Lässt man in den zwei oberen Globoidklassen die Nebenachse in unendliche Ferne rücken, so gehen die Globoide in Regelflächen über; auch die Globoidschrauben erreichen dabei ihre Grenzfälle. Als ein Grenzfall von Klasse III tritt dann die gewöhnliche Schraube ohne Ende auf. Ein anderer ist das Long'sche Spiralräderwerk*), ebenfalls zu Klasse III gehörig, $a$ angebbar, $c = 0$, $\delta = 0$. Das Globoid wird ein Plankegel, die Globoidschraube eine archimedische Spirale. Wird $R$ auch unendlich, so entsteht ein Getriebe, bestehend aus einer Planscheibe mit Spiraleinschnitten und einer Zahnstange, deren Mittelschnitt Zahnberührung von oben bis unten hat. Wenn das Ganze auf Klasse IV gebracht wird, so geht die archimedische Spirale in ihre allgemeinere Form, die Kreisevolvente über.

## E. Berechnung der Theilung und Breite der Radzähne.

§. 225.

### Eintheilung der Räder. Zahnquerschnitt.

Die Abmessungen der Zahnräder müssen bei gleichem Zahndruck wegen der Stösse um so grösser genommen werden, je grösser ihre Umfangsgeschwindigkeit ist; auch muss mit letzterer die Zahnbreite zunehmen, wenn die Abnutzung der Zahnflanken eingeschränkt werden soll. Bei langsam gehenden Rädern können indessen diese Einflüsse vernachlässigt werden. Wir theilen deshalb die Räder in zwei Klassen ein, nämlich:

1. Kranräder, 2. Triebwerkräder;

und zwar sind Kranräder solche, die bis zu $1/2$ Meter Theilkreisgeschwindigkeit haben, Triebwerkräder die von grösserer Geschwindigkeit.

Bei der Zahntheilung $t$, der Zahnbreite $b$, der Zahnlänge $l$, der Zahnfussdicke $h$, dem Zahndruck $P$ und der im Zahne eintretenden Biegungsspannung $\mathfrak{S}$ gilt allgemein die Beziehung

$$bt = 6\,\frac{P}{\mathfrak{S}}\left(\frac{l}{t}\right)\left(\frac{t}{h}\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (212)$$

---

*) S. Civil-Engineer and Arch. Journal, 1852, Juli; auch Dingler's Journ. Bd. 125, Weisbach III, 1. Aufl. S. 449, 2. Aufl. III. 2, S. 87.

und für die oben angenommenen Verhältnisse zwischen Zahnlänge und -Dicke die Formel:

$$bt = 16{,}8\ \frac{P}{\mathfrak{S}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (213)$$

Dies bedeutet, dass die Festigkeit des Zahnes seinem Querschnitt proportional ist, dass es also für dieselbe gleichgültig ist, welches Verhältniss $b$ und $t$ zu einander haben, ein Umstand, aus welchem sich beim Konstruiren vielfach Nutzen ziehen lässt.

§. 226.

## Theilung und Zahnbreite der Kranräder.

Bezeichnet bei einem gusseisernen Kranrad:

$(PR)$ das statische Moment der angreifenden Kraft,

$\mathfrak{Z}$ die dem Rad bestimmte Zähnezahl,

$R$ seinen vorläufig festgesetzten Theilkreishalbmesser,

$t$ seine Theilung,

so nehme man je nach den gegebenen Grössen:

$$t = 2{,}602 \sqrt[3]{\frac{(PR)}{\mathfrak{Z}}},\quad \frac{t}{\pi} = 0{,}827 \sqrt[3]{\frac{(PR)}{\mathfrak{Z}}} \quad . \quad . \quad (214)$$

$$t = 1{,}67 \sqrt{\frac{(PR)}{R}},\quad \frac{t}{\pi} = 0{,}53 \sqrt{\frac{(PR)}{R}} \quad . \quad . \quad (215)$$

und gleichzeitig die Zahnbreite $b$:

$$b = 2t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (216)$$

Hierbei ist für die Spannung $\mathfrak{S}$ der Werth 3 eingeführt. Die wirklich eintretende Spannung ist kleiner, da der Zahnfuss im allgemeinen dicker ist als $\frac{1}{2}t$, wie oben in (213) eingeführt.

Da der Werth $(PR):R$ gleich der Umfangskraft $P$ ist, so gilt (215) auch für die Fälle, wo $P$ unmittelbar gegeben ist, wie bei der Zahnstange.

Aus den vorstehenden Formeln lässt sich der bemerkenswerthe Einfluss ermitteln, welchen die zum Theil freigestellte Wahl der in Rechnung kommenden Grössen auf den numerischen Werth der Radabmessungen ausübt. Sind $t'$ und $t$ die Theilungen zweier für denselben Fall bestimmten Räder von den Zähnezahlen $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{Z}'$, in welchen die Spannungen $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}'$ am Zahnfuss vorausgesetzt sind, und bezeichnet man die Konstante $6\,(l:t)\,(t:h)^2$, welche in (213) $= 16{,}8$ ist, allgemein mit $C$, beziehungsweise $C'$, so ist, wenn das Kraftmoment $(PR)$ für ein zu bauendes Rad gegeben ist, nach (214): $t = \sqrt[3]{2\pi C(PR)(t:b):\mathfrak{S}\mathfrak{Z}}$, woraus:

$$\frac{t'}{t} = \sqrt[3]{\frac{C'}{C}\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}'}\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Z}'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (217)$$

Hieraus folgt für die Radhalbmesser $R$ und $R'$:

$$\frac{R'}{R} = \frac{\mathfrak{Z}'t'}{\mathfrak{Z}t} = \sqrt[3]{\frac{C'}{C}\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}'}\left(\frac{\mathfrak{Z}'}{\mathfrak{Z}}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad (218)$$

Die Werthe $C$ hängen von den Zahnverhältnissen, diejenigen der Spannung $\mathfrak{S}$ von dem gewählten Material ab. Nehmen wir beide bei einem anzustellenden Vergleich zunächst als von derselben Grösse seiend an, so bleibt der Einfluss der Zähnezahlen übrig. Eine Verminderung der Zähnezahl vergrössert nach (217) die Theilung, verringert aber nach (218) die Radgrösse.

*1. Beispiel.* $\mathfrak{Z} = 11$, $\mathfrak{Z}' = 7$ *liefert* $t' : t = \sqrt[3]{11:7} = \sqrt[3]{1{,}571} \sim 1{,}16$; $b' = 2t' = 1{,}16\,b$. *Aber* $R' : R = \sqrt[3]{7^2 : 11^2} = \sqrt[3]{49:121} = \sqrt[3]{0{,}405} \sim 0{,}74$, *oder: das 7 zähnige Rad wird nur ungefähr* $^3/_4$ *so gross als das 11 zähnige, oder auch: das 42 zähnige Rad für denselben Fall wird rund nur* $^3/_4$ *so gross als das 66 zähnige, indessen* $1^1/_6$ *mal so breit als dasselbe.*

Die Konstante $C$ ist bei einer gegebenen Satzräder-Verzahnung ein bestimmter unveränderlicher Werth, also z. B. für unsere Radlinienverzahnung, wie oben bei (213) ermittelt, $= 16{,}8$. Bei unserer „Daumenverzahnung“ (§. 212), aber fällt die Konstante kleiner aus und gestattet demzufolge eine erhebliche Herabziehung der Radabmessungen. Der Werth von $h:t$ nämlich ist bei den Rädern von mehr als 10 Zähnen schon grösser als 0,7. Wird dieser Werth eingesetzt, so erhält man $C' \sim 8{,}4$, d. i. $0{,}5\,C$, in Worten: der Zahn mit unserem „Daumen“-Profil trägt bei sonst gleichen Verhältnissen doppelt so viel, als der gewöhnliche.

