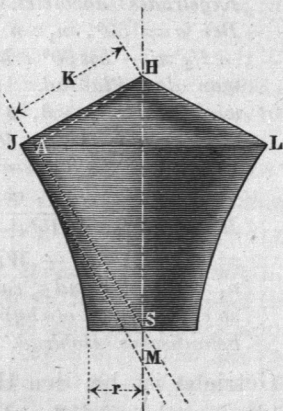


welche wie oben der Bildebene parallel gelegt ist. Genaue Zahnformen werden erhalten, wenn man mit den Grundhyperboloiden an derselben Berührungskante zwei Hülfshyperboloide hinzukonstruirt, die ebenfalls den Bedingungen (198) und (199) entsprechen, und die Zahnflanken nach den Flächen formt, welche die Kanten der Hülfshyperboloide gegen die Grundhyperboloide beschreiben. *)



Soll die benutzte Hyperboloidzone durch einen Kegel angenähert werden, so ist dessen Spitze zu suchen. Man drehe zu dem Ende die Erzeugende SA so weit um die Achse HS , bis A in den Randpunkt J fällt, dann geht die neue Projektion der Erzeugenden durch die Kegelspitze M .

Die Zahnflankengleitung ist bei Hyperbelrädern Ursache grosser Reibung. Letztere ist zu beurtheilen aus der Gleitungsgeschwindigkeit c' , welche gleich ist derjenigen der Schraubenräder, welche durch die Kehlräder tangirt werden (siehe §. 222).

D. Die Schraubenräder.

§. 220.

Cylindrische Schraubenräder.

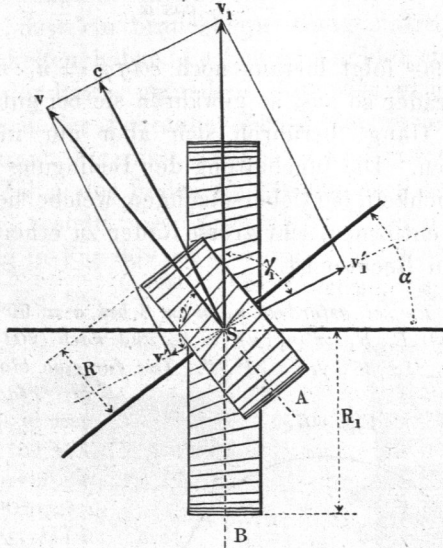
Die cylindrischen Schraubenräder können wie die Hyperbelräder zur Bewegungsübertragung zwischen geschränkten Achsen benutzt werden und gewähren unter Umständen manche Vortheile vor ihnen. Sie haben mehrere bemerkenswerthe Eigenschaften. Die Räder A und B , Fig. 606 (a. f. S.) sind hier beide Links-schrauben mit zur Verzahnung geeigneten Profilen. Sie haben solche Steigungswinkel γ und γ_1 , dass an der Eingriffsstelle die Schraubenlinien der Theilcylinder eine gemeinschaftliche Tangente haben, sodass beim Schräkungswinkel α der Achsen: $\gamma + \gamma_1 + \alpha$

*) Vergl. Herrmann-Weisbach, Mechanik (II. Aufl.) III. 1, S. 418 ff.

$= 180^\circ$. Zerlegt man die Umfangsgeschwindigkeiten v und v_1 in der Richtung jener Tangente und normal zu derselben, so erhält man:

$$\frac{v_1}{v} = \frac{\sin \gamma}{\sin \gamma_1}, \text{ woraus } \frac{n_1}{n} = \frac{R \sin \gamma}{R_1 \sin \gamma_1} = \frac{3}{3_1} \quad \dots (201)$$

Fig. 606.



Die Normaltheilungen $\tau = t \sin \gamma$ und $\tau_1 = t_1 \sin \gamma_1$ müssen einander gleich sein, woraus $t:t_1 = \sin \gamma_1:\sin \gamma$.

Vermöge der Geschwindigkeitskomponenten v' und v_1' gleiten die Zahnflanken aneinander entlang, und zwar mit der Geschwindigkeit

$$c' = v' + v_1' = c(\cotg \gamma + \cotg \gamma_1) \quad \dots (202)$$

Die Gleitung bewirkt Kraftverlust und Abnutzung; sie wird am kleinsten, wenn v' und v_1' gleichgross ausfallen, d. i. wenn $\gamma = \gamma_1$.

Hinsichtlich der Wahl von γ und γ_1 kann die Forderung gestellt werden, dass die zusammenfallenden Tangenten der beiden Schraubenlinien auch kurz vor und kurz nach dem völligen Zusammentreffen möglichst nahe zusammenbleiben sollen. Das ist aber dieselbe Bedingung, welche hinsichtlich der Berührungskanten der Hyperbelräder zu stellen war (§. 218), woraus dann auch die dort in anderer Form angegebene Beziehung folgt:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{\cotg \gamma}{\cotg \gamma_1} = \frac{\frac{n_1}{n} + \cos \alpha}{\frac{n}{n_1} + \cos \alpha} \quad (203)$$

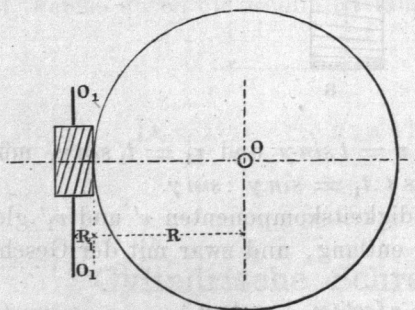
ebenso

$$\cotg \gamma = \frac{\sin \alpha}{\frac{n}{n_1} + \cos \alpha} \quad (204)$$

Für $\alpha = 90^\circ$ folgt hieraus noch $\cotg \gamma = n_1 : n$. Führt man die Schraubenräder so aus, so gewähren sie bei guter Verzahnung einen sanften Gang, berühren sich aber nur in sehr kleinen Flächentheilen. Die Innehaltung der Bedingung hat dazu noch die Unbequemlichkeit, bei Uebersetzungen, welche sich nur einigermaassen von 1 entfernen, sehr grosse Räder zu erheischen, namentlich, wenn α ein Rechter ist.

Beispiel. Es sei gefordert $n_1 : n = 3$ bei $\alpha = 90^\circ$. Dann ist zu nehmen nach (203) $R : R_1 = (n_1 : n)^2 = 9$, und nach (204) $\cotg \gamma = n_1 : n = 3$, wonach $\gamma = 18^\circ 26'$, $\gamma_1 = 71^\circ 34'$. Die für eine bloss Uebersetzung

Fig. 607.



ins 3fache recht unbequemen Verhältnisse zeigt Fig. 607. Die Gleitungsgeschwindigkeit beträgt ausserdem $c' = c(3 + 0,333 \dots) = 3\frac{1}{3}c$. Die Kleinheit des Winkels γ gestattet schwer oder kaum, das kleine Rad zum treibenden zu machen. Noch stärker werden alle diese störenden Umstände bei noch bedeutenderen Uebersetzungen. $(n_1 : n) = 5$ und $\cdot 0$ ergeben z. B. $R : R_1$

$= 25$ und 100 , und $\gamma \sim 11\frac{1}{6}$ und $5\frac{2}{3}^\circ$. Nicht unerwähnt darf auch die Schwierigkeit bleiben, die das Schneiden der Räder auf der Drehbank für die genau ermittelten Steigungswinkel γ und γ_1 hinsichtlich der Wechselräder bereitet.

