}{y} \right)^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{x}{y} \right)^4 \right]$
Aus F: $r = p + \epsilon x = \frac{a^2 - e^2}{a - e \cos \varphi}$ $= \frac{p}{1 - \epsilon \cos \varphi}$ Fahrstrahlen: $r = a + \epsilon x, r' = a - \epsilon x$	$\varrho = \frac{(rr')^{3/2}}{ab}$ Für S ist: $\varrho = \frac{b^2}{a}$ für A: $\varrho = \frac{a^2}{b}$	$S = \pi(a+b) \left(1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64} + \frac{n^6}{256} + \dots \right)$ wobei $n = \frac{a-b}{a+b}$
Aus F: $r = p + \epsilon x = \frac{e^2 - a^2}{a - e \cos \varphi}$ $= \frac{p}{1 - \epsilon \cos \varphi}$ Fahrstrahlen: $r = \epsilon x - a, r' = \epsilon x + a$	$\varrho = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^{3/2}}{a^4 b^4}$	Sehr verwickelt.
—	$\varrho = \frac{y^2}{c}$	$s = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{x}{c}} - e^{-\frac{x}{c}} \right)$ $= \sqrt{y^2 - c^2}, l = \sqrt{h^2 + 2hc}$

Nro.	Kurve	Gleichung
VI. Orthocykloide oder Radlinie.		$x = r \left(\omega - \frac{r'}{r} \sin \omega \right)$ $y = r \left(1 - \frac{r'}{r} \cos \omega \right)$
VII. Epicykloide od. Aufradlinie.		$x = (R + r) \cos \frac{r}{R} \omega - r' \cos \frac{R + r}{R} \omega$ $y = (R + r) \sin \frac{r}{R} \omega - r' \sin \frac{R + r}{R} \omega$
VIII. Hypo- cykloide oder Inradlinie.		$x = (R - r) \cos \frac{r}{R} \omega + r' \cos \frac{R - r}{R} \omega$ $y = (R - r) \sin \frac{r}{R} \omega - r' \sin \frac{R - r}{R} \omega$
IX. Pericykloide od. Umradlinie.		$x = (r - R) \cos \frac{r}{R} \omega - r' \cos \frac{r - R}{R} \omega$ $y = (r - R) \sin \frac{r}{R} \omega - r' \sin \frac{r - R}{R} \omega$
X. Kreis- evolvente oder Fadenlinie.		$x = R' \cos \vartheta + R \vartheta \sin \vartheta$ $y = R' \sin \vartheta - R \vartheta \cos \vartheta$
XI. Archimedi- sche Spirale.		$r = R \omega$
XII. Logarith- mische Spirale.		$r = a^\omega$

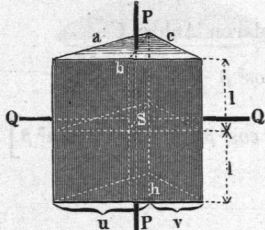
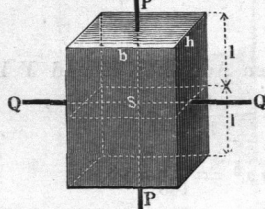
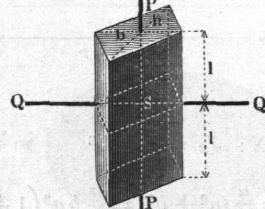
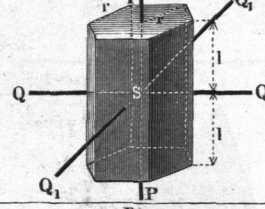
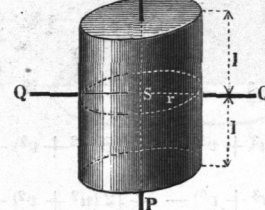
Streckung (Rektifikation)	Krümmungshalbmesser	Bemerkungen
$s = 4r \left(1 - \cos \frac{\omega}{2} \right)$ $S = 8r$	$\varrho = 4r \sin \frac{\omega}{2}$	r' ist der Halbmesser zum beschreibenden Punkt. Wenn $r' = r$ ist, wie hier bei den Streckungs- und Krümmungsformeln angenommen ist, gelten die Gleichungen für die gemeine Orthocykloide, Epicykloide, Hypocykloide, Pericykloide. Ähnlich ist bei den Kreisevolventengleichungen R' die Entfernung des beschreibenden Punktes vom Mittelpunkt O des ruhenden Kreises bei $\vartheta = 0$; ist $R' = R$, so ist die Kurve die gemeine Kreisevolvente. Länge der gemeinen Kardioide $S = 8.2 R = 2.546 (2 R \pi)$ oder angenähert $0.81 \pi (2 R \pi)$
$s = 4r \frac{R + r}{R} \left(1 - \cos \frac{\omega}{2} \right)$ $S = 8r \frac{R + r}{R}$	$\varrho = 4r \frac{R + r}{R + 2r} \sin \frac{\omega}{2}$	
$s = 4r \frac{R - r}{R} \left(1 - \cos \frac{\omega}{2} \right)$ $S = 8r \frac{R - r}{R}$	$\varrho = 4r \frac{R - r}{R - 2r} \sin \frac{\omega}{2}$	
$s = 4r \frac{r - R}{R} \left(1 - \cos \frac{\omega}{2} \right)$ $S = 8r \frac{r - R}{R}$	$\varrho = 4r \frac{r - R}{2r - R} \sin \frac{\omega}{2}$	
$s = \frac{R \vartheta}{2} \vartheta$	$\varrho = R \vartheta$	
$s = \frac{R}{2} [\omega \sqrt{1 + \omega^2} + \log \text{nat} (\omega + \sqrt{1 + \omega^2})]$	$\varrho = \frac{(r^2 + a^2)^{3/2}}{2(r^2 + 2a^2)}$	
$s = r \frac{\sqrt{1 + (\log \text{nat} a)^2}}{\log \text{nat} a}$	$\varrho = r \sqrt{1 + (\log \text{nat} a)^2}$ $= \frac{r}{\sin \alpha},$ wobei $\cotg \alpha = \log \text{nat} a$	Die arch. Spirale ist die um R verlängerte Kreisevolvente. s bei 1 Runde $1.08 \pi (2 R \pi)$ s „ 2 Runden $4.09 \pi (2 R \pi)$ s „ „ „ $\sim n^2 \pi (2 R \pi)$ Bei der logarithmischen Spirale schließt die Tangente an einen Punkt P mit OP den Winkel α ein, wofür gilt: $\cotg \alpha = \log \text{nat} a$

