

$$\frac{R}{R_1} = \frac{\cot \gamma}{\cot \gamma_1} = \frac{\frac{n_1}{n} + \cos \alpha}{\frac{n}{n_1} + \cos \alpha} \dots \dots \dots (203)$$

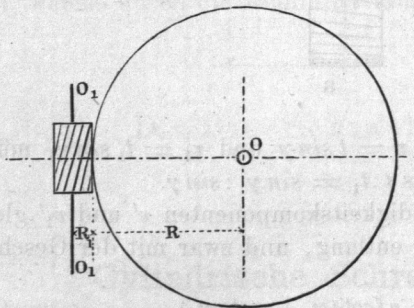
ebenso

$$\cot \gamma = \frac{\sin \alpha}{\frac{n}{n_1} + \cos \alpha} \dots \dots \dots (204)$$

Für $\alpha = 90^\circ$ folgt hieraus noch $\cot \gamma = n_1 : n$. Führt man die Schraubenräder so aus, so gewähren sie bei guter Verzahnung einen sanften Gang, berühren sich aber nur in sehr kleinen Flächentheilchen. Die Innehaltung der Bedingung hat dazu noch die Unbequemlichkeit, bei Uebersetzungen, welche sich nur einigermaassen von 1 entfernen, sehr grosse Räder zu erheischen, namentlich, wenn α ein Rechter ist.

Beispiel. Es sei gefordert $n_1 : n = 3$ bei $\alpha = 90^\circ$. Dann ist zu nehmen nach (203) $R : R_1 = (n_1 : n)^2 = 9$, und nach (204) $\cot \gamma = n_1 : n = 3$, wonach $\gamma = 18^\circ 26'$, $\gamma_1 = 71^\circ 34'$. Die für eine blosse Uebersetzung

Fig. 607.



ins 3fache recht unquemen Verhältnisse zeigt Fig. 607. Die Gleitungsgeschwindigkeit beträgt ausserdem $c' = c(3 + 0,333\dots) = 3\frac{1}{3}c$. Die Kleinheit des Winkels γ gestattet schwer oder kaum, das kleine Rad zum treibenden zu machen. Noch stärker werden alle diese störenden Umstände bei noch bedeutenderen Uebersetzungen. $(n_1 : n) = 5$ und $\cdot 0$ ergeben z. B. $R : R_1$

$= 25$ und 100 , und $\gamma \sim 11\frac{1}{6}$ und $5\frac{2}{3}^\circ$. Nicht unerwähnt darf auch die Schwierigkeit bleiben, die das Schneiden der Räder auf der Drehbank für die genau ermittelten Steigungswinkel γ und γ_1 hinsichtlich der Wechselräder bereitet.

§. 221.

Angenäherte cylindrische Schraubenräder.

Hält man von den obigen beiden Bedingungen, Formel (201) und (203), bloss die erstere fest, so kann man den erwähnten

Schwierigkeiten ausweichen und doch brauchbare Räder erhalten. Dieselben sind dann aber, wenn der Gang genau sein soll, entweder a) beide mit kleinen Abweichungen von der Schraubenform auszuführen, oder b) das eine Rad ist als strenge Schraube herzustellen, dem anderen die Abweichungen zu geben, oder c) man überlässt es der Abnutzung, allmählich die anfänglich vorhandene, die strenge Form nur annähernde Schraubengestalt so zu verändern, dass ein brauchbarer Gang eintritt. Auf Grund dieser Möglichkeiten haben die Schraubenräder eine weitgehende Benutzung in der Praxis gefunden. Eine der wichtigsten Anwendungen ist die in der Schraube ohne Ende, auch Schneckenrad, Wurmrad genannt, Fig. 608. Hier ist $\alpha = 90^\circ$ und $\mathfrak{Z} = 1$ angenommen, die Zähne des Rades R_1 werden um γ gegen die Cylinderkante schief gestellt, wobei $\operatorname{tg} \gamma = t : 2\pi R = 0,15916 (t : R)$. Bei der Anordnung in Fig. 609 ist $\alpha = 90 - \gamma$ gemacht, worauf die

Fig. 608.