§. 221.

Angenäherte cylindrische Schraubenräder.

Hält man von den obigen beiden Bedingungen, Formel (201) und (203), bloss die erstere fest, so kann man den erwähnten

Schwierigkeiten ausweichen und doch brauchbare Räder erhalten. Dieselben sind dann aber, wenn der Gang genau sein soll, entweder a) beide mit kleinen Abweichungen von der Schraubenform auszuführen, oder b) das eine Rad ist als strenge Schraube herzustellen, dem anderen die Abweichungen zu geben, oder c) man überlässt es der Abnutzung, allmählich die anfänglich vorhandene, die strenge Form nur annähernde Schraubengestalt so zu verändern, dass ein brauchbarer Gang eintritt. Auf Grund dieser Möglichkeiten haben die Schraubenräder eine weitgehende Benutzung in der Praxis gefunden. Eine der wichtigsten Anwendungen ist die in der Schraube ohne Ende, auch Schneckenrad, Wurmrad genannt, Fig. 608. Hier ist $\alpha = 90^\circ$ und $\mathfrak{Z} = 1$ angenommen, die Zähne des Rades R_1 werden um γ gegen die Cylinderkante schief gestellt, wobei $\tan \gamma = t : 2\pi R = 0,15916 (t : R)$. Bei der Anordnung in Fig. 609 ist $\alpha = 90 - \gamma$ gemacht, worauf die

Fig. 608.

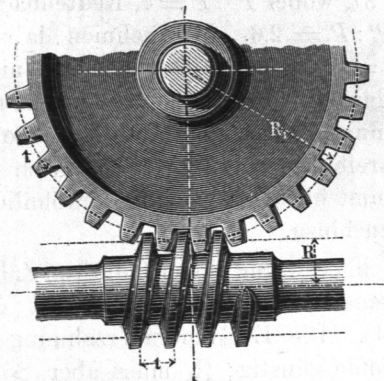
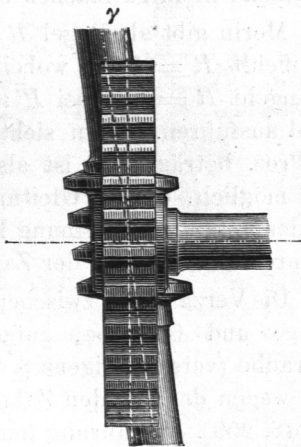


Fig. 609.



Zähne an R_1 wieder parallel der Achse werden. Die Steigung der Schraube ist hier bei der Theilung t_1 des Rades $= t_1 : \cos \gamma$. Das Uebersetzungsverhältniss ist, wie dem Grundgesetz (186) entspricht, $n_1 : n = \mathfrak{Z} : \mathfrak{Z}_1$, insbesondere also $= 1 : \mathfrak{Z}_1$ *).

In sehr vielen Fällen verfährt man hier so, dass man die Schraube streng ausführt und der Abnutzung die Richtigstellung überlässt; bei sorgfältigerer Herstellung findet das Verfahren (b)

*) $\mathfrak{Z}_1$ ist in unserer Figur $= 30$, somit würde Gleichung (203) für genaue Schraubenform $R_1 = 900 R$ erfordern; γ käme $= 88,1^\circ$.

herrscht eine grosse Mannigfaltigkeit in den Schraubenräderwerken, wie folgende Beispiele zeigen.

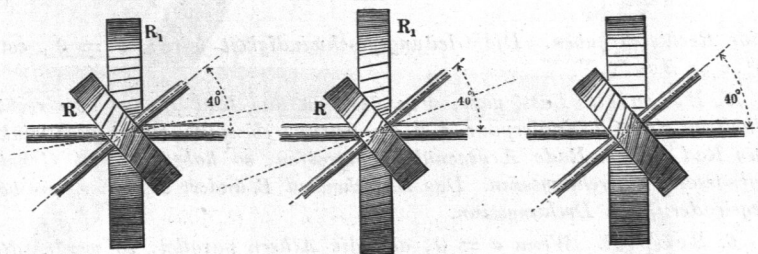
1. *Beispiel.* Gegeben $n_1 : n = 1/2$ und das Achsenloth $a = R + R_1$ nebst dem Achsenwinkel $\alpha = 40^\circ$. Wählt man $\gamma = 60^\circ$, so hat man nach (§. 220) $\gamma_1 = 180 - 40 - 60 = 80^\circ$, siehe Fig. 610, und findet nun nach (201): $R : R_1 = \sin \gamma_1 n_1 : \sin \gamma n = (\sin 80 : \sin 60) 1/2 = 0,5 : 0,9848 : 0,8660 = 0,5686$, worauf nun R und R_1 selbst bestimmbar sind. Ist z. B. $a = 100$ mm gefordert, so kommt: $R_1 = a : [1 + (R : R_1)] = 100 : 1,5686 = 63,751$ mm, $R = 36,249$ mm, und bei $z = 20$, $z_1 = 40$ die Normaltheilung $\tau = t \sin \gamma = 2 \pi R \sin \gamma : z = 2 \cdot \pi \cdot 36,249 \cdot 0,866 : 20 = 0,272 \cdot 36,249 = 9,862$ mm. Ferner ist die Radtheilung $t = \tau : \sin \gamma = 9,862 : 0,866 = 11,388$ mm, $t_1 = 9,862 : 0,9848 = 10,014$ mm. Die Gleitungsgeschwindigkeit c' wird nach (202) $= c (\cotg 60 + \cotg 80) = c (0,5774 + 0,1763) = 0,7537 c$.

2. *Beispiel.* Um c' auf sein Minimum zu bringen, machen wir $\gamma = \gamma_1 = (180 - \alpha) : 2 = (180 - 40) : 2 = 70^\circ$, siehe Fig. 611. Dann

Fig. 610.

Fig. 611.

Fig. 612.



kommt: $R : R_1 = 1/2$, $R_1 = 66,667$ mm, $R = 33,333$ mm, $\tau = 2 \cdot \pi \cdot 33,333 \cdot 0,9397 : 20 = 9,840$ mm, $t = t_1 = 9,840 : 0,9397 = 10,472$ mm, und $c' = 2 \cdot \cotg 70 \cdot c = 2 \cdot 0,3640 \cdot c = 0,728 c$. Man sieht, dass schon der vorige Werth dem Minimum nahe war.

3. *Beispiel.* Suchen wir eine andere Erleichterung für die Ausführung, indem wir $\gamma = 90^\circ$, das eine Rad also zu einem gewöhnlichen Stirnrad machen, siehe Fig. 612, so haben wir $\gamma_1 = 180 - 40 - 90 = 50^\circ$, und erhalten: $R : R_1 = 0,5 \cdot 0,7660 = 0,383$; $R_1 = 72,307$ mm, $R = 27,693$ mm, $\tau = 11,842$ mm, $t = \tau$, $t_1 = 15,459$ mm, endlich $c' = 0,8391 c$.