Nro.	Form	Flächeninhalt
XIII. Kreisausschnitt.		$F = r^2 \frac{\beta}{2}$
XIV. Halbkreis.		$F = \frac{r^2 \pi}{2}$
XV. Kreis.		$F = r^2 \pi$
XVI. Kreisringstück.		$F = (r_1^2 - r_2^2) \frac{\beta}{2} = b r \beta$

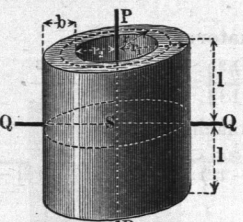
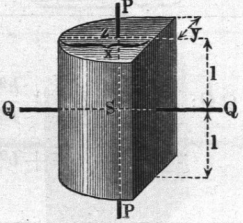
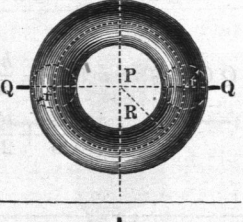
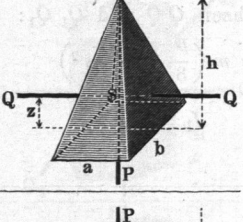
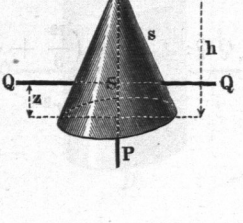
Schwerpunktlage	Trägheitsmomente
$z = \frac{4}{3} r \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta}$ $= \frac{s r^2}{3 F}$	Zur polaren Achse im Mittelpunkte C: $J_c = \frac{\mu}{\beta} r^2 = \frac{r^4 \beta}{4}$ Zur Polachse im Schwerpunkte S: $J_s = \frac{\mu}{2} r^2 \left(1 - \frac{1 - \cos \beta}{\beta^2} \right) = \frac{r^4}{4} \left(\beta - \frac{1 - \cos \beta}{\beta} \right)$
$z = \frac{4}{3\pi} r$	Zur polaren Achse C: $J_c = \frac{\mu}{2} r^2 = \frac{\pi}{4} r^4$ Zur Polachse S: $J_s = \frac{\mu}{2} r^2 \left(1 - \frac{2}{\pi^2} \right) = 0,398 \mu r^2$ $= \frac{r^4}{4} \left(\pi - \frac{2}{\pi} \right) = 0,726 r^4$ Zu den äquatorialen Achsen XX und YY: $J_x = J_y = \frac{\mu r^2}{4} = \frac{\pi}{8} r^4$
$z = 0$	Zur Polachse C: $J_c = \frac{\mu}{2} r^2 = \frac{\pi}{2} r^4$ Zur Äquatorachse XX: $J_x = \frac{\mu}{4} r^2 = \frac{\pi}{4} r^4$
$z = \frac{4}{3} \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta} \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}$ $= \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta} r \left(2 + \frac{1}{6} \frac{b^2}{r^2} \right)$	Zur polaren Achse C: $J_c = \frac{\mu}{2} (r_1^2 + r_2^2) = \mu \left(r^2 + \frac{b^2}{4} \right)$ $= \frac{\beta}{4} (r_1^4 - r_2^4) = \frac{\beta}{4} (4 b r^3 + r b^3)$

Nro.	Form	Flächeninhalt
XVII. Kreisabschnitt.		$F = \frac{r^2}{2} (\beta - \sin \beta)$
XVIII. Parabel.		$F = \frac{2}{3} x y$
XIX. Ellipse.		$F = a b \pi$
XX. Dreieck.		$F = \frac{b h}{2}$