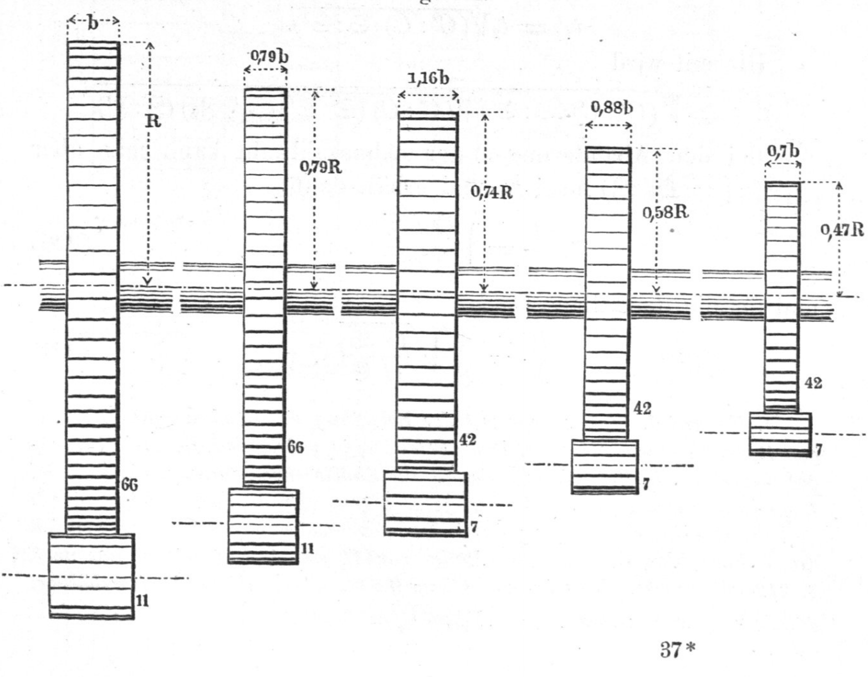
*2. Beispiel. Wird unsere Daumenverzahnung statt gewöhnlicher gewählt bei gegebenem Moment (PR) und die Zähnezahl unverändert gelassen, so vermindert sich die Theilung auf* $t' = t\sqrt[3]{0{,}5} = 0{,}79\,t$, *oder rund das 0,8 fache, der Theilkreishalbmesser desgleichen, ebenso die Zahnbreite. Wird aber gleichzeitig auch die Zähnezahl in dem schon vorhin gebrauchten Verhältniss von 11 : 7 vermindert, so wird die Theilung* $t' = t\sqrt[3]{0{,}5\,(11:7)} \sim 0{,}89\,t$, *und der Halbmesser* $R' = R\sqrt[3]{0{,}5\,(7^2:11^2)} = R\sqrt[3]{0{,}202} \sim 0{,}58\,R$.

Der Einfluss der Spannung $\mathfrak{S}$ ist ebenfalls bedeutend. Zwar wird man bei gegebenem Material, also für alle gewöhnlicheren Fälle für Gusseisen, nicht gerne viel von normalen Werthen abweichen wollen. Eine Erhöhung der Spannung um $^1/_4$ würde Theilung und Radhalbmesser nur um 7 Proz. vermindern; anderntheils ist auch ersichtlich, dass man nicht Veranlassung hat, gar zu niedrige Spannungen zu wählen, weil man dadurch gezwungen wird, grosse Räder, also auch grosse Lagerstühle, Gestelle zu bauen, mithin das Gewicht der Maschine gross zu machen. Die oben gewählte Spannung $\mathfrak{S} = 3$ entspricht thatsächlich einer grösseren Sicherheit, als sie vielfach in der Praxis vorzufinden ist, sodass es unnöthig scheint, in normalen Fällen unter sie herabzugehen. Wendet man aber Schmiedeisen als Radmaterial an, was in einzelnen Fällen gerechtfertigt ist, so kann umgekehrt $\mathfrak{S}$ höher und zwar ohne weiteres mit dem Werthe 6 eingeführt werden. Hierdurch wird $t'$ bei sonst gleichen Verhältnissen auf $t\sqrt[3]{0{,}5} = 0{,}79\,t$ herabgezogen.

3. *Beispiel. Daumenverzahnung bei einem schmiedeisernen Rade von sieben Zähnen anwendend gegenüber Radlinienverzahnung beim 11zähnigen gusseisernen Rade liefert* $R' = R\sqrt[3]{0{,}5\,.\,0{,}5\,(7^2 : 11^2)} = R\sqrt[3]{0{,}101} = 0{,}47\,R$, *während* $t' = t\sqrt[3]{{}^1/_4\,(11:7)} = t\sqrt[3]{0{,}393} \sim 0{,}7\,t$, $b' = 0{,}7\,b$ *wird.*

In Fig. 644 sind die fünf Fälle, welche in den letzten drei Beispielen behandelt worden sind, vergleichbar gemacht, indem

Fig. 644.



die Projektionen der Theilkreiscylinder nebeneinandergestellt sind. Zur Verdeutlichung des Festhaltens an einem gegebenen Kraftmomente $(PR)$ dient die Beibehaltung der Wellendurchmesser für alle fünf Fälle. Hier wird einleuchtend, dass zwischen dem Radhalbmesser und der Wellendicke ein festes Verhältniss nicht besteht, indem die fünf Konstruktionen an sich alle brauchbar und zweckerfüllend sind.

Die Unveränderlichkeit des Kraftmomentes, welche den vorigen Beispielen zu Grunde lag, ist nicht vorhanden, wenn etwa der Zahndruck $P$ von dem getriebenen Rade abermals durch ein Zahnrad fortgepflanzt wird, dieses letztere Rad also an den Abmessungsänderungen theilnimmt. Wirkt das Rad vom Halbmesser $R$ beziehungsweise $R'$ mittelst eines ihm konaxialen Rades vom Halbmesser $R_2$ beziehungsweise $R_2'$ z. B. auf eine Zahnstange von der gegebenen Belastung $P$, so hat man nach (214):

$$t = Const \sqrt[3]{(C:\mathfrak{S})\,(P R_2 : \mathfrak{Z})},$$

woraus

$$\frac{t'}{t} = \sqrt[3]{\frac{R_2'}{R_2}\,\frac{C'}{C}\,\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}'}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Z}'}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (219)$$

Hieraus käme $R' = R\sqrt[3]{(R_2':R_2)(C':C)(\mathfrak{S}:\mathfrak{S}')(\mathfrak{Z}':\mathfrak{Z})^2}$. Nun ist aber $R_2 = \mathfrak{Z}_2 t_2$, und $R_2' = \mathfrak{Z}_2' t_2'$, und nach Formel (215):

$$t_2' = t_2\sqrt{(C':C)(\mathfrak{S}:\mathfrak{S}')}.$$

Hiermit wird

$$t':t = \sqrt[3]{(C':C)(\mathfrak{S}:\mathfrak{S}')\sqrt{(C':C)\,(\mathfrak{S}:\mathfrak{S}')}(\mathfrak{Z}_2':\mathfrak{Z}_2)\,(\mathfrak{Z}:\mathfrak{Z}')}.$$

Bei den Abänderungen der Zähnezahlwahl kann man aber $(\mathfrak{Z}_2':\mathfrak{Z}_2) = (\mathfrak{Z}':\mathfrak{Z})$ machen, und erhält dann:

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{C'}{C}\,\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}'}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (220)$$

und für die Radhalbmesser:

$$\frac{R'}{R} = \frac{\mathfrak{Z}'}{\mathfrak{Z}}\sqrt{\frac{C'}{C}\,\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (221)$$