Ist statt a die Normaltheilung τ gegeben, was bei Benutzung vorhandener Räderfräsen gewöhnlich ist, so wählt man γ und γ_1 und hat dann $R \sin \gamma = z \tau : 2 \pi$, woraus:

$$R = \frac{3 \tau}{2 \pi \sin \gamma}, \quad R_1 = \frac{3_1 \tau}{2 \pi \sin \gamma_1} \dots (206)$$

Es können auch R und τ gegeben sein; dann ist γ nicht mehr willkürlich; man hat nämlich:

Ist $\alpha = 90^\circ$, wie in Fig. 619, und (wegen Kleinhaltung der Gleitung) $\gamma = \gamma_1 = 45^\circ$, so ist $v = v_1$. Dieser Mechanismus ist vielfach bei den Ziehbanken

Fig. 616.



Fig. 617.

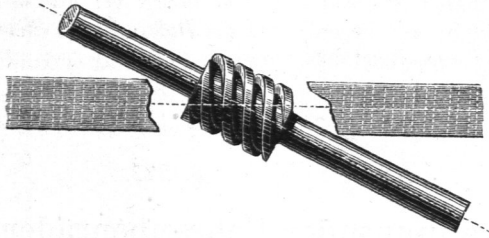


Fig. 618.

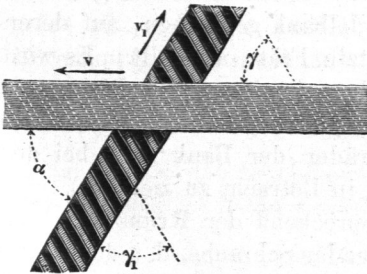
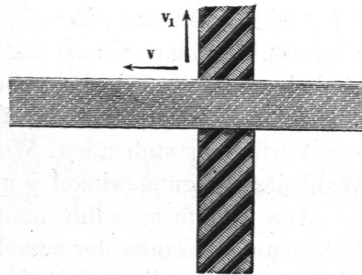


Fig. 619.



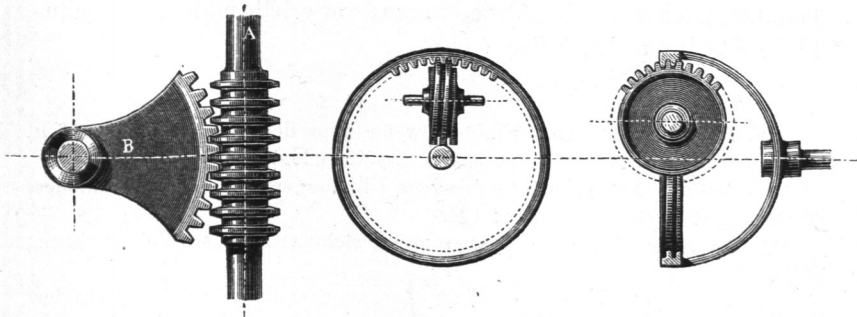
für Kanonen- und Gewehrläufe, auch bei einzelnen Schraubenschneidmaschinen angewandt.

9. Beispiel. $\alpha = 90^\circ$, $\gamma_1 = 90^\circ$, also $\gamma = 0$, beide Halbmesser von endlicher Grösse, siehe Fig. 620, sogenannte Rotationszahnstange, an Re-

Fig. 620.

Fig. 621.

Fig. 622.



gulatoren und dergleichen angewandt. Die Uebersetzung von A auf B ist = Null.

10. Beispiel. Die Schraube ohne Ende ist, wie schon angedeutet, ein besonderer Fall der Schraubenräder. Sie kommt, wenn auch selten, in noch zwei besonderen Formen vor, welche die Schraubenräder überhaupt durchgängig anzunehmen vermögen, nämlich unter Verwendung eines Hohlrades im Paare*). In Fig. 621 (a. v. S.) erscheint das gerad- oder schiefzahnige Stirnrad als Hohlrad**); bei der in Fig. 622 dargestellten Einrichtung ist die Schraube als Hohlrad, das Stirnrad mit äusserer Verzahnung ausgeführt***).

§. 222.

Verzahnung der Schraubenräder und Reibung derselben.

Die Schraubenräder werden meistens mit der Fräse geschnitten. Dies kann auf einer Leitspindelbank geschehen, auf deren Stichelträger man die schräg gesetzte Fräse aufstellt. Es wird ähnlich verfahren wie beim Schraubenschneiden. Die Steigung s der einzuschneidenden Schraubenfurche ist: $s = 2\pi Rtg\gamma$. Die zur Verfügung stehenden Wechselläder der Bank sind bei der Wahl der Steigungswinkel γ und γ_1 in Betracht zu ziehen†).

Die Zahnform wähle man entsprechend der Krümmung der Ergänzungsschraube der zu schneidenden Schraube, d. i. der rechtwinklig auf derselben stehenden. Die zu benutzenden Krümmungshalbmesser r und r_1 sind:

$$r = \frac{R}{\sin^2 \gamma}, \quad r_1 = \frac{R_1}{\sin^2 \gamma_1} \quad \dots \dots \dots (208)$$

Diese werden als Halbmesser von Hülfrädern mit der Theilung τ benutzt; nach gewählter Verzahnungsform erhält man in der Zahnücke das Profil der Fräse.

*) Hohlräder werden erhalten, wenn man den Eingriffpunkt auf a ausserhalb der Achsen, statt zwischen dieselben legt.

**) An der Prager astronomischen Uhr angewandt, siehe Verh. des Vereins f. Gewerbfl. 1868, S. 192.

***). An Stehelin's Bohrwerk angewandt, siehe Armengaud, Publ. industr. Bd. I, Taf. 40.

†) Vortreffliche Dienste bei der Zusammenstellung der Wechselläder leisten die Brocot'schen Tafeln. (Calcul des rouages par approximation, Paris 1862), auf des Verfassers Veranlassung mit Zusätzen deutsch herausgegeben von dem Verein Hütte.

profil an dem einen Rade auf einen Punkt einschränkt, nämlich seine Zahnflanke als scharfe Kante ausführt. Diese berührt dann die andere, als Fläche ausgeführte Zahnflanke geometrisch nur in einem Punkt des Theilcylinders. Diese von Hooke angegebene Verzahnung kann nur für Präzisionsräder dienen, leistet aber für diese gute Dienste*)

Statt der scharfen Kante kann auch eine gewölbte Fläche angewandt werden, welche die Linie auf ihrem Scheitel enthält, wie schon Hooke angedeutet und Willis ausgeführt hat. Verzeichnet man zuerst die Zahnkurven für beide Räder wie üblich, als ob sie stetig greifen sollten, und bleibt dann bei beiden Rädern, oder auch nur bei einem derselben mit der Zahnkurve innerhalb des gezeichneten Profils, den Theilkreispunkt ausgenommen, s. Fig. 623, so berühren die so profilirten schraubenförmig gewundenen Zähne einander nur im Theilkreiscylinder und arbeiten beinahe reibungsfrei. Die Kopflänge k und die Fusslänge f können kleiner als üblich genommen werden. Immer ist jedoch dann vorauszusetzen,

Fig. 623.