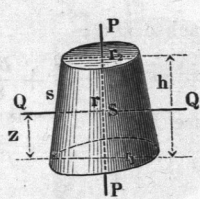
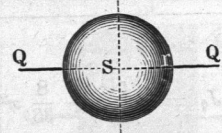
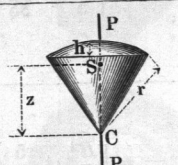
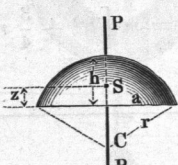
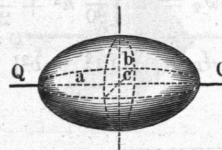
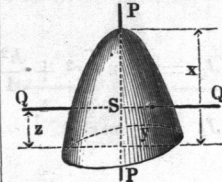
Schwerpunktlage	Trägheitsmomente
$z = \frac{s^3}{12 F}$ $= \frac{4}{3} r \frac{\sin^3 \frac{\beta}{2}}{\beta - \sin \beta}$	Zur polaren Achse C: $J_c = \frac{r^4 \beta}{4} - \frac{1}{4} \left[s r^3 \cos^3 \beta + \frac{r s^3 \cos \beta}{12} \right]$ $= \frac{r^4}{4} \left[\beta - 2 \sin \beta \cos^3 \beta - \frac{2}{3} \cos \beta \sin^3 \beta \right]$
$z_1 = \frac{3}{5} x$ $z_2 = \frac{3}{8} y$	Zu den äquatorialen Achsen XX und YY: $J_x = \mu \frac{y^2}{5} = \frac{8}{15} x y^3$ $J_y = \frac{8}{35} \mu x^2 = \frac{32}{105} y x^3$
$z = 0$	Zur Äquatorachse XX: $J_x = \frac{\pi}{4} a b^3$ Zur Polachse C: $J_c = \frac{\mu}{4} (a^2 + b^2) = \frac{\pi}{4} b a^3 \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right)$
$z = \frac{h}{3}$	$J_x = \mu \frac{h^2}{6} = \frac{b h^3}{12}$ $J_z = \mu \frac{h^2}{18} = \frac{b h^3}{36}$ $J_y = \mu \frac{h^2}{2} = \frac{b h^3}{4}$ $J_c = \frac{b h^3}{4} + \frac{h}{12} (u^3 + v^3)$ $J_b = \frac{b h^3}{12} + \frac{h}{4} (u^3 + v^3) - \frac{b h}{24} [8(u^2 + v^2) - 3b^2]$ $J_s = \frac{b h^3}{36} + \frac{h}{12} (u^3 + v^3) - \frac{b h}{18} [2(u^2 + v^2) - b^2]$

Nro.	Form	Oberfläche
XXI. Dreiseitiges Prisma.		Umfläche: $F_1 = 2l(a + b + c)$ Eine Endfläche: $F_2 = \frac{bh}{2}$
XXII. Rechteckiges Prisma.		Umfläche: $F_1 = 4l(b + h)$ Eine Endfläche: $F_2 = bh$
XXIII. Rhombisches Prisma.		Umfläche: $F_1 = 8l\sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}$ Eine Endfläche: $F_2 = bh$
XXIV. Sechseitig. Prisma.		Umfläche: $F_1 = 12lr$ Eine Endfläche: $F_2 = \frac{3}{2}r^2\sqrt{3} = 2,598r^2$
XXV. Cylinder.		Umfläche: $F_1 = 4lr\pi$ Eine Endfläche: $F_2 = r^2\pi$

Inhalt	Trägheitsmomente
$V = bhl$	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = m \left[\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{18} \right] = \frac{bh l^3}{3} + \frac{b l h^3}{81}$ Zur Polachse PP : $J_p = m \left[\frac{b h^3}{18} + \frac{h}{6} (u^3 + v^3) - \frac{b h}{9} (2[u^2 + v^2] - b^2) \right]$
$V = 2bhl$	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{12} \right)$ Zur Polachse PP : $J_p = \frac{m}{12} (h^2 + b^2)$
$V = 2bhl$	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{6} \right)$ Zur Polachse PP : $J_p = m \left(\frac{h^2}{6} + \frac{b^2}{24} \right)$
$V = 3lr^2\sqrt{3} = 5,196lr^2$	Zu den Aequatorachsen $Q Q$ und $Q_1 Q_1$: $J_q = J = m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{5}{24} r^2 \right)$ Zur Polachse PP : $J_p = \frac{5}{12} m r^2$
$V = 2\pi l r^2$	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{r^2}{4} \right)$ Zur Polachse PP : $J_p = \frac{1}{2} m r^2$

Nro.	Form	Oberfläche	Inhalt
XXVI. Hohlzylinder.		Umfläche: $F_1 = 4\pi l(r_1 + r_2) = 8\pi l r$ Eine Endfläche: $F_2 = \pi(r_1^2 - r_2^2) = 2\pi r b$	$V = 2\pi l(r_1^2 - r_2^2)$ $= 4\pi r b l$
XXVII. Parabolisches Prisma.		Eine Endfläche: $F_2 = \frac{4}{3} x y$	$V = \frac{8}{3} l x y$
XXVIII. Globoidring.		$F = 4\pi^2 R r$	$V = 2\pi^2 R r^2$
XXIX. Rechteckige Pyramide.		Umfläche: $F_1 = a\sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}$ $+ b\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}$ Endfläche: $F_2 = a b$	$V = F_2 \frac{h}{3} = \frac{a b h}{3}$
XXX. Normalkegel.		Umfläche: $F_1 = r\pi\sqrt{h^2 + r^2} = s r \pi$ Endfläche: $F_2 = r^2 \pi$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

Schwerpunktlage	Trägheitsmomente
Mitte der Figur	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = m \left[\frac{l^2}{3} + \frac{r_1^2 + r_2^2}{4} \right] = m \left[\frac{l^2}{3} + \frac{r^2}{2} + \frac{b^2}{8} \right]$ Zur Polachse $P P$: $J_p = \frac{m}{2} [r_1^2 + r_2^2] = m \left[r^2 + \frac{b^2}{4} \right]$
$z = \frac{3}{5} x$	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = m \left[\frac{l^2}{3} + \frac{8}{35} x^2 \right]$ Zur Polachse $P P$: $J_p = m \left[\frac{y^2}{5} + \frac{8}{35} x^2 \right]$
Mitte der Figur	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = m \left[\frac{R^2}{2} + \frac{5}{8} r^2 \right]$ Zur Polachse $P P$: $J_p = m \left[R^2 + \frac{3}{4} r^2 \right]$
$z = \frac{h}{4}$	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = m \left[\frac{3}{80} h^2 + \frac{b^2}{20} \right]$ Zur Polachse $P P$: $J_p = \frac{m}{20} [a^2 + b^2]$
$z = \frac{h}{4}$ Für den Mantel allein ist: $z' = \frac{h}{3}$	Zur Aequatorachse $Q Q$: $J_q = \frac{3}{20} m \left[r^2 + \frac{h^2}{4} \right]$ Zur Polachse $P P$: $J_p = \frac{3}{10} m r^2$