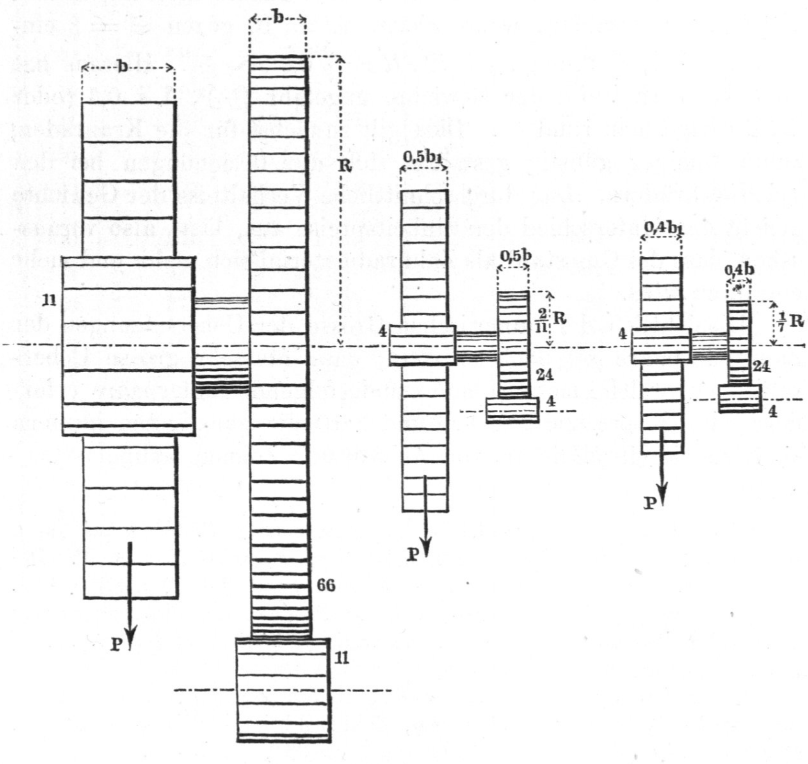
*4. Beispiel. Zahnstange mit der Belastung P, getrieben vom 11zähnigen Rade an einem grösseren Rade befestigt, in welches wieder ein 11zähniges eingreift, Fig. 645, als Verzahnung die Radlinienverzahnung, als Material Gusseisen vorausgesetzt. Wir ersetzen dieses überall durch Schmiedeisen und die Radlinienverzahnung durch Daumenverzahnung, indem wir zugleich die Zähnezahlen der kleineren Räder von 11 auf 4 herabsetzen, was nach §. 212 gut angeht. Hier ist nun* $C' = 0{,}5\,C$, $\mathfrak{S}' = 2\,\mathfrak{S}$ *und wir erhalten:* $t' = t\sqrt{1/4} = 1/2\,t$ *und* $R' = R\,4/11\sqrt{1/4} = 2/11\,R$.

Zu bemerken ist bei dieser Gelegenheit, dass das Grössenverhältniss zwischen dem grossen Rade und dem auf seiner Achse sitzenden in die Zahnstange greifenden Getriebe durch die Formeln (217) und (218) ausgedrückt wird, da beide für dasselbe Moment ($PR$) bestimmt sind.

5. ***Beispiel.*** *Will man, um noch weitergehende Verkleinerung zu erzielen, Gussstahl statt Schmiedeisen verwenden, worauf man unbedenklich 10 statt 6 kg pro* □*mm als Spannung einführen kann, so wird* $t' = t\sqrt{0{,}5 \cdot 0{,}3} = 0{,}387\,t \backsim 0{,}4\,t$, *und dann* $R' = 0{,}4 \cdot {}^4/_{11}\,R = 0{,}145\,R$ *oder etwa* ${}^1/_7\,R$. *Noch weiter würde man die Verkleinerung treiben, wenn man drei statt vier Zähne in den kleineren Rädern anwändte.*

Fig. 645 stellt die Ergebnisse der zwei letzten Beispiele dar. Die Kraft $P$ an der Zahnstange ist in den drei Fällen dieselbe.

Fig. 645.




Ihr statisches Moment an der Hauptachse nimmt aber ab wie $R'$, demzufolge ebenso dasjenige an der Vorgelegewelle. Dies äussert sich sowohl in der, der letzteren zu gebenden Dicke, als in der etwa auf ihr angebrachten Handkurbel in Hinsicht auf deren Armlänge und den aufzuwendenden Druck an der Handhabe. Aufgaben der vorstehenden Art sind bei den Wagenwinden oder „Domkraften“ (wie man sie nach dem Holländischen bei uns zu nennen begonnen hat) verwirklicht. Auch bei den Hebezeugen der Feldartillerie, wo die Leichtigkeit der Hülfsmaschinen eine der obersten Bedingungen ist, sind dieselben von Wichtigkeit; sie geben aber auch für den allgemeinen Maschinenbau brauchbare Hinweise.

Dass der Gussstahl als Material für Zahnräder rasch Boden gewinnt, wurde bereits in §. 222 hervorgehoben. Ungemein begünstigt wird dies durch die hohe Festigkeit des Materials, welcher zufolge die Räder bedeutend leichter gemacht werden können als gusseiserne. Für ein gusseisernes und ein gussstählernes Rad, die demselben Kraftmoment auszusetzen sind, ergibt sich nach (217) bei gleichen Verhältnissen zwischen den Zahnabmessungen und gleichen Zähnezahlen, wenn wieder $\mathfrak{S}' = 10$ gegen $\mathfrak{S} = 3$ eingeführt wird, $t' : t$ und auch $R' : R = \sqrt[3]{0,3} \backsim {}^2/_3$. Hieraus hat man das Verhältniss der Gewichte ungefähr $({}^2/_3)^3$, d. i. 0,3 (oder $\mathfrak{S} : \mathfrak{S}'$), sage man rund ${}^1/_3$. Dies gilt zunächst für die Kranräder; kaum weniger günstig gestalten sich die Beziehungen bei den Triebwerkrädern. Das durchschnittliche Verhältniss der Gewichte gleicht den Unterschied der Einheitspreise aus, lässt also voraussehen, dass der Gussstahl als Zahnradmaterial sich mehr und mehr einführen wird.

Hinsichtlich der numerischen Grösse der Uebersetzungen der Zahnräderpaare sei noch erörtert, dass für sehr grosse Uebersetzungen, welche mehrere aufeinanderfolgende Räderpaare erfordern, die Uebersetzungen 1 : 9 und 1 : 10 die günstigsten insofern sind, als sie ein Minimum von Achsen und Zähnen bedingen*).

---

*) Die Uebersetzung $\varphi$ eines zusammengesetzten Räderwerkes aus $k$ Räderpaaren von der Uebersetzung $x$ ist $\varphi = x^k$, wobei $x = \mathfrak{Z} : \mathfrak{Z}'$. Die Summe $y$ aller Zähne im Räderwerk ist dann $y = k(\mathfrak{Z} + \mathfrak{Z}') = k\mathfrak{Z}'(1 + x)$. Nun ist $k = l n \varphi : l n x$, demnach hat das Produkt aus der Zahnsumme $y$ und der Paarzahl $k$ den Werth $y k = (l n \varphi)^2 \mathfrak{Z}' (1 + x) : (l n x)^2$. Diese Gleichung differenzirend und den Differential-Quotienten = Null setzend, erhält man $l n x = 2(1 + x) : x$, welche Bedingung durch $x = 9{,}19$ erfüllt wird. Beispiel. $\varphi$ sei $= 600$, Zähnezahl im kleinsten Rade $= 7$. a) $\varphi = 20 . 30$ gibt $y = 7(2 + 20 + 30) = 364$, $y k = 728$. b) $\varphi = 4 . 5 . 5 . 6$ gibt $y = 7(4 + 4 + 5 + 5 + 6) = 168$, $y k = 672$. c) $\varphi = 6 . 10 . 10$ gibt $y = 7(3 + 6 + 10 + 10) = 203$, $y k = 609$. Die letzte Lösung ist die praktischste, weil sie zwar mehr Zähne erfordert als ($b$), dafür aber nur drei statt vier Räderpaare verlangt; bei Lösung ($a$) ist die Zähnezahl 210 unbequem hoch.

