womit $N \sim 247$ PS kommt. Um den Draht zu schonen, wählen wir s nicht $= 24$, wie wir dürften, sondern nur $= 20$, und erhalten für R die bequeme Grösse: $2 \,.\, 10\,000 : 20 = 1000$ mm.

Wenn der auf das Seil zurückgeführte Widerstand P unmittelbar gegeben ist, was selten der Fall ist, so hat man für die Berechnung aus der Grundformel $100\, q\, \mathfrak{S}_1 = \tau P$ wegen $\tau = 2$:

$$q = {}^1/_{50}\, \frac{P}{\mathfrak{S}_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (280)$$

Eher kann schon das statische Moment, welches auf die getriebene Welle im Maximum übertragen werden soll, gegeben sein (Pumpenbetrieb etc.). Dividirt man aber die vorige Gleichung mit der aus Formel (279), so erhält man: $q = {}^1/_{50000}\, P R\, (s : \mathfrak{S}_1)\, (1 : \delta)$ und hieraus wegen $q = {}^{\pi}/_4\, \delta^2$:

$$\delta = 0{,}0634 \sqrt[3]{\frac{1}{i}} \sqrt[3]{\frac{s}{\mathfrak{S}_1} P R} \quad \ldots\ldots \quad (281)$$

oder, wenn für das Moment $P R$ der Effektquotient N/n aus Formel (135) eingesetzt wird:

$$\delta = 5{,}67 \sqrt[3]{\frac{1}{i}} \sqrt[3]{\frac{s}{\mathfrak{S}_1} \frac{N}{n}} \quad \ldots\ldots \quad (282)$$

4. Beispiel. Eine Druckpumpe, mittelst einer Kurbel auf der getriebenen Welle eines Drahtseiltriebes betrieben, leiste 400 kg Widerstand an der 360 mm langen Kurbel. Dann ist der Maximalwerth von $P R = 400 \,.\, 360$, und es kommt, wenn wir ein 36er Eisendrahtseil mit $\mathfrak{S}_1 = 6$ und $s = 12$ anwenden wollen, $\delta = (0{,}0634 : \sqrt[3]{36})\, \sqrt[3]{144\,000 \,.\, 2} = 1{,}268 \sim 1{,}25$ mm. Dafür ergibt sich R gemäss obiger Tabelle zu $833 \,.\, 1{,}25 \sim 1040$ mm als Minimum.

§. 292.

Seilsenkungen.

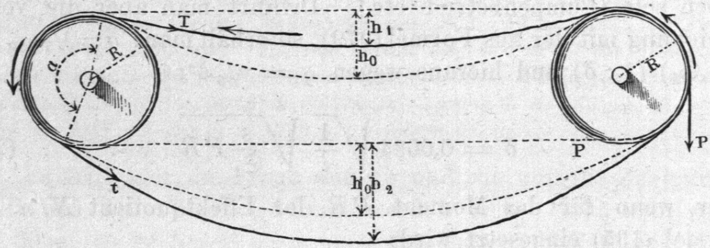
Damit das Treibseil die gewünschten Anspannungen T und t erhalte, müssen die Einsenkungen der beiden Trümer von einer bestimmten Grösse sein, die man schon wegen der Raumbeanspruchung des Seiltriebs kennen muss. Die Mittellinie des Seils krümmt sich nach einer Kurve, welche zwischen der Kettenlinie und der elastischen Linie liegt und sich durch eine Parabel gut annähern lässt*). Für den Parameter c dieser Parabel hat man bei der Seilsenkung h, welche im führenden Trum in h_1, beim geführten in h_2, beim ruhenden in h_0 übergeht, siehe Fig. 883, im waagerechten Seiltrieb, wenn der Abstand der beiden Aufhängepunkte $= a$ ist:

$$c = \frac{a^2}{8h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (283)$$

woraus für die Tangentialkraft K im Aufhängepunkt folgt:

$$K = p\left(h + \frac{a^2}{8h}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (284)$$

Fig. 883.