Nro.	Form	Oberfläche	Inhalt
XXXI. Kegeltumpf.		Umfläche: $F_1 = \pi(r_1 + r_2) \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2} = 2\pi r s$ Endflächen: $F_2' = r_1^2 \pi, F_2'' = r_2^2 \pi$	$V = \frac{\pi}{3} h [r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2]$
XXXII. Kugel.		$F = 4r^2 \pi$	$V = \frac{4\pi}{3} r^3$
XXXIII. Kugelausschnitt.		Kegelmantel: $F_1 = a \pi r$ $= \pi r \sqrt{2rh - h^2}$	$V = \frac{2}{3} \pi r^2 h$
XXXIV. Kugelausschnitt.		Umfläche: $F_1 = 2\pi r h = \pi(a^2 + h^2)$ Endfläche: $F_2 = a^2 \pi, r = \frac{a^2 + h^2}{2h}$	$V = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3}\right) = \frac{\pi}{6} h (3a^2 + h^2)$
XXXV. Ellipsoid.		—	$V = \frac{4}{3} \pi a b c$
XXXVI. Drehungsparaboloid.		Endfläche: $F_2 = y^2 \pi$	$V = \frac{\pi}{2} x y^2$

Schwerpunktlage	Trägheitsmomente
$z = \frac{h}{4} \left(\frac{r_1^2 + 2r_1 r_2 + 3r_2^2}{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2} \right)$	Zur Polachse PP: $J_p = \frac{3}{10} m \frac{r_1^5 - r_2^5}{r_1^3 - r_2^3}$
Mitte der Figur	Zur Aequatorachse QQ: $J = \frac{2}{5} m r^2$
$z = \frac{3}{4} \left(r - \frac{h}{2} \right)$	Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{5} (3 r h - h^2)$
$z = \frac{3}{4} \frac{(2r - h)^2}{3r - h}$ Für den Mantel allein: $z' = \frac{h}{2}$	Zur Polachse PP: $J_p = m \left[r^2 - \frac{3}{4} r h + \frac{3}{20} h^2 \right] \frac{2h}{3r - h}$
Mitte der Figur	Zu der Aequatorachse QQ, welche mit a zusammenfällt: $J_a = \frac{m}{5} (b^2 + c^2)$
$z = \frac{x}{3}$	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m \left(\frac{y^2}{6} + \frac{x^2}{18} \right)$ Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{3} y^2$

§. 381.

Trigonometrische Tafel.

Die folgende Tafel enthält in der gebräuchlichen Form zusammengestellt die Sinusse, Cosinusse, Tangenten und Cotangenten der Winkel von 1 bis 90° , von 10 zu 10 Minuten fortschreitend; ausserdem sind, abweichend von der gebräuchlichen Weise, noch die Bogenlängen (für den Halbmesser 1) hinzugefügt. Zur Erleichterung für die Bestimmung der Bogenlängen grösserer Winkel sind auf dieser Seite unten noch mehrere oft gebrauchte Bogenlängen von ganz kleinen Winkeln und von solchen über 90° angegeben.