§. 227.

# Tabelle über die gusseisernen Kranräder mit gewöhnlicher Verzahnung.

| $t$ | $P = \frac{(PR)}{R}$ | $\frac{(PR)}{3}$ | $\frac{t}{\pi}$ | $P = \frac{(PR)}{R}$ | $\frac{(PR)}{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 36 | 57 | 3 | 32 | 48 |
| 12 | 51 | 98 | 4 | 56 | 113 |
| 14 | 70 | 156 | 5 | 88 | 220 |
| 16 | 91 | 233 | 6 | 127 | 381 |
| 18 | 116 | 331 | 7 | 173 | 605 |
| 20 | 143 | 455 | 8 | 226 | 902 |
| 22 | 173 | 605 | 9 | 286 | 1 285 |
| 24 | 206 | 786 | 10 | 352 | 1 762 |
| 26 | 241 | 999 | 11 | 427 | 2 346 |
| 28 | 280 | 1 248 | 12 | 508 | 3 045 |
| 30 | 321 | 1 535 | 13 | 596 | 3 872 |
| 35 | 437 | 2 437 | 14 | 691 | 4 836 |
| 40 | 571 | 3 638 | 15 | 793 | 5 948 |
| 45 | 723 | 5 180 | 16 | 902 | 7 219 |
| 50 | 893 | 7 105 | 17 | 1 019 | 8 659 |
| 60 | 1 285 | 12 277 | 19 | 1 272 | 12 088 |
| 70 | 1 749 | 19 496 | 22 | 1 706 | 18 766 |
| 80 | 2 285 | 29 102 | 25 | 2 203 | 27 538 |
| 90 | 2 893 | 41 436 | 28 | 2 763 | 38 688 |
| 100 | 3 571 | 56 840 | 32 | 3 609 | 57 750 |

*1. Beispiel. Auf eine Handkurbel von 400 mm Länge finde ein Druck von 50 kg statt; welche Theilung und Zahnbreite ist dem die Kraft weiter leitenden 10 zähnigen Getriebe zu geben? Hier ist $PR : 3 = 50 . 400 : 10 = 2000$, und daher nach Sp. 3, Z. 11 bis 12 zu nehmen $t = 30$ bis 35 mm oder nach Sp. 6, Z. 8 bis 9, $t : \pi = 10$ bis 11, Zahnbreite $= 2t$.*

*2. Beispiel. Eine Zahnstange soll 2900 k Zug ausüben. Sie erhält dafür nach Sp. 2, Z. 19 eine Theilung von 90 mm, oder nach Sp. 5, Z. 19 bis 20 eine Theilung $t \backsim 29\pi$, sowie eine doppelt so grosse Zahnbreite. — Soll diese Zahnstange aus Schmiedeisen gemacht werden, so ist nach Beispiel 3 zu nehmen: $t = 0{,}707 . 90 \backsim 64$ mm, die Zahnbreite 128 mm.*

§. 228.

## Theilung und Zahnbreite der Triebwerkräder.

Die Spannung $\mathfrak{S}$, welche bei der statischen Beanspruchung durch $P$ in den Zähnen eintreten würde, wählt man meist bei den Triebwerkrädern um so kleiner, je grösser die Umfangsgeschwindigkeit $v$ der Räder ist, damit die dynamischen Einflüsse, Stösse und Erschütterungen ausgeglichen werden. Man kann nehmen bei Gusseisen:

$$\mathfrak{S} = \frac{34{,}5}{v + 11} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (222)$$

für Gussstahl $3^1/_3$ und für Holz $^6/_{10}$ mal so viel. Man erhält hieraus für Gusseisen, bei:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $v =$ | 0,5 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 16 m |
| $\mathfrak{S} =$ | 3,00 | 2,89 | 2,65 | 2,30 | 2,03 | 1,81 | 1,64 | 1,50 | 1,38 |
| | | | | für Gussstahl: | | | | | |
| $\mathfrak{S} =$ | 10,00 | 9,63 | 8,83 | 7,67 | 6,77 | 6,03 | 5,47 | 5,00 | 4,60 |
| | | | | und für Holz: | | | | | |
| $\mathfrak{S} =$ | 1,80 | 1,73 | 1,59 | 1,38 | 1,22 | 1,09 | 0,98 | 0,90 | 0,83 |

Die Geschwindigkeit $v$ in $m$ berechnet sich bei gegebenem $n$ und $R$ (in $mm$) aus der Formel:

$$v = \frac{\pi R n}{30 . 1000} = 0{,}10472 \left(\frac{Rn}{1000}\right) \sim \frac{Rn}{10000} \quad . \qquad (223)$$

Dass eine blosse Schätzung von $v$ schon genügt, wird sich weiter unten noch zeigen.

Ferner findet man die Zahnbreite $b$ mit $P$ wachsend genommen. Tredgold empfahl, den Druck auf 1 mm Zahnbreite, d. i. $P:b$ nicht über 7,15 kg zu nehmen. Doch wurde dies nicht befolgt, da bei guten Ausführungen $P:b$ höher, sogar bis zu 25 vorkommt. Einleuchtend ist aber, dass wegen Kleinhaltung der Abnützung das Produkt aus $P:b$ und $n$ nicht zu gross werden darf. Man findet $(P:b)\,n$ bis zu 1200 gehend, doch treten dann auch störende Abnützungen auf. In Räderpaaren, bei welchen Eisen auf Eisen arbeitet, ist es das kleinere Rad im Paare, welches die grösste Abnützung erfährt. Bei diesen ist zu empfehlen,

$$\frac{Pn}{b} \text{ nicht über } 500 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (224)$$

gehen zu lassen, wenn thunlich noch weniger zu nehmen; für geringe Kräfte lässt sich mit dieser Konstanten, welche man den Abnützungskoëffizienten nennen kann und die durch $A$ bezeichnet werden möge, leicht bis zu 200 und sogar gegen 100 herabgehen, ohne auf unbequeme Abmessungen zu kommen. Bei Holz-Eisenrädern kann die Abnützung der Eisenzähne unberücksichtigt bleiben, da die Abnützung sich hier fast ganz auf die Holzzähne wirft. Es ist sehr empfehlenswerth, bei dem Rade mit Holzzähnen ebenfalls den Werth $A$ nicht über 500 gehen zu lassen, aber lieber bei 300 bis 400 zu bleiben *). Ganz feste Vorschriften lassen sich hier nicht geben, da Ausführungsschwierigkeiten allerlei Art, ferner die Rücksicht auf vorhandene Modelle u. s. w. mit in Betracht kommen; es muss daher dem Konstruirenden überlassen bleiben, wie weit er sich etwa von den erprobten und empfehlenswerthen Verhältnissen entfernen will.

Dabei wolle man beachten, dass bei verschiedenen Annahmen von $A$ man nicht etwa verschieden sicher baut, sondern nur die Abnützung mehr oder weniger günstig gestaltet. Hat man Raum, und lässt sich ohne Schwierigkeiten ein niedriger Abnützungskoëffizient wählen, so thue man es; kann dies nicht geschehen, so gibt der gewählte Koëffizient wenigstens eine gewisse Klarheit in Bezug auf die zu erwartende Abnützung.