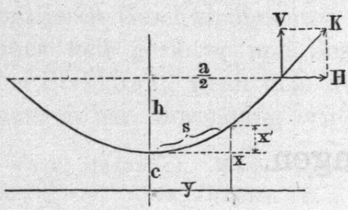
Alle Längen sind hierbei in Meter gemessen gedacht. Beim Seilquerschnitt q (wie früher in qcm gemessen) ist $K = 100q\mathfrak{S}$ und $p = 100q\varphi 1000\gamma$, wenn γ das Gewicht des cbmm und φ einen

---

*) Gleichung der Kettenlinie nach untenstehender Figur:

$$x = \frac{c}{2}\left(e^{\frac{y}{c}} + e^{-\frac{y}{c}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (285)$$

wobei am Punkte xy die Tangential-, die Vertikal- und die Horizontalkräfte beziehungsweise px, ps und pc sind, wenn p das Gewicht pro Längeneinheit, dabei $s = \sqrt{x^2 - c^2}$ ist. Für den Aufhängepunkt gibt dies:



$$K = p\,(h + c), \qquad V = p\sqrt{h^2 + 2hc},$$
$$H = pc \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (286)$$

worin der Parameter c noch unbekannt. Um ihn zu bestimmen, lösen wir die Kurvengleichung in folgende Reihensumme auf:

$$x = \frac{c}{2}\left(1 + \frac{y}{c} + \frac{y^2}{1.2.c^2} + \frac{y^3}{1.2.3.c^3} + \cdot\cdot + 1 - \frac{y}{c} + \frac{y^2}{1.2.c^2} - \frac{y^3}{1.2.3.c^3} + \cdot\cdot\right).$$

Hierin ist der Quotient $y : c$, da die Kurve im Seiltrieb stets flach gespannt ist, ein echter Bruch, weshalb beide Reihen konvergiren. Wir bleiben beim dritten Gliede stehen und haben dann genügend genau: $x = \frac{1}{2} c\,(2 + y^2 : c^2) = c + y^2 : 2c$ und $x' = x - c = y^2 : 2c$ (Parabelgleichung).

Koëffizienten bezeichnet, welcher die Schraubenform der Drähte, auch die Hanfseele berücksichtigt. γ ist 0,0000078, φ ist nicht ganz fest (vergl. §. 267), kann aber hier $= {}^7/_6$ gesetzt werden*). Damit wird $p = {}^7/_6 \,.\, 0{,}0078 \,.\, 100\, q = 0{,}0091 \,.\, 100\, q$, wofür wir setzen wollen $\psi\, 100\, q$ und nun haben:

$$\mathfrak{S} = \psi \left(h + \frac{a^2}{8h}\right) = 0{,}0091 \left(h + \frac{a^2}{8h}\right) \quad . \quad . \quad (287)$$

Hieraus ergibt sich:

$$h = \frac{1}{2}\,\frac{\mathfrak{S}}{\psi} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\,\frac{\mathfrak{S}^2}{\psi^2} - \frac{a^2}{8}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (288)$$

und numerisch, indem $1 : \psi = 110$ und weil das neg. Vorzeichen gilt:

$$h = 55\,\mathfrak{S} - \sqrt{(55\,\mathfrak{S})^2 - \frac{a^2}{8}} \quad . \quad . \quad . \quad (289)$$

Vernachlässigt man das erste Glied in der Klammer in (287), so ergibt sich als meist genügender Annäherungswerth $\mathfrak{S} = \psi\,(a^2 : 8h)$ und damit:

$$h = 0{,}00114\,\frac{a^2}{\mathfrak{S}} = \frac{a^2}{879\,\mathfrak{S}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (290)$$

1. Beispiel. Es sei die Sehne a, welche man unbedenklich = dem Rollenstand setzen darf, 80 m, sodann im führenden Trum $\mathfrak{S}_1 = 6$, im geführten $\mathfrak{S}_2 = 3$, so folgt aus (289) $h_1 = 330 - \sqrt{330^2 - 6400 : 8} = 330 - 328{,}79 = 1{,}21\,m$; $h_2 = 165 - \sqrt{165^2 - 800} = 2{,}45$ m. Die Annäherungsformel (290) ergibt: $h_1 = 0{,}00114 \,.\, 6400 : 6 = 1{,}216\,m$, $h_2 = 0{,}00114 \,.\, 6400 : 3 = 2{,}432\,m$.