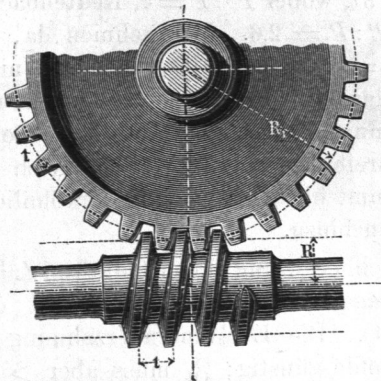
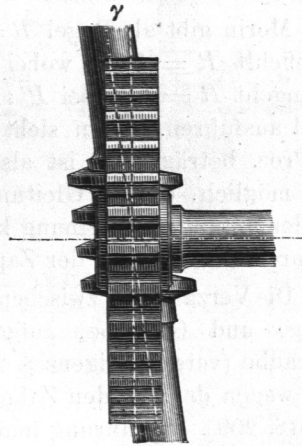


Fig. 609.



Zähne an R_1 wieder parallel der Achse werden. Die Steigung der Schraube ist hier bei der Theilung t_1 des Rades $= t_1 : \cos \gamma$. Das Uebersetzungsverhältniss ist, wie dem Grundgesetz (186) entspricht, $n_1 : n = \mathfrak{Z} : \mathfrak{Z}_1$, insbesondere also $= 1 : \mathfrak{Z}_1^*$.

In sehr vielen Fällen verfährt man hier so, dass man die Schraube streng ausführt und der Abnutzung die Richtigstellung überlässt; bei sorgfältigerer Herstellung findet das Verfahren (b)

*) \mathfrak{Z}_1 ist in unserer Figur $= 30$, somit würde Gleichung (203) für genaue Schraubenform $R_1 = 900 R$ erfordern; γ käme $= 88,1^\circ$.

Anwendung, indem man mit der Wurmfräse das Rad ausarbeitet, womit ihm eine an der Schraubenform beträchtlich abweichende Verzahnung gegeben wird. Leider ist die Wurmfräse kaum gut anders zu verwenden, als wenn γ klein ist.

Die Reibung der Schraube an den Radzähnen ist sehr gross, indem die Gänge an den Zahnflanken entlang gleiten müssen. Man hat beim Reibungskoeffizienten f für das Verhältniss zwischen der wirklich aufzuwendenden Kraft P' zu der an demselben Hebelarm der Schraube angreifenden Kraft P , welche bei reibungsfreiem Gange aufzuwenden wäre, annähernd: $P':P = (1 + f \cdot 2\pi R : t) : (1 - ft : 2\pi R)$.

Bei $f = 0,16$ erhält man hieraus nach kleiner Abrundung:

$$\frac{P'}{P} = 1 + \frac{R}{t} \dots \dots \dots (205)$$

Daraus folgt, dass man zur Verhütung grosser Kraftverluste $R:t$ möglichst klein zu machen hat.

Morin gibt als Regel $R = 3t$, wobei $P':P = 4$, Redtenbacher empfiehlt $R = 1,6t$, wobei $P':P = 2,6$. Wir nehmen da, wo es angeht $R = t$, wobei $P':P = 2$. Kleiner lässt sich $R:t$ nicht wohl ausführen. Man sieht, dass selbst dann der Nutzeffekt nur 50 Proz. beträgt. Es ist also nur Uebersetzung von Schraube zu Rad möglich, da die Gleitungsreibung dem Rücktrieb gleich ist. Zu der gefundenen Reibung kommt übrigens noch die gewöhnliche Zahnreibung und die der Zapfen hinzu.

Die Verzahnung zwischen Schnecke und Rad ist die von Zahnstange und Getriebe, aufgetragen in einem Längsschnitt der Schraube (vergl. übrigens §. 224). Die Evolventenverzahnung ist hier wegen der geraden Zahnprofile günstig; β_1 muss aber > 28 sein (§. 209). Berührung findet geometrisch nur in einem Punkte, physisch in einer kleinen Abplattungsfläche statt; will man eine weitergehende Berührung erzielen, so ist das Rad mit einer Wurmfräse zu schneiden. Zahnräder, bei welchen die Zahnberührung geometrisch in nur einem Punkte stattfindet, nennt man häufig Präzisionsräder gegenüber den Krafräder genannten, deren Zähne einander geometrisch in einer Linie berühren. Der Unterschied, der in diesen Bezeichnungen ausgedrückt ist, wird übrigens nicht scharf inne gehalten, wie das vorstehende Beispiel zeigt, indem man die Schraube ohne Ende sowohl für kleine als für grosse Kräfte gebraucht.

Wegen der statthaften Veränderlichkeit der Steigungswinkel

herrscht eine grosse Mannigfaltigkeit in den Schraubenräderwerken, wie folgende Beispiele zeigen.

