

§. 224.

**Globoidschraubenräder.**

Lässt man einen Kreis um eine Achse  $AA_1$  rotiren, die mit einem seiner Durchmesser zusammenfällt, und dreht zugleich in einer durch die Anfangslage des Kreises gelegten festen Ebene einen Radius  $CS$  um den Mittelpunkt  $C$  mit einer Winkelgeschwindigkeit, welche derjenigen des Kreises proportional ist, so beschreibt der Kreis zunächst eine Kugel, Fig. 631, und zugleich die Spur des Radius  $CS$  auf dem Kugelmantel eine Kurve von schraubenförmigem Verlauf. Man könnte sie eine Kugelschraube nennen\*); ihre benachbarten Gänge haben auf dem Meridian der Kugel gleiche Abstände. Ueberschreitet der Radius  $CS$  die Rotations- oder Hauptachse, so durchkreuzen die neu entstehenden Gänge die bereits beschriebenen, siehe bei  $A_1$ . Statt des blossen

Fig. 631.

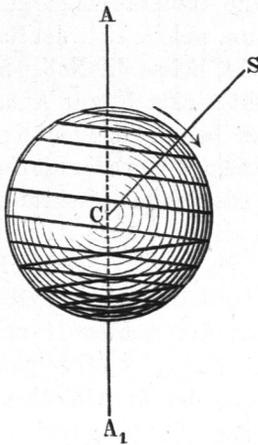
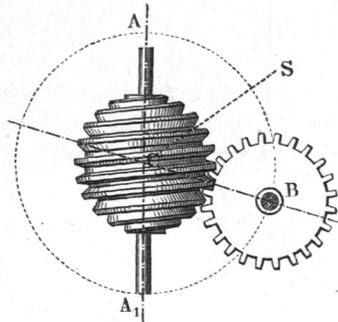


Fig. 632.



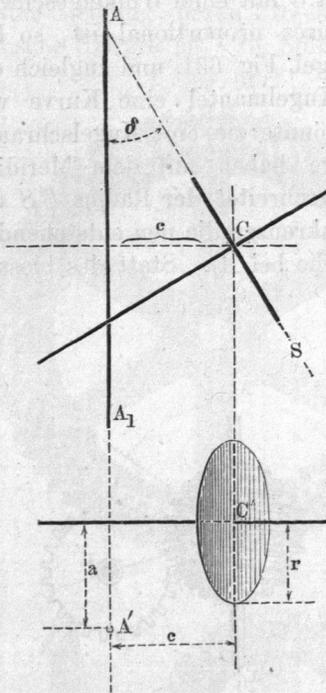
Radius kann man auch eine Punktfolge, welche das Profil einer Radzahlücke darstellt, herumführen und in die Kugel einschneiden lassen. Es entsteht dann eine körperliche Kugelschraube, in welche man ein Stirnrad  $B$  an irgend einer Stelle eingreifen lassen kann, geeignete Verzahnung vorausgesetzt, Fig. 632. Wird eine

\*) Sie ist eine sphärische Cykloide, vergl. §. 216; die kinematischen Axoide sind Normalkegel.

angemessene Lagerung der Achsen  $A$  und  $B$  angebracht, so wirkt die Kugelschraube, wenn betrieben, auf das Zahnrad ganz ähnlich, wie eine Schraube ohne Ende, §. 221.

Dieses ganze Problem lässt sich mit Nutzen dadurch erweitern, dass man die Rotationsachse allgemein als nicht zusammenfallend mit einem der Kreisdurchmesser annimmt. Die unter dieser Voraussetzung entstehenden Drehkörper haben Verwandtschaft mit der Kugel, weshalb der Verfasser den Namen Globoide für dieselben vorgeschlagen hat.

Fig. 633.



Die entstehenden Schrauben werden gemäss dieser Bezeichnung Globoidschrauben\*), die damit gebildeten Räder Globoidschraubenräder zu nennen sein. Manche der letzteren besitzen praktisch verwerthbare Eigenschaften.