Für Gruppenräder, d. h. solche, bei denen mehrere Räder mit einem einzigen zusammenwirken, ist statt der Umlaufzahl beim Mittelrade die Zahl von dessen Zahnberührungen, d. h. das Produkt aus der Umlaufzahl und der Zahl der Seitenräder einzuführen.

Ist $R$ gegeben, wie oft bei Wasserradkränzen, Schwungrädern und dergl., so kennt man auch $P$ und hat nun, nachdem man $A$ gewählt:

$$b = \frac{Pn}{A} = \frac{716\,200}{A}\,\frac{N}{R}$$

sowie nach (213) für gewöhnliche Verzahnung

$$t = \frac{16{,}8\,P}{\mathfrak{S}\,b} = \frac{16{,}8\,A}{\mathfrak{S}\,n} \qquad \ldots \quad (225)$$

und für die Daumenverzahnung

$$t' = \frac{8{,}4\,P}{\mathfrak{S}\,b} = \frac{8{,}4\,A}{\mathfrak{S}\,n}$$

---

*) Vergl. übrigens das 10. Beispiel in §. 229.

Ist aber, wie in der Mehrzahl der Fälle, $R$ nicht im voraus bekannt, so steht die Wahl von $\mathfrak{Z}$ frei. Dieses einführend erhält man für die Zahnbreite:

$$b = \frac{4\,500\,000}{A} \frac{N}{\mathfrak{Z} t} \quad \ldots \ldots \quad (226)$$

Je nachdem nun $A = 1000,\ 900 \ldots\ldots 150,\ 100$ gewählt wird, gehen die allgemeinen Ausdrücke in die folgenden numerischen über:

Gewöhnl. und Daumenverz. — Gewöhnl. Verz. — Daumen-Verz.

$$\left.\begin{array}{llllll}
b = \dfrac{Pn}{1000} = 716\,\dfrac{N}{R} & = 4\,500\,\dfrac{N}{\mathfrak{Z}t}; & t = \dfrac{16\,800}{n\mathfrak{S}}; & t' = \dfrac{8400}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{900} = 796 \text{ „} & = 5\,000 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{15\,120}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{7560}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{800} = 895 \text{ „} & = 5\,625 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{13\,430}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{6765}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{700} = 1023 \text{ „} & = 6\,429 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{11\,760}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{5880}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{600} = 1194 \text{ „} & = 7\,500 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{10\,080}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{5040}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{500} = 1432 \text{ „} & = 9\,000 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{8\,400}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{4200}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{400} = 1790 \text{ „} & = 11\,250 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{6\,720}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{3360}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{300} = 2387 \text{ „} & = 15\,000 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{5\,040}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{2520}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{200} = 3581 \text{ „} & = 22\,500 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{3\,360}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{1680}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{150} = 4774 \text{ „} & = 30\,000 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{2\,520}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{1260}{n\mathfrak{S}} \\
\text{„} = \dfrac{Pn}{100} = 7160 \text{ „} & = 45\,000 \text{ „} & \text{„} = \dfrac{1\,680}{n\mathfrak{S}} & \text{„} = \dfrac{840}{n\mathfrak{S}}
\end{array}\right\} \quad (227)$$

Die Zähnezahl wählt man bei Triebwerkrädern nicht unter 20, damit die unvermeidlichen Ausführungsfehler nicht zu sehr störend wirken können; man muss in der Regel wegen der Abnützung mit $\mathfrak{Z}$ höher und zwar um so höher hinaufgehen, je grösser die Umlaufzahlen sind. So zählen die Räder rasch laufender Turbinen selten weniger als 40, oft über 80 Zähne. Bei Holz-Eisenrädern ist es günstig für geringe Abnützung, die Holzzähne dem treibenden Rade zu geben, weil an diesen der Eingriffpunkt vom Zahnfuss nach dem Kopfe hinläuft, während er am getriebenen Rade den umgekehrten Weg nimmt.

Statt versuchsweise vorzugehen, kann man auch durch Rechnung solche Werthe von $\mathfrak{Z}$ voraus ermitteln, welche ein gewünschtes Breitenverhältniss $b:t$ liefern. Verbindet man die Formeln (225) und (226), so erhält man nach kleiner Umformung den lehrreichen Ausdruck:

$$\mathfrak{Z} = \frac{4\,500\,000}{16{,}8^2 A^3} \frac{n^2 \mathfrak{S}^2 N}{\left(\frac{b}{t}\right)} \quad \ldots\ldots \quad (228)$$

Er zeigt den gewaltigen Einfluss von $A$ auf $\mathfrak{Z}$, oder umgekehrt den der Zähnezahl auf die Abnützung; auch ist die starke Einwirkung der Zahnprofilverhältnisse ersichtlich, indem die Konstante 16,8 (bei der Daumenverzahnung 8,4) im Quadrat vorkommt. Sodann bemerken wir, dass $\mathfrak{Z}$ mit dem Quadrat von $n$ zunehmen sollte, auch mit dem Quadrat von $\mathfrak{S}$, wenn die übrigen Werthe konstant sind. Dieser Umstand erklärt zum Theil die Vorliebe für niedrige Spannungen. Numerisch erhält man aus (228):

| Für die gewöhnlichen Verzahnungen: | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| wenn $A =$ | 1000 | 900 | 800 | 700 | 600 | 500 | 400 | 300 | 200 | 150 | 100 |
| $\frac{4\,500\,000}{16{,}8^2 A^3} =$ | $\frac{0{,}016}{1000}$ | $\frac{0{,}022}{1000}$ | $\frac{0{,}031}{1000}$ | $\frac{0{,}046}{1000}$ | $\frac{0{,}074}{1000}$ | $\frac{0{,}128}{1000}$ | $\frac{0{,}25}{1000}$ | $\frac{0{,}59}{1000}$ | $\frac{2{,}00}{1000}$ | $\frac{4{,}72}{1000}$ | $\frac{16{,}0}{1000}$ |
| und für die Daumenverzahnung: | | | | | | | | | | | |
| $\frac{4\,500\,000}{8{,}4^2 A^3} =$ | $\frac{0{,}064}{1000}$ | $\frac{0{,}088}{1000}$ | $\frac{0{,}124}{1000}$ | $\frac{0{,}184}{1000}$ | $\frac{0{,}296}{1000}$ | $\frac{0{,}512}{1000}$ | $\frac{1{,}00}{1000}$ | $\frac{2{,}36}{1000}$ | $\frac{8{,}00}{1000}$ | $\frac{18{,}88}{1000}$ | $\frac{63{,}8}{1000}$ |

$b:t$ findet man bis 5 gewählt. Bei noch grösser sich ergebenden Werthen, oft auch bei kleineren, wird der Zahnkranz in zwei neben einander liegende aufgelöst.