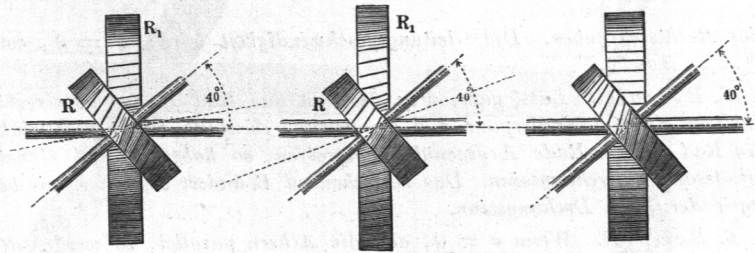
1. *Beispiel.* Gegeben $n_1 : n = 1/2$ und das Achsenloth $a = R + R_1$ nebst dem Achsenwinkel $\alpha = 40^\circ$. Wählt man $\gamma = 60^\circ$, so hat man nach (§. 220) $\gamma_1 = 180 - 40 - 60 = 80^\circ$, siehe Fig. 610, und findet nun nach (201): $R : R_1 = \sin \gamma_1 n_1 : \sin \gamma n = (\sin 80 : \sin 60) 1/2 = 0,5 \cdot 0,9848 : 0,8660 = 0,5686$, worauf nun R und R_1 selbst bestimmbar sind. Ist z. B. $a = 100$ mm gefordert, so kommt: $R_1 = a : [1 + (R : R_1)] = 100 : 1,5686 = 63,751$ mm, $R = 36,249$ mm, und bei $\mathfrak{z} = 20$, $\mathfrak{z}_1 = 40$ die Normaltheilung $\tau = t \sin \gamma = 2 \pi R \sin \gamma : \mathfrak{z} = 2 \cdot \pi \cdot 36,249 \cdot 0,866 : 20 = 0,272 \cdot 36,249 = 9,862$ mm. Ferner ist die Radtheilung $t = \tau : \sin \gamma = 9,862 : 0,866 = 11,388$ mm, $t_1 = 9,862 : 0,9848 = 10,014$ mm. Die Gleitgeschwindigkeit c' wird nach (202) $= c (\cotg 60 + \cotg 80) = c (0,5774 + 0,1763) = 0,7537 c$.

2. *Beispiel.* Um c' auf sein Minimum zu bringen, machen wir $\gamma = \gamma_1 = (180 - \alpha) : 2 = (180 - 40) : 2 = 70^\circ$, siehe Fig. 611. Dann

Fig. 610.

Fig. 611.

Fig. 612.



kommt: $R : R_1 = 1/2$, $R_1 = 66,667$ mm, $R = 33,333$ mm, $\tau = 2 \cdot \pi \cdot 33,333 \cdot 0,9397 : 20 = 9,840$ mm, $t = t_1 = 9,840 : 0,9397 = 10,472$ mm, und $c' = 2 \cdot \cotg 70 \cdot c = 2 \cdot 0,3640 \cdot c = 0,728 c$. Man sieht, dass schon der vorige Werth dem Minimum nahe war.

3. *Beispiel.* Suchen wir eine andere Erleichterung für die Ausführung, indem wir $\gamma = 90^\circ$, das eine Rad also zu einem gewöhnlichen Stirnrad machen, siehe Fig. 612, so haben wir $\gamma_1 = 180 - 40 - 90 = 50^\circ$, und erhalten: $R : R_1 = 0,5 \cdot 0,7660 = 0,383$; $R_1 = 72,307$ mm, $R = 27,693$ mm, $\tau = 11,842$ mm, $t = \tau$, $t_1 = 15,459$ mm, endlich $c' = 0,8391 c$.

Ist statt a die Normaltheilung τ gegeben, was bei Benutzung vorhandener Räderfräsen gewöhnlich ist, so wählt man γ und γ_1 und hat dann $R \sin \gamma = \mathfrak{z} \tau : 2 \pi$, woraus:

$$R = \frac{\mathfrak{z} \tau}{2 \pi \sin \gamma}, \quad R_1 = \frac{\mathfrak{z}_1 \tau}{2 \pi \sin \gamma_1} \dots \dots (206)$$

Es können auch R und τ gegeben sein; dann ist γ nicht mehr willkürlich; man hat nämlich:

$$\sin \gamma = \frac{3\tau}{2\pi R} \cdot \dots \dots \dots (207)$$

Andere charakteristische Beispiele sind die folgenden.