Man erhält verschiedene Formen für das Globoid, jenachdem man den beschreibenden Kreis gegen die Hauptachse stellt. Die Achse, um welche sich der Radius  $CS$  dreht, heisse die Nebenachse. Sie steht senkrecht zur Anfangslage des beschreibenden Kreises und schneidet entweder die Hauptachse, oder steht geschränkt zu ihr. Es sei dann noch  $r$  der Halbmesser des beschreibenden Kreises,  $a$  der kürzeste Abstand oder das Loth der Achsen  $A$  und  $C$ ,  $c$  der Abstand des Mittelpunktes

des beschreibenden Kreises von der Ebene des Achsenlothes und der Hauptachse,  $\delta$  der Winkel, welchen die Hauptachse mit der Ebene des beschreibenden Kreises einschliesst, zu zählen von 0 bis  $90^\circ$ , da weiterhin nur Wiederholungen eintreten, so lassen sich vier Klassen von Globoiden unterscheiden, jenachdem nämlich:

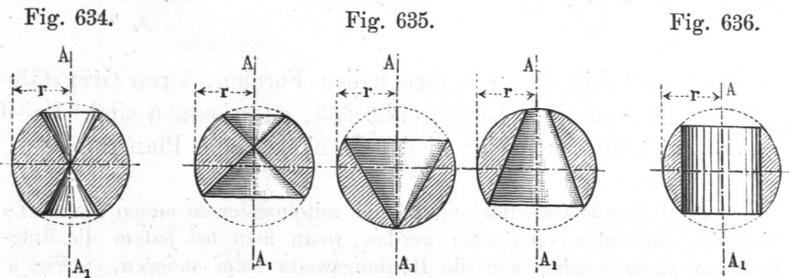
\*) Entsprechend der vorigen Anmerkung wird man die schraubenartigen Kurven als globoidische Cykloiden auffassen können; die kinematischen Axoide sind im allgemeinen Fall Drehhyperboloide.

- I)  $a = 0, c = 0$                       III)  $a$  angebbar,  $c = 0$   
 II)  $a = 0, c$  angebbar                IV)  $a$  angebbar,  $c$  angebbar.

Ein Globoid heiße sodann noch ein gerades, wenn  $\delta = 0$ ; wenn dagegen  $\delta$  ein spitzer Winkel, heiße es ein schiefes Globoid.

Die erste Klasse liefert allgemein das Globoid Fig. 634, einen zum Aequator symmetrischen Kugelausschnitt, auf dessen Zonenmantel die Globoidschraube liegt; bei  $\delta = 0$  entsteht die obige Kugel.

Die zweite Klasse ergibt die schiefen Globoide, Fig. 635, zum Aequator unsymmetrische Kugelausschnitte, auf deren Zonen-



mnteln wieder die Schrauben liegen. Für  $\delta = 0$  kommt als gerades Globoid ein symmetrischer, cylindrisch gehhlter Kugelausschnitt, Fig. 636. Die Schraubenkurven werden, wenn  $a = 0$ , sphärische Cykloiden. Wird noch  $\delta = 90^\circ$ , so werden die Körper Plankegel oder Planringe; die Kurven gehen dabei in ebene Cykloiden über.

In der dritten Klasse erhält man, wenn  $\delta = 0$  und  $a > r$ , den bisher sogenannten cylindrischen Ring, für uns den geraden Globoidring, Fig. 637 a, und wenn  $a < r$ , das apfelförmige Globoid

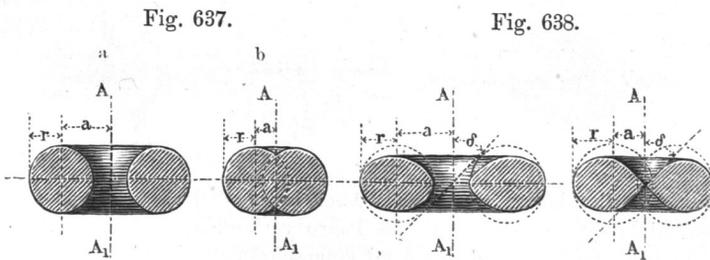
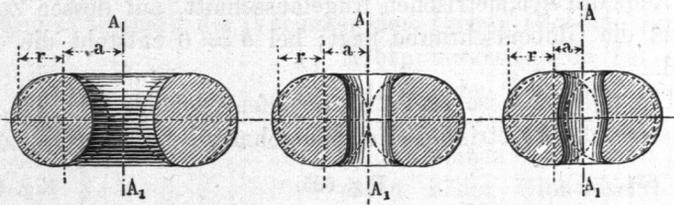


Fig. 637 b. Ist  $\delta$  ein schiefer Winkel, so wird der Globoidring oder der Globoidapfel abgeplattet, Fig. 638; das Globoid Kl. I. ist

der Grenzfall. Die Schraubenkurven werden globoidische Cykloiden, sie gehen in ebene über, wenn  $\delta = 90^\circ$ , wobei das Globoid ein Planring oder ein Plankegel wird.