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang	cotang	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
0	0	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	∞	1,5708	90	0
	10	0,0029	0,0029	1,0000	0,0029	343,77	1,5679		50
	20	0,0058	0,0058	1,0000	0,0058	171,89	1,5650		40
	30	0,0087	0,0087	1,0000	0,0087	114,59	1,5621		30
	40	0,0116	0,0116	0,9999	0,0116	85,940	1,5592		20
	50	0,0145	0,0145	0,9999	0,0145	68,750	1,5563		10
1	0	0,0175	0,0175	0,9998	0,0175	57,290	1,5533	89	0
	10	0,0204	0,0204	0,9998	0,0204	49,104	1,5504		50
	20	0,0233	0,0233	0,9997	0,0233	42,964	1,5475		40
	30	0,0262	0,0262	0,9997	0,0262	38,188	1,5446		30
	40	0,0291	0,0291	0,9996	0,0291	34,368	1,5417		20
	50	0,0320	0,0320	0,9995	0,0320	31,242	1,5388		10
2	0	0,0349	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	1,5359	88	0
	10	0,0378	0,0378	0,9993	0,0378	26,432	1,5330		50
	20	0,0407	0,0407	0,9992	0,0407	24,542	1,5301		40
	30	0,0436	0,0436	0,9990	0,0437	22,904	1,5271		30
	40	0,0465	0,0465	0,9989	0,0466	21,470	1,5243		20
	50	0,0495	0,0494	0,9988	0,0495	20,206	1,5213		10
3	0	0,0524	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	1,5184	87	0
	10	0,0553	0,0552	0,9985	0,0553	18,075	1,5155		50
	20	0,0582	0,0581	0,9983	0,0582	17,169	1,5126		40
	30	0,0611	0,0610	0,9981	0,0612	16,350	1,5097		30
	40	0,0640	0,0640	0,9980	0,0641	15,605	1,5068		20
	50	0,0669	0,0669	0,9978	0,0670	14,924	1,5039		10
4	0	0,0698	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	1,5010	86	0
	10	0,0727	0,0727	0,9974	0,0729	13,727	1,4981		50
	20	0,0756	0,0756	0,9971	0,0758	13,197	1,4951		40
	30	0,0785	0,0785	0,9969	0,0787	12,706	1,4923		30
	40	0,0814	0,0814	0,9967	0,0816	12,251	1,4893		20
	50	0,0844	0,0843	0,9964	0,0846	11,826	1,4864		10
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang	tang	arcus	Winkel	
<i>ang.</i> = $0^\circ 1'$		$0^\circ 5'$	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
<i>arc.</i> = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang	cotang	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
5	0	0,0873	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	1,4835	85	0
	10	0,0902	0,0901	0,9959	0,0904	11,059	1,4806		50
	20	0,0931	0,0929	0,9957	0,0934	10,712	1,4777		40
	30	0,0960	0,0958	0,9954	0,0963	10,385	1,4748		30
	40	0,0989	0,0987	0,9951	0,0992	10,078	1,4719		20
	50	0,1018	0,1016	0,9948	0,1022	9,7882	1,4690		10
6	0	0,1047	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	1,4661	84	0
	10	0,1076	0,1074	0,9942	0,1080	9,2553	1,4632		50
	20	0,1105	0,1103	0,9939	0,1110	9,0098	1,4603		40
	30	0,1134	0,1132	0,9936	0,1139	8,7769	1,4573		30
	40	0,1164	0,1161	0,9932	0,1169	8,5555	1,4544		20
	50	0,1193	0,1190	0,9929	0,1198	8,3450	1,4515		10
7	0	0,1222	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	1,4486	83	0
	10	0,1251	0,1248	0,9922	0,1257	7,9530	1,4457		50
	20	0,1280	0,1276	0,9918	0,1287	7,7704	1,4428		40
	30	0,1309	0,1305	0,9914	0,1317	7,5958	1,4399		30
	40	0,1338	0,1334	0,9911	0,1346	7,4287	1,4370		20
	50	0,1367	0,1363	0,9907	0,1376	7,2687	1,4341		10
8	0	0,1396	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	1,4312	82	0
	10	0,1425	0,1421	0,9899	0,1435	6,9682	1,4283		50
	20	0,1454	0,1449	0,9894	0,1465	6,8269	1,4254		40
	30	0,1484	0,1478	0,9890	0,1495	6,6912	1,4224		30
	40	0,1526	0,1507	0,9886	0,1524	6,5606	1,4195		20
	50	0,1542	0,1536	0,9881	0,1554	6,4348	1,4166		10
9	0	0,1571	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	1,4137	81	0
	10	0,1600	0,1593	0,9872	0,1614	6,1970	1,4108		50
	20	0,1629	0,1622	0,9868	0,1644	6,0844	1,4079		40
	30	0,1658	0,1650	0,9863	0,1673	5,9758	1,4050		30
	40	0,1687	0,1679	0,9858	0,1703	5,8708	1,4021		20
	50	0,1716	0,1708	0,9853	0,1733	5,7694	1,3992		10
10	0	0,1745	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	1,3963	80	0
	10	0,1774	0,1765	0,9843	0,1793	5,5764	1,3934		50
	20	0,1804	0,1794	0,9838	0,1823	5,4845	1,3904		40
	30	0,1833	0,1822	0,9833	0,1853	5,3955	1,3875		30
	40	0,1862	0,1851	0,9827	0,1883	5,3093	1,3846		20
	50	0,1891	0,1880	0,9822	0,1914	5,2257	1,3817		10
11	0	0,1920	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	1,3788	79	0
	10	0,1949	0,1937	0,9811	0,1974	5,0658	1,3759		50
	20	0,1978	0,1965	0,9805	0,2004	4,9894	1,3730		40
	30	0,2007	0,1994	0,9799	0,2035	4,9152	1,3701		30
	40	0,2036	0,2022	0,9793	0,2065	4,8430	1,3672		20
	50	0,2065	0,2051	0,9787	0,2095	4,7729	1,3643		10
12	0	0,2094	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	1,3614	78	0
	10	0,2123	0,2108	0,9775	0,2156	4,6382	1,3584		50
	20	0,2153	0,2136	0,9769	0,2186	4,5736	1,3555		40
	30	0,2182	0,2164	0,9763	0,2217	4,5107	1,3526		30
	40	0,2211	0,2193	0,9757	0,2247	4,4494	1,3497		20
	50	0,2240	0,2221	0,9750	0,2278	4,3897	1,3468		10
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang	cotang	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
13	0	0,2269	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	1,3439	77	0
03	10	0,2298	0,2278	0,9737	0,2339	4,2747	1,3410		50
03	20	0,2327	0,2306	0,9730	0,2370	4,2193	1,3381		40
03	30	0,2356	0,2334	0,9724	0,2401	4,1653	1,3352		30
03	40	0,2385	0,2363	0,9717	0,2432	4,1126	1,3323		20
01	50	0,2414	0,2391	0,9710	0,2462	4,0611	1,3294		10
14	0	0,2443	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	1,3264	76	0
03	10	0,2473	0,2447	0,9696	0,2524	3,9617	1,3235		50
03	20	0,2502	0,2476	0,9689	0,2555	3,9136	1,3206		40
03	30	0,2531	0,2504	0,9681	0,2586	3,8667	1,3177		30