Erwünscht ist, die Senkung h aus den genaueren Ausdrücken zeichnerisch ermitteln zu können. Hierfür gilt Folgendes. Die beiden Vorzeichen vor der Wurzel in (288) liefern jedesmal zwei richtige Werthe für h, wie in folgender Figur angegeben; der grössere ist nicht brauchbar, weil er einem labilen Gleichgewichte entspricht. Zwischen beiden liegt ein Werth $h = {}^1/_2\,\mathfrak{S} : \psi$, welcher in dem Falle als Senkhöhe gültig ist, wo der Werth unter dem Wurzelzeichen = Null, d. h. $\mathfrak{S} = \psi a : \sqrt{2}$ ist. Diesen wollen wir die Mittel- oder Medianhöhe der Senkung nennen und mit h_m bezeichnen. Er ist merkwürdig, weil ihm das absolute Minimum**) der Anspannung des Seiles zukommt. $\mathfrak{S}_m$ heisse

---

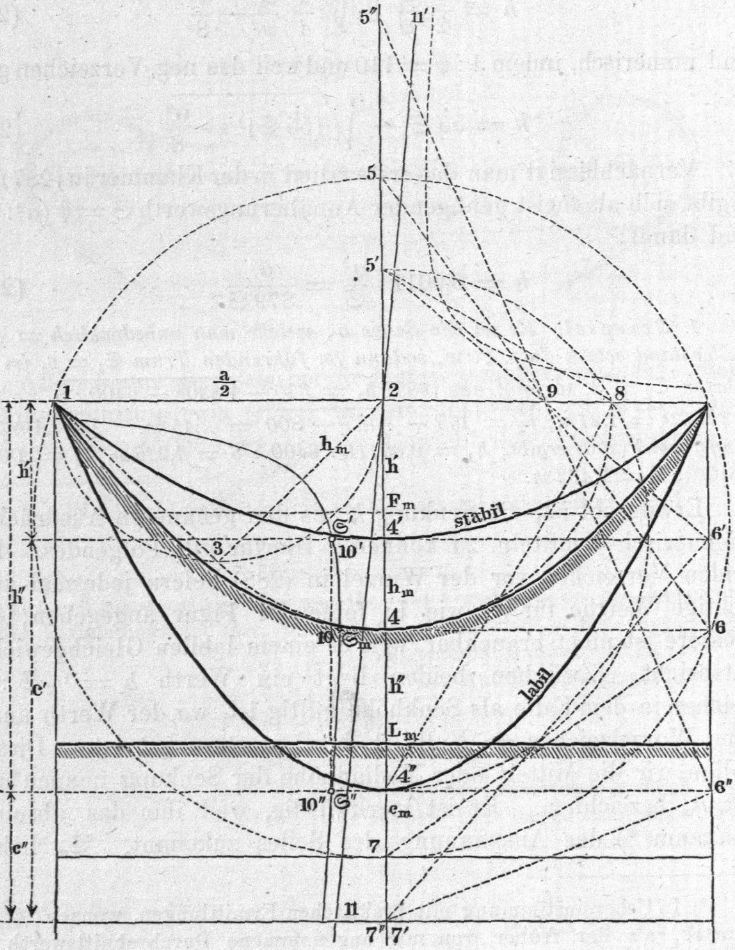
*) In Uebereinstimmung mit praktischen Ermittlungen, wonach ${}^7/_6$ geeigneter, als der früher von mir angenommene Durchschnittswerth ${}^9/_8$ zu sein scheint.