4. *Beispiel.* $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 3_1$. Die Gleitung soll ein Minimum werden, weshalb wir $\gamma = \gamma_1 = (180 - 90) : 2 = 45^\circ$ machen. Die beiden Räder werden kongruent, beide Linksschrauben, oder, wie in Fig. 613,

Fig. 613.

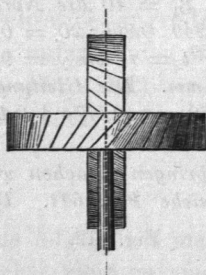


Fig. 614.

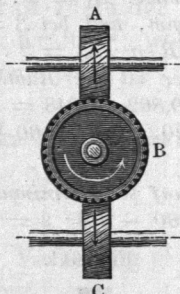
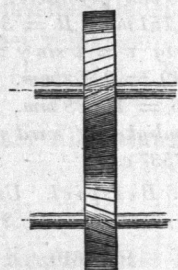


Fig. 615.



beide Rechtsschrauben. Die Gleitungsgeschwindigkeit wird: $c' = 2 \cdot \cot \gamma$
 $45^\circ \cdot c = 2c$.

5. *Beispiel.* Lässt man, Fig. 614, in das Rad B aus dem rechtwinkligen Schraubenräderpaar AB ein drittes, ebenfalls zu B rechtwinkliges Rad C dem Rade A gegenüber eingreifen, so haben A und C entgegengesetzten Drehungssinn. Das Zwischenrad B ändert also hier, wie bei Kegelrädern, den Drehungssinn.

6. *Beispiel.* Wenn $\alpha = 0$, also die Achsen parallel, so werden die Schraubenräder Stirnräder mit schraubenförmigen Zähnen, Hooke'sche, auch White'sche Räder genannt, Fig. 615. γ und γ_1 ergänzen einander zu 180° ; es ist also immer das eine Rad im Paare eine Linksschraube, das andere eine Rechtsschraube. Hier sind die Schraubenformen wieder streng richtig. Die Gleitungsgeschwindigkeit c' wird = Null. Wegen Benutzung dieser Räder vergl. §. 222. — Wenn bei $\alpha = 0$ auch $\gamma = 0$ wird, so gehen die Schraubenräder in Keilräder über.

Wendet man sich zu anderen Grenzfällen der Schraubenräder, so erhält man noch bemerkenswerthe Formen.

7. *Beispiel.* $\alpha = 90^\circ$, $\gamma = 10^\circ$, γ_1 also $= 80^\circ$, $R_1 = \infty$, Zahnstange mit Schraube, siehe Fig. 616. Macht man $\gamma_1 = 90^\circ$, die Zahnstange also normal, $\gamma = 10^\circ$, so wird $\alpha = 80^\circ$, die Zahnstangenverzahnung ein Ausschnitt aus einer Schraubenmutter. Sellers legt bei seinen Hobelmaschinen die Zähne der Zahnstange um soviel schief, Fig. 617 (a. f. S.), dass der dabei entstehende Seitendruck die nach der andern Seite wirkende Kraft, welche aus der gleitenden Reibung zwischen den Zahnflanken hervorgeht, gerade aufhebt.

8. *Beispiel.* $R = R_1 = \infty$, zwei Zahnstangen, welche einander verschoben. Fig. 618 (a. f. S.). Man hat, wie bisher, $v_1 : v = \sin \gamma : \sin \gamma_1$.

Ist $\alpha = 90^\circ$, wie in Fig. 619, und (wegen Kleinhaltung der Gleitung) $\gamma = \gamma_1 = 45^\circ$, so ist $v = v_1$. Dieser Mechanismus ist vielfach bei den Ziehbanken
Fig. 616.



Fig. 617.

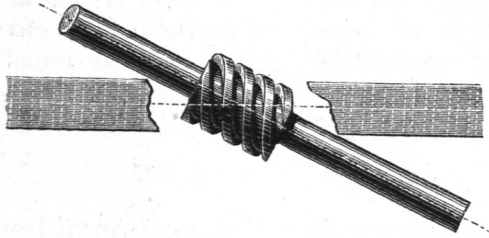


Fig. 618.