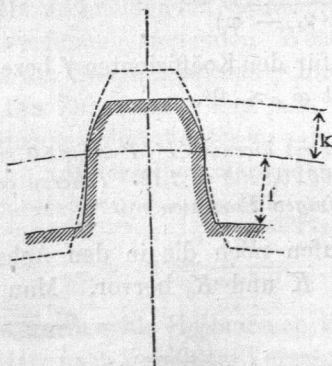
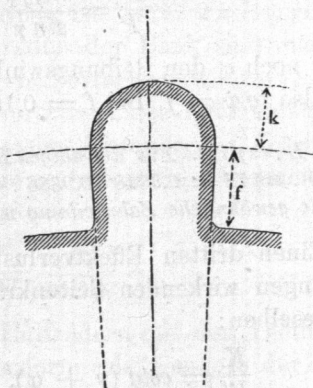


Fig. 624.



dass mehr als eine Theilung Schraubenwindung auf den Zahn treffe. Willis weist darauf hin, wie man hier unmittelbar zu brauchbaren Zahnprofilen dadurch gelangen kann, dass man an beiden Rädern die Fussflanken radial und die Kopfflanken nach einem für beide Zahnseiten gemeinsamen Halbkreis profilirt, Fig. 624. Da solche Zähne schmale Füße bekommen, auch bei geringem Auseinanderrücken starke Axialpressungen ausüben, empfiehlt sich

*) U. a. für physikalische Apparate von Bréguet, in welchen Umdrehungsgeschwindigkeiten bis über 2000, nach Haton sogar 8000 in der Sekunde oder 480 000 in der Minute hervorzubringen waren.

mehr die Zugrundelegung der Evolventenverzahnung, s. Fig. 625. Bei dieser nähert man die Evolvente durch einen Kreisbogen an, der einen geringeren Halbmesser hat als $BS = R \cos \alpha$, dessen Mittelpunkt B' aber auf der Berührungsnormale NN_1 liegt, genügende Schraubenwindung wieder vorausgesetzt.

Angenähert wird der reibungsfreie Gang durch die Räder mit Stufen- oder Staffelfzähnen *), Fig. 626, die man bei Hobelmaschinen oft angewandt findet (Shanks, Collier u. A.). Auch hier

Fig. 625.

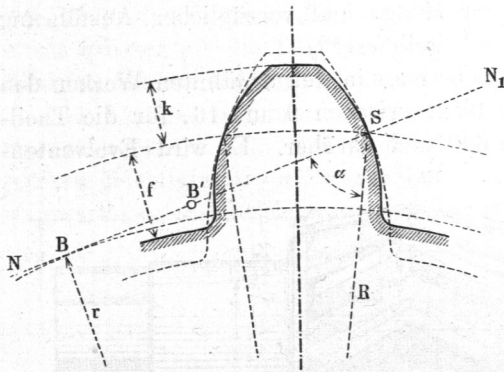
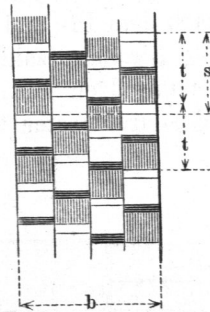


Fig. 626.



sind die Zahnprofile wie vorhin angegeben zu behandeln, wenn man den nahe reibungsfreien Gang erzielen will; doch muss die Stufenversetzung s so weit oder etwas weiter als eine Theilung gehen. Weniger als vier Staffeln sollte man bei Stirnrädern nicht machen.

Als Uebelstand tritt bei den erwähnten Schraubenrädern der axiale Druck K auf; dieser wird aber vermieden, wenn man die Räder aus zwei Schrauben von entgegengesetzt gerichteter Steigung zusammensetzt. Man erhält auf diesem Wege die Doppelschraubenräder, neuerdings bei uns Räder mit Winkelzähnen genannt **). Der Verfasser schlägt statt dieses Namens den aus der Pfeilspitzenform der Zähne abgeleiteten Namen Pfeilzahnräder

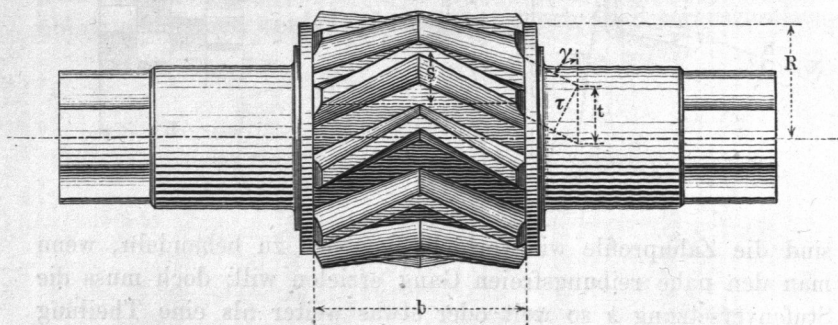
*) Gekreuzte Zahnung, „denture croisée“, sagt der Franzose. Solche Räder liefert sehr schön A. Piat fils, Paris, Rue St. Maur 48 & 49. Modelle enthält auch die Sammlung der königl. techn. Hochschule in Berlin.

**) Von den Engländern „mortice wheels“, also Nuthräder, von den Franzosen „roues à chevron“, d. i. etwa Geissfussräder genannt.

oder kurzweg Pfeilräder vor. Schon lange bekannt*) und für geringere Kräfte auch nicht ganz selten benutzt (u. a. in Spinnmaschinen, auch Grossuhren) sind diese Räder in den letzten Jahren wesentlich durch deutsche Fabriken in den Grossmaschinenbau eingeführt worden und finden darin eine rasch zunehmende Verwendung. Nachdem man in Amerika mit gusseisernen Rädern dieser Art gelungene Anwendungsversuche bei Kraus- oder Kammwalzen gemacht, wurden 1878 durch die „Hagener Gussstahlwerke, A.-G.“ Pfeilräder aus keinem geringeren Material als Gussstahl in die Walzwerke eingeführt und werden jetzt von den westfälischen Stahlgiessereien in grosser Menge und vorzüglicher Ausführung nach dem In- und Auslande geliefert**).