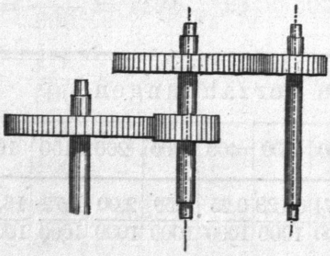
*1. Beispiel. Ein 60pferdiges Wasserrad von 8 m Durchmesser und 1,3 m Umfangsgeschwindigkeit ist mit einem innenverzahnten eisernen Zahnkranze zu versehen, dessen Theilkreis mit dem inneren Umfang des 400 mm breiten Radkranzes ungefähr zusammenfallen und ein eisernes Triebrad von 40 minutlichen Umdrehungen treiben soll. Man hat hier:* $n = 30 \,.\, 1{,}3 : \pi \,.\, 4 = 3{,}1$, *also* $n_1 : n = 40 : 3{,}1$; *ferner* $v \backsim 1{,}3\,(4000 - 400) : 4000 = 1{,}17\,m$, *somit* $P = 75 \,.\, 60 : 1{,}17 = 3846\,kg$. *Wir haben nun nach dem*

Obigen $\mathfrak{S}$ zwischen 2,89 und 2,65 zu wählen und nehmen $\mathfrak{S} = 2{,}85$. Ferner wählen wir $Pn : b$ beim kleineren Rade $= 500$. Dann haben wir $P : b = 500 : n_1 = 500 : 40 = 12{,}5$ und damit zunächst $b = P : 12{,}5 = 3846 : 12{,}5 = 307{,}7 \sim 310$ mm. Aus (227) folgt sodann $t = 8400 : 40 \,.\, 2{,}85 = 73{,}6 \sim 75$ mm. Dies gibt vorläufig $\mathfrak{Z} = 2\pi R : t = 2 \,.\, \pi\, 3600 : 75 = 306$. Machen wir $\mathfrak{Z} = 312$, so lässt sich der Zahnkranz in 12 Segmente zu 26 Zähnen zerlegen. Nun kommt $R = 3720$ mm, was ebenfalls annehmbar ist. Endlich haben wir noch für das getriebene Rad $\mathfrak{Z}_1 = (n_1 : n)\, \mathfrak{Z} = (3{,}1 : 40)\, 312 = 24{,}18 \sim 24$, woraus $R_1 = 24 \,.\, 75 : 2\pi =$ sehr nahe 287 mm.

2. Beispiel. Eine 100pferdige Turbine mit stehender Welle von 96 minutlichen Umdrehungen soll eine liegende Welle mit 144 Umgängen treiben; das erforderliche Winkelräderpaar ist zu bestimmen. Wir wählen Holz-Eisenräder und geben dem treibenden Rade die Holzzähne. Nach ungefährer Schätzung wird $v$ zwischen 6 und 7 m fallen, wonach wir für $\mathfrak{S}$ etwa 1,2 einsetzen können. Wir wünschen nun $b : t = 3$ zu erhalten und wählen $A = 500$. Dann haben wir nach (228) für die Zähnezahl: $\mathfrak{Z} = (0{,}128 : 1000)\, 96^2 \,.\, 1{,}2^2\, 100 : 3$, woraus kommt $\mathfrak{Z} = 56{,}6 \sim 60$. Damit kommt $\mathfrak{Z}_1 = (96 : 144)\, 60 = 40$. Nun ergibt sich $t = 8400 : 96 \,.\, 1{,}2 = 72{,}9 \sim 75$ mm, $b = 3t = 225$ mm. $v$ kommt $= 7{,}2$.

3. Beispiel. Wenn in einem zusammengesetzten Räderwerke, Fig. 646, die auf einander folgenden Räderpaare gleiche Grösse haben, so verhalten sich die Umfangskräfte verkehrt wie die Umlaufzahlen; um daher in einem solchen Falle die Koëffizienten der Abnutzung $Pn : b$ bei allen Paaren gleich zu halten, braucht man nur die Radbreiten alle gleich zu machen. Die Rädervorgelege der Spindelstöcke an Drehbänken zeigen die Gebräuchlichkeit dieser Einrichtung.

Fig. 646.



4. Beispiel. Für $N = 5$, $n = n_1 = 60$ soll ein recht dauerhaftes Paar von Holzeisenrädern konstruirt werden, wobei $b : t = 2$ gewünscht wird. $v$ zu 2,4 m schätzend, wählen wir nach (222) $\mathfrak{S} = 1{,}41$, sodann der verlangten grossen Dauerhaftigkeit wegen $A = 150$ und finden nun zunächst aus (228) $\mathfrak{Z} = (4{,}72 : 1000)\, 3600 \,.\, 1{,}41^2 \,.\, 5 : 2 = 18 \,.\, 4{,}72 \sim 85$, wofür wir 84 nehmen. Nach (227) kommt nun $t = 2520 : 60 \,.\, 1{,}41 \sim 30$ mm, und $b = 30\,000 \,.\, 5 : 84 \,.\, 30 = 59{,}8 \sim 60$ mm $= 2t$, wie kommen sollte.

5. Beispiel. Für $N = 40$, $n = 30$, $n_1 = 50$ sollen Eisenräder, zunächst mit gewöhnlicher Verzahnung, für $b : t = 2{,}5$ konstruirt werden. Indem wir $v$ auf 1,5 m schätzen, wählen wir $\mathfrak{S} = 2{,}7$ und haben nun bei $A = 500$ für das getriebene Rad: $\mathfrak{Z}_1 = (0{,}128 : 1000)\, 2500 \,.\, 2{,}7^2 \,.\, 40 : 2{,}5 = 0{,}128 \,.\, 7{,}29 : 40 \sim 37$, wofür wir 36 wählen und $\mathfrak{Z} = {}^5/_3 \,.\, \mathfrak{Z}_1 = 60$ erhalten. Nun kommt $t = 8400 : 50 \,.\, 2{,}7 \sim 62$ mm und $b = 2{,}5 \,.\, t = 155$ mm. Wählen wir aber nun Daumenverzahnung statt gewöhnlicher und setzen dabei $b : t = 3{,}5$, so kommt $\mathfrak{Z}_1 = (0{,}512 : 1000)\, 2500 \,.\, 7{,}29 \,.\, 40 : 3{,}5 = 106{,}6$,

*wofür wir 105 nehmen und $\mathfrak{Z}_1 = 175$ bekommen. $t'$ wird $= 4200 : 50 . 2{,}7 = 31{,}1 \backsim 32$ mm, $b = 112$ mm. Die Zahndimensionen fallen geringer, die Halbmesser aber grösser aus als vorhin. Man erhält nämlich $R_1 = 5{,}73 . 62 = 355{,}26$ mm und $R_1' = 534{,}72$ mm, was aber annehmbar.*

Für den Gussstahl als Radmaterial treten eigenthümliche Ver hältnisse ein. Man geht gewiss nicht zu weit, wenn man den Abnützungskoëffizienten $A$ bei Gussstahl doppelt so hoch einführt, als bei Gusseisen *). Die Spannung $\mathfrak{S}$ ist aber, um die ausgezeichneten Festigkeitseigenschaften des Materials auszunutzen, rund $3^1/_3$ mal so hoch als bei Gusseisen zu nehmen. Der Erfolg ist nach Formel (228), dass $A$ zwar die erforderliche Zähnezahl auf $^1/_8$ vermindern, $\mathfrak{S}$ sie aber auf das $(^{10}/_3)^2$, d. i. 11fache steigern würde, so dass sich schliesslich die $^{11}/_8$ fache Zahl ergibt, wenn die übrigen Verhältnisse gleichgesetzt werden. Wir haben also den gussstählernen Triebwerkrädern im allgemeinen etwas grössere Zähnezahlen zu geben, als den gusseisernen. Herabziehen kann man die Zähnezahl durch Wahl eines grossen Breitenverhältnisses. Hierzu bietet sich aber die beste Gelegenheit bei den Pfeilrädern. Das Breitenverhältniss $b : \tau$ ist daselbst unschwer zu 7 und 8 und höher herauszubringen. Bei Vorhandensein der Seitenleisten kann man zur Berechnung die Formeln für Daumenverzahnung benutzen (während die gewöhnliche Verzahnung angewandt wird), indem die Konstante 8,4 die Verhältnisse genügend genau berücksichtigt. Die ermittelte Grösse der Theilung gilt für die Normaltheilung $\tau = t \sin \gamma$, die ermittelte Zahnbreite aber für die wirkliche Breite der Radkrone ($b$ in Fig. 627, $2b'$ in Fig. 628).

