§. 295.

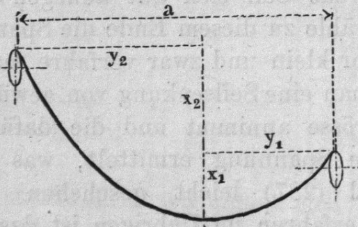
Der schiefe Seiltrieb.

Ein Seiltrieb, dessen Rollen ungleich hoch liegen, wird ein schiefer Seiltrieb genannt; seine Seilkurve ist unsymmetrisch. Beim Abstand a der Lothe durch deren Endpunkte und dem Höhenunterschied H derselben ergibt sich für die Senkhöhen $h' = x_1$ und $h'' = x_2$, Fig. 888, und die Ordinaten y_1 und y_2 der beiden Kurvenschenkel*):

$$\left.\begin{aligned} x_1 = h' &= \frac{a^2}{8c} + \frac{c}{2}\frac{H^2}{a^2} - \frac{H}{2} \\ x_2 = h'' &= \frac{a^2}{8c} + \frac{c}{2}\frac{H^2}{a^2} + \frac{H}{2} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (300)$$

und
$$y_1 = \frac{a}{2} - c\frac{H}{a}, \qquad y_2 = \frac{a}{2} + c\frac{H}{a} \quad . \quad . \quad . \quad (301)$$

Fig. 888.



worin der Parameter c noch unbekannt. Für denselben hat man aber nach (286): $K = p\,(h + c)$ oder $\mathfrak{S}q = \psi\, q\,(h + c)$ und, indem man für die tiefer stehende Rolle als die schwächer belastete zu rechnen hat: $\mathfrak{S}' = \psi\,(c + x_1)$, somit $c = (\mathfrak{S}' : \psi) - x_1$. Hierin den Werth für x_1 aus (300) einsetzend, erhält man nach einiger Umformung:

$$c = \frac{\dfrac{\mathfrak{S}'}{\psi} + \dfrac{H}{2}}{2 + \dfrac{H^2}{a^2}} + \sqrt{\left(\frac{\dfrac{\mathfrak{S}'}{\psi} + \dfrac{H}{2}}{2 + \dfrac{H^2}{a^2}}\right)^2 - \frac{a^2}{8\left(1 + \dfrac{1}{2}\dfrac{H^2}{a^2}\right)}} \quad (302)$$

Das Pluszeichen vor der $\sqrt{\ }$ gilt, weil wir die obere „stabile" Parabel (aus Fig. 884) zu wählen haben, welcher der grössere der beiden Parameter zukommt. Ist hieraus der Parameter c bestimmt, so folgen x_1 und y_1 aus (300) und (301). Für den aufsteigenden Kurvenast ist noch die Spannung $\mathfrak{S}''$ oben an der

*) Aus folgender Betrachtung: $y_1^2 = 2cx$, $y_2^2 = 2cx_2$, $y_1 + y_2 = a$, $x_2 - x_1 = H$, woraus $y_2^2 - y_1^2 = 2c(x_2 - x_1) = 2cH$, d. i. $(y_2 + y_1)(y_2 - y_1) = 2cH$; somit gemäss dem Werthe der Ordinatensumme: $y_2 - y_1 = 2cH : a$ u. s. w.

Rolle zu suchen. Sie beträgt $\mathfrak{S}'' = \psi\,(c + x_2)$. Hiervon $\mathfrak{S}'$ mit $\psi\,(c + x_1)$ abgezogen, kommt:

$$\mathfrak{S}'' = \mathfrak{S} + \psi\,(x_2 - x_1) = \mathfrak{S}' + \psi H \quad . \quad . \quad (303)$$

und numerisch wegen $\psi = 0{,}0091$:

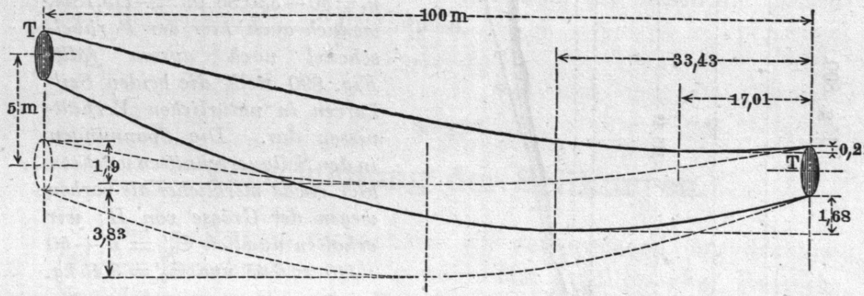
$$\mathfrak{S}' = \mathfrak{S}' + \frac{H}{110} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (304)$$