Die Zähnezahlen, welche man in den erwähnten Werken den Kammwalzen gibt, schwanken zwischen 9 und 16, für die Theilkreisdurchmesser 90 bis 600 und darüber. Es wird Evolventen-

Fig. 627.



verzahnung benutzt, wobei der Grundkreiswinkel α zwischen 62° und 69° gewählt wird. Zahnkopflänge k etwa 0,22 t . Indem man die Evolventen recht genau annähert, erzielt man Zahnberührung

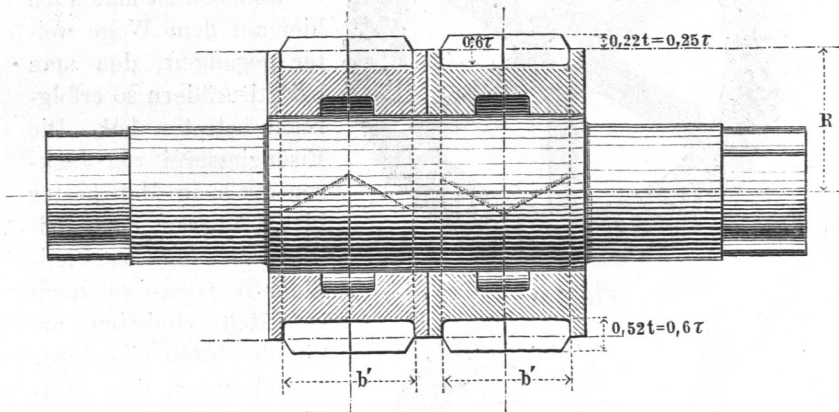
*) Von White schon 1808 dringend empfohlen. Wethli schlug ein solches Rad als Trieb- und Lenk- oder Berglokomotiven vor, das Gleis (Zahnstange) mit den Gegenzähnen, die aus zwei Schienenstücken bestanden, versahend.

**) Bis Herbst 1882 hatten die westfälischen Stahlgiessereien gegen 2 000 000 kg Räder mit Winkelzähnen geliefert. Daran sind die Hagener Gussstahlwerke mit 1 600 000 kg für Kammwalzen, mit 80 000 für andere Räder beteiligt; eine beträchtliche Ziffer kommt auf Asthöwer & Cie. in Annen; das Gussstahlwerk Witten lieferte gegen 55 000 kg an Kammwalzen, die Bochumer Gesellschaft ebenfalls ein nicht unbedeutendes Quantum. In allen Stahlhütten Westfalens ist eine Steigerung der Produktion in dem vorliegenden Gegenstand wie überhaupt der Herstellung von Maschinentheilen aus Stahl zu beobachten.

wie bei gewöhnlichen Stirnrädern, was durch eine Abnutzungskurve, die sich diagonal über die Zahnflanke zieht, erkennbar wird. Der nahezu reibungsfreie Gang ist indessen nicht vorhanden, wenn diese Abnutzungskurve sichtbar wird. Fig. 627 stellt eine zehnzählige gussstählerne Krauswalze dar. Die Dreh- und Kuppelzapfen sind mit dem Pfeilrade aus einem Stück gegossen; doch wird die Achse ebenso häufig getrennt von der Kammwalze hergestellt. Der Theilkreisbogen s , um welchen die Pfeilspitze der Zähne den Enden derselben voraus ist, wird von den westfälischen Fabrikanten sehr bezeichnend der Sprung der Zähne genannt. Will man nahezu reibungsfreien Gang erzielen, so muss der Sprung etwas grösser als die Theilung gemacht, und sollte bei der Verzahnung ähnlich wie vorhin angegeben wurde, verfahren werden*).

Sehr grosse Kammwalzen werden wohl aus zwei Pfeilrädern zusammengesetzt. Fig. 628 zeigt eine in den Hagener Gussstahlwerken gefertigte Doppelkammwalze für ein sogenanntes Reversirwalzwerk (welche Bezeichnung man kürzer durch „Kehrwalzwerk“

Fig. 628.



wiedergeben kann). Der Theilkreishalbmesser beträgt 550, die Theilung 216, die Zahnbreite b' jeder Halbwalze 500 mm, das Gewicht der ganzen Walze nebst Achse nahe 11 000 kg. Die Pfeilrichtungen der beiden Halbwalzen sind einander entgegengestellt, damit im Kehrwalzwerk beim Rück- und Vorwärtsgang die Bedingungen für die Kammwalze gleich werden. Maschinentheile wie der dargestellte sind Meisterstücke der Stahltechnik.

*) Bei unserm Beispiel ist der Sprung etwa $= 0,8t$, der Griffbogen der Zahnkurven an sich nahe $0,75t$, die ganze Eingriffdauer also 1,55.

§. 223.

Kegelschraubenräder.

Bei den Kegelrädern hat man ebenfalls schraubenförmig gestellte Zähne schon angewandt. Kegelschraubenräder entstehen aus dem allgemeinen Problem, wenn der Achsenabstand $a = \text{Null}$ wird, der Winkel α aber angebbar bleibt. Für die Krümmung der Zahnachse eignet sich am besten die Kegelschraubenlinie von konstanter Steigung, deren Projektion auf die Kegelbasis eine archimedische Spirale ist. In Spinnereimaschinen finden sich Kegel-

Fig. 629.

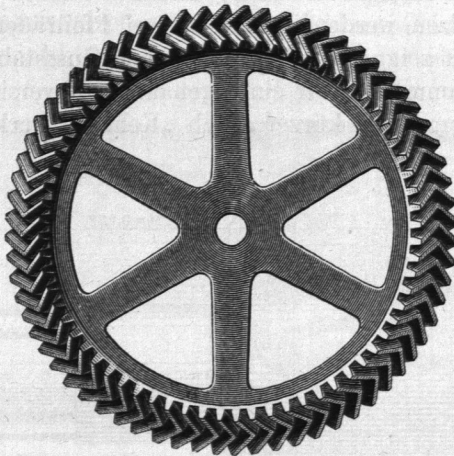
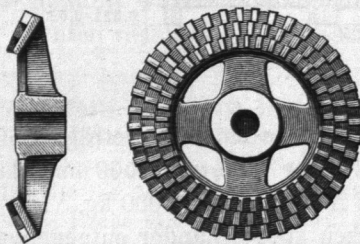


Fig. 630.



schraubenräder öfter in Anwendung. Die Ausführungsschwierigkeiten sind auch selbst für blossе Gussmodelle immerhin gross *).

Dennoch ist man auch hier auf dem Wege weiter gegangen, den man bei Stirnrädern so erfolgreich betreten hat. Die Eisengiesserei von Jackson & Co. in Manchester bietet ausser cylindrischen auch konische Pfeilräder in Gusseisen nach gefrästen Modellen an. Fig. 629 stellt eine ihrer Ausführungen dar. Asthöwer & Co. in Annen, Westfalen, haben gussstählerne konische Pfeilräder bereits mehrfach gefertigt.

Auch die Staffelung der Zähne wird für konische Räder praktisch verworthen. Die schon erwähnte Firma A. Piat fils in Paris liefert konische Staffelfräder, deren Fig. 630 eines vor Augen führt.

*) Ueber eine Maschine zum genauen Herstellen der Zähne von Kegelschraubenrädern siehe Génie industriel, Bd. XII, S. 255.

§. 224.

Globoidschraubenräder.