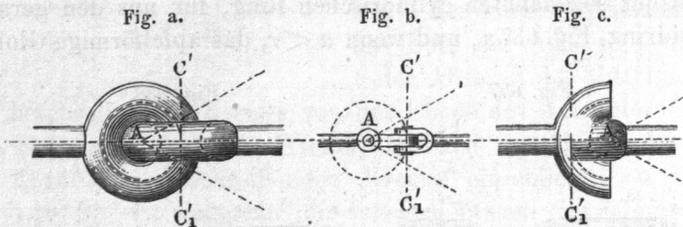
Die vierte Klasse liefert die höchsten Formen, s. Fig. 639, wo  $\delta = 0$ , einmal  $a > r$ , einmal  $= r$  und einmal  $< r$  ist. Die

Fig. 639.



schiefen Globoide dieser Klasse haben Formen, deren Grenzfälle in denen der zweiten Klasse, Fig. 635, zu erkennen sind. Bei  $\delta = 90^\circ$  entstehen auch hier wieder Plankegel oder Planringe\*).

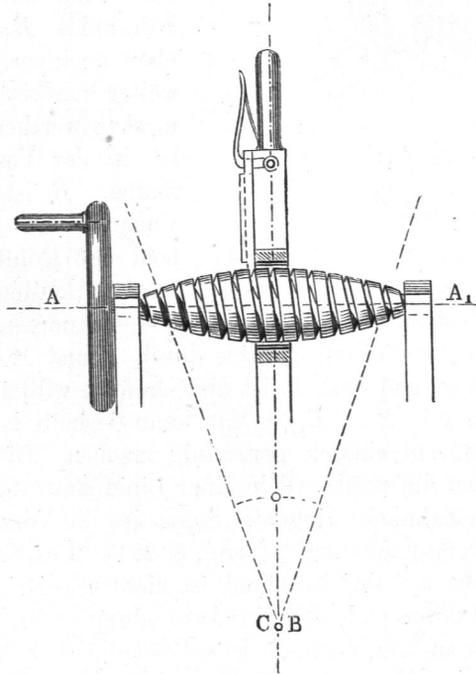
\*) Zwei gerade Globoidringe können miteinander zu einem Paare von Maschinenelementen verbunden werden, wenn man bei jedem die Ringdicke so gross macht, wie die Hohlungsweite beim anderen, s. Fig. a. Die beiden Stücke verhalten sich dann etwa wie Zapfen und Lager zu einander, und ähneln dem Kugelgelenk, ja letzteres ist als ein besonderer Fall des vorliegenden allgemeineren Paares anzusehen. Jedes der beiden Elemente *A* oder *B* beschreibt bei eintretender Relativbewegung mit irgend einem seiner Punkte nur Bahnen, welche auf einem mit dem anderen Elemente verbunden zu denkenden Globoid liegen. Die gewöhnlichen Gliedketten bestehen aus angenäherten Paaren dieser Art. Man kann ein solches Paar von Körpern ersetzen durch ein geschränktes Kreuzgelenk *ABC*, Fig. b, in diesem treten zwischen *A* und *C* dieselben soeben an-



gegebenen Relativbewegungen ein. Auch bruchstückweise lassen sich die beiden Globoide zu einem solchen Paare verbinden, s. Fig. c., vorausgesetzt, dass das Spiel entsprechend eingeschränkt sei und der Trennung der einander berührenden Globoidflächen durch geeignete Hilfsmittel, z. B. Zugbänder, vorgebeugt werde. Derartige Gelenke aber hat die Natur am menschlichen Skelett verwirklicht. U. a. sind die unteren Fingerglieder

Der praktischen Anwendungen der Globoidschraubenräder sind mehrere vorhanden. Es handelt sich dabei wesentlich um gerade Globoide der III. und IV. Klasse. In Stephenson's Steuerhebelgetriebe für Lokomotiven, Fig. 640, ist eine Globoidschraube der Klasse III. benutzt, und zwar indem zunächst das Mitteltheil

Fig. 640.



des geraden Globoidapfels, Fig. 637 b ( $a < r$ ), benutzt ist. Sodann ist das eingreifende Rad  $B$  als Hohlrad ausgeführt, dem aber ein Halbmesser  $R_1 =$  dem Halbmesser  $r$  des beschreibenden Kreises gegeben ist\*). Endlich ist von dem Hohlrade nur ein einziger Zahn benutzt; es würde auch zulässig sein, mehrere anzuwenden.