**) Aus (287) erhält man $d\mathfrak{S} = \psi\,[dh + {}^1/_8\,(0 - a^2 : h^2)\,dh]$ und hieraus für das Minimum von $\mathfrak{S}$: $0 = \psi[1 - ({}^1/_8\,a^2 : h^2)]$. Nun ist aber $a^2 : 8h$ nach (283) der Parameter, also hier c_m, somit $0 = 1 - (c_m : h_m)$, das ist die der Medianhöhe h_m entsprechende Zugspannung. Sie wird:

$$\mathfrak{S}_m = \psi \frac{a}{\sqrt{2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (291)$$

$c_m = h_m = a : \sqrt{8}$, und deshalb nach (287) $\mathfrak{S}_m = \psi\,(h_m + a^2 : h_m)$ $= \psi[(a : \sqrt{8}) + (a : \sqrt{8})] = \psi\, a : \sqrt{2}$. In Fig. 884 ist die leichte Auffindungsweise von h_m benutzt, ausserdem auch gezeigt, wie für jeden Werth von

Fig. 884.



h der Parameter c — durch zeichnerische Ausführung der Proportion $2h : a/_2 = a/_2 : c$ — gefunden wird. $2 \diagdown 5' = 2 \diagdown 4' = h'$; $4'6' = a/_2$; $6'7' \perp 6'5'$ liefert in $4'7'$ den Parameter c'; sodann: $2 \diagdown 5'' = 2 \diagdown 4'' = h''$;

insbesondere bei unserem Werthe $\psi = 0{,}0091$:

$$\mathfrak{S}_m = \frac{a}{155{,}5} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (292)$$

und liefert, da $h_m = {}^1/_2\, \mathfrak{S}_m : \psi$ ist, für die Medianhöhe

$$h_m = \frac{a}{\sqrt{8}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (293)$$

woraus auch folgt: $h_m = \mathfrak{S}_m : 2\,\psi$. Dividirt man nunmehr (288) durch (293), so erhält man nach einiger Umformung:

$$\frac{h}{h_m} = \frac{\mathfrak{S} - \sqrt{\mathfrak{S}^2 - \mathfrak{S}_m^2}}{\mathfrak{S}_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (294)$$

Hieraus nun ergibt sich alsbald die in Fig. 885 (a. f. S.) ausgeführte geometrische Konstruktion.

Beschreibe über 1 . 2 = ½ a als Durchmesser den Halbkreis 1 . 3 . 2; verbinde den Endpunkt 3 des Viertelkreises 2 . 3 mit 2 (oder 1), so ist zu-

---

$4''6'' = a/_2$, $6''7'' \perp 6''5''$ liefert den Parameter $4''7'' = c''$. Für die Auffindung des Scheitels $4''$ der unteren Parabel haben wir:

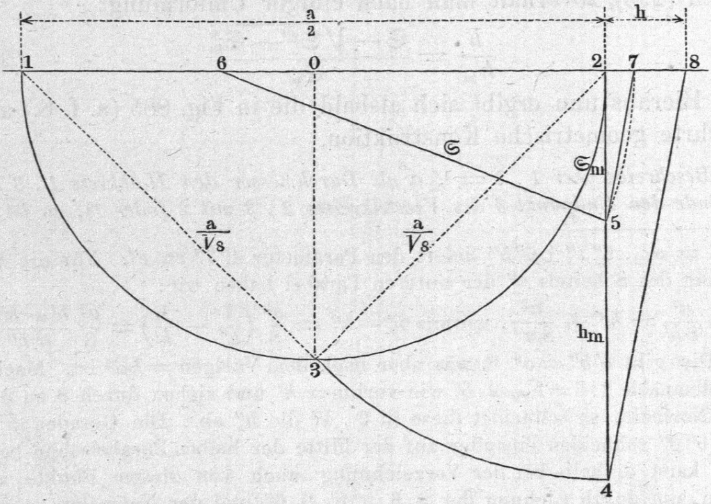
$$h' + \frac{a^2}{8\,h'} = h'' + \frac{a^2}{8\,h''}, \text{ woraus } h' - h'' = \frac{a^2}{8}\left(\frac{1}{h''} - \frac{1}{h'}\right) = \frac{a^2}{8}\,\frac{h' - h''}{h'\,h''}.$$