Lässt man einen Kreis um eine Achse AA_1 rotiren, die mit einem seiner Durchmesser zusammenfällt, und dreht zugleich in einer durch die Anfangslage des Kreises gelegten festen Ebene einen Radius CS um den Mittelpunkt C mit einer Winkelgeschwindigkeit, welche derjenigen des Kreises proportional ist, so beschreibt der Kreis zunächst eine Kugel, Fig. 631, und zugleich die Spur des Radius CS auf dem Kugelmantel eine Kurve von schraubenförmigem Verlauf. Man könnte sie eine Kugelschraube nennen*); ihre benachbarten Gänge haben auf dem Meridian der Kugel gleiche Abstände. Ueberschreitet der Radius CS die Rotations- oder Hauptachse, so durchkreuzen die neu entstehenden Gänge die bereits beschriebenen, siehe bei A_1 . Statt des blossen

Fig. 631.

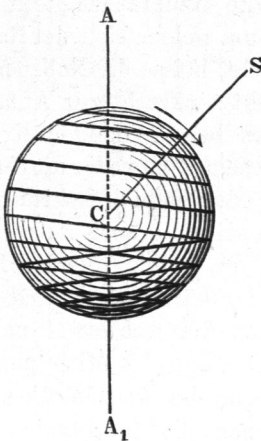
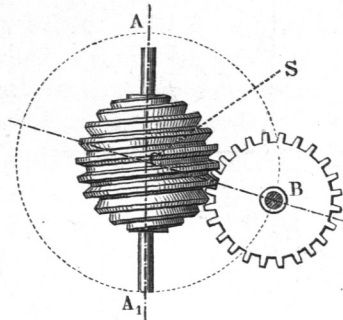


Fig. 632.



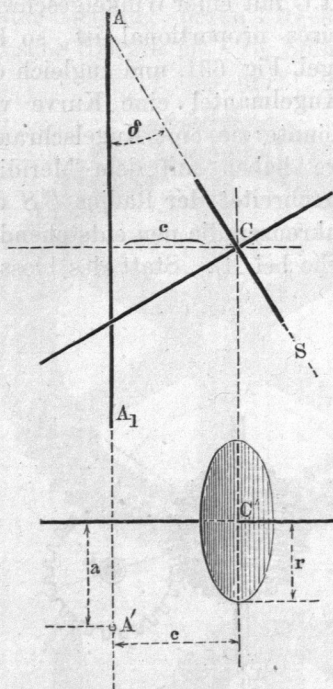
Radius kann man auch eine Punktfolge, welche das Profil einer Radzahnflanke darstellt, herumführen und in die Kugel einschneiden lassen. Es entsteht dann eine körperliche Kugelschraube, in welche man ein Stirnrad B an irgend einer Stelle eingreifen lassen kann, geeignete Verzahnung vorausgesetzt, Fig. 632. Wird eine

*) Sie ist eine sphärische Cykloide, vergl. §. 216; die kinematischen Axoide sind Normalkegel.

angemessene Lagerung der Achsen A und B angebracht, so wirkt die Kugelschraube, wenn betrieben, auf das Zahnrad ganz ähnlich, wie eine Schraube ohne Ende, §. 221.

Dieses ganze Problem lässt sich mit Nutzen dadurch erweitern, dass man die Rotationsachse allgemein als nicht zusammenfallend mit einem der Kreisdurchmesser annimmt. Die unter dieser Voraussetzung entstehenden Drehkörper haben Verwandtschaft mit der Kugel, weshalb der Verfasser den Namen Globoide für dieselben vorgeschlagen hat.

Fig. 633.



Die entstehenden Schrauben werden gemäss dieser Bezeichnung Globoidschrauben*), die damit gebildeten Räder Globoidschraubenräder zu nennen sein. Manche der letzteren besitzen praktisch werthbare Eigenschaften.

Man erhält verschiedene Formen für das Globoid, jenachdem man den beschreibenden Kreis gegen die Hauptachse stellt. Die Achse, um welche sich der Radius CS dreht, heisse die Nebenachse. Sie steht senkrecht zur Anfangslage des beschreibenden Kreises und schneidet entweder die Hauptachse, oder steht geschränkt zu ihr. Es sei dann noch r der Halbmesser des beschreibenden Kreises, a der kürzeste Abstand oder das Loth der Achsen A und C , c der Abstand des Mittelpunktes

des beschreibenden Kreises von der Ebene des Achsenlothes und der Hauptachse, δ der Winkel, welchen die Hauptachse mit der Ebene des beschreibenden Kreises einschliesst, zu zählen von 0 bis 90° , da weiterhin nur Wiederholungen eintreten, so lassen sich vier Klassen von Globoiden unterscheiden, jenachdem nämlich:

*) Entsprechend der vorigen Anmerkung wird man die schraubenartigen Kurven als globoidische Cykloiden auffassen können; die kinematischen Axoide sind im allgemeinen Fall Drehhyperboloide.

- I) $a = 0, c = 0$ III) a angebar, $c = 0$
 II) $a = 0, c$ angebar IV) a angebar, c angebar.

Ein Globoid heiße sodann noch ein gerades, wenn $\delta = 0$; wenn dagegen δ ein spitzer Winkel, heiße es ein schiefes Globoid.

Die erste Klasse liefert allgemein das Globoid Fig. 634, einen zum Aequator symmetrischen Kugelausschnitt, auf dessen Zonenmantel die Globoidschraube liegt; bei $\delta = 0$ entsteht die obige Kugel.

Die zweite Klasse ergibt die schiefen Globoide, Fig. 635, zum Aequator unsymmetrische Kugelausschnitte, auf deren Zonen-

Fig. 634.

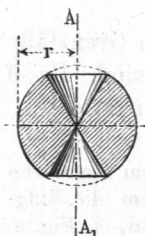


Fig. 635.

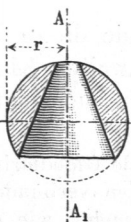
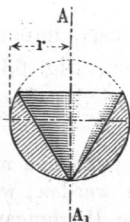
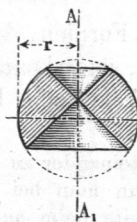
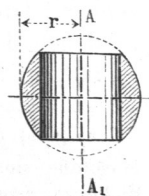


Fig. 636.



mnteln wieder die Schrauben liegen. Für $\delta = 0$ kommt als gerades Globoid ein symmetrischer, cylindrisch gehhlter Kugelausschnitt, Fig. 636. Die Schraubenkurven werden, wenn $a = 0$, sphärische Cykloiden. Wird noch $\delta = 90^\circ$, so werden die Körper Plankegel oder Planringe; die Kurven gehen dabei in ebene Cykloiden über.

In der dritten Klasse erhält man, wenn $\delta = 0$ und $a > r$, den bisher sogenannten cylindrischen Ring, für uns den geraden Globoidring, Fig. 637 a, und wenn $a < r$, das apfelförmige Globoid

Fig. 637.

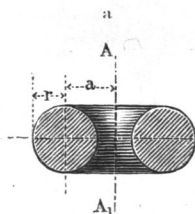


Fig. 638.