03	40	0,2560	0,2532	0,9674	0,2617	3,8208	1,3148		20
01	50	0,2589	0,2560	0,9667	0,2648	3,7760	1,3119		10
15	0	0,2618	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	1,3090	75	0
03	10	0,2647	0,2616	0,9652	0,2711	3,6891	1,3061		50
03	20	0,2667	0,2644	0,9644	0,2742	3,6470	1,3032		40
03	30	0,2705	0,2672	0,9636	0,2773	3,6059	1,3003		30
03	40	0,2734	0,2700	0,9628	0,2805	3,5656	1,2974		20
01	50	0,2763	0,2728	0,9621	0,2836	3,5261	1,2945		10
16	0	0,2793	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	1,2915	74	0
03	10	0,2822	0,2784	0,9605	0,2899	3,4495	1,2886		50
03	20	0,2851	0,2812	0,9596	0,2931	3,4124	1,2857		40
03	30	0,2880	0,2840	0,9588	0,2962	3,3759	1,2828		30
03	40	0,2909	0,2868	0,9580	0,2994	3,3402	1,2799		20
01	50	0,2938	0,2896	0,9572	0,3026	3,3052	1,2770		10
17	0	0,2967	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	1,2741	73	0
03	10	0,2996	0,2952	0,9555	0,3089	3,2371	1,2712		50
03	20	0,3025	0,2979	0,9546	0,3121	3,2041	1,2683		40
03	30	0,3054	0,3007	0,9537	0,3153	3,1716	1,2654		30
03	40	0,3083	0,3035	0,9528	0,3185	3,1397	1,2625		20
01	50	0,3113	0,3062	0,9520	0,3217	3,1084	1,2595		10
18	0	0,3142	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	1,2566	72	0
03	10	0,3171	0,3118	0,9502	0,3281	3,0475	1,2537		50
03	20	0,3200	0,3145	0,9492	0,3314	3,0178	1,2508		40
03	30	0,3229	0,3173	0,9483	0,3346	2,9887	1,2479		30
03	40	0,3258	0,3201	0,9474	0,3378	2,9600	1,2450		20
01	50	0,3287	0,3228	0,9465	0,3411	2,9319	1,2421		10
19	0	0,3316	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	1,2392	71	0
03	10	0,3345	0,3283	0,9446	0,3476	2,8770	1,2363		50
03	20	0,3374	0,3311	0,9436	0,3508	2,8502	1,2334		40
03	30	0,3403	0,3338	0,9426	0,3541	2,8239	1,2305		30
03	40	0,3432	0,3365	0,9417	0,3574	2,7980	1,2275		20
01	50	0,3462	0,3393	0,9407	0,3607	2,7725	1,2246		10
20	0	0,3491	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	1,2217	70	0
03	10	0,3520	0,3448	0,9387	0,3673	2,7228	1,2188		50
03	20	0,3549	0,3475	0,9377	0,3706	2,6985	1,2159		40
03	30	0,3578	0,3502	0,9367	0,3739	2,6746	1,2130		30
03	40	0,3607	0,3529	0,9356	0,3772	2,6511	1,2101		20
01	50	0,3636	0,3557	0,9346	0,3805	2,6279	1,2072		10
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang	tang	arcus	Winkel	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang	cotang	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
21	0	0,3665	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	1,2043	69	0
	10	0,3694	0,3611	0,9325	0,3872	2,5826	1,2014		50
	20	0,3723	0,3638	0,9315	0,3906	2,5605	1,1985		40
	30	0,3752	0,3665	0,9304	0,3939	2,5386	1,1955		30
	40	0,3782	0,3692	0,9293	0,3973	2,5172	1,1926		20
	50	0,3811	0,3719	0,9283	0,4006	2,4960	1,1897		10
22	0	0,3840	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	1,1868	68	0
	10	0,3869	0,3773	0,9261	0,4074	2,4545	1,1839		50
	20	0,3898	0,3800	0,9250	0,4108	2,4342	1,1810		40
	30	0,3927	0,3827	0,9239	0,4142	2,4142	1,1781		30
	40	0,3956	0,3854	0,9228	0,4176	2,3945	1,1752		20
	50	0,3985	0,3881	0,9216	0,4210	2,3750	1,1723		10
23	0	0,4014	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	1,1694	67	0
	10	0,4043	0,3934	0,9194	0,4279	2,3369	1,1664		50
	20	0,4072	0,3961	0,9182	0,4314	2,3183	1,1636		40
	30	0,4102	0,3987	0,9171	0,4348	2,2998	1,1606		30
	40	0,4131	0,4014	0,9159	0,4383	2,2817	1,1577		20
	50	0,4160	0,4041	0,9147	0,4417	2,2637	1,1548		10
24	0	0,4189	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	1,1519	66	0
	10	0,4218	0,4094	0,9124	0,4487	2,2286	1,1490		50
	20	0,4247	0,4120	0,9112	0,4522	2,2113	1,1461		40
	30	0,4276	0,4147	0,9100	0,4557	2,1943	1,1432		30
	40	0,4305	0,4173	0,9088	0,4592	2,1775	1,1403		20
	50	0,4334	0,4200	0,9075	0,4628	2,1609	1,1374		10
25	0	0,4363	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	1,1345	65	0
	10	0,4392	0,4253	0,9051	0,4699	2,1283	1,1316		50
	20	0,4421	0,4279	0,9038	0,4734	2,1123	1,1286		40
	30	0,4451	0,4305	0,9026	0,4770	2,0965	1,1257		30
	40	0,4480	0,4331	0,9013	0,4806	2,0809	1,1228		20
	50	0,4509	0,4358	0,9001	0,4841	2,0655	1,1199		10
26	0	0,4538	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503	1,1170	64	0
	10	0,4567	0,4410	0,8975	0,4913	2,0353	1,1141		50
	20	0,4596	0,4436	0,8962	0,4950	2,0204	1,1112		40
	30	0,4625	0,4462	0,8949	0,4986	2,0057	1,1082		30
	40	0,4654	0,4488	0,8936	0,5022	1,9912	1,1054		20
	50	0,4683	0,4514	0,8923	0,5059	1,9768	1,1025		10
27	0	0,4712	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	1,0996	63	0
	10	0,4741	0,4566	0,8897	0,5132	1,9486	1,0966		50
	20	0,4771	0,4592	0,8884	0,5169	1,9347	1,0937		40
	30	0,4800	0,4617	0,8870	0,5206	1,9210	1,0908		30
	40	0,4829	0,4643	0,8857	0,5243	1,9074	1,0879		20
	50	0,4858	0,4669	0,8843	0,5280	1,8940	1,0850		10
28	0	0,4887	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	1,0821	62	0
	10	0,4916	0,4720	0,8816	0,5354	1,8676	1,0792		50
	20	0,4945	0,4746	0,8802	0,5392	1,8546	1,0763		40
	30	0,4974	0,4772	0,8788	0,5430	1,8418	1,0734		30
	40	0,5003	0,4797	0,8774	0,5467	1,8291	1,0705		20
	50	0,5032	0,4823	0,8760	0,5505	1,8165	1,0676		10
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang	tang	arcus	Winkel	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang	cotang	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
29	0	0,5061	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	1,0647	61	0
	10	0,5091	0,4874	0,8732	0,5581	1,7917	1,0617		50
	20	0,5120	0,4899	0,8718	0,5619	1,7796	1,0588		40
	30	0,5149	0,4924	0,8704	0,5658	1,7675	1,0559		30