Dies gibt $h'\,h'' = a^2 : 8$, was aber nach dem Vorigen $= h_m{}^2$ ist. Machen wir demnach $2 . 8 = h_m$, $2 . 5'$ wie vorhin $= h'$ und ziehen durch 8 zu $8 . 5'$ eine Normale, so schneidet diese in $2 . 4''$ die h'' ab. Die Geraden $5 . 6$, $5'6'$, $5''6''$ schneiden einander auf der Mitte der halben Parabelsehne bei 9; man kann deshalb bei der Verzeichnung auch von diesem Punkte ausgehen, um durch Ziehung der $9 . 6$, $9 . 6'$, $9 . 6''$ und der Normalen zu denselben die Parameterendpunkte 7, $7'$, $7''$ zu bestimmen. Die Leitlinien der Parabeln liegen um ½ c vom Scheitel entfernt. Für die Medianparabel ist die Leitlinie L_m, welche die Achse mitten zwischen 4 und 7 kreuzt, eingetragen, ebenso der Brennpunkt F_m, der auf den Halbirungspunkt der h_m fällt und zugleich Mittelpunkt des Kreises $5 . 6 . 7 . 1$ ist.

In unserer Figur ist auch eine Kurve, welche die Werthe von $\mathfrak{S}$ darstellt, aufgenommen. Das der h proportionale Glied aus Formel (287) wird durch die Gerade $2 . 11$, das der h verkehrt proportionale durch die hyperbolische Linie $10' . 10 . 10''$ dargestellt.. Die Ordinaten dieser Hyperbel, genommen zur Abszissenachse $2 . 7 \ldots$ liefern die den Senkhöhen h als Abszissen entsprechenden Werthe der $\mathfrak{S}$. Die Ordinaten $4'10'$ und $4''10''$ stellen die gleichgrossen Spannungen $\mathfrak{S}'$ und $\mathfrak{S}''$ dar, $4 . 10$ die Medianspannung $\mathfrak{S}_m$. Die oben rechts punktirte Hyperbel würde den Druckkräften in einem parabolischen Gewölbe aus gleichen, etwa cylindrischen Elementen entsprechen. Die der Seilkurve analoge Kurve im Gewölbe ist die „Stützlinie“. Auch hier findet bei der Medianhöhe die geringste Beanspruchung, bei geringerer Höhe (Stichbogen) stabiles, bei grösserer unter Umständen labiles Gleichgewicht statt, welches letztere durch angemessene Belastung (Strebepfeiler) und Gewölbdicke in ein stabiles übergeführt werden muss, wie denn überhaupt beim Gewölbe die Verhältnisse verwickelter werden; der Stichbogen von Medianhöhe macht den ruhigsten Eindruck.

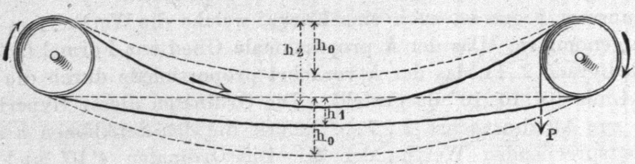
nächst $3.2 = 3.1 = a/2 : \sqrt{2} = a : \sqrt{8} =$ *der Medianhöhe* h_m. *Trage diese senkrecht zur* 1.2 *nach* 2.4, *darauf in einem beliebigen, nicht zu kleinen Maassstab von* 2 *nach* 5 *die aus (292) ermittelte Medianspannung* $\mathfrak{S}_m$ *und von* 5 *nach* 6 *die in demselben Maassstab gemessene Spannung* $\mathfrak{S}$. *Beschreibe nunmehr aus* 6 *mit* $6.5 = \mathfrak{S}$ *den Kreisbogen* 5.7 *bis zum Schnitt mit der* $1.2\ldots$, *so ist* $2.7 = 6.5 - 6.2$, *d. i.* $= 6.5 - \sqrt{(6.5)^2 - (5.2)^2}$, *also* $= \mathfrak{S} - \sqrt{\mathfrak{S}^2 - \mathfrak{S}_m^2}$. *Wird nun die* $4.8 \parallel$ *der*

Fig. 885.