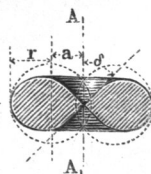
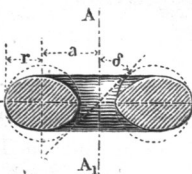
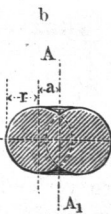
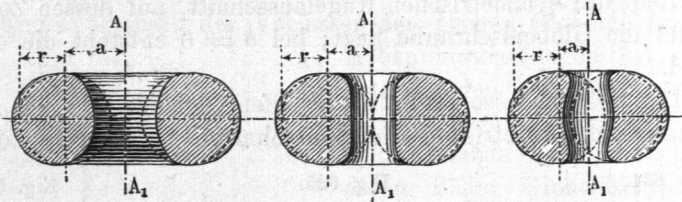


Fig. 637 b. Ist δ ein schiefer Winkel, so wird der Globoidring oder der Globoidapfel abgeplattet, Fig. 638; das Globoid Kl. I. ist

der Grenzfall. Die Schraubenkurven werden globoidische Cykloiden, sie gehen in ebene über, wenn $\delta = 90^\circ$, wobei das Globoid ein Planring oder ein Plankegel wird.

Die vierte Klasse liefert die höchsten Formen, s. Fig. 639, wo $\delta = 0$, einmal $a > r$, einmal $= r$ und einmal $< r$ ist. Die

Fig. 639.



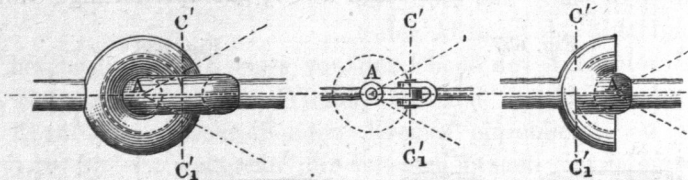
schiefen Globoide dieser Klasse haben Formen, deren Grenzfälle in denen der zweiten Klasse, Fig. 635, zu erkennen sind. Bei $\delta = 90^\circ$ entstehen auch hier wieder Plankegel oder Planringe*).

*) Zwei gerade Globoidringe können miteinander zu einem Paare von Maschinenelementen verbunden werden, wenn man bei jedem die Ringdicke so gross macht, wie die Hölhlungsweite beim anderen, s. Fig. a. Die beiden Stücke verhalten sich dann etwa wie Zapfen und Lager zu einander, und ähneln dem Kugelgelenk, ja letzteres ist als ein besonderer Fall des vorliegenden allgemeineren Paares anzusehen. Jedes der beiden Elemente *A* oder *B* beschreibt bei eintretender Relativbewegung mit irgend einem seiner Punkte nur Bahnen, welche auf einem mit dem anderen Elemente verbunden zu denkenden Globoid liegen. Die gewöhnlichen Gliedketten bestehen aus angenäherten Paaren dieser Art. Man kann ein solches Paar von Körpern ersetzen durch ein geschränktes Kreuzgelenk *ABC*, Fig. b, in diesem treten zwischen *A* und *C* dieselben soeben an-

Fig. a.

Fig. b.

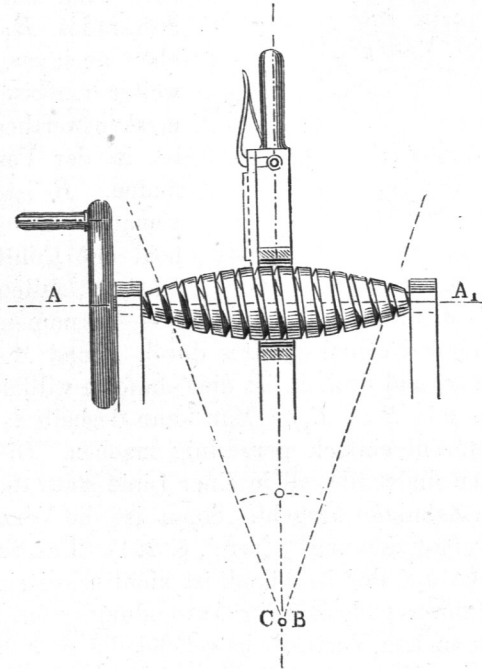
Fig. c.



gegebenen Relativbewegungen ein. Auch bruchstückweise lassen sich die beiden Globoide zu einem solchen Paare verbinden, s. Fig. c., vorausgesetzt, dass das Spiel entsprechend eingeschränkt sei und der Trennung der einander berührenden Globoidflächen durch geeignete Hilfsmittel, z. B. Zugbänder, vorgebeugt werde. Derartige Gelenke aber hat die Natur am menschlichen Skelett verwirklicht. U. a. sind die unteren Fingerglieder

Der praktischen Anwendungen der Globoidschraubenräder sind mehrere vorhanden. Es handelt sich dabei wesentlich um gerade Globoide der III. und IV. Klasse. In Stephenson's Steuerhebelgetriebe für Lokomotiven, Fig. 640, ist eine Globoidschraube der Klasse III. benutzt, und zwar indem zunächst das Mitteltheil

Fig. 640.



des geraden Globoidapfels, Fig. 637 b ($a < r$), benutzt ist. Sodann ist das eingreifende Rad B als Hohlrad ausgeführt, dem aber ein Halbmesser R_1 = dem Halbmesser r des beschreibenden Kreises gegeben ist*). Endlich ist von dem Hohlrade nur ein einziger Zahn benutzt; es würde auch zulässig sein, mehrere anzuwenden.

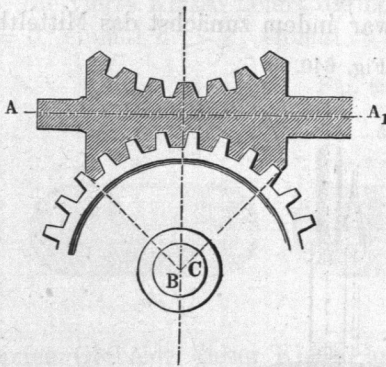
Man hat zu beachten, dass man die Globoide auch in ihren Hohlformen zur Ausführung bringen kann. Solches ist geschehen

(Phalangen) mit Globoidgelenken der vorliegenden Art an die Mittelhandknochen angelenkt; die beiden zusammengehörenden Globoidflächen sitzen wie zwei Sättel aufeinander (Sattelgelenke). Alle Punkte der unteren Fingerglieder bewegen sich relativ zur Mittelhand auf Globoidflächen.

*) Die Schraube ohne Ende mit Hohlrad, Fig. 621, lässt sich ebenfalls nach dem vorliegenden Prinzip gestalten.

in dem Mechanismus Fig. 641, welcher eine Schraube ohne Ende als Globoidschraube ausgeführt darstellt. Zu Grunde liegt das

Fig. 641.