	40	0,5178	0,4950	0,8689	0,5696	1,7556	1,0530		20
	50	0,5207	0,4975	0,8675	0,5735	1,7437	1,0501		10
30	0	0,5236	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	1,0472	60	0
	10	0,5265	0,5025	0,8646	0,5812	1,7205	1,0443		50
	20	0,5294	0,5050	0,8631	0,5851	1,7090	1,0414		40
	30	0,5323	0,5075	0,8616	0,5890	1,6977	1,0385		30
	40	0,5352	0,5100	0,8601	0,5930	1,6864	1,0356		20
	50	0,5381	0,5125	0,8587	0,5969	1,6753	1,0326		10
31	0	0,5411	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	1,0297	59	0
	10	0,5440	0,5175	0,8557	0,6048	1,6534	1,0268		50
	20	0,5469	0,5200	0,8542	0,6088	1,6426	1,0239		40
	30	0,5498	0,5225	0,8526	0,6128	1,6319	1,0210		30
	40	0,5527	0,5250	0,8511	0,6168	1,6212	1,0181		20
	50	0,5556	0,5275	0,8496	0,6208	1,6107	1,0152		10
32	0	0,5585	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	1,0123	58	0
	10	0,5614	0,5324	0,8465	0,6289	1,5900	1,0094		50
	20	0,5643	0,5348	0,8450	0,6330	1,5798	1,0065		40
	30	0,5672	0,5373	0,8434	0,6371	1,5697	1,0036		30
	40	0,5701	0,5398	0,8418	0,6412	1,5597	1,0007		20
	50	0,5730	0,5422	0,8403	0,6453	1,5497	0,9977		10
33	0	0,5760	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	0,9948	57	0
	10	0,5787	0,5471	0,8371	0,6536	1,5301	0,9919		50
	20	0,5818	0,5495	0,8355	0,6577	1,5204	0,9890		40
	30	0,5847	0,5519	0,8339	0,6619	1,5108	0,9861		30
	40	0,5876	0,5544	0,8323	0,6661	1,5013	0,9832		20
	50	0,5905	0,5568	0,8307	0,6703	1,4919	0,9803		10
34	0	0,5934	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	0,9774	56	0
	10	0,5963	0,5616	0,8274	0,6787	1,4733	0,9745		50
	20	0,5992	0,5640	0,8258	0,6830	1,4641	0,9716		40
	30	0,6021	0,5664	0,8241	0,6873	1,4550	0,9687		30
	40	0,6050	0,5688	0,8225	0,6916	1,4460	0,9657		20
	50	0,6080	0,5712	0,8208	0,6959	1,4370	0,9628		10
35	0	0,6109	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	0,9599	55	0
	10	0,6138	0,5760	0,8175	0,7046	1,4193	0,9570		50
	20	0,6167	0,5783	0,8158	0,7089	1,4106	0,9541		40
	30	0,6196	0,5807	0,8141	0,7133	1,4019	0,9512		30
	40	0,6225	0,5831	0,8124	0,7177	1,3934	0,9483		20
	50	0,6254	0,5854	0,8107	0,7221	1,3848	0,9454		10
36	0	0,6283	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	0,9425	54	0
	10	0,6312	0,5901	0,8073	0,7310	1,3680	0,9396		50
	20	0,6341	0,5925	0,8056	0,7355	1,3597	0,9367		40
	30	0,6370	0,5948	0,8039	0,7400	1,3514	0,9338		30
	40	0,6400	0,5972	0,8021	0,7445	1,3432	0,9308		20
	50	0,6429	0,5995	0,8004	0,7490	1,3351	0,9279		10
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang	tang	arcus	Winkel	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang	cotang	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
37	0	0,6458	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	0,9250	53	0
	10	0,6487	0,6041	0,7969	0,7581	1,3190	0,9221		50
	20	0,6516	0,6065	0,7951	0,7627	1,3111	0,9192		40
	30	0,6545	0,6088	0,7934	0,7673	1,3032	0,9163		30
	40	0,6574	0,6111	0,7916	0,7720	1,2954	0,9134		20
	50	0,6603	0,6134	0,7898	0,7766	1,2876	0,9105		10
38	0	0,6632	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	0,9076	52	0
	10	0,6661	0,6180	0,7862	0,7860	1,2723	0,9047		50
	20	0,6690	0,6202	0,7844	0,7907	1,2647	0,9018		40
	30	0,6720	0,6225	0,7826	0,7954	1,2572	0,8988		30
	40	0,6749	0,6248	0,7808	0,8002	1,2497	0,8959		20
	50	0,6778	0,6271	0,7790	0,8050	1,2423	0,8930		10
39	0	0,6807	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	0,8901	51	0
	10	0,6836	0,6316	0,7753	0,8146	1,2276	0,8872		50
	20	0,6865	0,6338	0,7735	0,8195	1,2203	0,8843		40
	30	0,6894	0,6361	0,7716	0,8243	1,2131	0,8814		30
	40	0,6923	0,6383	0,7698	0,8292	1,2059	0,8785		20
	50	0,6952	0,6406	0,7679	0,8342	1,1988	0,8756		10
40	0	0,6981	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	0,8727	50	0
	10	0,7010	0,6450	0,7642	0,8441	1,1847	0,8698		50
	20	0,7039	0,6472	0,7623	0,8491	1,1778	0,8668		40
	30	0,7069	0,6494	0,7604	0,8541	1,1708	0,8639		30
	40	0,7098	0,6517	0,7585	0,8591	1,1640	0,8610		20
	50	0,7127	0,6539	0,7566	0,8642	1,1571	0,8581		10
41	0	0,7156	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	0,8552	49	0
	10	0,7185	0,6583	0,7528	0,8744	1,1436	0,8523		50
	20	0,7214	0,6604	0,7509	0,8796	1,1369	0,8494		40
	30	0,7243	0,6626	0,7490	0,8847	1,1303	0,8465		30
	40	0,7272	0,6648	0,7470	0,8899	1,1237	0,8436		20
	50	0,7301	0,6670	0,7451	0,8952	1,1171	0,8407		10
42	0	0,7330	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	0,8378	48	0
	10	0,7359	0,6713	0,7412	0,9057	1,1041	0,8348		50
	20	0,7389	0,6734	0,7392	0,9110	1,0977	0,8319		40
	30	0,7418	0,6756	0,7373	0,9163	1,0913	0,8290		30
	40	0,7447	0,6777	0,7353	0,9217	1,0850	0,8261		20
	50	0,7476	0,6799	0,7333	0,9271	1,0786	0,8232		10
43	0	0,7505	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	0,8203	47	0
	10	0,7534	0,6841	0,7294	0,9380	1,0661	0,8174		50
	20	0,7563	0,6862	0,7274	0,9435	1,0599	0,8145		40
	30	0,7592	0,6884	0,7254	0,9490	1,0538	0,8116		30
	40	0,7621	0,6905	0,7234	0,9545	1,0477	0,8087		20
	50	0,7650	0,6926	0,7214	0,9601	1,0416	0,8058		10
44	0	0,7679	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	0,8029	46	0
	10	0,7709	0,6967	0,7173	0,9713	1,0295	0,7999		50
	20	0,7738	0,6988	0,7153	0,9770	1,0235	0,7970		40
	30	0,7767	0,7009	0,7133	0,9827	1,0176	0,7941		30
	40	0,7795	0,7030	0,7112	0,9884	1,0117	0,7912		20
	50	0,7824	0,7050	0,7092	0,9942	1,0058	0,7883		10
45	0	0,7854	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	0,7854		0
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang	tang	arcus	Winkel	