1. Beispiel. Es sei $a = 100\,m$, $\mathfrak{S}_1' = 6$, so käme zunächst, wenn $H = 0$ wäre, $c = (6 \,.\, 110 + 0) : 2 + \sqrt{330^2 - (100^2 : 8)} = 330 + \sqrt{108\,900 - 1250} = 330 + 328{,}1 = 658{,}1\,m$. Hiermit erhielte man aus (300) $x_1 = x_2 = h_1 = a^2 : 8c = 10\,000 : 8 \,.\, 658{,}1 = 1{,}899 \sim 1{,}9\,m$. Für das geführte Trum, wo $\mathfrak{S}_2' = 3$, erhielte man $c = 165 + \sqrt{27225 - 1250} = 326{,}17\,m$ und damit $h_2 = 1000 : 8 \,.\, 326{,}17 = 3{,}83\,m$. Es sei nun aber $H = 5\,m = 0{,}05\,a$. Dann erhält man:

a) Für das führende Trum:

$c = (6 \,.\, 110 + 2{,}5) : (2 + 0{,}05^2) + \sqrt{(662{,}5 : 2{,}0025)^2 - 100^2 : 8\,(1 + 0{,}00125)} = 330{,}84 + \sqrt{109\,452{,}46 - 1248{,}44} = 330{,}84 + 328{,}94 = 659{,}78\,m$, also

Fig. 889.



wenig mehr als bei $H = 0$; die Senkung h_1' wird $= 100^2 : (8 \,.\, 659{,}78) + 329{,}88 \,.\, 0{,}0025 - 2{,}5 = 1{,}894 + 0{,}825 - 2{,}5 = 0{,}219\,m$, und $h_1'' = h' + 5 = 5{,}219\,m$; der Scheitelabstand y_1 wird dabei $= (100 : 2) - (659{,}78 : 20) = 50 - 32{,}989 = 17{,}01\,m$.

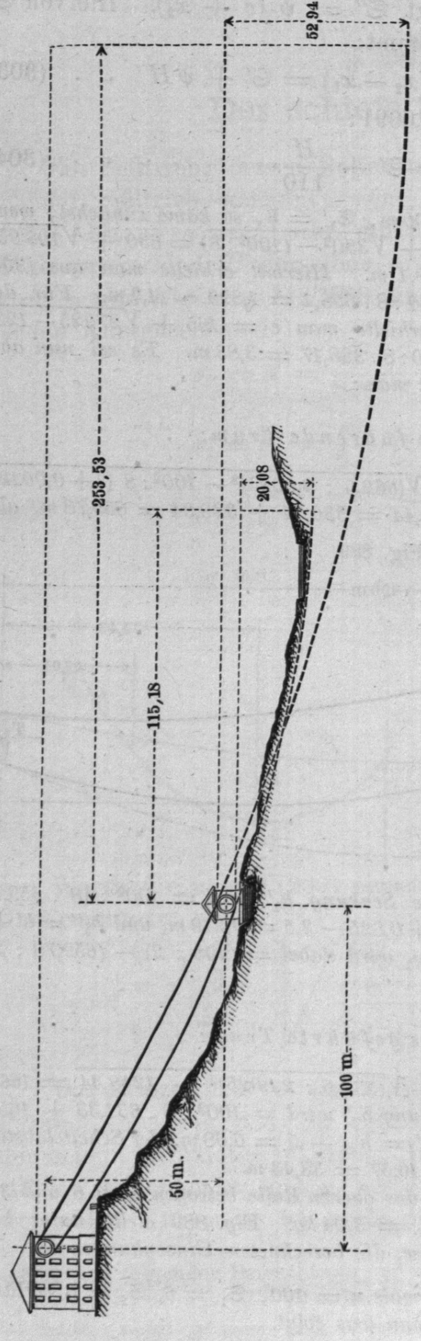
b) Für das geführte Trum:

$c = (3 \,.\, 110 + 2{,}5) : 2{,}0025 + \sqrt{(332{,}5 : 2{,}0025)^2 - 1248{,}44} = 166{,}04 + 165{,}29 = 331{,}33\,m$; die Senkung h_2' wird $= 100^2 : 8 \,.\, 331{,}33 + 165{,}67 \,.\, 0{,}0025 - 2{,}5 = 1{,}68\,m$, wo $h_2'' = h'_2 + 5 = 6{,}68\,m$, der Scheitelabstand $y_1 = 50 - 331{,}33 \,.\, 0{,}05 = 50 - 16{,}57 = 33{,}43\,m$.

Die Spannungen im Seil an der oberen Rolle betragen statt 6 und 3 kg $6 + 5/_{110} = 6{,}04$ und $3 + 5/_{110} = 3{,}04$ kg. Fig. 889 stellt, unter Verdreifachung der Höhenverhältnisse, die berechneten Einsenkungen dar.