Mittelstück der Hohlform des geraden Globoidringes, Fig. 637 a. Der Ausschnitt aus dem Körper umfasst hier etwa ein Viertel des Zahnrades B , könnte es aber auch zur Hälfte und weiter umfassen. Der bemerkenswertheste Umstand ist in der Verzahnung zu finden. R_1 ist wieder $= r$ gemacht. Da aber am Globoid die Hohlform ausgeführt ist, fallen die beiden

Zahnprofile — das an r und das an R_1 — zusammen. Sie gleiten in der Ebene eines Normalschnittes durch B und AA_1 nicht aneinander entlang, und deshalb ist die Zahnform willkürlich. (Hohlradverzahnung mit $R = R_1$). Man kann deshalb das Zahn- wie das Schraubenprofil einfach geradlinig machen. Die Berührung der Zahnflanken findet überall in einer Linie statt, die vom Zahnfuss nach dem Zahnkopf hingeht. Somit ist die Verzahnung eine sogenannte Kraftverzahnung*) (vergl. §. 221). Das Schneiden der Globoidschraube auf der Drehbank ist nicht schwierig. Sie ist in den letzten Jahren mehrfach in Anwendung gebracht worden. Doch scheint man den Vorthail, betreffend die einfache Zahnform und den Krafteingriff, gewöhnlich übersehen zu haben. Eine interessante Ausführung ist die von Hawkins, Fig. 642**). Hier hat das Rad B Laufrollen, und zwar recht grosse, arbeitet also mit einer sehr kleinen Reibung. Zugleich liegt hier einer der Fälle vor, wo statt der wirklichen Zähnezahl 4 des Rades B eine ideelle Zähnezahl einzuführen ist, wie in §. 200 bei Feststellung des Grundgesetzes besprochen wurde. Soll bei jeder Umdrehung des kleineren Rades, der Globoidschraube nämlich, in jede Zahnücke der-

*) Indem ich auf diese merkwürdige und vortheilhafte Anwendung der Globoidschrauben hinweise, habe ich hervorzuheben, dass sie bereits von Smeaton (Miscellaneous Papers, p. 183) empfohlen wurde, der sie bei dem Mechaniker Hindley, an einer Theilmaschine benutzt, vorfand. Willis, der die Sache in seinen Principles of Mechanism, I. Aufl., S. 163 ff. schon 1851 anführte, unterschätzte die Vortheilhaftigkeit derselben.

**) Hawkin's Worm gearing, Sc. American, 1877, Suppl. 104, S. 1648.

selben, ein Zahn des anderen Rades eingreifen, so müssten ausser den durch die Rollen gebildeten Zahnücken noch auf jedem Umfangsviertel 10 weitere Lücken an *B* angebracht werden, sodass statt 4 Zähnen an *B* deren $4(1 + 10) = 44$ anzubringen sein

Fig. 642.

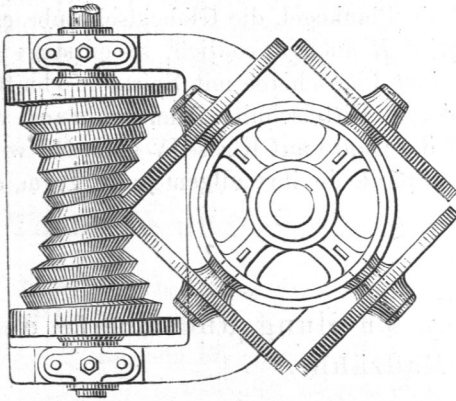
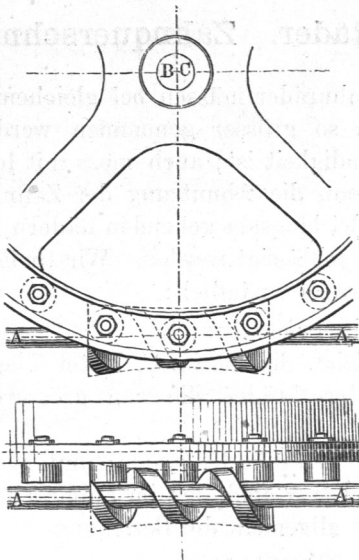


Fig. 643.



würden. Diese Zahl 44 ist also die dem Grundgesetz entsprechende Zähnezah von *B*.

Dem Rädergetriebe des Jensen'schen Göpels, Fig. 643 *), liegt die Globoidklasse IV, Fig. 639 zu Grunde. Gewöhnlich scheint $a = r$ gemacht zu sein, gelegentlich aber findet man auch $a < r$ gemacht, wie in Fig. 639 c. R_1 ist wiederum $= r$ gemacht, auch wieder die Hohlform des Globoids benutzt. Die Verhältnisse sind so gewählt, dass aus dem Langsamen ins Schnelle übersetzt werden kann, was sich auch bei der Einrichtung Fig. 641 erzielen lässt, wenn man nur den Winkel der Schraubensteigung ausreichend gross macht. Die Triebstockverzahnung zeigt sich empfehlenswerth, da sie auch die Anwendung von Rollen statt der Zähne gestattet **).

*) S. Uhlend, Prakt. Maschinenkonstrukteur, auch Engineer, Bd. 24 (1867) S. 493. — **) Modell im kinematischen Kabinet der königl. techn. Hochschule; Uebersetzung 12 : 1, Gang ausserordentlich sanft.

Lässt man in den zwei oberen Globoidklassen die Nebenachse in unendliche Ferne rücken, so gehen die Globoide in Regelflächen über; auch die Globoidschrauben erreichen dabei ihre Grenzfälle. Als ein Grenzfall von Klasse III tritt dann die gewöhnliche Schraube ohne Ende auf. Ein anderer ist das Long'sche Spiralräderwerk*), ebenfalls zu Klasse III gehörig, a angebbar, $c = 0$, $\delta = 0$. Das Globoid wird ein Plankegel, die Globoidschraube eine archimedische Spirale. Wird R auch unendlich, so entsteht ein Getriebe, bestehend aus einer Planscheibe mit Spiraleinschnitten und einer Zahnstange, deren Mittelschnitt Zahnberührung von oben bis unten hat. Wenn das Ganze auf Klasse IV gebracht wird, so geht die archimedische Spirale in ihre allgemeinere Form, die Kreisevolvente über.

E. Berechnung der Theilung und Breite der Radzähne.

§. 225.

Eintheilung der Räder. Zahnquerschnitt.

Die Abmessungen der Zahnräder müssen bei gleichem Zahndruck wegen der Stösse um so grösser genommen werden, je grösser ihre Umfangsgeschwindigkeit ist; auch muss mit letzterer die Zahnbreite zunehmen, wenn die Abnutzung der Zahnflanken eingeschränkt werden soll. Bei langsam gehenden Rädern können indessen diese Einflüsse vernachlässigt werden. Wir theilen deshalb die Räder in zwei Klassen ein, nämlich:

1. Kranräder, 2. Triebwerkkräder;

und zwar sind Kranräder solche, die bis zu $\frac{1}{2}$ Meter Theilkreisgeschwindigkeit haben, Triebwerkkräder die von grösserer Geschwindigkeit.

Bei der Zahntheilung t , der Zahnbreite b , der Zahnlänge l , der Zahnfussdicke h , dem Zahndruck P und der im Zahne eintretenden Biegungsspannung $\mathfrak{S}$ gilt allgemein die Beziehung

$$bt = 6 \frac{P}{\mathfrak{S}} \left(\frac{l}{t} \right) \left(\frac{t}{h} \right)^2 \dots \dots \dots (212)$$

*) S. Civil-Engineer and Arch. Journal, 1852, Juli; auch Dinger's Journ. Bd. 125, Weisbach III, 1. Aufl. S. 449, 2. Aufl. III. 2, S. 87.