Trigonometrische Linien zusammengesetzter Winkel.

1. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
2. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
3. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
4. $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha = \sin \alpha (4 \cos^2 \alpha - 1)$
5. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
6. $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha = \cos \alpha (1 - 4 \sin^2 \alpha)$
7. $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
8. $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
9. $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
10. $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$
11. $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$
12. $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)$
13. $\sin^3 \alpha = \frac{1}{4} (3 \sin \alpha - \sin 3\alpha)$
14. $\cos^3 \alpha = \frac{1}{4} (3 \cos \alpha + \cos 3\alpha)$
15. $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$
16. $\cotang(\alpha \pm \beta) = \frac{\cotang \alpha \cotang \beta \mp 1}{\pm \cotang \alpha + \cotang \beta}$
17. $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$
18. $\cotang 2\alpha = \frac{\cotang \alpha^2 - 1}{2 \cotang \alpha}$
19. $\tan \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}} = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{2 \tan \frac{1}{2} \alpha}{1 - \tan^2 \frac{1}{2} \alpha}$
20. $\cotang \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}} = \frac{\sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \frac{\cotang \frac{1}{2} \alpha^2 - 1}{2 \cotang \frac{1}{2} \alpha}$
21. $\tan \alpha \pm \tan \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$
22. $\cotang \alpha \pm \cotang \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$
23. $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha - \sin \beta} = \frac{\tan \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}{\tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}$