5.7 bis zum Schnitt mit der $1.2\ldots$ *gezogen, so ist* $2.8 : 2.4 = 2.7 : 2.5$, *d. i.* $= h : h_m$, *und* 2.8 *stellt* h *dar.*

Fig. 886.



Der Werth h_0 der Senkungen der ruhenden Trümer entspricht einer Seilkurve (Parabel) von der mittleren Länge der beiden Parabeln für h_1 und h_2 und ergibt sich zu

$$h_0 = \sqrt{\frac{h_1^2 + h_2^2}{2}} \sim 0{,}67\, h_2 + 0{,}28\, h_1 \quad . \quad . \quad (295)$$

Sie ist nach dem ersten dieser beiden Ausdrücke sehr leicht zeichnerisch zu bestimmen.

Es ist nicht geboten, dem führenden Trum die obere Stelle zu geben, sondern derselbe kann häufig mit Vortheil nach unten verlegt werden, s. Fig. 886. Die Seile streifen einander beim ruhigen Gange nicht, so lange $h_2 - h_1 < 2\,R$. Treibseile, die im Freien gehen, werden durch starken Wind ins Schwanken gebracht, durch rasche Wechsel der Widerstände auch manchmal in peitschende Bewegung versetzt, weshalb man den Abstand der beiden Seiltrümer nicht zu klein, z. B. nicht unter $^1/_2$ m nehmen sollte.

§. 293.

Straffes Treibseil.

Die Einsenkungen der Treibseile fallen manchmal unbequem gross aus. In vielen Fällen aber kann an Senkhöhe dadurch erheblich gespart werden, dass man das Seil schärfer anspannt, als wegen Verhütung der Gleitung erforderlich wäre, gleichzeitig indessen dasselbe stark genug, also soviel stärker nimmt, als der Anspannungsvermehrung entspricht. Ein hiernach behandeltes Treibseil möge dem gewöhnlichen gegenüber ein straffes Treibseil genannt, hier sollen die an ihm vorkommenden geänderten Kräfte und Abmessungen durch den Zeiger *s* von den gewöhnlichen unterschieden werden (T_s, t_s, $\mathfrak{S}_s$, δ_s statt T, t, $\mathfrak{S}$, δ). Wird nun T, welches nach §. 290 nicht kleiner als $2\,P$ sein darf, von $T = 2\,P$ auf das m-fache vergrössert gedacht, so wird t_s immer wieder $= T_s - P$, und es kommt:

$$T_s = m\,T = 2\,mP, \quad t_s = (2\,m - 1)\,P, \quad \frac{t_s}{T_s} = \frac{2\,m - 1}{2\,m} \qquad (296)$$

Soll nun die Spannung $\mathfrak{S}_1$ im führenden Trum unverändert bleiben (der Rollen u. s. w. wegen), so geht $\mathfrak{S}_2$ aus dem Werth $^1/_2\,\mathfrak{S}_1$ in

$$\mathfrak{S}_{2s} = \mathfrak{S}_1\,\frac{2\,m - 1}{2\,\mathrm{m}} \quad \ldots\ldots \quad (297)$$

über. Die Drahtdicke δ, wenn aus (280) berechnet, ist abzuändern auf:

$$\delta_s = \delta\sqrt{m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (298)$$

und, wenn aus (281) oder (282) berechnet auf

$$\delta_s = \delta\sqrt[3]{m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (299)$$

woraus folgende Werthreihe hervorgeht.