2. Beispiel. Es sei abermals $a = 100$, $\mathfrak{S}_1 = 6$, $\mathfrak{S}_2 = 3$ verlangt, nun aber $H = 50\,m$, so erhält man was folgt.

Fig. 890.



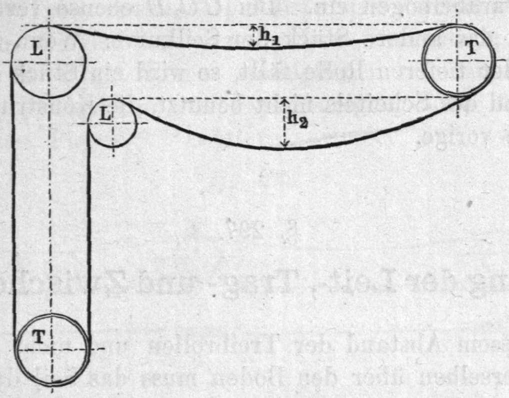
a) *Für das führende Trum:* $c = (6 \cdot 110 + 25) : 2,25 + \sqrt{(685 \cdot 4 : 9)^2 - 1250 : 1,125} = 304,44 + \sqrt{92\,686,15 - 1111,11} = 304,44 + 302,61 = 607,05$; *sodann* $h_1' = x_1 = 1250 : 607,05 + 303,53 \cdot 0,25 - 0,5 \cdot 50 = 2,06 + 75,88 - 25 = 52,94$ *m mit dem Scheitelabstand* $y_1 = 50 - 607,05 \cdot 0,5 = 50 - 303,53 = -253,53$ *m; der Parabelscheitel fällt ausserhalb des Rollenzwischenraums.*

b) *Für das geführte Trum:* $c = (3 \cdot 110 + 25) : 2,25 + \sqrt{(355 \cdot 4 : 9)^2 - 1111,11} = 157,78 + 172,58 = 330,36$ *m. Hiermit kommt* $h_2' = x_1 = 1250 : 330,36 + 165,18 \cdot 0,25 - 25 = 3,78 + 41,30 - 25 = 20,08$ *m und* $y_1 = 50 - 330,36 \cdot 05 = -115,18$*m, wonach auch hier der Parabelscheitel nach aussen fällt. Fig. 890 stellt die beiden Seilkurven in natürlichen Verhältnissen dar. Die Spannungen in den Seilquerschnitten wachsen hier etwas merklicher als vorhin wegen der Grösse von* H*; wir erhalten nämlich* $\mathfrak{S}_1' = 6 + 50 : 110 = 6,45$ *und* $\mathfrak{S}_2' = 3,45$ *kg.*

Die oberste Grenze für den schiefen Seiltrieb ist diejenige, bei welcher die Seiltrümer senkrecht (die Parameter der Parabeln ∞ gross) werden. Beim senkrechten Seiltrieb kann durch die Seilsenkung die erforderliche Anspannung nicht erzielt werden, sondern sind die Rollenlager mit anderen Mitteln (Federn, Gewichten u. s. w.) entsprechend auseinander zu spannen.

Durch Zuhülfenahme von Leitrollen kann man aber, wie Fig. 891 andeutet, einen geraden oder auch einen schiefen Seiltrieb mit

Fig. 891.



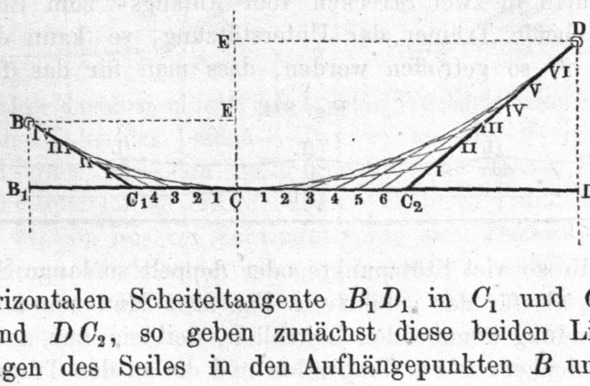
dem senkrechten verbinden und hat dann für diesen die passenden Seilsenkungen zu bestimmen.

§. 296.

Verzeichnung der Seilkurven.

Die Seilkurven verzeichnen wir entsprechend den durchgeführten Berechnungen als gewöhnliche (apollonische) Parabeln. Nachdem man, Fig. 892, den Scheitel C eines Seiltrums BCD bestimmt hat, halbire man die beiden Abschnitte $B_1 C$ und $D_1 C$

Fig. 892.



der horizontalen Scheiteltangente $B_1 D_1$ in C_1 und C_2, ziehe $B C_1$ und $D C_2$, so geben zunächst diese beiden Linien die Richtungen des Seiles in den Aufhängepunkten B und D an.