Man hat zu beachten, dass man die Globoide auch in ihren Hohlformen zur Ausführung bringen kann. Solches ist geschehen

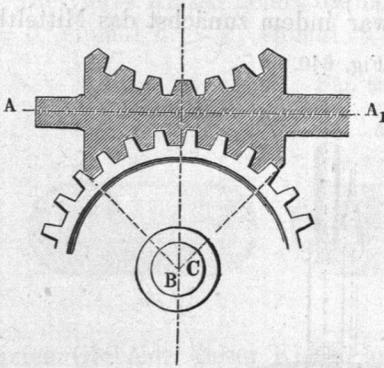
---

(Phalangen) mit Globoidgelenken der vorliegenden Art an die Mittelhandknochen angelenkt; die beiden zusammengehörenden Globoidflächen sitzen wie zwei Sättel aufeinander (Sattelgelenke). Alle Punkte der unteren Fingerglieder bewegen sich relativ zur Mittelhand auf Globoidflächen.

\*) Die Schraube ohne Ende mit Hohlrad, Fig. 621, lässt sich ebenfalls nach dem vorliegenden Prinzip gestalten.

in dem Mechanismus Fig. 641, welcher eine Schraube ohne Ende als Globoidschraube ausgeführt darstellt. Zu Grunde liegt das

Fig. 641.



Mittelstück der Hohlform des geraden Globoidringes, Fig. 637 a. Der Ausschnitt aus dem Körper umfasst hier etwa ein Viertel des Zahnrades  $B$ , könnte es aber auch zur Hälfte und weiter umfassen. Der bemerkenswertheste Umstand ist in der Verzahnung zu finden.  $R_1$  ist wieder  $= r$  gemacht. Da aber am Globoid die Hohlform ausgeführt ist, fallen die beiden

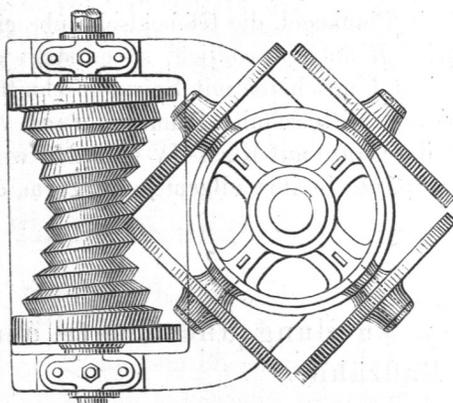
Zahnprofile — das an  $r$  und das an  $R_1$  — zusammen. Sie gleiten in der Ebene eines Normalschnittes durch  $B$  und  $AA_1$  nicht aneinander entlang, und deshalb ist die Zahnform willkürlich. (Hohlradverzahnung mit  $R = R_1$ ). Man kann deshalb das Zahn- wie das Schraubenprofil einfach geradlinig machen. Die Berührung der Zahnflanken findet überall in einer Linie statt, die vom Zahnfuß nach dem Zahnkopf hingeht. Somit ist die Verzahnung eine sogenannte Kraftverzahnung\*) (vergl. §. 221). Das Schneiden der Globoidschraube auf der Drehbank ist nicht schwierig. Sie ist in den letzten Jahren mehrfach in Anwendung gebracht worden. Doch scheint man den Vortheil, betreffend die einfache Zahnform und den Krafteingriff, gewöhnlich übersehen zu haben. Eine interessante Ausführung ist die von Hawkins, Fig. 642\*\*). Hier hat das Rad  $B$  Laufrollen, und zwar recht grosse, arbeitet also mit einer sehr kleinen Reibung. Zugleich liegt hier einer der Fälle vor, wo statt der wirklichen Zähnezahl 4 des Rades  $B$  eine ideelle Zähnezahl einzuführen ist, wie in §. 200 bei Feststellung des Grundgesetzes besprochen wurde. Soll bei jeder Umdrehung des kleineren Rades, der Globoidschraube nämlich, in jede Zahnücke der-

\*) Indem ich auf diese merkwürdige und vortheilhafte Anwendung der Globoidschrauben hinweise, habe ich hervorzuheben, dass sie bereits von Smeaton (Miscellaneous Papers, p. 183) empfohlen wurde, der sie bei dem Mechaniker Hindley, an einer Theilmaschine benutzt, vorfand. Willis, der die Sache in seinen Principles of Mechanism, I. Aufl., S. 163 ff. schon 1851 anführte, unterschätzte die Vortheilhaftigkeit derselben.

\*\*\*) Hawkin's Worm gearing, Sc. American, 1877, Suppl. 104, S. 1648.