*6. Beispiel. Die Räder aus Beispiel 5 seien in Gussstahl als Pfeilräder auszuführen. Wir wählen $A = 1000$ und vorläufig $b : \tau = 6$, bei $\mathfrak{S} = 3^1/_3 . 2{,}7 = 9$. Es kommt zunächst $\mathfrak{Z}_1 = (0{,}064 : 1000)\, 2500 . 81 . 40 : 6 = 86{,}4$. Sodann $\tau = 8400 : 50 . 9 = 18{,}7$, damit $b = 4500 . 40 : 86{,}4 . 9 = 111{,}3$. Wir nehmen $\mathfrak{Z}_1 = 84$, damit $\mathfrak{Z} = 140$, ferner $b = 115$. Wird $\gamma = 60^0$ gemacht, so ist $t = \tau : \sin 60 = \tau : 0{,}866 \backsim 21$ mm; wir nehmen $t = 22$ mm, womit $\tau = 0{,}866\, t = 19$ mm und $b : \tau = 115 : 19 \backsim 6$. Der Sprung beträgt $0{,}5\, b . \cot g\, \gamma = 0{,}5 . 115 . 0{,}577 = 33$ mm, was weit mehr als eine Theilung ist, somit völlig ausreicht. Es kommt jetzt $R_1 = 13{,}37 . 22 = 294{,}14$ mm, $R = 22{,}28 . 22 = 450{,}16$ mm, also sehr kleine Räder.*

Es folgen nun zwanzig interessante Beispiele aus der Praxis.

---

*) Bei dem in Fig. 628 dargestellten Rade ist die Gesammtbreite $b = 2b' = 1000$ mm. $P$ berechnet sich zu 25000 kg. Dies gibt $P : b = 25$ und bei $n = 40$ für $Pn : b$ den Werth 1000. Vorzügliche Haltbarkeit der Räder ist bestätigt (Kehrwalzwerk der Gebr. Stumm in Neunkirchen).

Stirnräder.

| Nr. | $N$ | $n$ | $R$ | $\mathfrak{Z}$ | $t$ | $b$ | $v$ | $P$ | $\mathfrak{S}$ | $\frac{P}{b}$ | $\frac{Pn}{b}$ | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1000 | $\frac{36,67}{114,8}$ | $\frac{3050}{972}$ | $\frac{144}{46}$ | 133 | 610 | 11,7 | 6410 | 1,32 | 10,5 | $\frac{385}{1205}$ | *E/E* Dampfmaschine |
| 2 | 300 | $\frac{25}{100}$ | $\frac{3724}{939}$ | $\frac{230}{58}$ | 102 | 356 | 9,70 | 2320 | 1,1 | 6,52 | $\frac{2.163}{622}$ | *E/E* „ |
| 3 | 270 | $\frac{60}{12}$ | $\frac{498}{2490}$ | $\frac{19}{95}$ | 158 | 525 | 3,13 | 6500 | 1,3 | 12,40 | $\frac{744}{149}$ | *E/E* „ |
| 4 | 240 | $\frac{13,3}{44}$ | $\frac{2790}{843}$ | $\frac{208}{68}$ | 79 | 406 | 3,89 | 4633 | 2,3 | 11,60 | $\frac{154}{510}$ | *E/E* Triebwerk zu Nr. 8 |
| 5 | 192 | $\frac{1,33}{15,14}$ | $\frac{10193}{897}$ | $\frac{704}{62}$ | 91 | 381 | 1,42 | 10110 | 5,1 | 26,53 | $\frac{35}{402}$ | *E/E* Wasserrad |
| 6 | 192 | $\frac{15,14}{50}$ | $\frac{2691}{815}$ | $\frac{208}{63}$ | 81 | 381 | 4,27 | 3375 | 1,6 | 8,86 | $\frac{134}{443}$ | *E/E* Triebwerk z. vor. |
| 7 | 140 | $\frac{30}{55}$ | $\frac{1485}{815}$ | $\frac{132}{72}$ | 71 | 218 | 4,62 | 2273 | $\frac{3,0}{3,4}$ | 10,42 | $\frac{313}{573}$ | *E/E* Dampfmaschine |
| 8 | 140 | $\frac{30}{54,5}$ | $\frac{1690}{905}$ | $\frac{138}{76}$ | 77 | 330 | 5,31 | 1977 | 2,6 | 5,99 | $\frac{180}{326}$ | *E/E* „ |
| 9 | 120 | $\frac{1,51}{13,3}$ | $\frac{7391}{838}$ | $\frac{560}{80}$ | 79 | 381 | 1,22 | 7377 | 4,0 | 19,36 | $\frac{29,2}{257}$ | *E/E* Wasserrad |
| 10 | 100 | $\frac{45}{158,8}$ | $\frac{2148}{610}$ | $\frac{176}{50}$ | 76 | 254 | 10,09 | 743 | 0,65 | 2,92 | $\frac{131}{520}$ | *H/E* Dampfmaschine |
| 11 | 90 | $\frac{26}{80}$ | $\frac{2170}{705}$ | $\frac{228}{74}$ | 60 | 150 | 5,91 | 1142 | 2,1 | 7,61 | $\frac{198}{609}$ | *H/E* „ |
| 12 | 82,5 | $\frac{54}{83}$ | $\frac{1400}{910}$ | $\frac{114}{74}$ | 78 | $\frac{2.120}{300}$ | 7,92 | 1563 | $\frac{1,3}{1,0}$ | 6,50 | $\frac{351}{2.540}$ | *H/E* Schraubenschiff |

S t i r n r ä d e r.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | 50 | $\frac{4,0}{7,32}$ | $\frac{1282}{700}$ | $\frac{96}{52}$ | 83 | 270 | 0,53 | 7075 | 5,3 | 26,20 | $\frac{105}{192}$ | *E/E* Wasserrad |
| 14 | 20 | $\frac{7,74}{40}$ | $\frac{2170}{420}$ | $\frac{248}{48}$ | 55 | 160 | 1,67 | 900 | 1,7 | 5,60 | $\frac{43}{224}$ | *E/E* „ |

K e g e l r ä d e r.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 300 | $\frac{93}{50}$ | $\frac{620}{1160}$ | $\frac{50}{93}$ | 78 | 330 | 6,04 | 3730 | $\frac{2,3}{2,6}$ | 11,23 | $\frac{1044}{562}$ | *E/E* Turbine |
| 16 | 300 | $\frac{100}{111,8}$ | $\frac{755}{679}$ | $\frac{55}{49}$ | 68 | 254 | 8,01 | 2806 | 2,7 | 11,04 | $\frac{110}{123}$ | *E/E* Triebwerk zu Nr. 1 |
| 17 | 240 | $\frac{44}{44}$ | 1067 | 75 | 89 | 457 | 4,92 | 3659 | 1,5 | 7,70 | 389 | *E/E* „ „ „ 3 |
| 18 | 200 | $\frac{41}{80}$ | $\frac{1500}{765}$ | $\frac{98}{50}$ | 96 | 300 | 6,40 | 2344 | 1,4 | 7,80 | $\frac{320}{624}$ | *H/E* Turbine |
| 19 | 130 | $\frac{93}{124}$ | $\frac{795}{630}$ | $\frac{80}{60}$ | 62 | 204 | 7,74 | 1260 | $\frac{1,6}{1,7}$ | 6,18 | $\frac{575}{766}$ | *H/E* „ |
| 20 | 100 | $\frac{93}{144,7}$ | $\frac{595}{380}$ | $\frac{70}{45}$ | 53 | 160 | 5,79 | 1300 | $\frac{2,1}{2,7}$ | 8,14 | $\frac{757}{1178}$ | *H/E* „ |
| 21 | 50 | $\frac{93}{218}$ | $\frac{645}{275}$ | $\frac{75}{32}$ | 54 | 160 | 6,28 | 597 | $\frac{1,1}{1,3}$ | 3,70 | $\frac{344}{807}$ | *H/E* „ |

H y p e r b e l r ä d e r.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 16 | $\frac{72}{81,6}$ | $\frac{549}{483}$ | $\frac{68}{60}$ | $\frac{50,7}{50,6}$ | 150 | 4,13 | 291 | $\frac{0,65}{0,88}$ | 1,94 | $\frac{140}{158}$ | *E/H* Triebwerk |

§. 229.

