

Theilung und Verzahnungsart doch meist Einzelräder. In der Praxis findet man übrigens Abweichungen bis zu 5 Proz. in der Länge der Berührungslinie noch als statthaft betrachtet. Man nennt solche mit einem kleinen Fehler behaftete zu einem vorhandenen Kegelräderpaar für denselben Achsenwinkel hinzu konstruierte Räder Bastardräder. Bei einem vorhandenen rechtwinkligen Kegelräderpaar von 80 auf 45 Zähne gestattet also z. B. die Praxis noch, Bastardräder bis zu 80 ($1 \pm 0,05$), d. i. bis zu 84 und 76 Zähnen, mit dem 45 zähligen rechtwinklig arbeiten zu lassen.

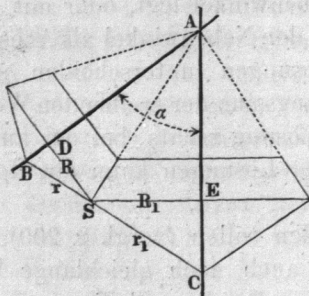
§. 216.

Hülfräder der Kegelräder.

Diejenigen geometrischen Gebilde, welche bei den in Rede stehenden aufeinander rollenden Kegeln in einerlei Fläche bleiben, sind die durch die Grundflächen gelegten, aus der gemeinsamen Kegelspitze beschriebenen Kugelflächen. Sie beschreiben gegeneinander sphärische Cykloiden. Fünf besondere Formen, wie bei den ebenen Cykloiden, kommen auch hier vor; immer fallen die unendlich entfernten Punkte weg, da die Gerade durch den Plankegel, den Kegel von 180° Spitzenwinkel vertreten wird. Die allgemeinen Formen der sphärischen Cykloiden sind denen der ebenen ähnlich, bis auf die der Evolvente analoge Kurve, erzeugt durch Rollung eines Plankegels auf einem gewöhnlichen Kegel; hier reihen sich die Kurvenäste zickzackförmig aneinander*).

Wollte man die sphärischen Cykloiden als Zahnprofile wirklich zur Ausführung bringen, so würde man in nicht geringe Schwierigkeiten gerathen. Man erhält indessen, wie Tredgold zuerst gezeigt hat, brauchbare Zahnformen für die Kegelräder, wenn man ihre als Stirnräder verzahnten Hülfräder auf die durch die Ergänzungskegel gegebenen Endflächen der Zähne aufwickelt. Hülfräder zweier Kegelräder R und R_1 (Fig. 597) heissen die Stirnräder von derselben Theilung,

Fig. 597.



*) Siehe Berliner Verhandl. 1876, S. 321, 449, Reuleaux, Modelle zur Veranschaulichung der sphärischen Cykloiden.

welche zu Halbmessern r und r_1 die Erzeugenden BS und CS ihrer Ergänzungskegel haben.

Bei gegebenem Achsenwinkel α bestimmen sich der Halbmesser r und die Zähnezah z eines Hülfrades aus den bekannten Halbmessern und Zähnezahlen R, R_1, z und z_1 der Kegelräder mittelst der Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{R} &= \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2 + 2 R R_1 \cos \alpha}}{R_1 + R \cos \alpha} \\ \frac{z}{z_1} &= \frac{\sqrt{z^2 + z_1^2 + 2 z z_1 \cos \alpha}}{z_1 + z \cos \alpha} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (192)$$

Ist der Achsenwinkel ein Rechter, so wird:

$$\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2}}{R_1}, \quad \frac{z}{z_1} = \frac{\sqrt{z^2 + z_1^2}}{z_1}, \quad \frac{r}{r_1} = \left(\frac{n_1}{n} \right)^2$$

Beispiel. Ein Kegelräderpaar habe die Zähnezahlen 30 und 50 und einen Achsenwinkel $\alpha = 60^\circ$, so ist $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, und es findet sich für das Hülfrad zu dem 30zähnigen Rade: $z = 30 \cdot \sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0,5} : (50 + 30 \cdot 0,5) = 6 \cdot \sqrt{4900} : 13 = 32,3$, wofür man 32 nehmen könnte. Für das 50zähnige Rad erhält man ferner: $z_1 = 50 \cdot \sqrt{4900} : (30 + 50 \cdot 0,5) = 50 \cdot 70 : 55 = \text{nahe } 64$. Mit diesen Zähnezahlen und der gegebenen Theilung sind die Hülfräder zu verzahnen.

Kleine Zähnezahlen sind für Kegelräder nicht günstig, da bei solchen die Fehler, welche die Methode der Hülfräder enthält, merklich auftreten. Macht man aber nur von Zähnezahlen über 24 Gebrauch, so erhalten die Hülfräder nicht unter 28 Zähnen, und man kann sich dann der Evolventenverzahnung bedienen. Diese ist hier wegen der leichten Abformbarkeit der Zähne vortheilhaft, sodass sie trotz ihren kleinen Mängeln an diesem Platze den Vorzug verdient. Auch wegen der Ausführungsfehler in der Verzahnung, welche hier leicht weit grösser ausfallen als bei den Stirnrädern, empfiehlt es sich, grosse Zähnezahlen anzuwenden.

Die Zahnreibungsverluste der Kegelräder sind sehr annähernd gleich denen ihrer Hülfräder.

§. 217.

Das Planrad.

Die innenverzahnten oder Hohlkegelräder sind nicht praktisch, da ihre Modellirung und Herstellung weit schwieriger ist,