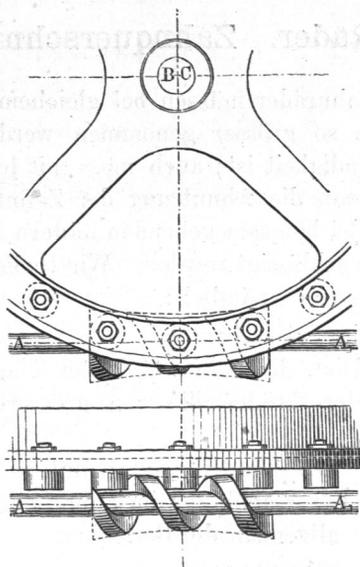
selben, ein Zahn des anderen Rades eingreifen, so müssten ausser den durch die Rollen gebildeten Zahnücken noch auf jedem Umfangsviertel 10 weitere Lücken an *B* angebracht werden, sodass statt 4 Zähnen an *B* deren  $4(1 + 10) = 44$  anzubringen sein

Fig. 642.



würden. Diese Zahl 44 ist also die dem Grundgesetz entsprechende Zähnezahl von *B*.

Fig. 643.



Dem Rädergetriebe des Jensen'schen Göpels, Fig. 643\*), liegt die Globoidklasse IV, Fig. 639 zu Grunde. Gewöhnlich scheint  $a = r$  gemacht zu sein, gelegentlich aber findet man auch  $a < r$  gemacht, wie in Fig. 639 c.  $R_1$  ist wiederum  $= r$  gemacht, auch wieder die Hohlform des Globoids benutzt. Die Verhältnisse sind so gewählt, dass aus dem Langsamen ins Schnelle übersetzt werden kann, was sich auch bei der Einrichtung Fig. 641 erzielen lässt, wenn man nur den Winkel der Schraubensteigung ausreichend gross macht. Die Triebstockverzahnung zeigt sich empfehlenswerth, da sie auch die Anwendung von Rollen statt der Zähne gestattet\*\*).

\*) S. Uhlend, Prakt. Maschinenkonstrukteur, auch Engineer, Bd. 24 (1867) S. 493. — \*\*) Modell im kinematischen Kabinet der königl. techn. Hochschule; Uebersetzung 12 : 1, Gang ausserordentlich sanft.

Lässt man in den zwei oberen Globoidklassen die Nebenachse in unendliche Ferne rücken, so gehen die Globoide in Regelflächen über; auch die Globoidschrauben erreichen dabei ihre Grenzfälle. Als ein Grenzfall von Klasse III tritt dann die gewöhnliche Schraube ohne Ende auf. Ein anderer ist das Long'sche Spiralaräderwerk\*), ebenfalls zu Klasse III gehörig,  $a$  angebbbar,  $c = 0$ ,  $\delta = 0$ . Das Globoid wird ein Plankegel, die Globoidschraube eine archimedische Spirale. Wird  $R$  auch unendlich, so entsteht ein Getriebe, bestehend aus einer Planscheibe mit Spiraleinschnitten und einer Zahnstange, deren Mittelschnitt Zahnberührung von oben bis unten hat. Wenn das Ganze auf Klasse IV gebracht wird, so geht die archimedische Spirale in ihre allgemeinere Form, die Kreisevolvente über.

## E. Berechnung der Theilung und Breite der Radzähne.

§. 225.

### Eintheilung der Räder. Zahnquerschnitt.

Die Abmessungen der Zahnräder müssen bei gleichem Zahndruck wegen der Stösse um so grösser genommen werden, je grösser ihre Umfangsgeschwindigkeit ist; auch muss mit letzterer die Zahnbreite zunehmen, wenn die Abnutzung der Zahnflanken eingeschränkt werden soll. Bei langsam gehenden Rädern können indessen diese Einflüsse vernachlässigt werden. Wir theilen deshalb die Räder in zwei Klassen ein, nämlich:

1. Kranräder, 2. Triebwerkräder;

und zwar sind Kranräder solche, die bis zu  $\frac{1}{2}$  Meter Theilkreisgeschwindigkeit haben, Triebwerkräder die von grösserer Geschwindigkeit.

Bei der Zahntheilung  $t$ , der Zahnbreite  $b$ , der Zahnlänge  $l$ , der Zahnfussdicke  $h$ , dem Zahndruck  $P$  und der im Zahne eintretenden Biegungsspannung  $\mathfrak{S}$  gilt allgemein die Beziehung

$$bt = 6 \frac{P}{\mathfrak{S}} \left(\frac{l}{t}\right) \left(\frac{t}{h}\right)^2 \dots \dots \dots (212)$$

\*) S. Civil-Engineer and Arch. Journal, 1852, Juli; auch Dingler's Journ. Bd. 125, Weisbach III, 1. Aufl. S. 449, 2. Aufl. III. 2, S. 87.