## Erläuterungen zu den vorstehenden Beispielen.

Es sind, wie man aus der ersten Spalte sieht, vorzugsweise sehr stark beanspruchte Räderpaare ausgewählt, zu denen die Zahlenangaben so gut wie möglich geliefert sind*). Das Material der Zähne ist in der letzten Spalte angegeben. $E/E$ deutet Eisen auf Eisen, $H/E$ Holz auf Eisen, $E/H$ Eisen auf Holz; das treibende Rad im Paare steht immer zuerst. Ueberall sind wirkliche Pferdestärken ($PS$), nicht nominelle gemeint. Zu den einzelnen Beispielen noch folgendes.

*Nr. 1. Der Betriebsdampfmaschine der Fleming'schen Spinnerei und Weberei in Bombay entnommen**). Verzahnter Schwungradring ist treibendes Rad; die Zähne haben Seitenleisten, wie in Fig. 651 angegeben. Der Koëffizient der Abnützung für das getriebene Rad scheint hoch und lässt eine sehr lange Dauer des Rades nicht erwarten.*

*Nr. 2. Treibendes Rad: verzahnter Ring eines Schwungrades, in zwei gleichgrosse Räder eingreifend, und auf jedes 300 PS, im ganzen also 600 PS übertragend.* $Pn:b$ *war deshalb für das Schwungrad mit 2 zu multipliziren, siehe vorletzte Spalte.*

*Nr. 3. Der jetzt abgebrochenen Gebläsemaschine der atmosphärischen Eisenbahn von St. Germain entnommen.* $Pn:b$ *ist entschieden zu hoch, was sich auch fühlbar gemacht haben müsste, wenn nicht der Betrieb ein häufig unterbrochener gewesen wäre.*

*Nr. 4.* $P:b$ *ist sehr hoch; wegen der kleinen Umlaufzahlen geht aber dennoch* $Pn:b$ *nicht über statthafte Grenzen hinaus.*

*Nr. 5 und 6. Dem mächtigen Wasserrad in Greenock (wohl das grösste heute bestehende) entnommen. Sehr grosser Breitendruck am Zahnkranze; dennoch ist das Räderwerk erwiesenermaassen haltbar, was ohne Zweifel der genügenden Kleinheit von* $Pn:b$ *zuzuschreiben ist. Letzterer Werth ist bei Nr. 6 fast gleich dem bei Nr. 5; es müssen also die beiden Paare sehr nahe gleiche Abnützungsstärke gezeigt haben.*

---

*) Es ist nicht leicht, trotz der grossen Zahl vorhandener Veröffentlichungen, Beispiele wie die hier gegebenen zusammenzubringen, da meistens nur von dem einen Rade im Paare Mittheilungen gegeben werden, während die hier aufgestellte Abnützungstheorie es als nothwendig erweist, beide Räder des Paares zu kennen. Es wäre sehr erwünscht, wenn hierauf stets Rücksicht genommen würde. Angaben über stattgehabte, durch Messung näher festgestellte Abnützungen würden stets sehr nützlich sein.

**) Corlissmaschine, von Douglass & Grant 1875 oder 1876 erbaut. S. Engineering 1879, Dez., S. 487.

*Nr. 7. Die Zähne des kleinen Rades sind dünner als die des grossen (Schwungradring), was sich in der Spalte für $\mathfrak{S}$ bemerkbar macht. Wahrscheinlich hatte das grosse Rad anfänglich Holzzähne.*

*Nr. 9. Trotz dem grossen Breitendruck ist $Pn:b$ genügend klein. Die Spannung in den Zähnen ist, wie auch bei Nr. 4, nicht unbedeutend. Wir würden nach (222) geringere Werthe eingeführt haben.*

*Nr. 10. Eines der bemerkenswerthesten von sämmtlichen Beispielen, weil über die Grösse der Abnützung gute Angaben vorliegen. Die Holzzähne am treibenden Rade, dem Schwungringe einer Dampfmaschine zum Betrieb einer Papiermühle (Kelvindale Paper Mill bei Glasgow) angehörig, haben nach $26\frac{1}{2}$jährigem Laufe, bei 20stündigem täglichem Betrieb, eine Abnützung von etwa 3 mm, gemessen auf dem Theilkreis, erlitten und wurden dann zum erstenmal erneuert*). Die erste Hälfte dieser Zeit arbeitete die Maschine mit 84 PS (indizirt, und Reibung abgerechnet) bei 38 minutlichen Umdrehungen. Zweimal wöchentlich wurden die Zähne mit Talg und Graphit geschmiert. Die lange Dauer ist neben dem Umstande, dass das getriebene Rad auf der Maschine geschnitten war, ausser der sorgfältigen Wartung, wohl wesentlich dem günstigen Abnützungskoëffizienten zuzuschreiben.*

*Nr. 11. Die Zähne wurden im Gebrauch als zu schmal befunden, was wohl der hohen Spannung $\mathfrak{S} = 2,1$ zuzuschreiben ist; wir würden nach (222) 1,22 kg eingeführt haben.*

*Nr. 12. Zwei Räder mit Holzkammen greifen in das kleine Rad auf der Schraubenwelle ein. Ihre Zähne bestehen der Breite nach aus zwei Stücken von 120 mm Einzelbreite.*

*Nr. 13. Sehr grosser Breitendruck. Es wird geklagt über die Abnützung der Zähne; augenscheinlich lassen sich dieselben nur deshalb schwer in guter Ordnung erhalten, weil $P:b$ so gross ist.*

*Nr. 15. Die Zähne werden als etwas schwach bezeichnet; wiederholt haben Zahnbrüche stattgefunden; die Abnützung soll sehr stark sein; wir sehen auch, dass $Pn:b$ ungewöhnlich gross ist.*

*Nr. 17. Das Räderpaar (von Fairbairn herrührend) soll im Stande sein, das Doppelte der angegebenen Leistung zu übertragen, nämlich unter Umständen die Kraft von 4 statt von 2 Wasserrädern, jedes zu 120 PS übertragen. Die Spannung in den Zähnen würde dabei auf 3 kg steigen, was statthaft ist; $Pn:b$ indessen würde dann für einen dauernden Betrieb etwas hoch ausfallen.*

*Nr. 20. Der Werth für $Pn:b$ beim Holzrade scheint etwas hoch; beim Eisenrade ist er aussergewöhnlich gross; doch ist zu bedenken, dass bei Holzeisenrädern die Abnützung fast allein das Holzrad trifft.*

*Nr. 22. Dieses Räderpaar ist dem Triebwerke einer Maschinenfabrik entnommen, welche schon früher Hyperbelräder für Triebwerke mit bestem Erfolge benutzt hatte, Achsenwinkel $90^0$. Dass das getriebene Rad die Holzzähne hat, ist ungünstig; da hierdurch die ohnedies schon beträchtliche Abnützung verstärkt wird.*

---

*) S. Engineering 1879, Febr., S. 123. Die Quelle gibt versehentlich $v$ zu gross und deshalb $P$ und den Breitendruck $P:b$ zu klein an.