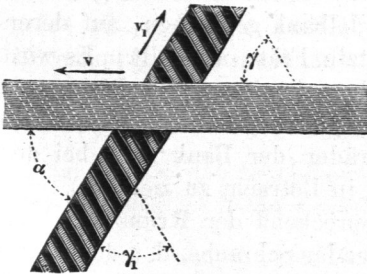
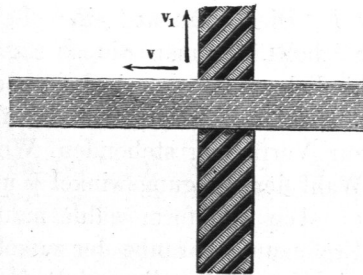


Fig. 619.



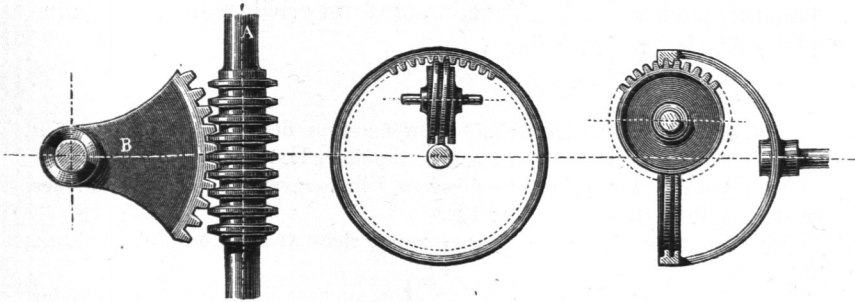
für Kanonen- und Gewehrläufe, auch bei einzelnen Schraubenschneidmaschinen angewandt.

9. Beispiel. $\alpha = 90^\circ$, $\gamma_1 = 90^\circ$, also $\gamma = 0$, beide Halbmesser von endlicher Grösse, siehe Fig. 620, sogenannte Rotationszahnstange, an Re-

Fig. 620.

Fig. 621.

Fig. 622.



gulatoren und dergleichen angewandt. Die Uebersetzung von A auf B ist = Null.

10. *Beispiel.* Die Schraube ohne Ende ist, wie schon angedeutet, ein besonderer Fall der Schraubenräder. Sie kommt, wenn auch selten, in noch zwei besonderen Formen vor, welche die Schraubenräder überhaupt durchgängig anzunehmen vermögen, nämlich unter Verwendung eines Hohlrades im Paare*). In Fig. 621 (a. v. S.) erscheint das gerad- oder schiefzahnige Stirnrad als Hohlrad**); bei der in Fig. 622 dargestellten Einrichtung ist die Schraube als Hohlrad, das Stirnrad mit äusserer Verzahnung ausgeführt***).

§. 222.

Verzahnung der Schraubenräder und Reibung derselben.

Die Schraubenräder werden meistens mit der Fräse geschnitten. Dies kann auf einer Leitspindelbank geschehen, auf deren Stichelträger man die schräg gesetzte Fräse aufstellt. Es wird ähnlich verfahren wie beim Schraubenschneiden. Die Steigung s der einzuschneidenden Schraubenfurche ist: $s = 2\pi Rtg\gamma$. Die zur Verfügung stehenden Wechselläder der Bank sind bei der Wahl der Steigungswinkel γ und γ_1 in Betracht zu ziehen†).

Die Zahnform wähle man entsprechend der Krümmung der Ergänzungsschraube der zu schneidenden Schraube, d. i. der rechtwinklig auf derselben stehenden. Die zu benutzenden Krümmungshalbmesser r und r_1 sind:

$$r = \frac{R}{\sin^2 \gamma}, \quad r_1 = \frac{R_1}{\sin^2 \gamma_1} \dots \dots \dots (208)$$

Diese werden als Halbmesser von Hülfrädern mit der Theilung τ benutzt; nach gewählter Verzahnungsform erhält man in der Zahnücke das Profil der Fräse.

*) Hohlräder werden erhalten, wenn man den Eingriffpunkt auf a ausserhalb der Achsen, statt zwischen dieselben legt.

**) An der Prager astronomischen Uhr angewandt, siehe Verh. des Vereins f. Gewerbfleiss 1868, S. 192.

***)) An Stehelin's Bohrwerk angewandt, siehe Armengaud, Publ. industr. Bd. I, Taf. 40.

†) Vortreffliche Dienste bei der Zusammenstellung der Wechselläder leisten die Brocot'schen Tafeln. (Calcul des rouages par approximation, Paris 1862), auf des Verfassers Veranlassung mit Zusätzen deutsch herausgegeben von dem Verein Hütte.